

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DAS ESTACAS DO CAIS DO PORTO NOVO DE RIO GRANDE (BRASIL) EMPREGANDO METODOLOGIA BAYESIANA

Reliability analysis of the piles of Porto Novo quay (Brazil) employing bayesian methodology

Aline de Viegas Beloni*

Antonio Marcos de Lima Alves**

Mauro de Vasconcellos Real***

RESUMO – O objetivo deste trabalho é a avaliação da confiabilidade geotécnica do estaqueamento de um cais portuário no Porto Novo de Rio Grande, Brasil. A análise de confiabilidade foi realizada confrontando-se as distribuições probabilísticas da capacidade de carga geotécnica e da solicitação das estacas. A distribuição probabilística da capacidade de carga foi avaliada empregando-se conceitos de análise bayesiana, onde a previsão de capacidade de carga (distribuição “a priori”) foi atualizada com base nos registros documentados durante a execução dos trabalhos, gerando uma distribuição de capacidade de carga “a posteriori”. A estimativa “a priori” foi obtida a partir de métodos semi-empíricos de previsão da capacidade de carga das estacas, baseados em resultados de ensaios SPT (Standard Penetration Test). A distribuição probabilística da solicitação sobre as estacas foi estimada adotando-se diversos coeficientes de variação para a carga de serviço. Assim, foi determinado o índice de confiabilidade do estaqueamento.

SYNOPSIS – The objective of this study is the evaluation of the geotechnical reliability of the pile foundations of a port quay located at Porto Novo, in the city of Rio Grande (Brazil). The reliability analysis has been performed by comparing the probabilistic distributions of the geotechnical bearing capacity and of the loads applied on the piles. The probabilistic distribution of the bearing capacity has been evaluated by applying Bayesian analysis concepts, where the predicted bearing capacity ("a priori" distribution) has been updated based on the records documented during the execution of the piling, generating a "a posteriori" probabilistic distribution. The "a priori" estimate has been obtained from semi-empirical methods of predicting the bearing capacity of piles, based on SPT (Standard Penetration Test) results. The probabilistic distribution of the applied loads has been estimated by adopting several coefficients of variation for the service load. Thus, the reliability index of the piled foundation was determined.

Palavras Chave – Fundações, Análise de Confiabilidade, Teorema de Bayes.

Keywords – Foundations, Reliability Analysis, Bayes Theorem.

1 – INTRODUÇÃO

A determinação do nível de confiabilidade de qualquer processo, produto ou sistema envolve uma cuidadosa avaliação das incertezas associadas à sua capacidade e à sua demanda. Essa avaliação, em geral, pode ser realizada convenientemente aplicando-se ferramentas probabilísticas, que permitem estudar os efeitos combinados das incertezas, incorporando-os na análise.

* Engenheira Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: belonialine@yahoo.com.br

** Professor Associado, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: antonioalves@furg.br

*** Professor Titular, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: mauroreal@furg.br

Lacasse e Nadim (1998) afirmam que a estatística, as análises de confiabilidade e as estimativas de risco podem ser ferramentas de apoio à decisão muito úteis na Engenharia Geotécnica, mas avaliam algumas razões pelas quais este tipo de estudo é raro na prática, como por exemplo a desconfiança de novos termos, o que poderia significar matemática complexa; a crença de que a execução de tais análises possa trazer grandes custos adicionais; a impressão de que os procedimentos requerem grande esforço de coleta e modelagem de informações; e a crença de que o bom e velho “julgamento de engenharia” seria excluído do processo de decisão.

Segundo Duncan (2000), as teorias probabilísticas de análise de confiabilidade podem ser aplicadas na Engenharia Geotécnica através de procedimentos simples, sem exigir mais dados além daqueles normalmente necessários para uma análise determinística convencional. Com um esforço adicional relativamente pequeno, é possível um refinamento considerável na avaliação da segurança e confiabilidade de um projeto geotécnico. De Mello (2002) também defende a aplicação de análises probabilísticas simples aos projetos geotécnicos, visando rechaçar o que o autor chama de “receitas-dogmas” em prol da incorporação de dados experimentais à avaliação de incertezas.

Em especial, o projeto de fundações de qualquer tipo de estrutura envolve incertezas oriundas de várias fontes (Aoki, 2002). Algumas destas fontes são: variabilidade espacial das propriedades do solo; investigação geotécnica limitada; alterações no comportamento do solo ocorridas durante e após a execução da fundação; simplificações adotadas nos modelos de cálculo; desconhecimento do exato mecanismo de interação solo-fundação; variabilidade das cargas aplicadas aos elementos de fundação.

Dentre as abordagens probabilísticas passíveis de aplicação na Engenharia Geotécnica, a abordagem bayesiana tem por característica fundamental a ideia de que a amostra não precisa ser a única fonte de informações (ao contrário da abordagem frequentista). Através da aplicação do teorema de Bayes torna-se possível, de uma forma racional, combinar as informações disponíveis anteriormente à amostragem (probabilidade subjetiva) com as informações contidas na própria amostra (probabilidade objetiva), valendo-se de uma função de máxima verossimilhança. Pode-se, assim, obter um nível de conhecimento atualizado, posterior à amostragem (Hachich, 1998). A distribuição probabilística anterior à amostragem é chamada de distribuição “a priori”, e a distribuição atualizada é chamada de distribuição “a posteriori” (Figura 1).

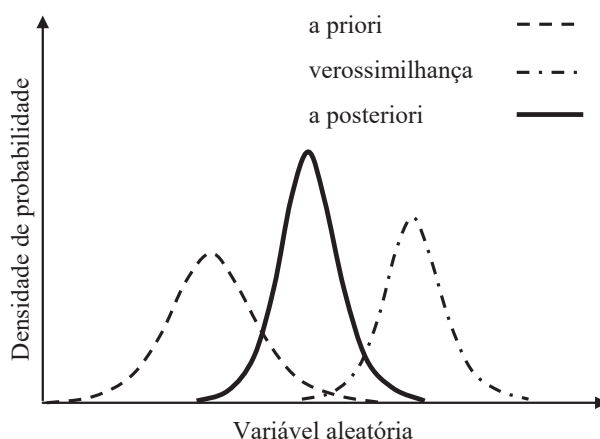


Fig. 1 – Distribuições “a priori” e “a posteriori” e função de verossimilhança

Em relação à atualização da capacidade de carga de estacas, a adoção do teorema de Bayes não é recente. Kay (1976, 1977) propôs a abordagem estatística bayesiana para combinar informação prévia sobre a capacidade de carga de estacas com resultados de provas de carga. Baecher e Rackwitz (1982) desenvolvem uma técnica estatística para combinar informações “a

priori” com resultados de provas de carga em estacas, aplicando metodologia bayesiana. Sidi e Tang (1987) analisaram o erro associado à previsão de capacidade de carga de estacas em argila, com base em resultados de provas de carga e dados de cravação. Lacasse et al. (1990) adotaram a técnica bayesiana para atualizar a previsão de cravabilidade e de capacidade de carga de uma estaca com base em dados medidos durante a cravação. Sugai e Matsuo (1993) propuseram um método para controle da cravação de estacas de aço tubulares, com base na análise bayesiana de dados. Zhang e Tang (2002) usaram a abordagem bayesiana para incorporar os resultados de provas de carga no projeto das estacas, visando a redução do comprimento das estacas, mantendo o mesmo índice de confiabilidade desejado. No Brasil, os trabalhos de Santos (2007), Cabral (2008), Magalhães (2011), Amadori (2013) e Luzzardi (2015) são exemplos de estudos onde metodologias bayesianas foram aplicadas na análise de estaqueamentos.

O conceito de confiabilidade, segundo Harr (1987), está associado à avaliação probabilística da possibilidade do desempenho adequado de um processo, produto ou sistema, por um período específico de tempo, em condições operacionais pré-definidas. Esta avaliação depende da comparação entre as distribuições probabilísticas da capacidade $f_c(C)$ e da demanda $f_d(D)$ do conjunto sob análise (Figura 2).

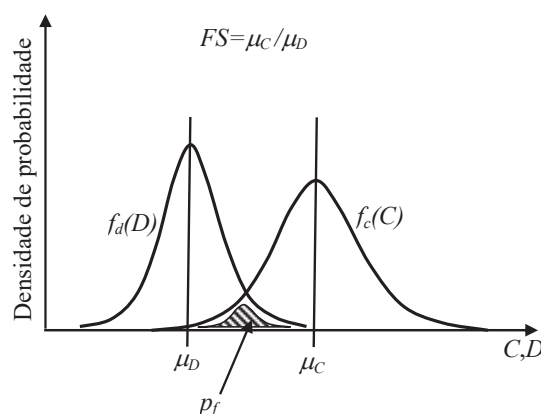


Fig. 2 – Curva de probabilidade de falha (Cintra e Aoki, 2010)

Do ponto de vista de Engenharia, uma análise de confiabilidade permite uma avaliação de segurança superior à análise tradicional ligada ao conceito de Fator de Segurança (FS), relação entre os valores determinísticos (ou “médios”) da capacidade (μ_C) e da demanda (μ_D). A análise de confiabilidade leva em conta as dispersões (ou incertezas) em relação aos valores de capacidade e demanda. Assim, é possível o cálculo de uma “probabilidade de falha” (p_f), que indica a probabilidade de ocorrência de demandas superiores às capacidades envolvidas.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma avaliação da confiabilidade geotécnica das estacas do cais modernizado do Porto Novo de Rio Grande (RS). Para tal, foram aplicados os conceitos da análise bayesiana. A estimativa de capacidade de carga “a priori” teve como base os resultados de métodos semi-empíricos de previsão baseados em resultados de ensaios SPT (Standard Penetration Test), adaptados para incluir a variabilidade dos resultados do ensaio. Os registros documentados durante a cravação das estacas, associados à adoção de uma fórmula dinâmica, foram utilizados para gerar uma função de máxima verossimilhança. A capacidade de carga “a posteriori” é obtida combinando-se a estimativa subjetiva (“a priori”) com a estimativa objetiva (função de verossimilhança), através do teorema de Bayes. A distribuição probabilística das cargas sobre as estacas foi estimada adotando-se diferentes valores para o coeficiente de variação da carga característica de compressão. Por fim, os coeficientes de confiabilidade (β) foram determinados com base na teoria de confiabilidade.

2 – DESCRIÇÃO DA OBRA

A obra descrita neste estudo é a modernização do Cais do Porto Novo, localizado na cidade de Rio Grande (RS). O cais original do Porto Novo, composto de um muro formado por seis blocos de concreto sobrepostos, foi inaugurado em 1915, tendo sido projetado para receber navios com calado de até 10 m. Recentemente, o cais tem recebido reformas e ampliações, visando principalmente o aprofundamento do calado para 14 m, possibilitando assim a atracação de navios de maior porte.

A obra de modernização, em sua primeira fase, envolveu a construção de um novo cais com 450 m de extensão, apoiado no antigo muro de cais pelo lado de terra, e em 72 novas estacas mistas pelo lado de água. O projeto foi dividido em seis módulos, cada um com 75 m de extensão, constando de uma plataforma rígida em seu plano, três vigas paralelas ao cais, estacas Franki (terra) e estacas mistas (mar), conforme exposto na Figura 3. As forças perpendiculares ao cais, no sentido terra-mar, são absorvidas por grupos de tirantes que partem dos blocos e são ancorados no solo e as forças paralelas ao cais são absorvidas pelo atrito do solo com o paramento posterior.

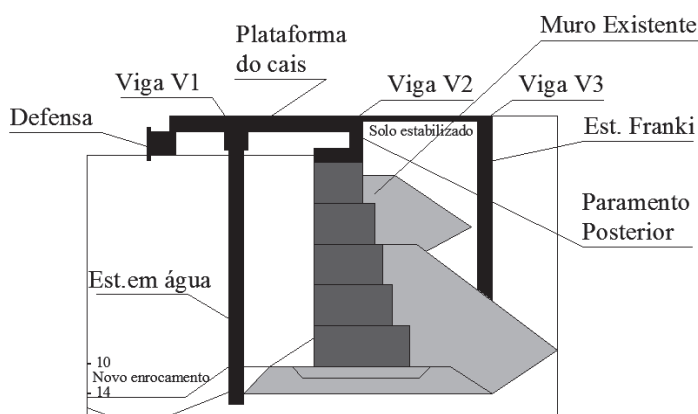


Fig. 3 – Seção transversal do cais (Lobo, 2003)

Para o projeto, foi realizada uma campanha de ensaios do tipo SPT (“Standard Penetration Test”), composta de furos de sondagem a cada 100 m, tanto do lado do mar quanto em terra firme. Foram executados 12 furos de sondagem, sendo que destes, 7 foram executados sob lâmina d’água (S1A, S2B, S3B, S4A, S5, S6 e S7) e 5 em terra firme (S8A, S9B, S10, S11 e S12C). Os boletins de sondagens podem ser encontrados em Lobo (2003) e Magalhães (2011). Na Figura 4 encontra-se um perfil geotécnico esquemático, baseado nos resultados das sondagens em lâmina d’água.

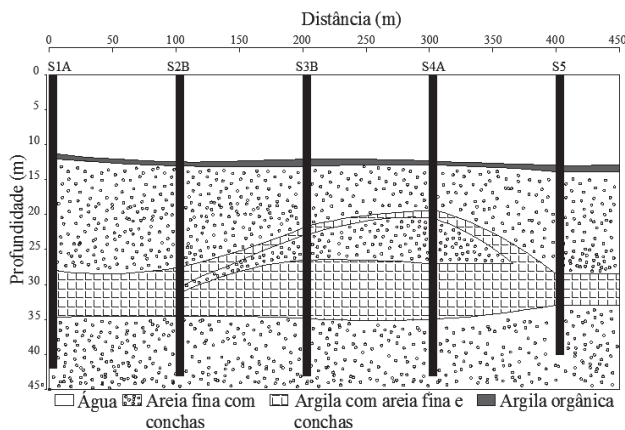


Fig. 4 – Perfil longitudinal em água.

As estacas em água são mistas (tubos metálicos preenchidos parcialmente com concreto armado). O tubo metálico tem comprimento total de 48m, diâmetro externo de 0,7112 m (28”) e espessura de 9,53 mm. O tubo é preenchido com concreto armado da cota + 1,05 m à cota -21,00 m. O aço que constitui os tubos metálicos das estacas possui uma tensão de escoamento de 316 MPa e o módulo de elasticidade é de 210 GPa. O concreto usado para o preenchimento das estacas possui resistência característica $f_{ck} \geq 30$ MPa e aço CA-50, com cobrimento de 5 cm.

De acordo com o projeto, cada estaca recebe em seu topo uma carga máxima de compressão de 3000 kN e um momento fletor de 310 kNm em qualquer direção. A cravação das estacas foi realizada como martelo modelo DELMAG D-44 (martelo automático a diesel).

Durante a execução do estaqueamento, foi anotado o boletim de cravação de todas as estacas, bem como efetuada a medida de nega ao final da cravação. Também foram realizados ensaios de carregamento dinâmico, em um número mínimo de estacas como preconizado pela norma brasileira NBR 6122 (ABNT, 2010).

3 – ESTIMATIVA DE CAPACIDADE DE CARGA “A PRIORI”

No presente estudo, o cais foi dividido em cinco áreas de influência, abrangendo cinco furos de sondagens tipo SPT, executados sob lâmina d’água: S1A, S2B, S3B, S4A e S5 (Figura 5).

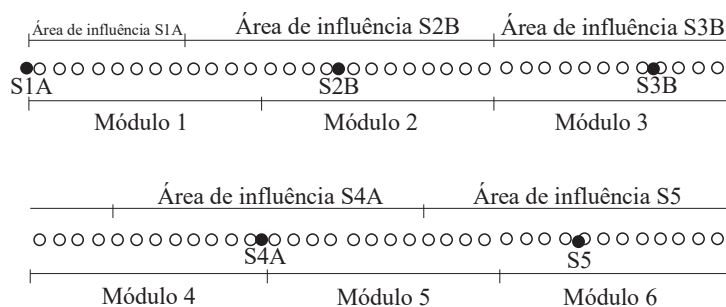


Fig. 5 – Áreas de influência (Lobo, 2003)

A área de influência S1A abrange 8 estacas, as áreas de influência S2B e S4A abrangem 15 estacas cada, a área de influência S3B abrange 16 estacas e a área de influência S5 abrange 10 estacas.

Para estimativa da capacidade de carga das estacas, com base nos resultados dos ensaios tipo SPT, adotaram-se dois métodos de previsão: Aoki e Velloso (1975) (com modificações propostas por Laprovitera, 1988, e Benegas, 1993), e Décourt e Quaresma (1978) (também Décourt et al., 1999).

A distribuição probabilística “a priori” da capacidade de carga foi estimada adotando-se a formulação descrita em Alves e Amadori (2012), onde a variabilidade (dispersão) dos valores de N_{SPT} (admitido como variável aleatória) foi incluída nas equações de previsão de Aoki e Velloso (1975) e Décourt e Quaresma (1978), através da aplicação do método FOSM (“First Order Second Moment”). A dispersão no valor de N_{SPT} pode refletir as incertezas associadas aos resultados do próprio ensaio, a variabilidade espacial do solo, bem como as incertezas associadas às simplificações adotadas nos próprios métodos de estimativa de capacidade de carga.

Alves e Amadori (2012) adotam uma subdivisão na estaca em n segmentos, cada um com um comprimento ΔL_i , conforme mostrado na Figura 6. Nesta mesma Figura, $Q_{b,n}$ é a capacidade de carga por ponta correspondente ao segmento n , e $\Delta Q_{s,i}$ é o acréscimo de atrito lateral no segmento i (onde i varia de 1 até n).

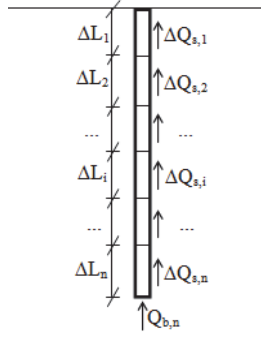


Fig. 6 – Discretização da estaca (Alves e Amadori, 2012)

Para o método de Aoki e Velloso (1975), Alves e Amadori (2012) propõem as seguintes equações:

$$E[Q_{b,n}] = \bar{Q}_{b,n} = \frac{A_b k_{AV}}{F1} \bar{N}_{b,n} \quad (1)$$

$$V[Q_{b,n}] = \left(\frac{A_b k_{AV}}{F1} \right)^2 V[N_{b,n}] \quad (2)$$

$$E[\Delta Q_{s,i}] = \Delta \bar{Q}_{s,i} = \frac{U \Delta L_i \alpha_{AV} k_{AV}}{F2} \bar{N}_i \quad (3)$$

$$V[\Delta Q_{s,i}] = \left(\frac{U \Delta L_i \alpha_{AV} k_{AV}}{F2} \right)^2 V[N_i] \quad (4)$$

Nas equações precedentes, as notações $E[x]$ e $\bar{x}$ se referem ao valor esperado (igual à média) de um dado parâmetro x ; o termo $V[x]$ se refere à variância de x . Os demais símbolos têm o seguinte significado: A_b é a área de ponta e U é o perímetro da estaca, α_{AV} e k_{AV} são coeficientes relacionados ao tipo de solo onde o trecho da estaca está imerso, $F1$ e $F2$ são fatores relacionados ao tipo da estaca, N_i é o valor do N_{SPT} medido na profundidade onde o trecho da estaca está localizado, e $N_{b,n}$ é a média entre o valor de N_{SPT} na profundidade da ponta (N_n), o valor imediatamente anterior (N_{n-1}), e o valor imediatamente posterior (N_{n+1}).

Admitindo, simplificadamente, que N_{n-1} , N_n e N_{n+1} sejam variáveis aleatórias estatisticamente independentes, pode-se escrever:

$$\bar{N}_{b,n} = E[N_{b,n}] = \frac{\bar{N}_{n-1} + \bar{N}_n + \bar{N}_{n+1}}{3} \quad (5)$$

$$V[N_{b,n}] = \left(\frac{1}{3} \right)^2 (V[N_{n-1}] + V[N_n] + V[N_{n+1}]) \quad (6)$$

Para o método de Décourt e Quaresma (1978), Alves e Amadori (2012) apresentam as seguintes equações:

$$E[Q_{b,n}] = Q_{b,n} = A_b \alpha_{DQ} k_{DQ} \bar{N}_{b,n} \quad (7)$$

$$V[Q_{b,n}] = (A_b \alpha_{DQ} k_{DQ})^2 V[N_{b,n}] \quad (8)$$

$$E[\Delta Q_{s,i}] = \bar{\Delta Q}_{s,i} = \frac{10 \beta_{DQ} U \Delta L}{3} \left[\frac{i}{(i-2)} (\bar{N}_{i-2} + 3) - \frac{2}{(i-2) \cdot (i-3)} \sum_{j=1}^{i-3} (\bar{N}_j + 3) \right] \quad (9)$$

$$V[\Delta Q_{s,i}] = \left(\frac{10 \beta_{DQ} U \Delta L}{3} \frac{i}{(i-2)} \right) V[N_{i-2}] + \sum_{j=1}^{i-3} \left[\left(\frac{10 \beta_{DQ} U \Delta L}{3} \frac{2}{(i-2)(i-3)} \right) V[N_j] \right] \quad (10)$$

onde k_{DQ} é um coeficiente relacionado ao tipo de solo, α_{DQ} e β_{DQ} são coeficientes relacionados ao tipo de solo e ao tipo de estaca, e j é um contador de somatório. Os demais símbolos têm o mesmo significado adotado no método de Aoki e Velloso.

Nos dois métodos de previsão, pode-se escrever para a capacidade de carga total $Q_{u,n}$:

$$E[Q_{u,n}] = \bar{Q}_{u,n} = \bar{Q}_{b,n} + \bar{Q}_{s,n} = \bar{Q}_{b,n} + \sum_{i=1}^n \bar{\Delta Q}_{s,i} = \mu_P \quad (11)$$

$$V[Q_{u,n}] = V[Q_{b,n}] + V[Q_{s,n}] = V[Q_{b,n}] + \sum_{i=1}^n V[\Delta Q_{s,i}] = \sigma_P^2 \quad (12)$$

onde $Q_{s,n}$ é a capacidade de carga por atrito lateral da estaca, μ_P representa o valor médio “a priori” da capacidade de carga e σ_P^2 é a variância (quadrado do desvio padrão) “a priori” da capacidade de carga, para uma dada região (área de influência). Na dedução das equações anteriores, admite-se por hipótese que $Q_{b,n}$ e $Q_{s,n}$ são variáveis aleatórias estatisticamente independentes entre si, e que as diversas parcelas de atrito $\Delta Q_{s,i}$ também são independentes entre si.

Com base em dados publicados da literatura técnica (Baecher e Christian, 2008), neste trabalho foi adotado um coeficiente de variação δ (razão entre desvio padrão e média) de 50% para os valores de N_{SPT} .

Uma vez que as fundações são constituídas por estacas de ponta aberta, admitiu-se por hipótese que as estacas não embucham durante a cravação. Assim, a capacidade de carga geotécnica é composta por uma parcela de ponta (correspondente à área anelar da seção transversal da estaca), uma parcela de atrito lateral externo, e uma parcela de atrito lateral interno (oriunda da coluna de solo posicionada no interior da estaca). O atrito lateral interno foi estimado a partir do atrito externo, considerando-se a diferença entre os perímetros interno e externo, e também um deslocamento da coluna interna de solo em relação à superfície do leito natural. A cota superior da coluna interna de solo foi considerada igual a -22 metros. Admitiu-se também que o atrito unitário interno da estaca é igual ao atrito unitário externo, conforme indicação de Velloso e Lopes (2010).

A cota de assentamento escolhida para a ponta das estacas foi aquela onde a capacidade de carga média era igual ou maior do que o dobro da maior carga aplicada em cada estaca, ou seja, maior ou igual a 6000 kN (buscando-se, assim, um Fator de Segurança igual ou superior a 2).

Os Quadros 1 e 2 apresentam os resultados da análise “a priori”, para os dois métodos de previsão adotados, em termos de elevação da ponta, média (μ_P), desvio padrão (σ_P) e coeficiente de variação (δ_P) da capacidade de carga estimada.

Quadro 1 – Parâmetros da distribuição “a priori” – Método de Aoki e Velloso.

Área de Influência	Elevação (m)	μ_P (kN)	σ_P (kN)	δ_P
S1A	-38,20	6131	515	8%
S2B	-38,20	6290	512	8%
S3B	-36,20	6031	523	9%
S4A	-34,20	6097	567	9%
S5	-39,20	6289	511	8%

Quadro 2 – Parâmetros da distribuição “a priori” – Método de Décourt e Quaresma.

Área de Influência	Elevação (m)	μ_P (kN)	σ_P (kN)	δ_P
S1A	-33,20	6126	866	14%
S2B	-32,20	6226	892	14%
S3B	-34,20	6336	906	14%
S4A	-31,20	6162	972	16%
S5	-34,20	6031	680	11%

Observa-se que o método de Décourt e Quaresma previu profundidades de assentamento ligeiramente menores do que o método de Aoki e Velloso (4,20 m, em média). Além disso, os resultados do método de Aoki e Velloso apresentaram coeficientes de variação entre 8% e 9% para a capacidade de carga, enquanto que o método de Décourt e Quaresma apresentou coeficientes de variação entre 11% e 16%.

4 – FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA

Na abordagem bayesiana, a função de verossimilhança deve descrever uma distribuição objetiva de probabilidades, ou seja, baseada em dados amostrais (experimentais). No presente estudo, a capacidade de carga das estacas será avaliada com base nas negas medidas ao final da cravação. Foram analisados os dados de 64 das 72 estacas de mar utilizadas na obra, devido à ausência dos boletins de cravação das demais estacas.

O procedimento para definição da função de verossimilhança, a partir das negas medidas, tem por base a proposta de Guttormsen (1987), adotada também por Cabral (2008). O procedimento se fundamenta na construção de curvas de cravabilidade, que são relações entre a resistência (estática) do solo à cravação (SRD, do inglês “soil resistance to driving”) e o inverso da nega (também chamado de número de golpes por metro, ou BCN, do inglês “blow count number”). Os métodos de construção de tais curvas dependem de parâmetros dinâmicos relativos à estaca, ao solo e ao martelo de cravação.

A variabilidade (incerteza) da resistência da estaca é avaliada através de três curvas de cravabilidade: uma curva construída com parâmetros médios (curva “esperada”), e duas outras

curvas construídas com os valores médios dos parâmetros somados ou subtraídos do seu respectivo desvio padrão, de maneira a formar uma curva “superior” e uma curva “inferior” de resistência, conforme mostrado na Figura 7.

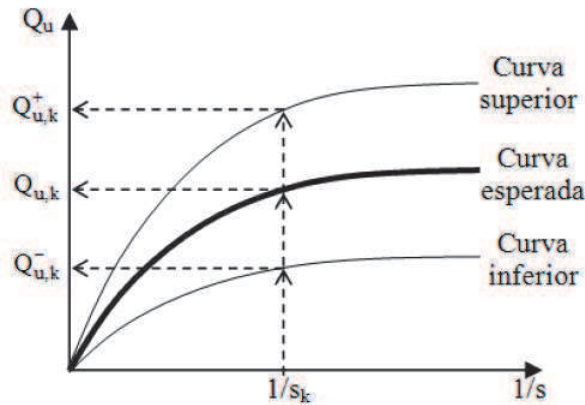


Fig. 7 – Curvas de capacidade versus o inverso da nega.

Foi utilizado neste trabalho um procedimento ligeiramente modificado em relação ao procedimento original de Guttormsen (1987). De acordo com o procedimento modificado, a partir dos valores de nega obtidos ao final da cravação, obtém-se, para cada estaca k , a sua capacidade de carga esperada ($Q_{u,k}$), a sua capacidade superior ($Q_{u,k}^+$) e a sua capacidade inferior ($Q_{u,k}^-$).

Chamando de m o número total de estacas em uma determinada área de influência, o valor médio da capacidade de carga estática (μ_L) será igual à média dos valores esperados da capacidade de carga de todas as estacas daquela área:

$$\mu_L = \frac{\sum_{k=1}^m Q_{u,k}}{m} \quad (13)$$

A variância da capacidade de carga em uma determinada área de influência (σ_L^2) será considerada igual à soma de duas variâncias parciais:

$$\sigma_L^2 = \sigma_{L,s}^2 + \sigma_{L,v}^2 \quad (14)$$

A parcela $\sigma_{L,s}^2$ é a variância espacial da capacidade de carga esperada, traduzida pela variabilidade das negas medidas na área de influência:

$$\sigma_{L,s}^2 = \frac{\sum_{k=1}^m (Q_{u,k} - \mu_L)^2}{m-1} \quad (15)$$

A parcela $\sigma_{L,v}^2$ é a variância paramétrica, relativa às incertezas dos parâmetros adotados na construção das curvas de resistência. O valor de $\sigma_{L,v(k)}^2$ de cada estaca é estimado da seguinte forma:

$$\sigma_{L,v(k)}^2 = \left(\frac{Q_{u,k}^+ - Q_{u,k}^-}{2} \right)^2 \quad (16)$$

O valor de $\sigma_{L,v}^2$ de uma área de influência será igual ao valor médio de $\sigma_{L,v(k)}^2$ relativo a todas as estacas situadas naquela área.

Há duas formas possíveis para construção das curvas de cravabilidade: através de simulações baseadas na teoria de propagação de ondas em estacas (método mais preciso), ou através de fórmulas dinâmicas (método aproximado, sujeito a maiores incertezas). No presente trabalho, por simplificação, foi utilizada a fórmula dinâmica atribuída a Weisbach (Jumikis, 1971):

$$Q_d = \frac{2 e_H W h}{s + \sqrt{s^2 + 2 e_H W h \frac{L}{EA}}} \quad (17)$$

onde Q_d é a resistência (dinâmica) mobilizada ao final da cravação, e_H é a eficiência do martelo de cravação, W é o peso do martelo, h é a altura de queda do martelo, s é a carga estática, L é o comprimento da estaca, E é o módulo de elasticidade do material que compõe a estaca, e A é a área da seção transversal da estaca.

Neste estudo, a fórmula original de Weisbach sofreu uma alteração, substituindo-se o comprimento real L pelo comprimento equivalente L^* . O comprimento equivalente representa o encurtamento elástico da estaca, levando em conta a transferência de carga por atrito ao longo do seu comprimento. De uma forma geral, pode-se representar o comprimento equivalente como:

$$L^* = \alpha \cdot L \quad (18)$$

sendo α um fator de proporcionalidade, função do mecanismo de transferência de carga da estaca. Este valor pode variar entre 0,5 (estaca sem transferência de carga pela ponta) até 1,0 (estaca sem transferência de carga por atrito).

Além disso, a transformação da resistência dinâmica ao final da cravação (Q_d) em uma capacidade de carga estática de longo prazo (Q_u) é realizada através de um fator de correção. Este fator de correção é entendido como sendo a razão entre um fator de crescimento da capacidade de carga com o tempo ("set-up"), FT , e um fator de amplificação dinâmica FD , que representa a relação entre as resistências mobilizadas na estaca por uma ação dinâmica e por uma ação estática.

Assim, a fórmula modificada de Weisbach fica:

$$Q_u = \frac{2 e_H W h}{s + \sqrt{s^2 + 2 e_H W h \frac{\alpha L}{E A}}} \frac{FT}{FD} \quad (19)$$

Os parâmetros considerados determinísticos na análise foram o peso do martelo (W), a área da estaca (A), o módulo de elasticidade do material da (E) e o parâmetro α (estimado com base em resultados de ensaios de carregamento dinâmico realizados em estacas da obra). No Quadro 3 são mostrados os valores adotados para estes parâmetros.

Quadro 3 – Parâmetros determinísticos adotados na fórmula dinâmica.

Parâmetro	Valor
W (kN)	42,27
A (m ²)	0,021
E (kN/m ²)	21 x 10 ⁷
α	0,5675

O comprimento L das estacas também foi considerado um parâmetro determinístico, calculado em cada estaca com base nas cotas de topo e ponta registrados durante a cravação.

Os parâmetros considerados aleatórios na análise foram a altura de queda do martelo (h), a eficiência do martelo (e_H), e os fatores de correção FT e FD. A altura de queda foi considerada aleatória, uma vez que não foi registrada com precisão nos registros de cravação, talvez por se tratar de um martelo diesel. No Quadro 4 são mostrados os valores máximo e mínimo concebíveis para cada parâmetro. A avaliação da faixa de variação concebível para cada parâmetro deve ser baseada em dados técnicos disponíveis e em um cuidadoso julgamento de engenharia.

Quadro 4 – Parâmetros aleatórios adotados na fórmula dinâmica.

Parâmetro	Faixa de variação	
	Mínimo	Máximo
h (m)	1,50	2,50
e_H	0,65	0,75
FT	1,80	2,20
FD	1,26	1,54

O valor médio dos parâmetros aleatórios foi obtido pela média aritmética entre os valores extremos concebíveis (máximo e mínimo). Já o desvio padrão dos parâmetros aleatórios foi estimado a partir da faixa de variação concebível (subtração entre o valor máximo e o valor mínimo). Adotou-se a “regra dos 3- σ ”, baseada no fato de que 99,73% de todos os valores de um parâmetro aleatório normalmente distribuído recaem ao redor de três desvios padrão do valor médio. Assim, em princípio, o desvio padrão de um parâmetro poderia ser estimado dividindo a faixa de variação por 6. Porém, são reportadas na literatura situações em que a divisão da faixa de variação por 6 conduz a subestimativas do desvio padrão. Assim, no presente estudo, adotou-se a divisão da faixa de variação por 4, conforme sugestão de Duncan (2001).

No Quadro 5 são mostrados os parâmetros da função de verossimilhança obtidos em cada área de influência, incluindo-se aí as elevações médias efetivamente alcançadas na cravação das estacas.

Quadro 5 – Parâmetros da função de verossimilhança.

Área de Influência	Elevação média (m)	μ_L (kN)	σ_L (kN)	δ_L
S1A	-38,72	6138	1121	18%
S2B	-41,28	6109	1122	18%
S3B	-40,23	6077	1119	18%
S4A	-37,03	6220	1149	18%
S5	-37,71	6341	1171	18%

É possível observar que as capacidades médias obtidas através da função de verossimilhança foram bastante próximas das previstas nas estimativas “a priori”. As profundidades alcançadas ficaram mais próximas daquelas previstas pelo método de Aoki e Velloso (1975). A dispersão da função de verossimilhança (representada pelo seu desvio padrão) foi maior do que a dispersão das

funções “a priori”. É de se salientar que a incerteza considerada na altura de queda do martelo ocasionou forte aumento no desvio padrão da função de verossimilhança (acréscimo em torno de 5% no coeficiente de variação).

5 – ESTIMATIVA DE CAPACIDADE DE CARGA “A POSTERIORI”

A estimativa de capacidade de carga “a posteriori” das estacas, através do Teorema de Bayes, combina as estimativas “a priori” (as quais representam as previsões da capacidade de carga das estacas, obtidas a partir dos métodos semi-empíricos), com a função de verossimilhança (obtida a partir dos resultados medidos durante e após a cravação das estacas). Assim, através da aplicação do Teorema de Bayes, a capacidade de carga das estacas é atualizada.

Guttormsen (1987) apresenta as equações para atualização bayesiana da capacidade de carga de estacas, admitindo normalidade e independência entre as distribuições de probabilidade “a priori” e a função de verossimilhança:

$$\mu_U = \frac{\sigma_L^2 \mu_P + \sigma_P^2 \mu_L}{\sigma_L^2 + \sigma_P^2} \quad (20)$$

$$\sigma_U^2 = \frac{\sigma_L^2 \sigma_P^2}{\sigma_L^2 + \sigma_P^2} \quad (21)$$

onde μ_U é o valor médio atualizado, σ_U^2 é a variância atualizada da capacidade de carga estática das estacas, e os demais parâmetros já descritos anteriormente.

Guttormsen (1987) também propõe um “indicador de falha”, que tem por objetivo avaliar a eficiência da atualização efetuada. O indicador é calculado como segue:

$$F = \frac{\mu_L - \mu_P}{\sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_P^2}} \quad (22)$$

De acordo com Guttormsen (1987), um valor de F (em módulo) menor do que 1,5 indica uma atualização satisfatória da resistência oferecida durante a cravação. Valores superiores indicam que as duas curvas de distribuição probabilística (a priori e verossimilhança) são muito diferentes entre si, o que pode indicar um erro de avaliação em uma delas.

Nos Quadros 6 e 7 encontram-se os resultados atualizados de capacidade de carga, adotando a estimativa “a priori” prevista pelos métodos de Aoki e Velloso e Décourt e Quaresma, respectivamente.

Quadro 6 – Parâmetros da distribuição “a posteriori” – Método de Aoki e Velloso.

Área de Influência	μ_U (kN)	σ_U (kN)	δ_U	F
S1A	6133	468	8%	0,01
S2B	6258	465	7%	-0,15
S3B	6040	474	8%	0,04
S4A	6121	509	8%	0,10
S5	6297	469	7%	0,04

Os resultados da atualização foram satisfatórios, de acordo com o critério de Guttormsen (1987). Nota-se uma redução geral nas dispersões das capacidades atualizadas, em relação às dispersões observadas nas estimativas “a priori” e na função de verossimilhança, o que caracteriza uma redução na incerteza pelo acréscimo de informações decorrente da combinação das estimativas subjetivas com as observações de campo.

Quadro 7 – Parâmetros da distribuição “a posteriori” – Método de Décourt e Quaresma.

Área de Influência	μ_U (kN)	σ_U (kN)	δ_U	F
S1A	6130	685	11%	0,01
S2B	6180	698	11%	-0,08
S3B	6233	704	11%	-0,18
S4A	6186	742	12%	0,04
S5	6110	588	10%	0,23

No Quadro 8 são mostrados resultados de Ensaios de Carregamento Dinâmico (ECD), realizados com alturas de queda crescentes, em algumas das estacas da obra.

Quadro 8 – Resultados de Ensaios de Carregamento Dinâmico (ECD).

Estaca	Tempo de repouso (dias)	Q_{mob} (kN)	Parcela de atrito (%)
E1 (Módulo 1)	62	5091	84%
E2 (Módulo 1)	56	5500	92%
E1 (Módulo 3)	23	5821	91%
E2 (Módulo 3)	23	5950	79%
E12 (Módulo 5)	68	4660	75%
E1 (Módulo 6)	69	6000	84%

Os valores de capacidade de carga mobilizada (Q_{mob}) nos ensaios estão na ordem de grandeza dos valores previstos “a priori” e estimados a partir das negas medidas. Cabe ressaltar que as capacidades de carga são ditas “mobilizadas”, uma vez que a energia de impacto do martelo durante o ensaio pode não ser suficiente para despertar a capacidade de carga total das estacas.

6 – ANÁLISE DAS CARGAS SOBRE AS ESTACAS

Conforme o memorial de cálculo estrutural, as estacas da obra devem receber em seu topo uma carga característica de compressão (F_k) igual a 3000 kN, oriunda da combinação mais desfavorável das solicitações relativas à ação do vento, correntes, ondas, atracação, amarração, sobrecargas acidentais e peso próprio sobre o cais.

Na falta de dados probabilísticos mais exatos sobre os carregamentos, para este estudo foram adotados três diferentes valores para o coeficiente de variação (δ_D) da carga característica: 10%, 15% e 20%. No Quadro 9 são mostrados os resultados dos parâmetros probabilísticos considerados em cada análise, em termos de média (μ_D) e desvio padrão (σ_D) das solicitações sobre as estacas.

Quadro 9 – Parâmetros probabilísticos adotados para as solicitações sobre as estacas.

δ_D	μ_D (kN)	σ_D (kN)
10%	3000	300
15%	3000	450
20%	3000	600

7 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

O índice de confiabilidade (β) é o parâmetro que representa a probabilidade de falha de um elemento de fundação. Para avaliar a confiabilidade quanto à capacidade de carga geotécnica dos elementos de fundações, foi calculado o índice de confiabilidade (β), a probabilidade de falha (p_f) e o fator de segurança (FS). Os cálculos foram baseados nos resultados de capacidade de carga “a priori” e “a posteriori” e na análise das cargas sobre as estacas, conforme já descrito anteriormente.

O índice de confiabilidade é determinado através da seguinte equação, válida para distribuições normais de capacidade e de demanda (Harr, 1987):

$$\beta = \frac{\mu_C - \mu_D}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2 - 2 \rho_{CD} \sigma_C \sigma_D}} \quad (23)$$

onde μ_C é a média da capacidade de carga das estacas, μ_D é a média da demanda (solicitação) sobre as estacas, σ_C^2 é a variância da capacidade, σ_D^2 é a variância da demanda (solicitação) e ρ_{CD} é o coeficiente de correlação entre capacidade e demanda.

Neste estudo o coeficiente de correlação entre a capacidade e a demanda foi considerado igual a zero. A probabilidade de falha pode ser obtida a partir da seguinte equação (Cintra e Aoki, 2010):

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_d(D) F_c(D) dD \quad (24)$$

onde p_f é a probabilidade de falha do elemento de fundação, $f_d(D)$ é a função densidade de probabilidade da demanda; e $F_c(D)$ é a distribuição acumulada de $f_c(C)$, condicionada por valores da função $f_d(D)$.

O Fator de Segurança foi determinado através da seguinte equação:

$$FS = \frac{\mu_C}{\mu_D} \quad (25)$$

No Quadro 10 são apresentados os fatores de segurança globais obtidos nas análises “a priori” e “a posteriori”. De modo geral, pode-se observar no Quadro 10, que os fatores de segurança obtidos na análise não sofreram grandes efeitos com atualização da capacidade de carga das estacas. Também vale ressaltar que os fatores de segurança globais atingiram em todas as áreas de influência valores superiores a 2.

A seguir são apresentadas as avaliações de confiabilidade geotécnica do estaqueamento, para as análises “a priori” e “a posteriori”.

Quadro 10 – Fatores de segurança obtidos nas análises “a priori” e “a posteriori”

Área de influência	FS “a priori”		FS “a posteriori”	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	2,04	2,04	2,04	2,04
S2B	2,10	2,08	2,09	2,06
S3B	2,01	2,11	2,01	2,08
S4A	2,03	2,05	2,04	2,06
S5	2,10	2,01	2,10	2,04

7.1 – Confiabilidade “a priori”

Nos Quadros 11, 12 e 13 são apresentados os resultados obtidos na análise de confiabilidade “a priori”, para três valores de coeficiente de variação das solicitações (10%, 15% e 20%).

Quadro 11 – Índices de confiabilidade “a priori” para $\delta_D = 10\%$.

Área de influência	$\delta_D = 10\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	5,26	3,41
S2B	5,55	3,43
S3B	5,03	3,50
S4A	4,83	3,11
S5	5,55	4,08

Quadro 12 – Índices de confiabilidade “a priori” para $\delta_D = 15\%$.

Área de influência	$\delta_D = 15\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	4,58	3,20
S2B	4,83	3,23
S3B	4,40	3,30
S4A	4,28	2,95
S5	4,83	3,72

Quadro 13 – Índices de confiabilidade “a priori” para $\delta_D = 20\%$.

Área de influência	$\delta_D = 20\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	3,96	2,97
S2B	4,17	3,00
S3B	3,81	3,07
S4A	3,75	2,77
S5	4,17	3,34

Nos gráficos das Figuras 8 e 9 são mostrados os resultados de índice de confiabilidade em função dos coeficientes de variação das solicitações, para os dois métodos de previsão adotados e para as cinco áreas de influência. De modo geral pode-se observar que para os dois métodos de previsão (Aoki e Velloso e Décourt e Quaresma), o aumento do coeficiente de variação das solicitações ocasiona redução nos valores do índice de confiabilidade (β) em todas as áreas estudadas, como esperado.

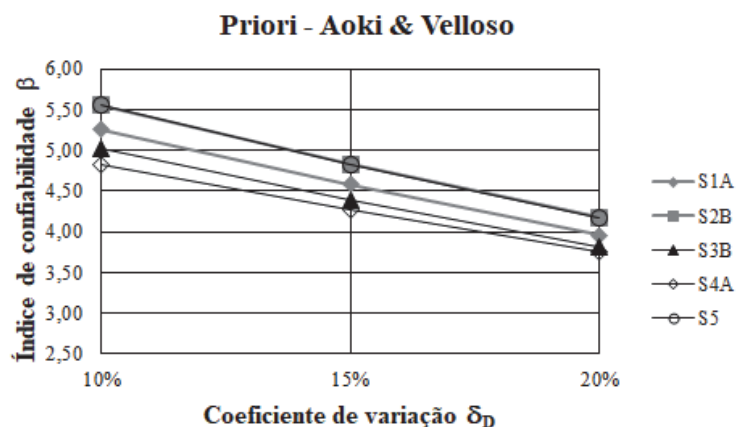


Fig. 8 – Índice de confiabilidade “a priori” (β) versus coeficiente de variação (δ_D), para o método de Aoki e Velloso.

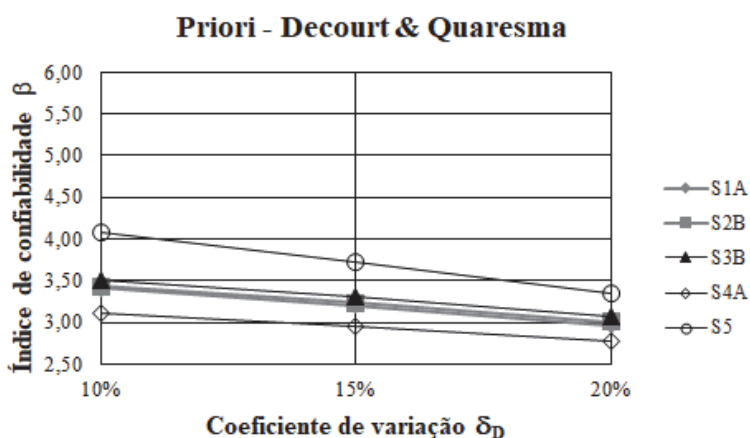


Fig. 9 – Índice de confiabilidade “a priori” (β) versus coeficiente de variação (δ_D), para o método de Décourt e Quaresma.

Segundo Aoki (2002), em Engenharia de Fundações são considerados satisfatórios índices de confiabilidade superiores a 3,09, que representam probabilidades de ruína inferiores a 1/1000. O método de Aoki e Velloso apresentou em todas as áreas de influência índices de confiabilidade superiores a 3,09. Já o método de Décourt e Quaresma apresentou índices de confiabilidade ligeiramente inferiores a 3,09 para δ_D igual a 15% (área de influência S4A) e para δ_D igual a 20% (áreas de influência S1A, S2B, S3B e S4A).

7.2 – Confiabilidade “a posteriori”

Os resultados obtidos na análise de confiabilidade “a posteriori” são apresentados nos Quadros 14, 15 e 16, nos quais são mostrados os valores do índice de confiabilidade (β), para os três valores de coeficiente de variação das solicitações adotados.

A seguir são apresentados os gráficos das Figuras 10 e 11, os quais traduzem os resultados de confiabilidade “a posteriori”, considerando os três valores de coeficientes de correlação (δ_D) adotados. Como já observado na análise “a priori”, o aumento do coeficiente de variação δ_D das solicitações reduz os índices de confiabilidade, como esperado. Todos os índices de confiabilidade ficaram acima de 3,09, valor considerado aceitável na Engenharia de Fundações (Aoki, 2002).

Quadro 14 – Índices de confiabilidade “a posteriori” para $\delta_D = 10\%$.

Área de influência	$\delta_D = 10\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	5,64	4,18
S2B	5,88	4,19
S3B	5,42	4,23
S4A	5,29	3,98
S5	5,93	4,71

Quadro 15 – Índices de confiabilidade “a posteriori” para $\delta_D = 15\%$.

Área de influência	$\delta_D = 15\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	4,83	3,82
S2B	5,03	3,83
S3B	4,65	3,87
S4A	4,60	3,67
S5	5,07	4,20

Quadro 16 – Índices de confiabilidade “a posteriori” para $\delta_D = 20\%$.

Área de influência	$\delta_D = 20\%$	
	Aoki e Velloso	Décourt e Quaresma
S1A	4,12	3,44
S2B	4,29	3,46
S3B	3,98	3,50
S4A	3,97	3,34
S5	4,33	3,70

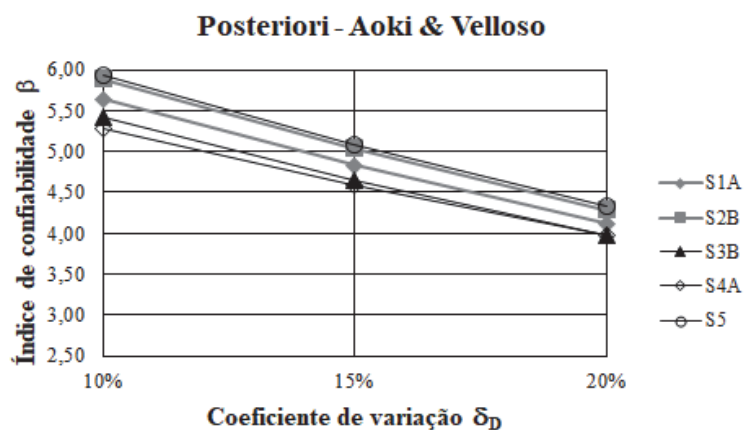


Fig. 10 – Índice de confiabilidade “a posteriori” (β) versus Coeficiente de variação (δ_D), para o método de Aoki e Velloso.

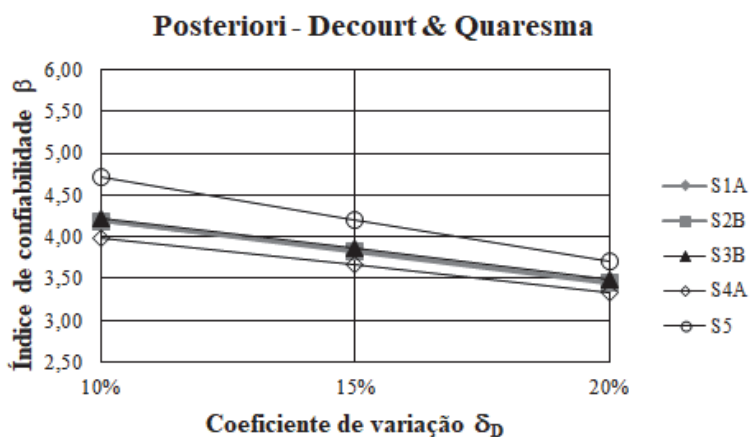


Fig. 11 – Índice de confiabilidade “a posteriori” (β) versus Coeficiente de variação (δ_D), para o método de Décourt e Quaresma.

Nota-se um aumento geral nos índices de confiabilidade “a posteriori”, em relação aos valores obtidos na análise “a priori”. Isto traduz matematicamente o ganho de confiabilidade alcançado pela introdução das medições de campo à análise, através da atualização bayesana das previsões de capacidade de carga.

8 – CONCLUSÃO

Neste estudo aplicou-se a teoria bayesiana para a atualização da capacidade de carga das estacas do cais do Porto Novo de Rio Grande (RS). Os resultados apresentados no estudo indicam que é possível uma atualização satisfatória combinando a estimativa “a priori” com resultados de medições, através de uma função de verossimilhança, permitindo assim a redução da incerteza em relação aos valores da capacidade de carga.

A comparação entre as curvas de distribuição probabilística de capacidade e demanda (solicitações) indica índices de confiabilidade satisfatórios em relação à capacidade geotécnica das estacas, no caso de obra estudado. Pode-se destacar que os índices de confiabilidade “a posteriori” tiveram um aumento significativo em relação aos índices de confiabilidade “a priori”,

corroborando a redução na incerteza ocasionada pela inclusão dos dados de cravação das estacas na análise.

O presente estudo aponta para a importância fundamental do estudo da confiabilidade para uma correta avaliação da segurança de qualquer obra de engenharia, bem como ressalta a importância do monitoramento de desempenho das obras geotécnicas para uma correta avaliação de riscos.

9 – AGRADECIMENTOS

O terceiro autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) do Brasil o apoio recebido para o desenvolvimento desta pesquisa.

10 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2010). *Projeto e Execução de Fundações, NBR 6122*. Rio de Janeiro, 91 p.
- Alves, A. M. L.; Amadori, T. (2012). *Variância Estatística Associada a Métodos Semi-empíricos para Estimativa da Capacidade de Carga de Estacas*. Teoria e Prática na Engenharia Civil, No. 20, p. 61-67 (http://www.editoradunas.com.br/revistatpec/Art7_N20.pdf).
- Amadori, T. (2013). *Análise de Confiabilidade das Fundações da Obra de Ampliação do Cais do Terminal de Contêineres do Porto de Rio Grande (RS) Aplicando Metodologia Bayesiana*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal de Rio Grande, 155 p.
- Aoki, N.; Velloso, D.A. (1975). *An Approximate Method to Estimate the Bearing Capacity of Piles*. Congresso Panamericano de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Buenos Aires, Vol. 1, p. 367-376.
- Aoki, N. (2002). *Probabilidade de Falha e Carga Admissível de Fundação por Estacas*. Revista Militar de Ciência e Tecnologia, Vol. XIX, p. 48-64.
- Baecher, G. B.; Christian, J. T. (2008). *Spatial Variability and Geotechnical Reliability*. In: Reliability-based design in Geotechnical Engineering, Kok-Kwang Phoon (Ed.), Taylor & Francis, pp. 76-133.
- Baecher, G. B.; Rackwitz, R. (1982). *Factors of Safety and Pile Load Tests*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 6, No. 4, p. 409-424.
- Benegas, E. Q. (1993). *Previsões para a Curva Carga-Recalque de Estacas a partir de SPT*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 93 p.
- Cabral, E. V. (2008). *Contribuição à Confiabilidade de Estacas Cravadas através de um Estudo de Caso com Aplicação da Teoria Bayesiana*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 136 p.
- Cintra, J. C. A.; Aoki, N. (2010). *Fundações por Estacas – Projeto Geotécnico*. Oficina de Textos, São Paulo.
- Décourt, L.; Albiero, J. H.; Cintra, J. C. A. (1999). *Análise e Projeto de Fundações Profundas*. In: Fundações Teoria e Prática, 2ª. Ed., Capítulo 8, Editora Pini, São Paulo, 751p.

- Décourt, L.; Quaresma Filho, A. R. (1978). *Capacidade de Carga a partir de valores de SPT*. VI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Rio de Janeiro, Vol. 1, p. 45–53.
- De Mello, V. F. B. (2002). *Reconstruindo as Bases para a Geotecnia Prática Comparativa Difundindo Estatística-Probabilidades (EP) Simples e Convidativas para Tudo*. XII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, São Paulo, p. 1271–1294.
- Duncan, J. M. (2000). *Factor of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 4, p. 307–316.
- Duncan, J. M. (2001). *Closure on “Factor of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering”*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 127, No. 8, p. 717–721.
- Guttormsen, T. R. (1987). *Uncertainty in Offshore Geotechnical Engineering*. Application of Bayesian Theory to Pile Driving Predictions, Research Report Societe Nationale Elf Aquitaine, NGI Report 85307-9.
- Hachich, W. (1998). *Modelos Matemáticos e Probabilistas em Engenharia Geotécnica – Uma Sistematização em Forma de Sonata*. Tese de Livre Docência, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Harr, M. E. (1987). *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill, New York.
- Jumikis, A. R. (1971). *Foundation Engineering*. Intext Educational Publishers, New York.
- Kay, J. N. (1976). *Safety Factor Evaluation of Single Piles in Sand*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 92, No. 1, p. 1-39.
- Kay, J. N. (1977). *Factor of Safety for Piles in Cohesive Soils*. 9th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, Vol. 1, p. 587-592.
- Lacasse, S.; Guttormsen, T. R.; Goulois, A. (1990). *Bayesian Updating of Axial Capacity of Single Pile*. 5th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'89), ASCE, p. 287-290.
- Lacasse, S.; Nadim, F. (1998). *Risk and Reliability in Geotechnical Engineering*. 4th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, St. Louis, p. 1172-1192.
- Laprovitera, H. (1988). *Reavaliação de Método Semi-empírico de Previsão da Capacidade de Carga de Estacas a partir de Banco de Dados*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 231 p.
- Lobo, B. O. (2003). *Verificação de Desempenho das Fundações da Obra de Modernização de um Cais de Gravidade*. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande, 161 p.
- Luzzardi, F. J. A. (2015). *Análise de Confiabilidade das Fundações do Cais do Estaleiro Honório Bicalho no Porto de Rio Grande (RS) Aplicando Metodologia Bayesiana*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, 134 p.
- Magalhães, F. C. (2011). *Análise das Fundações da Obra de Modernização do Cais do Porto Novo de Rio Grande (RS) Aplicando Metodologia Bayesiana*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, 162 p.

- Santos, M. S. (2007). *Inferência Bayesiana na Avaliação da Segurança de Fundações em Estacas de Deslocamento*. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 157 p.
- Sidi, I. D.; Tang, W. H. (1987). *Updating Friction Pile Capacity in Clay*. 5th International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Vancouver, p. 938-945.
- Sugai, M.; Matsuo, M. (1993). *The Control of Steel Pipe Pile Driving Based on Reliability Analysis of Bearing Capacity Estimation*. Soils and Foundations, Vol. 33, No. 3, p. 40-53.
- Velloso, D. A.; Lopes, F. R. (2010). *Fundações*. Vol. 2, Oficina de Textos, São Paulo.
- Zhang, L.; Tang, W. H. (2002). *Use of Load Tests for Reducing Pile Length*. An International Perspective on Theory, Design, Construction, and Performance, Geotechnical Special Publication No. 116, p. 993-1005.