SEGURANÇA E CONFIABILIDADE EM ESTRUTURAS DE CONTENÇÃO: ESTUDO DE CASO

Safety and Reliability of Retaining Wall: Case Study

Rinaldo Garcia Ramirez* Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis**

RESUMO – Neste trabalho pretende-se mostrar que uma abordagem probabilística, através de cálculos de confiabilidade, fornece um meio de avaliar os efeitos combinados das incertezas e ainda permite distinguir quais incertezas têm maior impacto sobre a segurança de uma estrutura de contenção. Para tal, desenvolveu-se um estudo de caso de uma estrutura de contenção provisória destinada a dois subsolos onde aplicou-se a análise de confiabilidade através do método proposto pelo Army Corps of Engineers (1997). Como resultado, observou-se que a estrutura analisada tem um alto nível de desempenho ao comparar os valores de índice de confiabilidade fornecidos pelo U.S. Army Corps of Engineers e Eurocode. Conclui-se que a análise de confiabilidade, analisada pelo método proposto pelo Army Corps of Engineers (1997), é um procedimento simples e que sua aplicação proporciona um meio de avaliar os efeitos combinados dos parâmetros envolvidos no cálculo do fator de segurança, permitindo ainda uma visualização da influência de cada um desses parâmetros.

SYNOPSIS – This paper aims to show that a probabilistic approach, through reliability calculations, provides a means of assessing the combined effects of uncertainty and allows to distinguish which uncertainty has greater impact on the security of a containment structure. To this end, we developed a case study of a temporary containment structure to two basements where reliability analysis applied by the method proposed by the Army Corps of Engineers (1997). As a result, it was observed that the analyzed structure has a high level of performance by comparing the reliability index values supplied by the U.S. Army Corps of Engineers and Eurocode. It is concluded that the reliability analysis, analyzed by the method proposed by the Army Corps of Engineers (1997), is a simple procedure and that their implementation provides a means of assessing the combined effects of the parameters involved in the calculation of the safety factor, even allowing a view of the influence of each parameter.

PALAVRAS CHAVE - Confiabilidade, segurança, contenções.

KEYWORDS - Reliability, safety, retaining walls.

1 – INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas a aplicação de fatores de segurança globais tem sido uma prática comum. O desenvolvimento de novos materiais e o aumento da preocupação com a aplicação segura destes materiais levou ao desenvolvimento do conceito dos fatores de segurança parciais e, no início do século 20, o aperfeiçoamento dos sistemas construtivos conduziu ao desenvolvimento de fatores de segurança independentes de materiais e ações.

^{*} Engenheiro Civil, Universidade Estadual de Maringá-UEM, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil-PCV, ramirez@ramirez.eng.br

^{**} Professor Dr., Universidade Estadual de Maringá-UEM, Departamento de Engenharia Civil-DEC, jhcreis@uem.br

O conceito de coeficiente de segurança global consiste na redução da capacidade resistente correspondente ao estado limite último de equilíbrio calculado a partir de valores "característicos" dos parâmetros de resistência do solo, de modo que seja obtida uma margem de segurança em relação a ruptura e, ainda, não exista uma deformação excessiva relacionada a superestrutura (Estado Limite de Serviço).

Os fatores globais de segurança para diferentes problemas geotécnicos estão resumidos na Tabela 1. Esses valores propostos por Terzaghi e Peck (1948) não levam em conta a variabilidade das propriedades do solo ou conhecimento adicional sobre o solo, ou seja, o mesmo valor do fator de segurança é frequentemente aplicado às condições que envolvem graus muito diferentes de incerteza.

Cargas	FS
Obras de terra	1,3 – 1,5
Estruturas de contenção	1,5 - 2,0
Escavações, fundações	2,0-3,0
Subpressão	1,5 - 2,0
Piping (erosão interna)	2,0-3,0
Provas de carga	1,5 – 2,0
Formulas dinâmicas	3,0

Tabela 1 - Fatores de Segurança Globais para Engenharia Geotécnica propostos por Terzaghi e Peck (1948).

Nota: FS- Faixa de Fator de Segurança Global recomendado.

Já o conceito dos coeficientes de segurança parciais envolve a aplicação apropriada de coeficientes de segurança sobre cada parâmetro de material e ação envolvido no dimensionamento a fim de estatisticamente dar base aos valores característicos dos parâmetros e, assim, obter os valores de projeto com sua consequente utilização nos modelos de cálculo relevantes a fim de verificar-se que a estrutura tem a segurança exigida, ou seja, que nem um limite de utilização será ultrapassado durante um determinado período de referência.

Entretanto, é importante ressaltar que, mesmo que existam dados suficientes para se desenvolver um projeto geotécnico, a capacidade de previsão é sempre limitada.

Para Velloso e Lopes (2011) e Gusmão Filho (2006) as incertezas têm início com as investigações geotécnicas. É praticamente impossível ter-se um conhecimento completo do subsolo sobre o qual vai realizar-se uma construção. Portanto, deve-se prever uma margem de segurança para levar em conta eventuais descontinuidades nas camadas reveladas pelas sondagens, tais como lentes de material menos resistentes. Os parâmetros de resistência e compressibilidade dos solos, sejam determinados em ensaios de laboratório ou a partir de correlações empíricas de ensaios de campo, também apresentam erros que devem ser cobertos por uma margem de segurança. As próprias cargas para as quais se projetam as obras geotécnicas possuem erros que devem ser considerados pela margem de segurança. Por fim, a margem de segurança deve levar em conta as imperfeições da execução das obras geotécnicas que podem, mediante fiscalização, serem reduzidas, porém nunca totalmente eliminadas.

Logo, pode-se observar que um projeto geotécnico é influenciado por diversas incertezas e o engenheiro deve aprender a lidar com elas através dos fatores de segurança (globais ou parciais) e, como complemento, uma ferramenta auxiliar, a análise de confiabiliadade.

Phoon (2008) destaca que uma vez que os modelos de cálculo geotécnico adotam simplificações, é possível melhorar os resultados obtidos através das calibrações dos modelos empíricos. Fatores de modelo, definidos como a razão entre a resposta medida para a resposta calculada, normalmente são utilizados para corrigir as simplificações em modelos de cálculo. É evidente que um parâmetro geotécnico (propriedade do solo ou do fator de modelo) pode apresentar um intervalo de valores, que podem ocorrer com frequências desiguais.

Phoon *et al.* (1995) desenvolveram um extenso estudo de calibração onde verificaram três faixas de variabilidade das propriedades do solo (baixa, média e alta), conforme apresentado na Tabela 2.

Parâmetro Geotécnico	Faixas de Variabilidade	COV (%)
Resistência não drenada (Undrained shear strength)	baixa	10 - 30
	média	30 - 50
	alta	50 - 70
Ângulo de cisalhamento interno efetivo (Effective stress friction angle)	baixa	5 - 10
	média	10 - 15
	alta	15 - 20
Coeficiente de tensão horizontal (horizontal stress coeficiente)	baixa	30 - 50
	média	50 - 70
	alta	70 – 90

Tabela 2 – Variabilidade de parâmetros Geotécnicos.

Nota: Adaptado de Phoon *et al.* (1995)

A prática existente de selecionar um valor característico com 5% de limite de exclusão é atraente para os profissionais, porque os cálculos de projeto podem ser realizados facilmente usando apenas um conjunto de valores de entrada. No entanto, esta simplicidade é enganadora. A escolha dos valores característicos afeta claramente a segurança geral do projeto, e não há meios simples de garantir que os valores selecionados irão atingir um nível consistente de segurança.

A análise de confiabilidade, apesar de seu potencial, não tem sido muito usada na prática rotineira das obras geotécnicas. Como principais razões para isso, nota-se:

- a análise da confiabilidade envolve termos e conceitos com os quais a maioria dos engenheiros geotécnicos não estão familiarizados;
- a maioria dos engenheiros acredita que o uso de análise da confiabilidade exigiria mais dados, tempo e esforço do que estão disponíveis na maioria das circunstâncias.

Entretanto, segundo Duncan (2000) é possível desenvolver uma análise de confiabilidade utilizando-se os mesmos dados utilizados no dimensionamento, necessitando-se para tal apenas desenvolver um tratamento estatístico adequado. Quanto ao tempo e esforços extras dispendidos nesse processo, com certeza serão menores do que os recursos financeiros e horas técnicas dispensadas no caso de um eventual sinistro.

Desta forma, neste trabalho, pretende-se mostrar que uma abordagem probabilística, através de cálculos de confiabilidade, fornece um meio de avaliar os efeitos combinados das incertezas, e um meio de distinguir quais incertezas têm um impacto maior na segurança da obra.

2 – ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

A análise de confiabilidade é caracterizada por um parâmetro definido como índice de confiabilidade (β).

Sendo a resistência (R) e a solicitação (S) variáveis de base, pode-se escrever que (Fig. 1):

$$Z_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \tag{1}$$

$$Z_s = \frac{R - \mu_s}{\sigma_s} \tag{2}$$

em que:

• μ_R – Resistência média;

• μ_s – Solicitação média;

- σ_R desvio padrão da resistência;
- σ_s desvio padrão da solicitação;



Fig. 1 – Curvas de densidade de probabilidade de resistência e solicitação. (Fonte: Cintra e Aoki (2010))

As variáveis Z_R e Z_S são chamadas de variáveis reduzidas. Rearranjando-se as Equações 1 e 2, *R* e *S* podem ser expressas em termos de variáveis reduzidas como:

$$R = \mu_R + Z_R \cdot \sigma_R \tag{3}$$

$$Q = \mu_{Q} + Z_{Q} \cdot \sigma_{Q} \tag{4}$$

A função estado limite f(R,Q) = R - Q pode ser expressa em termos das variáveis reduzidas utilizando as Equações 3 e 4. O resultado é:

$$f(Z_R, Z_Q) = \mu_R + Z_R \cdot \sigma_R - \mu_Q - Z_Q \cdot \sigma_Q = (\mu_R - \mu_Q) + Z_R \cdot \sigma_R - Z_Q \cdot \sigma_Q$$
(5)

Para qualquer valor específico de $f(Z_R, Z_Q)$ a Equação 5 representa uma linha reta nas variáveis espaço reduzido Z_R e Z_Q a linha correspondente a $f(Z_R, Z_Q) = 0$ separa o domínio seguro e domínio de falha no espaço de variáveis reduzidas (Fig. 2).



Fig. 2 – Função Margem de Segurança (Fonte: Cintra e Aoki (2010))

No caso de distribuição normal a confiabilidade pode ser escrita como:

$$\beta = \frac{1 - (1/FS)}{\sqrt{COV_R^2 + (1/FS)^2 . COV_S^2}}$$
(6)

em que:

- FS fator de segurança;
- *COV_R* coeficiente de variação da resistência;
- *COV_s* coeficiente de variação solicitação.

Onde o COV_R e COV_S podem ser calculados como:

$$COV_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R} e COV_S = \frac{\sigma_S}{\mu_S}$$
(7)

E, para o caso de distribuição do tipo lognormal, a confiabilidade β pode ser escrita como:

$$\beta_{LN} = \frac{\ln\left(FS/\sqrt{1 + COV_{FS}^{2}}\right)}{\sqrt{\ln\left(1 + COV_{FS}^{2}\right)}}$$
(8)

em que:

• *COV_{FS}* é o coeficiente de variação do fator de segurança.

Nota-se que para a distribuição lognormal a confiabilidade fica definida apenas em função do fator de segurança (FS) e do coeficiente de variação do fator de segurança (COV_{FS}).

A probabilidade de ruína (P_f) (Fig. 3) é função direta de β .

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \tag{9}$$

41



Fig. 3 – Probabilidade de ruína e curva de densidade de probabilidade de ruína (Fonte: Aoki (2009)).

Onde $\Phi(\beta)$ é uma função de distribuição normal, comumente encontrada em tabelas de livros de estatística e representada na Tabela 3.

O Tabela 4 lista β e P_f para componentes geotécnicos representativos e sistemas e os seus níveis de desempenho esperados. O valor de β varia geralmente de 1 a 5, correspondendo a P_f variando de aproximadamente 0,16 a 3*10⁻⁷. Projetos geotécnicos exigem valor β de pelo menos 2 (ou seja, $P_f < 0,023$) para um nível esperado de desempenho melhor do que "pobre". Um valor relativamente pequeno de P_f é de grande interesse para a prática geotécnica.

O Eurocode 0 (2002), em seu Anexo B, traz especificado os valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade (β) no estado limite último, para obras temporárias (vida útil de 1 ano) e para obras permanentes (vida útil de 50 anos), para as classes de confiabilidade RC1, RC2 e RC3 associadas às classes de consequência CC1, CC2 e CC3. Esses valores estão representados na Tabela 5.

N	$P_f = 1/N$	β
2	0,5	0,000
5	0,2	0,842
10	0,1	1,282
20	0,05	1,645
100	0,01	2,326
1.000	0,001	3,090
5.000	0,0002	3,540
10.000	0,0001	3,719
50.000	0,00002	4,107
100.000	0,00001	4,265
1.000.000	0,000001	4,768

Tabela 3 – β em função de P_{f} .

Nota: Adaptado de Cintra e Aoki (2010).

Indice de confiabilidade (β)	Probabilidade de falha $P_f = 1 - \Phi (\beta)$	Nível de desempenho esperado
1.0	0.16	Perigoso
1.5	0.07	Insatisfatório
2.0	0.023	Pobre
2.5	0.006	Abaixo da média
3.0	0.001	Acima da média
4.0	0.00003	Bom
5.0	0.0000003	Alto

Tabela 4 – Relação entre índice de confiabilidade (β) e probabilidade de falha (P_f).

Nota: Adaptado de U.S. Army Corps of Engineers (1997).

Tabela 5 – Valores Mínimos Recomendados para o Índice de confiabilidade (β) (Estado Limite Último) de acordo com o Eurocode 0 (2002) – Anexo B.

Classes	Consequências para perdas de vidas humanas,	Índice de con	fiabilidade (β)
Confiabilidade	e consequências para o meio-ambiente	β para T=1 ano	β para T = 50 anos
DA-1	Alta	5,2	4,3
DA-2	Média	4,7	3,8
DA-3	Baixa	4,2	3,3

Nota: Adaptado do Eurocode 0 (2002).

Também no Eurocode, em seu Anexo C, são apresentados os Indices de Confiabilidade (β) para diferentes estados limites conforme pode-se observar na Tabela 6.

Tabela 6 – Valores Alvo, Índice de confiabilidade (β) e probabilidade de falha (P_f) para Categorias de Estrutura 2 de acordo com o Eurocode 0 (2002) – Anexo C.

Estados Limitos	Alvo do Índice de Confiabilidade (β)		Alvo da Probabilidade de falha (P_f)	
Estados Limites	1 ano	50 anos	1 ano	50 anos
Último	4,7	3,8	1 x 10 ⁻⁶	7,2 x 10 ⁻⁵
Fadiga		1,5 a 3,8 ⁽¹⁾	2 x 10 ⁻³	6,7 x 10 ⁻²
Manutenção (irreversível)	2,9	1,5	2 x 10 ⁻³	6,7 x 10 ⁻²

⁽¹⁾depende do grau de instabilidade, reparabilidade e tolerância aos danos.

Nota: Adaptado de Orr e Breysse (2008).

2.1 – Incertezas no Fator de Segurança

Todos os termos envolvidos no cálculo de uma estrutura de contenção têm algum grau de incerteza. Portanto o valor calculado para o *FS* também envolve alguma incerteza. Para avaliar a incerteza envolvida entre todos os termos pode-se utilizar o Método do U.S. Corps of Engineers (1997), que envolve os seguintes passos:

- Estimar os desvios-padrão das quantidades envolvidas no processo. Na próxima seção desse trabalho são discutidos alguns métodos para estimativa do desvio padrão.
- Usar as Equações seguintes, propostas pelo Método do U.S. Corps of Engineers (1997), para estimar o desvio padrão e coeficiente de variação do fator de segurança:

$$\sigma_{FS} = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta FS_i}{2}\right)^2}$$
(10)

$$COV_{FS} = \frac{\sigma_{FS}}{FS_{VMP}}$$
(11)

em que ΔFS_i é a variação do coeficiente de segurança do parâmetro i, determinado através de $\Delta FS_1 = (FS_1^+ - FS_1^-)$, FS_1^+ é o fator de segurança com o valor calculado do primeiro parâmetro aumentado por um desvio padrão a partir do seu melhor valor estimado e FS_1^- é o fator de segurança com o valor calculado do primeiro parâmetro diminuído um desvio padrão.

No cálculo $FS_1^+ e FS_1^-$, os valores de todas as outras variáveis são mantidos nos seus valores mais prováveis.

Os valores de ΔFS_2 , ΔFS_3 , ΔFS_4 e ΔFS_N são calculados pela variação dos valores das outras N variáveis para mais e menos um desvio padrão de seus valores mais prováveis.

 FS_{VMP} é igual ao valor mais provável do fator de segurança, calculado usando os melhores valores estimados para todos os parâmetros.

- Substituir o valor de ΣΔFS na Equação 10, o valor do desvio padrão do fator de segurança (σ_{FS}) é encontrado, e o coeficiente de variação do fator de segurança (COV_{FS}), pode ser calculado usando a Equação 11.
- Com os valores de FS_{VMP} e COV_{FS} conhecidos, a probabilidade de falhas e a confiabilidade do fator de segurança podem ser determinadas utilizando a Equação 6.

Conforme observado por Duncan (2000) não há um ''prova'' de que os fatores de segurança sigam uma distribuição lognormal, ou seja, a hipótese de uma distribuição lognormal para fator de segurança não implica que os valores das variáveis individuais são distribuídos da mesma forma.

É importante ressaltar também que o Método do U.S. Corps of Engineers (1997) é um método simplificado, onde as variáveis aleatórias consideradas (peso específico, intercepto de coesão e ângulo de atrito interno efetivo) são estatisticamente independentes sendo, neste caso, esta aproximação aceitável para fins práticos.

2.2 – Métodos para Estimativa do Desvio Padrão

Dependendo da quantidade de dados disponíveis, vários métodos podem ser utilizados para estimar os desvios padrões dos parâmetros geotécnicos. Quatro métodos que são aplicáveis a várias situações são descritos nos parágrafos seguintes.

2.2.1 – Análise estatística com distribuição normal

Se estiverem disponíveis dados suficientes, o desvio padrão (σ) pode ser calculado por:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum \left[(x_i - \bar{x})^2 \right]}}{N - 1} \tag{12}$$

em que:

- x_i é o valor do parâmetro x para o índice *i*;
- $\overline{\mathbf{x}}$ é o valor médio do parâmetro *x*;
- N é o número de valores de x (tamanho da amostra).

Segundo Duncan (2000) a determinação dos valores de desvio padrão através da Equação 12, para análises de confiabilidade não é recomendada em engenharia geotécnica, porque na maioria dos casos, a quantidade de dados é muito limitada.

A fim de ser capaz de aplicar a análise de confiabilidade, onde a quantidade de dados disponíveis é limitada e são muitas propriedades estimadas usando correlações, é necessária a utilização de outros métodos para estimar os valores de desvio padrão. Três de tais métodos estão descritos nos tópicos seguintes.

2.2.2 – Análise estatística com distribuição T-Student

A utilização de uma distribuição normal para amostras pequenas, com menos de 30 elementos, é inadequada, sendo mais interessante o uso da distribuição *T-Student* (Fig. 4).



Fig. 4 – Distribuição *T-Student* para gl = 1, gl = 3 e gl = ∞ (normal padrão). (Fonte: Bornia et al. (2010))

A distribuição *T-Student* é similar à distribuição normal; ambas são simétricas em relação a média zero. Ambas as distribuições são em forma de sino, mas a distribuição *T-Student* reflete uma maior variabilidade, com curvas mais alargadas, que é de se esperar em amostras pequenas.

A distribuição de *T-Student* é diferente da normal uma vez que a sua variação depende do tamanho da amostra *n* que é sempre maior do que 1. Quanto maior o grau de liberdade (v), mais a distribuição *T-Student* se aproxima da distribuição normal. Somente quando o tamanho da amostra $n \rightarrow \infty$ (quando n>30 os valores já são bem próximos) as duas distribuições se tornarão as mesmas.

2.2.3 – Valores publicados na bibliografia técnica

Uma abordagem para estimar os valores de desvio padrão quando os dados disponíveis não são suficientes para o cálculo utilizando a Equação 12 é a utilização de estimativas com base em valores publicados em artigos científicos, que são mais convenientemente expressas em termos do coeficiente de variação, *COV*:

$$COV = \frac{\sigma}{x}$$
(13)

a partir do qual o desvio-padrão pode ser calculado:

$$\sigma = (COV).(x) \tag{14}$$

É importante resaltar a necessidade do uso de bom senso na aplicação dos valores de *COV* de fontes publicadas, e considerar o melhor grau de incerteza possível no caso específico em questão.

2.2.4 – Regra dos Três-Sigma

Duncan (2000), citando Dai e Wang (1992), diz que a Regra dos 3σ usa o fato de que 99,73% de todos os valores de um parâmetro normalmente distribuído caem dentro de três desvios padrão da média (Fig. 5). Ou seja, o maior valor concebível do parâmetro ($H_{\nu p}$), e o menor valor concebível do parâmetro ($L_{\nu p}$), localizam-se cerca de três desvios padrão acima e abaixo do valor médio.



Fig. 5 – Distribuição de probabilidade para variáveis distribuídas normalmente (Fonte: Budhu (2013)).

O uso da Regra dos 3σ para estimar um valor de desvio padrão, consiste em primeiro, estimar os maiores e os menores valores possíveis do parâmetro e, depois, dividir a diferença entre eles por seis:

$$COV = \frac{H_{VP} - L_{VP}}{6} \tag{15}$$

Segundo Duncan (2000) ao utilizar a Regra dos 3σ para estimar os desvios-padrão e coeficientes de variação, deve ser feito um esforço consciente por parte do engenheiro geotécnico para tornar o intervalo entre e tão largo quanto aparentemente possível, ou ainda mais, esforçando-se para superar a tendência natural de fazer a faixa muito pequena.

É importante destacar que, com a Regra dos 3σ :

- É possível estimar os valores de desvio padrão utilizando as mesmas quantidades e tipos de dados que são usados para análises geotécnicas convencionais.
- 2) Pode ser aplicada quando estão disponíveis apenas dados limitados e também pode ser utilizada para avaliar a razoabilidade dos valores dos coeficientes de variação de fontes publicadas, considerando-se que o menor valor possível seria três desvios padrão abaixo da média e o maior valor possível seria três desvios padrão acima da média.
- 3) Não é rigidamente correspondente a uma distribuição assumida da variável.

Na Tabela 7 Duncan (2000) apresenta uma coletânea de valores do Coeficiente de Variação para propriedades geotécnicas e ensaios *in situ*.

Propriedade ou resultado do ensaio <i>in situ</i>	Coeficiente de variação <i>COV</i> (%)	Pesquisador
Unidade de peso (γ)	3 - 7%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Unidade de peso submerso (γ_{sub})	0 - 10%	Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000)
Ângulo de cisalhamento interno efetivo (ϕ')	2 - 13%	Har (1984), Kulhawy (1992)
Relação resistência não-drenada (c_u / σ'_v)	5 - 15%	Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000)
Índice de compressão natural (C_c)	10 - 37%	Har (1984), Kulhawy (1992), Duncan (2000)
Pressão de pré-consolidação (σ_p)	10 - 35%	Harr (1984), Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000)
Coeficiente de consolidação (C_v)	33 - 68%	Duncan (2000)
Número de golpes do ensaio SPT (N _{SPT})	15 - 45%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Dilatômetro de Marchetti – DMT (q_{DNA})	5 - 15%	Kulhawy (1992)
Vane Test – resistência não-drenada (c_u)	10 - 20%	Kulhawy (1992)

Tabela 7 - Valores do coeficiente de variação (COV) para propriedades geotécnicas e ensaios In Situ.

Nota: Adaptado de Duncan (2000).

3 – ESTUDO DE CASO

A metodologia aqui descrita foi aplicada para análise de confiabilidade de uma estrutura contenção do tipo cortina de topo livre destinada para contenção de uma escavação de dois subsolos de um edifício residencial e comercial localizado na região central do município de Maringá, PR.

O projeto de contenção foi desenvolvido em parede diafragma com lama bentonítica (Fig 6), atendendo às condições mínimas de estabilidade e de serviço sem a utilização de escoramento ou atirantamento. No dimensionamento foi adotado para o ângulo de atrito solo/muro $\delta=0$ com o

objetivo de obter-se o valor máximo de empuxo horizontal. No terreno adjacente pode ser aplicada uma sobrecarga acidental de até 10 kN/m^2 (Fig. 6a).



Fig. 6 – (a) Seção típica da estrutura de contenção. (b) Vista da obra.

No local de implantação da obra foram realizados quatro furos de sondagem do tipo SPT, como mostrado na Fig. 7.



Fig. 7 - Locação esquemática das sondagens e condições do entorno da obra.

As sondagens (Fig. 8) revelaram que a camada superficial do subsolo no local de implantação da obra é constituída por solo evoluído (Latossolo Vermelho Férrico), proveniente de alteração de basalto, classificado como argila siltosa porosa, de cor marrom escuro, com espessura variando entre 9,9m e 10,6m. Abaixo dessa camada superficial encontra-se uma camada de alteração de basalto (solo residual jovem), classificada de argila siltosa a silte argilo-arenoso, de cor variegada, com matriz na tonalidade marrom, roxo ou cinza. Abaixo das duas camadas de solo encontra-se a rocha basáltica. O nível d'água do subsolo, observado pelas sondagens de simples reconhecimento, encontra-se na camada de solo de alteração de basalto. No furo SPO1 o nível encontrou-se a 20,10 m de profundidade em 29/10/2012, no furo SPO2 o nível encontrou-se a 20,75 m de profundidade em 22/10/2012, no furo SPO3 o nível encontrou-se a 19,90 m de profundidade em 22/10/2012 e no furo SPO4 o nível encontrou-se a 21,38 m de profundidade em 26/10/2012.



Fig. 8 – Perfil geotécnico do terreno.

Na Fig. 9a encontram-se representados o número de golpes dos ensaios SPT (N_{SPT}). Na Fig. 9b são representados os respectivos ângulos de cisalhamento interno efetivo (ϕ), calculados segundo Hatanaka e Uchida (1996):

$$\phi' = 3.5\sqrt{N_{SPT}} + 22.3^{\circ} \tag{16}$$

Apesar da Equação 16 ter sido originalmente desenvolvida para solos arenosos, os resultados obtidos para o ângulo de atrito interno efetivo ficaram dentro do intervalo de resultados típicos esperados, principalmente para a camada de solo evoluído.

Também na Fig. 9b estão representados os valores médios do ângulo de atrito interno efetivo juntamente com os limites inferiores (L_{vp}) e superiores (H_{vp}) calculados segundo distribuição normal com 5% de limite de exclusão.

$$L_{vp} = \bar{x}_{\phi'} - 1,645 * \sigma_{\phi'} e H_{vp} = \bar{x}_{\phi'} + 1,645 * \sigma_{\phi'}$$
(17)

Por fim, na Fig. 9c estão representados os coeficientes de variação para os ângulos de atrito interno efetivo (COV_{ϕ}) . Os COV_{ϕ} ao longo do perfil geotécnico foram calculados através da análise estatística com disctribuição *T-Student*. Nota-se que o coeficiente de variação do ângulo de atrito efetivo até a profundidade de 18m tem seus valores no intervalo apresentado na Tabela 7. De acordo com os valores representados na Tabela 2 pode-se classificar a variabilidade do ângulo de atrito efetivo como média.



Fig. 9 – (a) Número de golpes dos ensaios SPT (N_{SPT}), (b) Ângulo de cisalhamento interno efetivo (ϕ ') e (c) Coeficiente de Variação ($COV_{\phi'}$).

Na ausência de ensaios de laboratório, adotou-se o peso específico do solo a partir de valores aproximados representados na Tabela 8 em função da consistência da argila que, por sua vez, pode ser definida em função do índice de resistência à penetração (N_{SPT}), de acordo com a NBR 6484 (2001). Os valores calculados estão representados graficamente na Fig. 10. Vale ressaltar que até à profundidade de 21m o coeficiente de variação encontra-se dentro do intervalo apresentado na Tabela 7.

N _{SPT}	Consistência	γ (kN/m3)
≤ 2	Muito mole	13
3 - 5	Mole	15
6 - 10	Média	17
11 - 19	Rija	19
≥ 20	Dura	21

Tabela 8 – Peso específico de solos argilosos.

Fonte: Godoy (1972).



Fig. 10 – (a) Peso específico (γ) e (b) Coeficiente de variação (COV_{γ}).

Neste trabalho, o intercepto de coesão efetiva será determinado por duas correlações recomendadas por Reis (2013) para o solo em específico da região de implantação da obra, expressas pela Equação 18, para limite inferior mais provável (L_{VP}) e, pela Equação 19, para o limite superior mais provável (H_{VP}), ambas relacionadas com o índice de resistência à penetração (N_{SPT}):

$$c'_{LVP} = 2N_{SPT}$$
, para $5 \le N_{SPT} \le 15$ (18)

$$c'_{Hvp} = 6.5N_{SPT}, \text{ para } 5 \le N_{SPT} \le 15$$
 (19)

Para o caso específico do intercepto de coesão efetiva, como têm-se duas equações, o menor (L_{VP}) e maior (H_{VP}) os valores mais prováveis foram calculados independentes segundo uma distribuição normal com 5% de limite de exclusão.



Fig. 11 – (a) Intercepto de coesão efetiva – limite inferior (c'_{Lvp}) e (b) Coeficiente de variação (COV_{c'Lvp}).



Fig. 12 – (a) Intercepto de coesão efetiva – limite inferior (c'_{Hyp}) e (b) Coeficiente de variação ($COV_{c'Hyp}$).

4 – METODOLOGIA PARA CÁLCULO DA CONFIABILIDADE

Como citado anteriormente, todos os termos envolvidos no calculo do FS (γ , ϕ , c') possuem algum grau de incerteza logo, o calculo de FS também envolve alguma incerteza. Além disso, o próprio método de cálculo de estabilidade possui simplificações e desta forma também possui alguma incerteza. Aplicando-se o método proposto pelo U. S. Army Corps of Engineers (1997) pode-se estimar a confiabilidade do FS, obtendo-se uma melhor compreenção de seu valor.

A análise de estabilidade quanto a ruptura global será desenvolvida através do Software Slope/SPW versão 2014.

Apesar do Software Slope/SPW possuir um módulo de análise de confiabilidade baseado no método de simulação de Monte Carlo a idéia de se utilizar o método proposto pelo U. S. Army Corps of Engineers (1997) é mostrar que, mesmo sem o auxílio de um software específico e mais sofisticado, é possível desenvolver uma aplicação prática através de um método mais simples e portanto mais acessível as pessoas com poucos recursos tecnológicos e também com pouca experiência na área de análise de confiabilidade em projetos de contenções uma vez que o método permite visualizar a influência de cada parâmetro sobre o fator de segurança.

São propostos 2 cenários de análise de confiabilidade:

- No 1º cenário será considerado c'=0;
- No 2° cenário será considerado c'≠0.

A proposta do 1º cenário deve-se ao fato do intercepto de coesão efetiva poder variar em função da condição de umidade do solo. Um aumento da umidade implica, entre outros aspectos, em uma diminuição da coesão aparente do solo, ou seja, leva a uma diminuição da força de atração entre as partículas pelas tensões capilares e, desta forma, optou-se por efetuar uma análise para c'=0.

Os valores calculados para os parâmetros de solo, através das correlações empíricas, foram calibrados com os resultados de ensaio *in situ* desenvolvidos no Campo Experimental da Universidade Estadual de Maringá (UEM) (Tabela 9).

Os valores dos parâmetros mais prováveis de cálculo estão representados na Tabela 10. O método de Bishop Simplificado (Bishop, 1955) será adotado como método de como padrão na análise de estabilidade, ou seja, todas os fatores de segurança (FS) decorrentes das variações dos parâmetros de solo serão calculadas utilizando-se o Método de Bishop Simplicado.

Na sequência calcula-se, para os valores mais prováveis dos parâmetros, os FS para outros diferentes métodos de cálculo da estabilidade. Além do método de Bishop Simplificado (1955) foram calculados os FS para os métodos: Fellenius (1927), Janbu Simplificado (Janbu, 1963), Morgenstern e Price (1965) e Spencer (1967). Todos os valores de FS obtidos estão representados na Tabela 11.

Calcula-se então o fator de segurança, pelo método de Bishop Simplificado, com o maior valor mais provável do primeiro parâmetro (FS_1^+) e, na sequência com o menor valor mais provável (FS_1^-) . Calcula-se então $\Delta FS_1 = (FS_1^+ - FS_1^-)$. Esse procedimento repete-se para todos os parâmetros. Os resultados de cálculo são apresentados na Tabela 12, para o 1° cenário e, na Tabela 13, para o 2° cenário.

Substituindo-se os valores de ΔFS_N na Equação 9, calcula-se o valor do desvio padrão do fator de segurança (σ_{FS}) e, utilizando-se a Equação 10, calcula-se o coeficiente de variação do fator de segurança (COV_{FS}).

Aplicando os valores de $\sigma_{FS} \in COV_{FS}$ na Equação 8, obtem-se β_{LN} e, utilizando a função DIST.NORMP.N do Excel, obtem-se o índice de confiabilidade associado, e a correspondente P_{f} .

 Tabela 9 – Resultados típicos dos ensaios de caracterização geotécnica e parâmetros de solos constituintes do subsolo do Campo Experimental da UEM.

Discriminação	Símbolo e unidade	Solo evoluído (Latossolo Vermelho férrico)	Solo de alteração de basalto
Peso específico natural	$\gamma_n \left(kN/m^3 \right)$	12,0 - 17,0	15,5 - 18,0
Peso específico dos grãos	$\gamma_s (kN/m^3)$	29,7 - 30,8	28,0-30,5
Umidade natural	w (%)	29 - 35	43 - 55
Grau de saturação	S _r (%)	37 - 70	60 - 100
Índice de vazios	e	1,45 - 2,50	1,25 - 2,00
Porosidade	η (%)	60 - 70	55 - 67
Fração de argila	%	55 - 78	50 - 60
Fração de silte	%	15 - 33	26 - 35
Fração de areia	%	8 - 12	13 – 15
Limite de liquidez	LL (%)	55 - 70	60 - 95
Limite de plasticidade	LP (%)	40 - 50	41 - 66
Índice de plasticidade	IP (%)	15 - 24	20-40
Atividade coloidal	AC	0,20 - 0,35	0,34 - 0,75
Tensão de pré-adensamento	$P_{a}(kN/m^2)$	(N _{SPT}) / (0,020 a 0,035)	-
Índice de compressão natural	Cc	0,500 - 0,750	0,700 - 1,100
Ângulo de atrito interno efetivo	ф`	27 - 32	22 - 26
Intercepto de coesão	c´	10 - 30	30 - 100
Envoltória característica (efetiva)	$ au_{r}$ (kN/m ²)	$10 + \sigma' tg 30^\circ$	$30 + \sigma' tg 24^\circ$
Coeficiente de permeabilidade	k (cm/s)	10-3	
Peso específico aparente seco máximo (E.N.)	γ _{dmáx} (kN/m³)	14,0 - 15,5	12,5 - 13,5
Umidade ótima (E.N.)	w _{ót} (%)	28 - 34	37 - 42
CBR (E.N.)	CBR (%)	7 – 25	5 - 16
Expansão (E.N.)	%	0,1 - 0,3	0,4 - 4,2

Fonte: Cavalcante et al. (2006).

Variável	Valores mais Prováveis		
	1º Cenário	2º Cenário	
Peso específico solo camada 1 (γ)	16 kN/m ³	16 kN/m ³	
Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 1 (ϕ')	30°	30°	
Intercepto de coesão efetiva solo camada 1 (c')	0	22,3 kPa	
Peso específico solo camada 2 (γ)	16,8 kN/m ³	16,8 kN/m ³	
Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 2 (ϕ')	24°	24°	
Intercepto de coesão efetiva solo camada 2 (c')	0	66,6 kPa	

Tabela 10 - Valores mais prováveis para propriedades geotécnicas.

5 - RESULTADOS

Na Tabela 11 estão representados os valores de FS para os 1º e 2º cenários obtidos para os métodos de cálculo de estabilidade propostos neste artigo.

Pode-se observar que os FS obtidos no 1º cenário, onde foi desprezada o intercepto de coesão do solo, são menores que os valores obtidos para o 2º cenário. Entretanto mesmo desprezando-se o intercepto de coesão pode-se observar que o menor FS obtido atende ao valor mínimo exigido para obras provisórias de FS=1,50 propostos na Tabela 1 e pelas NBR9061 (1985) e NBR11682 (2006), exceto o resultado obtido pelo método de Fellenius para o 1º cenário.

Na Tabela 12 estão representados os valores de FS obtidos no 1º cenário para o maior e menor valor provável das propriedades. Estes resultados podem ser melhor entendidos graficamente através da Fig. 13, onde percebe-se melhor o "peso" de cada parâmetro no cálculo do fator de segurança e, consequentemente, sobre o cálculo da confiabilidade e da probabilidade de falha.

Método de Cálculo	Fator de segurança (FS)		
	1º Cenário	2º Cenário	
Fellenius (1967)	1,40	3,63	
Bishop Simplificado (1955) (*)	1,86	4,15	
Janbu Simplificado (1963)	1,83	4,04	
Morgenstern-Price (1965)	1,86	4,10	
Spencer (1967)	1,86	4,10	

Tabela 11 - Valores de FS para diferentes métodos de cálculo de estabilidade.

Nota: *método de cálculo padrão

Variável	Valores	Fator de Segurança (FS) (*)	ΔFS	
Valor mais provável de FS		1,86		
(a) Método de cálculo	•			
Maior valor mais provável		1,86	0,46	
Menor valor mais provável		1,40		
(b) Peso específico solo camada 1 (γ)				
Maior valor mais provável (kN/m3)	17,0	1,85	-0,02	
Menor valor mais provável (kN/m3)	15,0	1,87		
(c) Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 1 (ϕ')				
Maior valor mais provável (°)	32	1,92	0,09	
Menor valor mais provável (°)	29	1,83		
(d) Peso específico solo camada 2 (γ)				
Maior valor mais provável (kN/m3)	18,0	1,88	0,03	
Menor valor mais provável (kN/m3)	15,5	1,85		
(e) Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 2 (ϕ')				
Maior valor mais provável (°)	26	1,97	0,22	
Menor valor mais provável (°)	22	1,75		

Tabela 12 – 1° Cenário: Maior e Menor valor mais provável para propriedades geotécnicas.

(*)calculados pelo Método de Bishop Simplificado (1955).

Nota-se que, para o 1º cenário, o método de cálculo utilizado na análise de estabilidade tem grande peso, seguido peso ângulo de atrito interno efetivo da camada 2 e do ângulo de atrito interno efetivo da camada 1. O peso específico do solo das camadas 1 e 2 tem pouca influência sobre o fator de segurança.

Com os valores apresentados na Tabela 12, utilizando a Equação 10 obtem-se $\sigma_{FS}=0,26$. Ao aplicar-se esse valor a Equação 11 obtem-se $COV_{FS}=14\%$ e, por fim, utilizando-se a Equação 8 determina-se o valor de $\beta_{LN}=4,4$ que corresponde a uma P₁=0,0000054.

Ao comparar-se a confiabilidade obtida com os valores apresentados na Tabela 4, obeserva-se que a estrutura analisada tem um nível de desempenho definido como *bom*. Vê-se também na Tabela 5 e Tabela 6, considerando a estrutura como DA1, que a mesma atende o valor mínimo de β para obras provisórias especificados no Eucode.



Fig. 13 – Representação Gráfica do ΔFS para cada Variável no 1º Cenário.

Na Tabela 13 encontram-se representados os valores de FS obtidos no 2º cenário para o maior e menor valor provável das propriedades. Da mesma forma, estes resultados podem ser melhor entendidos graficamente ao observar a Fig. 14, onde nota-se melhor a influência de cada parâmetro no cálculo do fator de segurança e, consequentemente, sobre o cálculo da confiabilidade e da probabilidade de falha.

Através da Fig. 14, pode-se observar que, para o 2º cenário, o intercepto de coesão da 2ª camada de solo utilizada tem grande peso, seguido pelo método de cálculo de estabilidade e do intercepto de coesão da 1ª camada de solo. O peso específico do solo da camada 2 tem pouca influência sobre o fator de segurança.



Fig. 14 – Representação Gráfica do ΔFS para cada Variável no 2º Cenário.

Variável	Valores	Fator de Segurança (FS) (*)	ΔFS
Valor mais provável de FS		4,00	
(a) Método de cálculo			
Maior valor mais provável		4,00	0,52
Menor valor mais provável		3,48	
(b) Peso específico solo camada 1 (γ)			
Maior valor mais provável	17	3,88	-0,25
Menor valor mais provável	15	4,13	
(c) Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 1 (φ')			
Maior valor mais provável	32	4,22	0,44
Menor valor mais provável	29	3,78	
(d) Intercepto de coesão efetiva solo camada 1 (c')			
Maior valor mais provável	30	4,22	0,44
Menor valor mais provável	10,7	3,78	
(e) Peso específico solo camada 2 (y)			
Maior valor mais provável	18	4,01	0,03
Menor valor mais provável	15,5	3,98	
(f) Ângulo de atrito interno efetivo solo camada 2 (φ')			
Maior valor mais provável	26	4,10	0,20
Menor valor mais provável	22	3,90	
(g) Intercepto de coesão efetiva solo camada 2 (c')			
Maior valor mais provável	100	4,81	1,64
Menor valor mais provável	33,2	3,17	

Tabela 13 – 2º Cenário: Maior e Menor valor mais provável para propriedades geotécnicas.

(*)calculados pelo Método de Bishop Simplificado (1955).

Da mesma forma, com os valores apresentados na Tabela 13, utilizando-se a Equação 10 obte-se σ_{FS} =0,904. Ao aplicar-se a Equação 11 obtem-se COV_{FS} =22,6% e, por fim, aplicando-se a Equação 8 obtem-se β_{LN} =6,0994 que corresponde a uma P_f=0,0000000053.

Ao se comparar a confiabilidade obtida com os valores apresentados na Tabela 4, pode-se dizer que a estrutura analisada tem um nível de desempenho *alto*. Nota-se também na Tabela 5 e Tabela 6, considerando a estrutura como DA1, que a mesma atende o valor mínimo de β para obras provisórias no Eucode.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do estudo de caso realizado e da abordagem proposta pode-se afirmar que, na análise quanto à ruptura global, para o 1° e 2° cenários atenderam o fator de segurança (FS) mínimo previsto para obras provisórias pela NBR 9061 (1985) e NBR 11.682 (1991).

A análise de confiabilidade, segundo o Army Corps of Engineers (1997), demonstra que, para o 1° cenário, a estrutura tem um desempenho definido como *bom* e, para o 2° cenário, seu desempenho é definido como *alto*. Já em relação ao recomendado pelo Eurocode, tem-se que para o 1° e 2° cenários, a estrutura atende o índice de confiabilidade (β) mínimo especificado.

A Análise de Confiabilidade utilizando o método proposto pelo U. S. Army Corps of Engineers (1997) permite uma visualização de como cada parâmetro geotécnico influencia no cálculo do fator de segurança global (FS), conforme pode-se observar nas Fig. 13 e Fig. 14, destacando assim qual parâmetro deve ter maior atenção na sua determinação.

Assim como Duncan (2000), pode-se afirmar que a probabilidade de falha (P_f) não deve ser vista como um substituto para o fator de segurança (FS), mas como um complemento. Embora nem o fator de segurança (FS), nem a confiabilidade (β) possam ser calculadas com elevada exatidão, ambos acabam se completando.

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aoki, N. (2009). O Dogma do Fator de Segurança. Curso sobre a inclusão da probabilidade de ruínas no cálculo do fator de segurança. São Paulo: ABMS, 2009. Disponível em: http://www.emtermos.com.br/abms/ed30/textos/PALESTRA%20DOGMA%20FATOR%20 SEGURAN%C3%87A.pdf>. Acesso em: 26 marc. 2015.
- Bishop, A. W. (1955). The use of slip circule in the stability analysis of slopes. Géotechnique, v. 5, n. 1, 7-17.
- Bornia, A. C.; Barbetta, P. A.; Reis, M. M. (2010). *Estatística para Cursos de Engenharia e Informárica*. 3. ed. Editora Atlas, São Paulo, Brasil.
- Eurocode 0 (2002) Basic of Structural Design. British Standard , London, England.
- Budhu, M. (2013). Fundações e Estruturas de Contenção. Tradução de Luiz Antonio Vieira CARNEIRO e Mara Esther MARQUES. 1. ed. Editora LTC - Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, Brasil.
- Cavalcante, E. H. et al. (2006). Workshop Campos Experimentais Campo Experimental da Unicamp. XIII COBRAMSEG - Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, v. único, p. 28-35.
- Cintra, J. C. A.; Aoki, N. (2010). *Fundações por Estacas*: projeto geotécnico. 1. ed. Editora Oficina de Textos, São Paulo, Brasil.
- Dai, S.-H.; Wang, M. O. (1992). Reliability analysis in engineering applications. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Duncan, J. M. (2000). Factors of Safety and Realiability in Geotechnical Engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenviromental Engineering*, v. 126, n. 4, p. 307-316.
- Fellenius, W. (1927). Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhäsion) und unter Annahme kreiszylindrischer Gleitflächen, Ernst & Sohn, Berlin.

- Godoy, N. S. (1972). *Fundações*. Notas de Aula, Curso de Graduação, Escola de Engenharia de São Carlos, Editora USP, São Carlos, Brasil.
- Gusmão Filho, J. (2006). *Desempenho de Obras Geotécnicas*. Editora Universitária da UFPE, Recife, Brasil.
- Hatanaka, M.; Uchida, A. (1996). *Empirical Correlations Between Penetration Resistance and Internal Friction Angle of Sandy Soils*. Soils and Foundations, v. 36, n.4, p. 1-9.
- Harr, M. E. (1984). *Reliability-based design in civil engineering*. Henry M. Shaw Lecture, Dept. of Civil Engineering, North Carolina State University, Raleigh, N.C.
- Janbu, N. (1963). *Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial test*. Proceedings of the 4th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Wiesbaden. v. 1.
- Kulhawy, F. H. (1992). On the evaluation of soil properties. ASCE Geotech. Spec. Publ. No. 31, 95-115.
- Lacasse, S.; Nadim, F. (1997). Uncertainties in characterizing soil properties. Publ. No. 201, Norwegian Geotechnical Institute, Oslo,
- Morgenstem, N. R.: Price, V. E. (1965). *The analysis of the stability of general slip surfaces*. Géotechnique, 15, 79-93.
- NBR 6484 (2001). Solo Sondagens de simples reconhecimentos com SPT Método de ensaio. Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, Norma Técnica, Rio de Janeiro, Brasil.
- NBR 9061 (1985). Segurança de Escavação a Céu Aberto Procedimento. Associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT, Norma Técnica, Rio de Janeiro, Brasil.
- NBR 11682 (2006). *Estabilidade de Encostas*. Associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT, Norma Técnica, Rio de Janeiro, Brasil.
- Orr, T. L. L.; Breysse, D. (2008). Eurocode 7 and reability-based design. In: *Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering:* Computations and Applications. 1. ed., Cap. 8, p. 298-343, Ed. Taylor & Francis, Abington.
- Phoon, K.; Kulhawy, F. H.; Grigoriu, M. D. (1995). *Reliability-Based Design of Foudation for Transmission Line Structures*. Ed. Ithaca.
- Phoon, K. K. (2008). Computations and Applications. In: *Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering*. 1. ed., Cap. 1, p. 1-75, Ed. Taylor & Francis, New York, USA.
- Reis, J. C. (2013). *Estruturas de Contenção*. Notas de Aula, Programa de Pós-Graduação PCV, Universidade Estadual de Maringá. Maringá UEM., Brasil.
- Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. Géotechnique, 17, 11-26.
- Terzaghi, K.; Peck, R. B. (1948). *Soil mechanics in engineering pratice*. New York: John Wiley & Sons, USA.
- U.S. Army Corps of Engineers (1997). Introduction to Probability and Reliability Methods for use in Geotechnical Engeineering. Ed. DEPARTMENT OF THE ARMY, Washington DC, USA.
- Velloso, D. D. A.; Lopes, F. D. R. (2011). Fundações. 1. ed. Editora Oficina de Textos, v. Completo, São Paulo, Brasil.