RESISTÊNCIA AO CORTE EM OBRAS DE TERRA - ALGUNS CONCEITOS E DEFINIÇÕES

Soil shear strength in earth works - some concepts and definitions

Luís Joaquim Leal Lemos*

RESUMO – A resistência ao corte em obras de terra é abordada com base no modelo de Mohr-Coulomb e nos conceitos do estado crítico. A análise drenada e não drenada é contextualizada na resposta do solo a um carregamento considerando a geração e dissipação da pressão da água nos poros. O parâmetro c', intersecção coesiva, é discutido considerando a influência volumétrica e de agregação entre as partículas, contexto em que são abordados os parâmetros de Hvorslev. São apresentados alguns resultados do saprólito granítico da Guarda. É abordada a problemática da resistência ao corte não drenada c_u em solos "coesivos", ou seja, solos com a capacidade de apresentarem um comportamento não drenado. É apresentada e discutida a determinação da resistência ao corte não drenada no laboratório, no campo, a partir dos índices físicos e de relações empíricas. É apresentado o comportamento normalizado dos solos moles da baixa aluvionar do rio Mondego obtido em laboratório a partir de amostras reconstituídas e ensaiadas no aparelho triaxial.

SYNOPSIS – The shear strength in earth works is approached with the Mohr-Coulomb model and with the critical state concepts. Drained and undrained analyses are considered in the response of a soil to loading taking into consideration the build-up and dissipation of pore water pressure. The cohesion intercept c' is discussed in the context of volume change and particle aggregation. The Hvorslev parameters are presented. Some results of the granite saprolite from Guarda are shown. The undrained shear resistance c_u for cohesive soils, which permits an undrained behaviour, is considered and debated. The laboratory and field evaluation of the undrained shear strength is discussed and some empirical and deduced relations are put forward in function of the index soil parameters. The normalized behaviour is presented for the soft soils from the alluvia of river Mondego, obtained from a laboratory triaxial test program using reconstituted samples.

PALAVRAS CHAVE – Resistência ao corte, intersecção coesiva, coesão não drenada, comportamento drenado e não drenado.

1 – INTRODUÇÃO

Na análise de estabilidade de obras de terra deve ser verificado o estado limite último e o de serviço. A sua verificação pode ser efetuada utilizando métodos rigorosos ou aproximados. Um método rigoroso deve verificar as condições de equilíbrio, de fronteira, de compatibilidade das deformações e a lei constitutiva do material. A solução analítica das equações diferenciais é apenas possível para casos particulares, tendo-se que recorrer a métodos numéricos para a sua resolução. A solução embora rigorosa não é exata, pois a sua aproximação ao comportamento real dependerá sempre da simulação deste através da lei constitutiva. A constituição e características do solo são heterogéneas, variam no espaço, e as suas propriedades mecânicas e hidráulicas são altamente anisotrópicas. O carregamento do solo no campo é complexo e o comportamento tensão-deformação e a resistência ao corte do solo depende de variadíssimos fatores, nomeadamente: trajetórias de tensões, velocidade de carregamento, estado de tensão inicial e rotação das tensões principais.

^{*} Professor Catedrático, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra. E-mail: llemos@dec.uc.pt

Embora a solução não seja exata, os métodos numéricos permitem estudar o comportamento para vários cenários de carregamento e avaliar a sensibilidade do comportamento à variação dos vários parâmetros utilizados na lei constitutiva.

Na prática a maioria dos problemas podem ser resolvidos respondendo às seguintes questões:

- 1) As cargas de serviço são substancialmente inferiores às cargas de colapso?
- 2) Quais as deformações estruturais sob as cargas de serviço?

A primeira questão é normalmente verificada através de métodos aproximados baseados na teoria da plasticidade, para os quais se considera que o solo tem um comportamento rígido plástico perfeito e o modelo de Mohr-Coulomb é simultaneamente usado como critério de rotura e de cedência (Quadro 1). Estes métodos dão informação na rotura e ignoram o comportamento pré-rotura.

Método de análise		Não satisfaz	Comentário	Aplicação corrente	
Limite	Inferior	Compatibilidade	A solução de limite superior fornece uma estimativa da carga de colapso, superior à real e a do limite inferior, inferior à real. Quando as	Fundações: capacidade de carga, verificação do estado limite último	
	Superior	Equilíbrio	a solução é exata		
Equilíbrio limite		Compatibilidade	Baseia-se na escolha da forma da superfície de rotura	Taludes: método das fatias. Impulso de terras: teoria de Coulomb	
Campo de linhas de rotura		Compatibilidade	Dá simultaneamente uma estimativa da carga de colapso e da distribuição das tensões	Impulso de terras: teoria de Rankine	

Quadro 1 – Métodos aproximados baseados na teoria da plasticidade.

A segunda questão é normalmente verificada através de métodos que assumem que o solo se comporta como um meio elástico.

Na Fig. 1 ilustra-se o comportamento real do solo, linha a cheio, quando submetido a tensões de corte sob tensão normal constante, e o do modelo elástico perfeitamente plástico, linha a tracejado, utilizado nas análises acima descritas. O comportamento tensão-deformação do solo é normalmente caracterizado inicialmente por uma relação elástica para pequenas deformações, pela existência de um ponto de cedência a partir do qual se verifica endurecimento com um aumento significativo das deformações plásticas com aumento da tensão de cedência até um valor máximo (τ_{max}), e para o qual a tensão de corte é máxima. Após esta tensão máxima ou de pico verifica-se o amolecimento, diminuição da tensão de cedência e máxima com o aumento das deformações plásticas, até um valor último da resistência (τ_r) a partir do qual se verifica um comportamento plástico perfeito, deformação do solo a tensão de corte constante, também designado por resistência no estado crítico, resistência a volume constante, ou resistência última. Nos solos argilosos a resistência a volume constante ou no estado crítico é superior à residual devido ao alinhamento na direção de corte das partículas de argila. A resistência máxima ou de pico depende da compacidade inicial do solo.

O modelo de comportamento elástico perfeitamente plástico, normalmente usado nos métodos aproximados de análise para verificação do estado limite último e de serviço, admite que a cedência

e a resistência máxima (τ_A) são coincidentes e o seu valor é obtido através do modelo de Mohr-Coulomb, balizando o seu valor entre a resistência de pico (τ_{max}) e última (τ_r), levando em linha de conta o tipo de obra e a não uniformidade de deformações na promoção de rotura progressiva. O cálculo das deformações para a carga de serviço, substancialmente inferior à carga última de colapso, é normalmente efetuado através da teoria da elasticidade.



Fig. 1 - Comportamento real e modelo elástico perfeitamente plástico.

2 – ANÁLISE DRENADA E NÃO DRENADA

O critério de rotura de Mohr-Coulomb em termos das tensões totais e efetivas é definido pela envolvente linear de Coulomb, a qual é caracterizada a partir de dois parâmetros: a intersecção coesiva ou coesão e a sua inclinação, o ângulo de resistência ao corte ou ângulo de atrito. A utilização dos parâmetros em termos das tensões efetivas (c'; ϕ '), necessita do conhecimento da pressão da água nos poros, a qual é de difícil previsão, a não ser numa condição geostática ou de percolação em regime permanente. Na Fig. 2 ilustra-se de forma sistematizada a resposta de um maciço a um carregamento em termos da geração da pressão da água nos poros, atendendo às condições de drenagem e de saturação do solo, indicando-se os respetivos parâmetros de resistência



Fig. 2 - Carregamento em função das condições de drenagem e de saturação do solo.

ao corte a utilizar. Para a condição não drenada, num meio completamente saturado, não haverá variação do índice de vazios durante o carregamento, mantendo-se desta forma o índice de vazios e a resistência ao corte constantes, podendo a análise ser efetuada em termos das tensões totais, c_u. Para solos parcialmente saturados, ou para condições parcialmente drenadas, a análise em termos de tensões efetivas poderá ser efetuada através de métodos aproximados com uma estimativa da pressão intersticial, ou através de métodos numéricos utilizando modelos elasto-plásticos.

Os parâmetros de resistência ao corte podem ser obtidos, de forma direta, a partir de ensaios de laboratório, de forma direta ou indireta, a partir de ensaios de campo ou ainda utilizando relações empíricas. Os ensaios de laboratório mais utilizados para a determinação dos parâmetros de resistência ao corte são o triaxial e a caixa de corte direto. A caixa de corte direto é indicada para a realização de ensaios drenados, em solos predominantemente granulares de elevada permeabilidade, pela facilidade de preparação das amostras e pela rapidez de execução do ensaio. Os ensaios triaxiais são indicados em solos argilosos de baixa permeabilidade, através da realização de ensaios consolidados não drenados, para a determinação dos parâmetros de corte em termos de tensões efetivas (c'; ϕ '). A fase de corte não drenado com a medição da pressão intersticial permite usar velocidades de corte significativamente mais elevadas do que no ensaio drenado, sendo contudo necessário assegurar a uniformização da pressão da água nos poros através da amostra. A envolvente de rotura em termos de tensões efetivas deve preferencialmente ser determinada através da evolvente das trajetórias de tensões efetivas dos ensaios não drenados e evitar os critérios de rotura, baseados na tensão deviatória máxima q_{max}, no valor máximo da razão entre as tensões principais (σ'_1/σ'_3)_{max}, ou ainda no valor máximo do excesso de pressão intersticial u_{max}.

A envolvente de rotura, em termos de tensões efetivas, deve ser determinada através da envolvente linear que melhor se adapte e envolva as várias trajetórias de tensões efetivas num sistema de eixos (s';t) ou (p';q). Desta forma, os vários critérios de rotura estão automaticamente contidos na envolvente de rotura às várias trajetórias de tensões efetivas, sem se necessitar de ponderar sobre o critério de rotura adequado. Na Fig. 3, estão apresentadas trajetórias de tensões efetivas e a respetiva envolvente de rotura em termos de tensões efetivas. Será de notar que o critério de rotura q_{max}, para amostras consolidadas anisotropicamente e submetidas ao corte à compressão no aparelho triaxial, resultaria num valor de ϕ' muito inferior ao real. Uma envolvente que considere o valor q_{max} na Fig. 3b) teria uma menor inclinação. O critério de rotura mais adequado deveria ser o de (σ'_1/σ'_3)_{max} ou (q/p')_{max}, como se indica na Fig. 3. Nos ensaios de corte drenados é indiferente a utilização do critério de rotura, q_{max} ou (σ'_1/σ'_3)_{max}, já que neste caso, coincidem.



Fig. 3 – Ensaios triaxiais consolidados não drenados "Boston Blue Clay" (Whittle, 1993):
a) Curvas tensão-deformação; b) Trajetórias de tensões efetivas (s';t').

A coesão não drenada (c_u) pode ser obtida a partir de ensaios de laboratório ou de campo, relações empíricas e índices físicos (Fig. 4). É um parâmetro extremamente difícil de obter, pois é bastante sensível à amostragem, à história das tensões, à trajetória das tensões, à rotação das tensões principais, à anisotropia e à velocidade de corte.



Fig. 4 – Determinação da resistência ao corte não drenada.

3 - RESISTÊNCIA AO CORTE EM TERMOS DE TENSÕES EFETIVAS

A resistência ao corte τ_f em termos de tensões efetivas é normalmente expressa pela reta de Coulomb, equação (1), em que σ'_N é a tensão normal na superfície de corte, ϕ' é o ângulo de resistência ao corte (ângulo de atrito) e c' é a intersecção coesiva (coesão aparente ou coesão). Esta envolvente de rotura é apenas válida para tensões relativamente elevadas. Para tensões baixas a envolvente tende a curvar e a passar pela origem, sendo assim a coesão a intersecção na origem resultante da regressão linear para tensões mais elevadas.

A envolvente de Mohr-Coulomb pode também ser relacionada com as tensões principais máxima e mínima a partir do círculo de Mohr, relacionando o centro do círculo de Mohr (s') com o seu raio (t'), como se mostra na Fig. 5.



Fig. 5 – Modelo de Mohr-Coulomb.

Na faceta de corte

Em termos das tensões principais

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} - u\right) \cdot \operatorname{sen}(\varphi) + c' \cdot \cos(\varphi') \tag{3}$$

$$t = t' = (s - u) \cdot sen(\phi') + c' \cdot \cos(\phi')$$
(4)

O critério de Mohr-Coulomb pode igualmente ser traduzido em função dos invariantes das tensões, σ'_{oct} ou p', tensão normal octaédrica, e τ_{oct} , tensão tangencial octaédrica.

$$p' = \sigma'_{oct} = \frac{1}{3} (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$$
$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2}$$

Para o caso de um carregamento triaxial toma a forma: $q'=M\times p'+C$, em que $M=f(\phi')$, e $C=f(c';\phi')$. Para um carregamento triaxial q, p, M e C tomam a forma:

Para o carregamento triaxial de compressão $\sigma'_2 = \sigma'_3$	Para o carregamento triaxial de extensão $\sigma'_1 = \sigma'_2$
$q' = \sigma_1' - \sigma_3' = (3/\sqrt{2}) \cdot \tau_{oct}$ $p' = (\sigma_1' + 2 \cdot \sigma_3')/3$ Substituinto na expressão $(\sigma_1' - \sigma_3') = (\sigma_1' - \sigma_3')sen(\phi') + 2 \cdot c' \cdot \cos(\phi')$ $\sigma_1' e \sigma_3' função de q' e p'$ $q' = M_c \cdot p'_c + C_c $ $M_c = \frac{6 \cdot sen(\phi')}{3 - sen(\phi')}; C_c = \frac{6 \cdot \cos(\phi')}{3 - sen(\phi')} \cdot c'$ (5)	$q' = \sigma'_{1} - \sigma'_{3} = (3/\sqrt{2}) \cdot \tau_{oct}$ $p' = (2 \cdot \sigma'_{1} + \sigma'_{3})/3$ Substituindo na expressão $(\sigma'_{1} - \sigma'_{3}) = (\sigma'_{1} - \sigma'_{3}) \cdot sen(\phi') + 2 \cdot c' \cdot \cos(\phi')$ $\sigma'_{1} e \sigma'_{3} função de q' e p'$ $q' = M_{e} \cdot p'_{e} + C_{e} \qquad (6)$ $M_{e} = \frac{6 \cdot sen(\phi')}{3 + sen(\phi')}; C_{e} = \frac{6 \cdot \cos(\phi')}{3 + sen(\phi')} \cdot c'$

O ângulo de resistência ao corte em termos da tensão efetiva (ϕ') depende da granulometria do solo, apresentando valores superiores para solos bem graduados; do tamanho das partículas, aumentando com a dimensão das partículas; da forma das partículas, sendo superior para partículas angulares; da compacidade inicial da amostra, tendo as amostras mais compactas maior resistência. O mesmo ângulo é em princípio independente da magnitude das tensões de confinamento, a não ser para baixos valores de tensão efetiva para as quais a envolvente é não linear resultando numa diminuição da interseção coesiva c' e num aumento de ϕ' , sendo o seu valor reduzidamente influenciado pela rotação das tensões principais e pelo valor da tensão principal intermédia.

O ângulo de resistência ao corte em termos de tensões efetivas a volume constante (ϕ'_{vc}) ou no estado crítico (ϕ'_{ec}), bem como o residual (ϕ'_R), são propriedades intrínsecas do solo, sendo independentes do estado de compacidade inicial da amostra. O índice de vazios crítico, e_c , é definido como o índice de vazios último para o qual a amostra tende independentemente do seu valor inicial, permanecendo a resistência ao corte e o volume constantes, Fig. 6a) e b). Na Fig. 6 a) e b) pode-se observar que amostras sob uma tensão normal constante σ' , com vários índices iniciais, apresentam resistências máximas ($P_1 e P_2$) função do índice de vazios inicial, tendendo

para uma mesma resistência ao corte no estado crítico te para o mesmo índice de vazios crítico, e. A Fig. 6 d) mostra o estado de compacidade das amostras em relação ao estado crítico, em que as amostras D1 e D2 se encontram densas e as amostras N e W soltas. Na Fig. 6 c) representam-se as envolventes no estado crítico e as correspondentes envolventes de Hvorslev, para os índices de vazios e₁ e e₂ e os correspondentes valores de resistência ao corte C, P₁ e P₂. Solos argilosos, após atingirem o estado crítico, apresentam ainda uma diminuição da resistência com a deformação, atingindo a resistência residual após grandes deslocamentos. A resistência residual em solos argilosos é inferior à resistência a volume constante ou no estado crítico, sendo função da percentagem das partículas lamelares de argila e do tipo de mineral argiloso, Fig. 7. O coeficiente de atrito residual $[(\tau/\sigma'_N)_R = tg(\phi'_R)]$ é igual ao valor do coeficiente de atrito interparticular $[tg(\phi'_N)]$ das partículas argilosas, para solos predominantemente argilosos, ou seja, com percentagens de partículas de argila (C%) superiores a 50%, com um modo de corte deslizante (Lupini et al., 1981, Fig. 7). A diferença entre a resistência a volume constante e a resistência residual aumenta com o aumento do conteúdo das partículas argilosas devido ao seu alinhamento na direção de corte, como se mostra na Fig. 7. Esta figura mostra, igualmente, que a resistência ao corte no estado crítico tende a diminuir com o aumento de partículas argilosas. Mitchell (1976) observou que o valor de ϕ'_{ve} a volume constante diminui com o aumento do índice de plasticidade e atividade da argila, e embora a dispersão seja grande, pode aproximadamente ser descrito pela relação: $[sen(\varphi') = 0.35 - 0.1 \cdot \ln(I_p)]$

Skempton (1985) refere valores para os ângulos de atrito (ϕ_{μ}) dos três minerais de argila mais comuns na natureza: 15° para a caulinite; 10° para a ilite e 5° para a montmorilonite, sendo desta ordem a resistência ao corte residual dum solo constituído em percentagens superiores a 50% por este tipo de minerais argilosos, como se indica na Fig. 7, ($\phi'_{vc} > \phi'_R = \phi_{\mu}$). Para solos predominantemente constituídos por partículas granulares, com percentagens de partículas argilosas inferiores a 10%, a resistência residual é igual à de volume constante ou no estado crítico, e o seu valor é em geral superior ao ângulo de atrito intrínseco (ϕ_{μ}) das partículas granulares, ($\phi'_{vc} > \phi'_R = \phi_{\mu}$), Fig. 7.



Fig. 6 - Comportamento tensão-deformação em função da compacidade.

Skinner (1969) verificou que a resistência ao corte a volume constante (ϕ'_{vc}) para um conjunto de partículas esféricas era aproximadamente constante e independente do atrito intrínseco (ϕ_{μ}) entre as partículas, variando, no entanto, o valor do índice de vazios crítico em função do atrito entre as partículas. O coeficiente de atrito do quartzo ($tg(\phi_{\mu})$) é cerca de 0,45 e o coeficiente de atrito a volume constante e residual ($tg(\phi'_{vc})=tg(\phi'_R)$) apresentam valores superiores e da ordem de 0,6, o que mostra que mesmo a volume constante o movimento e a colisão entre as partículas contribuem para a resistência ao corte.



Fig. 7 – Variação da resistência ao corte a volume constante e residual com a percentagem de partículas de argila (C%).

Na Fig. 6 a) e b) representa-se o comportamento tensão-deformação, respetivamente com índices de vazios inferiores e superiores ao crítico para uma determinada tensão normal. A resistência ao corte máxima aumenta com compacidade inicial da amostra, em relação ao índice de vazios crítico e acontece no ponto de dilatância máxima $(\dot{\epsilon}_N/\dot{\gamma})_{max}$, pontos P₁ e P₂. A força horizontal T necessária para um bloco com peso W subir um plano com inclinação β , e com um ângulo de atrito bloco-superfície deslizante ϕ_{μ} , é de T=W×tg($\phi_{\mu}+\beta$). À semelhança do bloco deslizante, a resistência ao corte poderá ser a contribuição de duas componentes: a resistência a volume constante ($\phi'_{vc} \approx \phi_{\mu}$), e a contribuição do trabalho produzido na expansão da amostra [(ϵ_N/γ) =tg(β)], a qual pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma}_{N}^{\prime} \cdot \boldsymbol{t} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\phi}_{cv}^{\prime}) + \boldsymbol{\sigma}_{N}^{\prime} \cdot \left(\frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{N}}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}\right) = \boldsymbol{\sigma}_{N}^{\prime} \cdot \left[\boldsymbol{t} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\phi}_{cv}^{\prime}) + \left(\frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{N}}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}\right)\right]$$
(7)

em que: $(\dot{\epsilon}_N/\dot{\gamma})$ representa a dilatância.

A resistência ao corte aumenta com o produto $[\sigma'_N \cdot (\dot{\epsilon}_N/\dot{\gamma})]$, o qual é máximo para $(\dot{\epsilon}_N/\dot{\gamma})_{max}$, tende a aumentar com a compacidade da amostra, ou seja, com o aumento da diferença entre o índice de vazios inicial e o seu valor no estado crítico. Este aumento de resistência é designado simplesmente por imbricamento em alguma literatura, o que não traduz nem ajuda à compreensão do fenómeno físico envolvido.

4 – ESTADO CRÍTICO E SUPERFÍCIE DE HVORSLEV

À semelhança da relação linear entre o índice de vazios e o logaritmo da tensão efetiva vertical obtida no ensaio edométrico numa condição normalmente consolidada, verificou-se experimentalmente que existe uma relação linear entre o índice de vazios no estado crítico e o logaritmo da tensão efetiva, como se mostra na Fig. 6d) e 8. A inclinação da relação linear é igual a C_c (índice de compressibilidade) ou λ , respectivamente, para a base logarítmica 10 ou natural sendo $\lambda = 0.434 \times C_c$. Verifica-se, em geral, que existe uma relação linear entre o índice de vazios e o logaritmo da tensão efetiva para valores de $K = \sigma'_3/\sigma'_1 = const$, Fig. 8. Os valores de $K = \sigma'_3/\sigma'_1 = const$ mais relevantes estão representados na Fig.8:

consolidação isotrópica - K = 1,0; q/p' = 0,0 ou ainda t/s' = 0,0; consolidação edométrica - $K = K_0 = (1 - sen(\phi'))$; $(q/p') = [3 \cdot (1 - K_0)/(1 + 2 \cdot K_0)]$; ou ainda $(t/s') = [(1 - K_0)/(1 + K_0)]$; e no estado crítico - $K = K_A = (1 - sen(\phi'))/(1 + sen(\phi'))$; q/p' = M; ou ainda $t/s' = (sen(\phi'))$.

A inclinação da reta de consolidação ou no estado crítico na relação semilogarítmica índice de vazios-tensão efetiva, C_c ou λ , é independente da relação de tensão que se adote: p' (tensão normal octaédrica); s' (tensão principal média) ou σ'_v (tensão principal vertical).



Fig. 8 - Linhas de consolidação isotrópica, edométrica e do estado crítico.

Em termos da tensão efetiva vertical σ'_{ν} para um estado de tensão em repouso K₀, numa condição normalmente consolidada, obtém-se:

$$e = e_{\sigma'_{\nu}=1} - C_c \cdot \log(\sigma'_{\nu}) \text{ ou } e = e_{\sigma'_{\nu}=1} - \lambda \cdot \ln(\sigma'_{\nu}) \text{ para} \frac{\sigma'_{\mathrm{H}}}{\sigma'_{\mathrm{V}}} = K_0$$
(8)

Em termos da tensão média s' ou da tensão normal octaédrica p' para a consolidação isotrópica, edométrica e no estado crítico, obtêm-se as seguintes relações:

Tensão principal média $s' = \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)$

Consolidação isotrópica

Tensão normal octaédrica $p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2 \times \sigma'_3)$ *Consolidação* isotrópica

$$v_e = v_{s=l} - \lambda \cdot \ln(s'_e)$$
 ou $v_e = v_{s=l} - C_c \cdot \log(s)$

 $v_e = N - \lambda \cdot \ln(p'_e); v_e = N - C_c \cdot \log(p'_e)$

Consolidação edométrica

 $v_{K_0} = v_{s'=l} - \lambda \cdot \ln(s'_{K_0})$ ou $v_{K_0} = v_{s'=l} - C_c \cdot \log(s'_{K_0})$ $v_{K_0} = v_{can} - \lambda \cdot \ln(p'_{K_0}); v_{K_0} = v_{can} - C_c \cdot \log(p'_{K_0})$ No estado crítico $t'_{ec} = s'_{ec} \cdot sen(\phi'_{ec})$ $v_{ec} = v_{s'_{ec}=l} - \lambda \cdot \ln(s'_{ec}) \text{ ou } v_{ec} = v_{s'_{ec}=l} - C_c \cdot \log(s'_{ec}) \quad | \quad v_{ec} = \Gamma - \lambda \cdot \ln(p'_{ec}) \text{ ou } v_{ec} = \Gamma - C_c \cdot \log(p'_{ec})$

Consolidação edométrica

No estado crítico $q_{ec} = M \cdot p'_{ec}$

Hvorslev (1960) mostrou que a resistência ao corte pode ser dividida na contribuição de duas componentes, uma proporcional à tensão efetiva corrente, σ'_{N} , e a outra constante, função do índice de vazios e proporcional à tensão de consolidação equivalente, σ'_{e} , em que, $\sigma'_{e} = \sigma'_{0} \cdot 10^{(e-r_{0})C_{e}}$ (tensão na linha de compressão virgem para um determinado índice de vazios e). A envolvente dada na Fig. 9 apresenta a intersecção coesiva (c'e), função do índice de vazios (e), e um ângulo de resistência ao corte efetivo ϕ'_{e} constante e independente do índice de vazios. A intersecção coesiva c'_e é constante para um determinado índice de vazios e igual a $\kappa \times \sigma'_{e}$. A resistência ao corte pode ser expressa por:

$$\tau = c'_{e} + \sigma'_{N} \cdot tg(\phi'_{e}) = k \cdot \sigma'_{e} + \sigma'_{N} \cdot tg(\phi'_{e})$$
⁽⁹⁾

Normalizando em relação a σ'_{e} vem $\tau/\sigma'_{e} = k + \sigma'_{N}/\sigma'_{e} \cdot tg(\phi'_{e})$.



Fig. 9 – Superfície de Hvorslev para amostras sobreconsolidadas com inclinação ϕ'_{e} ou M_{0} e com uma intersecção coesiva função do índice de vazios (ou do teor em água w=e/G) c'e; I · p'e.

A superfície de Hvorslev, para um dado índice de vazios, no sistema de eixos (p';q) pode ser dada pela relação (10) e (11), na qual a intersecção coesiva é expressa por $I \times p'_{e}$, representada na Fig. 9) c), em que p'e é a tensão de consolidação equivalente.

$$q = I \cdot p'_e + M_0 \cdot p' \tag{10}$$

em que: $\mathbf{p}'_{\mathbf{e}} = e^{\left(\frac{\nu - N}{\lambda}\right)}$ tensão de consolidação equivalente para o índice de vazios (e).

Para p'=p'_{ec}, tem-se

$$\mathbf{q'}_{ec} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{p'}_{ec} = I \cdot p'_e + M_0 \cdot p'_{ec} \Longrightarrow \mathbf{I} = \left(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0\right) \cdot \frac{p'_{ec}}{p'_e} = \left(M - M_0\right) \cdot e^{\frac{N-1}{\lambda}}$$

Normalizando em relação a p'_e vem $q'/p'_e = I + p'/p'_e \cdot M_0$.

Na Fig.10b) representa-se a variação da intersecção coesiva com o teor em água (ou o índice de vazios e=w·G) para uma amostra completamente saturada.

5 – INTERSECÇÃO COESIVA E DILATÂNCIA

A envolvente de rotura é não linear para baixos valores da tensão efetiva, Fig. 10a), curvando em direção à origem, provocando um decréscimo da resistência ao corte em relação à superfície de Hvorslev. A intersecção coesiva obtida pela regressão linear resulta do trabalho feito durante a expansão da amostra, tendendo para zero à medida que o estado de tensão normal tende para zero.



Fig. 10 – Resultados da argila de Londres: a) Envolvente de rotura não linear para pequenos valores de tensões efetivas; b) Variação da intersecção coesiva (c'_e) com o teor em água.

Para amostras normalmente consolidadas, num ensaio drenado de corte direto, tem-se $\sigma'_{N} = \sigma'_{ec} = \sigma'_{e}$, pelo que a expressão (9) toma a forma:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma}_{N}' \cdot \left[\boldsymbol{k} + t \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\phi}_{e}') \right] = \boldsymbol{\sigma}_{N}' \cdot \left[t \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\phi}_{e}') \right]$$
(12)

A Fig. 11 representa e identifica, as várias componentes das expressões (7), (9) e (12).

Sendo a coesão resultado do trabalho produzido na expansão da amostra, depende do produto $(\sigma'_N \cdot \dot{\epsilon}_N / \dot{\gamma})$, o qual tende a diminuir com o aumento da tensão efetiva, devido ao decréscimo da expansão $\dot{\epsilon}_N$ e com o decréscimo da tensão efetiva, sendo igual a zero quando a tensão normal efetiva for zero ou no estado crítico para o qual a expansão é nula, como se mostra na Fig. 12.

(11)



Fig. 11 – Resistência ao corte identificando-se as várias componentes, o efeito expansão e a superfície de Hvorslev.



Fig. 12 – Influência da dilatância na não linearidade da envolvente de rotura.

A resistência ao corte máxima aumenta com a dilatância e esta aumenta com compacidade inicial da amostra em relação ao estado crítico, ou seja, com a variação de índice de vazios para atingir estado crítico. Na Fig. 13 a) e b) representa-se o comportamento de uma amostra submetida a um ensaio triaxial drenado de compressão com aumento da tensão média, para uma amostra normalmente consolidada (n/c), A, e outra sobreconsolidada (s/c), B. A amostra A (n/c) com um índice de vazios inicial superior ao crítico, durante o corte irá comprimir e tender para o estado crítico em W, observando um comportamento dúctil. A amostra B (s/c) tem um índice de vazios inicial inferior ao crítico, observa inicialmente uma compressão elástica, seguida de expansão para o estado crítico. No modelo do estado crítico a cedência coincide com a resistência máxima Y na superfície de Hvorslev. O comportamento dentro da superfície de Hvorslev é suposto ser elástico. No entanto, observa-se que a cedência tem lugar a uma tensão inferior à máxima, coincidindo esta com o ponto de máxima dilatância. No estado crítico a resistência ao corte permanece constante a volume constante.

Não sendo a coesão resultado de ligações cimentícias fortes entre as partículas, "coesão verdadeira", o solo não resiste a esforços de tração e desta forma a resistência ao corte do solo será nula para tensão efetiva nula, passando a envolvente através da origem. Para o caso em que a



Fig. 13 – Resistência ao corte e variação de volume função da compacidade inicial. Variação de (ϕ') no pico em função da compacidade inicial em relação ao estado crítico, (v_{f} - v_{ec}).

coesão resulta do trabalho realizado na expansão do solo, a envolvente de pico será não linear e passará pela origem como se mostra na Fig. 12.

Os solos com ligações cimentícias fortes apresentam uma coesão verdadeira, cujo valor se pode admitir da ordem de metade da resistência à tração do solo, ou seja, o raio do círculo de Mohr num ensaio de tração, uma vez que a tensão de compressão é nula. Teles (2013) obteve, para os solos moles quimicamente estabilizados com cimento Portland, resistências à compressão não confinada cerca de seis a sete vezes superiores à resistência à tração. A resistência à compressão não confinada pode ser estimada considerando uma envolvente de rotura com uma coesão igual a metade da resistência à tração, um ângulo de resistência ao corte da ordem de 40° e uma tensão de confinamento, resistente à expansão horizontal pelo efeito de Poisson, mobilizada pela resistência à tração.

Assim, considerando:

 σ_c – resistência à compressão não confinada do solo σ_t - resistência à tração do solo c'- coesão igual a metade da resistência à tração = $\sigma'_{1/2}$

 ϕ' - ângulo de resistência ao corte do solo



$$\sigma'_c - \sigma'_t = (\sigma'_c + \sigma'_t) \cdot sen(\phi') + 2 \cdot c' \cdot \cos(\phi')$$

Simplificando a expressão acima e substituindo c'= $\sigma_t/2$, a razão entre a resistência à compressão e de tração é função do ângulo de resistência ao corte ϕ' :

$$\frac{\sigma'_c}{\sigma'_t} = \frac{1 + sen(\phi') + \cos(\phi')}{1 - sen(\phi')}$$
(13)



115

Adotando um valor $\phi'=40^\circ$, tem-se $\sigma'_c/\sigma'_t = 6,7$, o que está de acordo com os valores obtidos por Teles (2013).

Nos ensaios triaxiais não é possível aplicar tensões de tração, o que se traduz na existência de uma linha limite para os estados de tensão possíveis e impossíveis definida por q/p'=3 ou t/s'=1. Para a representação τ - σ'_{N} , o conjunto de pontos (τ/σ)_{max} definidos pela tangente entre o círculo de Mohr com $\sigma'_{3}=0$ e a envolvente de rotura { $\tau=c'+\sigma'_{N}$.tg(ϕ')}, formam uma reta cujo declive é 1:[(1+sin ϕ')/(1-sin ϕ')]^{1/2}, como se mostra na Fig. 14. A área acima desta reta será uma zona impossível existir pelo facto da tensão mínima não poder ser inferior a zero.



Fig. 14 - Variação da coesão na condição de o solo não resistir à tração.

A Fig. 15 representa as envolventes a volume constante ou intrínsecas e as correspondentes ao pico para os dois horizontes ensaiados correspondentes ao saprólito granítico da Guarda: o Horizonte I mais superficial, entre 0 e 4 metros, e o Horizonte II mais profundo, entre 4 e 7 metros. O Quadro 2 mostra a variação dos parâmetros de resistência ao corte (c'; σ ') para vários níveis de tensão (Rodrigues e Lemos, 2010).

Verifica-se uma tendência para a diminuição da intersecção coesiva e aumento do ângulo de resistência ao corte de pico à medida que o nível de tensão normal diminui, originando uma envolvente não linear passando pela origem. A coesão é uma componente estrutural volumétrica resultante do trabalho produzido na expansão da amostra e não de ligações cimentícias verdadeiras entre as partículas. As ligações cimentícias que possam existir são fracas e serão completamente destruídas para os níveis de deformação para os quais se obtêm as resistências máximas nestes solos, 1% a 2%. De notar que as resistências de pico coincidem com o ponto de máxima dilatância das amostras.

Prof. (m)	p'= 0 – 150 kPa		p'= 0 – 300 kPa		p'= 300 – 1000 kPa		Todos os valores de p'	
	c' (kPa)	φ' (°)	c' (kPa)	φ' (°)	c' (kPa)	φ' (°)	c' (kPa)	φ' (°)
0-4	4	42,4	8	39,3	41	33,9	16	35,8
4 – 7	9	43,4	10	42,7	79	33,0	24	37,1

Quadro 2 – Variação de (c'; ϕ ') com o nível de tensão normal (Rodrigues e Lemos, 2010).



Fig. 15 – Envolventes de pico e a volume constante para os dois horizontes ensaiados.



Fig. 16 – Comportamento dilatância (d=δε_ν/δε_s)-razão de tensões (q/p') em solos não cimentados a) e cimentados b). Adaptado de Coop e Wilson, 2003.

No caso da componente coesiva resultar de ligações interparticulares fortes, a cedência e a resistência de pico poderão ser controladas por estas, observando-se uma rotura frágil. A dilatância poderá, eventualmente, influenciar a resistência ao corte com a mobilização de novo pico inferior ao anterior. As deformações para o pico são reduzidas e o comportamento tensão-deformação elástico. Na Fig. 16 apresentam-se os resultados do arenito de Castlegate e de uma areia. O comportamento do saprólito da Guarda é idêntico ao da areia, o que mostra um comportamento friccional em que o pico resulta do trabalho de expansão da amostra. Na Fig. 16 exemplifica-se o comportamento para um material com ligações cimentícias moderadas, que apresenta um comportamento elástico inicial, com diminuição de volume, verificando-se a cedência com a quebra das ligações cimentícias. Após a cedência verifica-se um reduzido aumento de resistência mostrando a amostra uma tendência crescente de expansão, coincidindo o ponto de máxima expansão com a resistência máxima, a qual é superior à tensão de cedência das ligações cimentícias.

Na análise da estabilidade de obras com níveis de tensões normais baixas, a resistência ao corte adoptada com base na envolvente linear (c'; σ ') representará valores superiores aos reais e por isso do lado da insegurança, Fig. 12. Obras de terra nesta situação são por exemplo: taludes, muros de suporte e aterros. Nestas circunstâncias deverá adoptar-se um valor de coesão nula na avaliação da estabilidade destas obras. Esta situação é ainda reforçada com a promoção da rotura progressiva em elementos de solo sujeitos a trajectórias de tensão de compressão com diminuição da tensão normal média, para as quais a rotura é atingida para pequenas deformações. Em obras com um estado de tensão de confinamento elevado, a envolvente (c'; ϕ ') pode ser usada, uma vez que o estado de tensão do solo coincide com a parte linear da envolvente.

6 - RESISTÊNCIA AO CORTE NÃO DRENADA

A resistência ao corte em termos das tensões efetivas necessita do conhecimento da pressão intersticial, a qual numa condição drenada é conhecida ou pela posição do nível freático numa condição hidrostática ou pela rede de percolação em regime permanente. Numa condição não drenada o conhecimento da pressão da água nos poros é difícil. No entanto, numa condição de completa saturação, não há variação do índice de vazios, e, em consequência, do teor em água, e a resistência ao corte permanece constante durante o carregamento e igual a c_u , Fig. 2. Este comportamento puramente coesivo (c_u) só é possível em solos com uma baixa permeabilidade, como é o caso dos solos argilosos. A designação de solo coesivo, usado para as argilas, tem a ver com a possibilidade de terem um comportamento não drenado e não por possuírem coesão em termos de tensões efetivas, o que como foi demonstrado só é possível quando as partículas se encontrarem agregadas por um cimento forte que confere resistência à tração.

A condição não drenada implica, que o solo tenha uma baixa permeabilidade ou que a velocidade de carregamento seja extremamente elevada, como é o caso do carregamento dinâmico em sismos. Para a permeabilidade ser baixa a quantidade de partículas argilosas deverá ser suficiente para preencher os vazios da fase granular e assim condicionar a permeabilidade do solo. A percentagem das partículas de argila (C%) necessária para preencher os vazios pode ser relacionada com a porosidade da fase granular (n_g) (areia e silte), a porosidade da fase argilosa (n_c) e as densidades das partículas granulares (G_g) e argilosas (G_c), através da seguinte expressão:

$$C\% = \frac{1}{1 + \frac{1 - n_g}{n_g \cdot (1 - n_c)} \cdot \frac{G_g}{G_c}} \times 100,$$
para: $n_g = 0,23; n_c = 0,48; G_g = 2,6 \text{ e } G_c = 2,7 \Rightarrow C = 14\%$
(14)

Uma percentagem de partículas de argila da ordem de 15% é suficiente para preencher os vazios da fase granular (areia e silte), sendo assim a permeabilidade totalmente controlada pela fração argilosa. O controlo da resistência ao corte residual pela fração argilosa necessita de percentagens superiores a 50%, embora a sua influência se comece a fazer sentir para percentagens da fração argilosa superiores a 10%, Fig. 7. A resistência ao corte começa a ser influenciada pelas partículas de argila, formando pontes entre os contatos das partículas granulares, aumentando o índice de vazios granular.

Os solos argilosos levemente sobreconsolidados, apresentam uma compressibilidade muito baixa, do que resulta um elevado coeficiente de consolidação $[c_v = k/(m_v \cdot \gamma_w)]$. A curva índice de vazios-tensão efetiva (e- σ'_v) é quase horizontal no momento da inversão do carregamento para solos levemente sobreconsolidados, Fig. 22 a) e b). Assim apresentam um comportamento quase

drenado, principalmente, no momento da inversão do carregamento pelo facto da dissipação do excesso das pressões intersticiais necessitar de variações de volume extremamente reduzidas.

A resistência ao corte não drenada em solos moles ou recentes normalmente consolidados é condicionante na estabilidade de aterros. A análise de estabilidade pode ser feita em termos das tensões totais (c_u). A resistência ao corte não drenada c_u é um parâmetro extremamente difícil de obter, principalmente em solos moles de elevada sensibilidade, pois é altamente dependente da qualidade da amostragem, da história das tensões, da trajetória das tensões para a rotura, da rotação das tensões principais, da anisotropia e da velocidade de corte. A resistência ao corte não drenada pode ser obtida a partir de ensaios laboratoriais e de campo ou a partir de relações empíricas e dos índices físicos, Fig. 4. As vantagens e desvantagens dos ensaios de laboratório em relação aos ensaios de campo resumem-se no Quadro 3.

Ensaios de l	Laboratório	Ensaios de Campo		
Vantagens	Desvantagens	Vantagens	Desvantagens	
 Condições de fronteira bem definidas Condições de drenagem controladas Trajetórias de tensões conhecidas Velocidades de deformação controladas Solos ensaiados identificados 	 Solos argilosos-perturbação das amostras Solos arenosos-colheita da amostra quase impossível Volume das amostras ensaiadas pequeno em relação ao volume do maciço interessado 	 Podem ser executados em solos de difícil amostragem Ensaios realizados em ambiente natural Volume das amostras ensaiadas maiores do que em laboratório Para alguns ensaios de penetração a informação é contínua 	 Condições de fronteira mal definidas Condições de drenagem mal definidas e não controladas (a medição da pressão intersticial pode ajudar) Campo de tensões e deformações não uniforme Velocidades de deformação elevadas Solo ensaiado não identificado Modos de deformação diferentes dos observados em estruturas reais Grau de perturbação desconhecido 	

Quadro 3 – Vantagens e desvantagens dos ensaios de laboratório e de campo.

7 – RESISTÊNCIA AO CORTE NÃO DRENADA FUNÇÃO DA TENSÃO EFETIVA E DO TEOR EM ÁGUA

A resistência ao corte não drenada c_u , é em primeiro lugar condicionada pelos parâmetros da resistência ao corte em termos de tensões efetivas e pelo valor da tensão efetiva na rotura, partindo da relação de Mohr-Coulomb em termos das tensões principais efetivas, equação (3).

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - u\right) \cdot sen(\phi') + c'\cos(\phi')$$

Rearranjando a expressão acima, obtém-se:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \left[1 - sen(\phi') \right] = \{ \sigma_3 - u \} sen(\phi') + c' \cos(\phi')$$
(15)

119

A pressão da água nos poros no momento da rotura será igual à soma da pressão da água nos poros no fim da consolidação (u₀) com a pressão da água nos poros gerada durante o corte (Δ u). A pressão da água nos poros gerada numa condição não drenada para uma determinada variação da tensão total foi proposta por Skempton, a partir de ensaios triaxiais de compressão com aumento da tensão média com a tensão radial constante: $\Delta u = B [\Delta \sigma_3 + A_f \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)]$, em que B e A_f são os parâmetros da pressão da água nos poros de Skempton. Para solos completamente saturados o parâmetro B=1. Skempton realizou ensaios triaxiais de compressão não drenados em duas fases:

1^a fase: compressão isotrópica - $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_R$; $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = 0 \Rightarrow \Delta u = B \cdot \Delta\sigma_R$

2° fase: corte em compressão não drenada - $\Delta \sigma_3=0$; $\Delta \sigma_1=\Delta \sigma_a \Rightarrow \Delta u=A_f \cdot \Delta \sigma_a$

A primeira fase destinava-se a garantir a saturação da amostra através do valor do parâmetro B>0.95, e a segunda fase a avaliar o parâmetro A_f , na rotura.

Considere-se uma amostra consolidada anisotropicamente com uma razão constante de $k=\sigma'_{H}/\sigma'_{v}$ e que o parâmetro A é conhecido para esta situação. O parâmetro A é função do estado de tensão inicial, da trajetória das tensões e varia com a magnitude das tensões de corte.

Substituindo na expressão (15) o valor da pressão intersticial e rearranjando a expressão, obtém-se para a resistência ao corte não drenada c_u :

$$c_{u} = \frac{\sigma_{1} - \sigma_{3}}{2} = \frac{[k + A \cdot (1 - k] sen(\phi')]}{1 + (2A - 1)sen(\phi')} \sigma_{vc}' + \frac{c' \cos(\phi')}{1 + (2A - 1)sen(\phi')}$$
(16)

em que σ'_{vc} é a tensão vertical de consolidação.

Considerem-se as constantes $C_1 = \frac{[k + A(1-k)]sen(\phi')}{1 + (2A-1)sen(\phi')}$, $C_2 = \frac{c'\cos(\phi')}{1 + (2A-1)sen(\phi')}$

A expressão (16) toma a forma:

$$c_u = C_1 \sigma'_{vc} + C_2 \tag{17}$$

Para um solo, a coesão c' é igual a zero e $C_2=0$. A tensão vertical de consolidação é função do índice de vazios (e), Fig.17a):



Fig. 17– a) Variação do índice de vazios, e, com a tensão efetiva vertical, σ'_{ve} . b) Variação do teor em água, w, com a resistência ao corte não drenada, c_u.

Substituindo $\sigma'_{vc} = \sigma'_{v0} \mathbf{10}^{\frac{e_0-e}{C_c}}$ na expressão (17), obtém-se,

$$c_{u} = C_{1} \sigma_{v0}' 10^{\frac{e_{0} - e}{C_{c}}}$$
(18)

Aplicando logaritmos a ambos os membros da equação

$$\log c_{u} = \log(C_{1}\sigma_{v0}') + \frac{e_{0} - e}{C_{c}}$$
$$e = \{e_{0} + C_{c} \log(C_{1}\sigma_{v0}')\} - C_{c} \log c_{0}$$

mas: $e = w \cdot G$ num solo completamente saturado,

$$w = \frac{e_0 + C_c \log(C_1 \sigma'_{\nu_0})}{G} - \frac{C_c}{G} \log c_u$$

considerando $C_3 = \frac{e_0 + C_c \log(C_1 \sigma'_{\nu_0})}{G}$

G

$$w = C_3 - \frac{C_c}{G} \cdot \log c_u \tag{19}$$

Conclui-se que o logaritmo da resistência ao corte varia linearmente com o teor em água, como se mostra na Fig.17b).

Para o teor em água correspondente ao limite de plasticidade, tem-se: $w_P = C_3 - \frac{C_c}{C} \log c_{iw_P}$ Para o teor em água correspondente ao limite de liquidez, tem-se: $w_L = C_3 - \frac{C_c}{G} \log c_{uw_L}$

Assim o índice de plasticidade é igual a:

$$IP=W_{L}-W_{P}=C_{3}-\frac{C_{c}}{G}\log c_{uw_{L}}-C_{3}+\frac{C_{c}}{G}\log c_{uw_{P}}=\frac{C_{c}}{G}\log \frac{c_{uw_{P}}}{c_{uw_{L}}}$$

É geralmente aceite que a resistência ao corte correspondente ao teor em água no limite de plasticidade é cem vezes superior ao do limite de liquidez

$$c_{uwP} \approx 100 \cdot c_{uwL} \Longrightarrow IP = \frac{C_c}{G} \times 2 \Longrightarrow C_c = \frac{G \cdot IP}{\frac{2}{w_L - w_p}}$$
(20)
O índice de liquidez é igual a $IL = \frac{w - w_p}{w_L - w_p}$

Substituindo w, w_L e w_P na equação de IL obtém-se:

$$IL = \frac{\log \frac{c_{uw_p}}{c_u}}{\log \frac{c_{uw_p}}{c_{uw_p}}}$$

Considerando que $c_{uW_p} = 100 \cdot c_{uW_L}$, obtém-se:

$$2IL = \log \frac{c_{uw_p}}{c_u} \implies \frac{c_{uw_p}}{c_u} = 10^{2IL} \implies c_u = c_{uw_p} 10^{(-2IL)}$$

Considerando, que c_u para o limite de plasticidade é aproximadamente igual a 170 kPa obtém-se a expressão de Wood e Wroth (1978).

$$c_{\mu} = 170 \times e^{-4.6 \cdot L} \tag{21}$$

121

Na Fig.18b) representa-se a traço mais grosso a expressão (21) e compara-se com os resultados de alguns solos e referidos na literatura. Os valores obtidos pela expressão (21) estão bem enquadrados pelos valores reportados na literatura.



Fig. 18 – Variação da resistência ao corte não drenada com o Índice de Liquidez.

A partir da teoria do estado crítico,

$$v_{ec} = \Gamma - \lambda \cdot \ln(p'_{ec})$$
$$q_{ec} = M \cdot p'_{ec}$$
$$c_u = \frac{q_{ec}}{2} = \frac{M}{2} \cdot p'_{ec}$$

Para uma condição não drenada e saturada v=constante

$$\nu_{ec} = \Gamma - \lambda \cdot \ln(p'_{ec}) = \nu_e = N - \lambda \cdot \ln(p'_e), \quad \text{donde}$$
$$p'_{ec} = p'_e \cdot e^{\frac{\Gamma - N}{\lambda}}$$
$$c_u = \frac{M}{2} \cdot e^{\frac{\Gamma - N}{\lambda}} \cdot p'_e, \quad \text{em que } p'_e = \frac{\sigma'_1 + 2 \cdot \sigma'_3}{3}$$

Consolidação anisotrópica com k=const= $\frac{\sigma'_3}{\sigma'_1} = \frac{\sigma'_H}{\sigma'_{vc}} \Rightarrow p'_e = \frac{1+2 \cdot k}{3} \cdot \sigma'_{vc}$

$$c_{u} = \frac{M}{2} \cdot e^{\frac{\Gamma - N}{\lambda}} \cdot \frac{1 + 2 \cdot k}{3} \cdot \sigma_{vc}^{\prime}$$
(22)

Comparando esta expressão com a expressão (16) deduzida acima, para c'=0:

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\left[k + A \cdot (1 - k)\right] \operatorname{sen}(\phi')}{1 + (2 \cdot A - 1) \operatorname{sen}(\phi')} \sigma'_{vc}$$

Verifica-se que o parâmetro A é função da compressibilidade do solo. Em ambas expressões os parâmetros N e A referem-se à consolidação isotrópica e corte em compressão com aumento da tensão média. O parâmetro A_f deve ser usado com muito cuidado, pois os valores do parâmetro A_f de Skempton referidos em geral na bibliografía foram determinados para rotura a partir de ensaios triaxiais de compressão com aumento da tensão média consolidados isotropicamente. Assim, o valor de A_f , mesmo para solos normalmente consolidados, depende do estado inicial e da trajetória das tensões para a rotura, que condicionam as deformações plásticas e a geração das pressões intersticiais.

8 – PARÂMETRO A PARA UM MATERIAL ELÁSTICO E ISOTRÓPICO

O comportamento do solo dentro da superfície de cedência ou do estado limite é suposto ser elástico, em geral nos modelos elasto-plásticos.

Num material com um comportamento elástico e isotrópico, só há variação de volume se houver variação da tensão normal octaédrica em termos de tensões efetivas.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \sigma'_{act}}{K'} = \frac{\Delta p'}{K'}, \text{ para que } \Delta V = 0 \text{ e como } k' = \frac{3 \cdot (1 - 2 \cdot v')}{E'} \text{ não é zero, implica } \Delta p' = 0$$
$$\Delta p' = \frac{\Delta \sigma'_1 + \Delta \sigma'_2 + \Delta \sigma'_3}{3} = \frac{(\Delta \sigma_1 - \Delta u) + (\Delta \sigma_2 - \Delta u) + (\Delta \sigma_3 - \Delta u)}{3} = 0$$
$$\Delta u = \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3}$$

Pela expressão de Skempton tem-se $\Delta u = B\{\Delta \sigma_3 + A \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)\}$ Para uma amostra completamente saturada B=1

Compressão triaxial

$$\Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3$$

$$\Delta u = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 + 2 \cdot \Delta \sigma_3 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_3)) \Longrightarrow \Delta u = \Delta \sigma_3 + \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \longrightarrow A = \frac{1}{3}$$

Deformação plana

Uma vez que $v_{\rm u}$ = 1/2, numa condição não drenada

$$\partial \varepsilon_{2} = 0 = \frac{1}{E_{u}} (\Delta \sigma_{2} - \nu_{u} \cdot \Delta \sigma_{1} - \nu_{u} \cdot \Delta \sigma_{3}) = 0 \qquad \Delta u = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_{1} + \frac{1}{2} (\Delta \sigma_{1} + \Delta \sigma_{3}) + \Delta \sigma_{3})$$
$$\Delta \sigma_{2} = \nu_{u} \cdot (\Delta \sigma_{1} + \Delta \sigma_{3}) = \frac{1}{2} (\Delta \sigma_{1} + \Delta \sigma_{3}) \qquad \Delta u = \Delta \sigma_{3} + \frac{1}{2} \cdot (\Delta \sigma_{1} - \Delta \sigma_{3}) \rightarrow A = \frac{1}{2}$$

Para um material elástico e isotrópico, o parâmetro A é constante durante o carregamento não drenado, mas depende do tipo de carregamento: é igual a $\frac{1}{3}$ para um carregamento triaxial de compressão e igual a $\frac{1}{2}$ para um carregamento de deformação plana.

Na Fig. 19 representa-se a trajetória de tensões efetivas função do parâmetro A para os sistemas de eixos p;q e s;t. Na representação (p;q), $[\frac{1}{3}(\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3); (\sigma_1 - \sigma_3)]$ a trajetória de tensões efetivas é vertical quando A= $\frac{1}{3}$, pelo que será a indicada para representar os resultados de ensaios triaxiais, e a representação (s;t), $[1/2(\sigma_1 + \sigma_3); 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)]$ a indicada para representar ensaios de deformação plana, uma vez que a trajetória de tensões efetivas para A= $\frac{1}{2}$ é vertical, Fig. 19.

A trajetória das tensões efetivas num ensaio triaxial de compressão com aumento da tensão média com um parâmetro A constante é dado pelas seguintes relações para os sistemas de eixos (p;q) e (s;t) como se representa na Fig.19.



Fig. 19 – Trajetória de tensões efetivas para o comportamento elástico triaxial de compressão A=1/3 e deformação plana A=1/2: a) representação (p;q); b) representação (s;t).

O princípio do estado crítico estabelece uma relação única entre o estado de tensão e o índice de vazios. Para o comportamento não drenado com a amostra completamente saturada o índice de vazios permanece constante, pelo que a trajetória de tensões efetivas (B'C') é imposta, Fig. 20b), e independente da trajetória das tensões totais de compressão com diminuição da tensão média (BC_d), com tensão média constante (BC_s) ou com aumento da tensão média (BC_a), como se ilustra na Fig. 20.

O parâmetro A_f na rotura de Skempton obtém-se normalmente através de ensaios de compressão com aumento da tensão média (BC_a), como se ilustra na Fig.20a). Assim o estado de tensão em termos da tensão efetiva obtido para a trajetória de tensões de compressão com aumento da tensão média (BC_a) permanece constante e independente da trajetória das tensões totais (BC_d) ou (BC_s).

9 – RESISTÊNCIA AO CORTE NÃO DRENADA DETERMINADA COM BASE EM ENSAIOS DE LABORATÓRIO E DE CAMPO

Nos ensaios de laboratório, o principal inconveniente é a amostragem, principalmente em solos moles sensíveis e solos estruturados agregados. Nos solos estruturados e cimentados, a extração da amostra, fazendo variar a tensão total para zero, é suficiente para destruir as ligações cimentícias (Alvarado et al., 2012; Rodrigues, 2003; Rodrigues e Lemos, 2003), conservando, no entanto, a estrutura do solo. Rodrigues (2003) observou que a técnica de preparação das amostras é determinante na destruição das ligações cimentícias. Solos moles sensíveis com um comportamento metastável, devido a ligações entre as partículas, como é o caso das "Quick clays", formam depósitos homogéneos de estrutura aberta e floculada com elevados índices de vazios depositados em ambiente marinho e submetidos a um processo de lixiviação após levantamento geostático. Nesses solos a determinação da resistência ao corte não drenada só é possível utilizando sofisticados processos de amostragem de blocos, como o de Sherbrook ou de Laval (Lefebvre e Poulin, 1979; La Rochelle et al., 1981), utilizando elaborados métodos de ensaio, como o NGI-ADP. Neste método a amostra intacta é reconsolidada para o estado de tensão "in situ" sem cruzar a superfície de estados limite, e submetida ao corte com trajetórias de tensão para a rotura idênticas às verificadas no carregamento real. As trajetórias de tensão numa obra são bastante diversas, pelo que a resistência ao corte não drenada pode ser determinada pela média dos valores obtidos através de ensaios triaxiais de compressão, de corte simples e de triaxial de extensão, Fig. 24b).



Fig. 20 – Trajetória de tensões efetivas imposta para e=const (B'C') e independente da trajetória das tensões totais (BC_a), (BC_b) ou (BC_s).

Na Fig. 21a) apresenta-se a variação da resistência ao corte não drenada com rotação da tensão principal máxima durante o corte (α), e com o valor da tensão principal intermédia (b). A resistência ao corte máxima é obtida para o ensaio triaxial de compressão e a mínima para o ensaio triaxial de extensão.

O comportamento ao corte não drenado para ensaio triaxial de compressão e extensão está representado na Fig.21b). Deve-se salientar:

- i) A resistência ao corte não drenada permanece aproximadamente constante para graus de sobreconsolidação inferiores a 2. O comportamento no início da descarga ou recarga é muito rígido, pelo que a variação do índice de vazios (ou teor em água) é muito pequena para graus de sobreconsolidação inferiores a 2. O teor em água permanece constante assim como a tensão de consolidação equivalente σ'_{vc} , Fig. 22a) e b) assim como a resistência ao corte não drenada Fig.22c), como se demonstrou acima com a dedução das relações (18), (19), (21) e (22) e pela relação empírica obtida através de retroanálises, $c_u=(0,2 a 0,3) \cdot \sigma'_{vc}$.
- ii) A resistência ao corte não drenada em triaxial de compressão é cerca de duas vezes superior ao seu valor em extensão.
- iii) As extensões na rotura em compressão aumentam com o grau de sobreconsolidação, aproximadamente iguais a 0,1% para OCR de 1 e 0,8% para OCR de 2.
- iv) No comportamento não drenado em compressão, a rotura não drenada, máximo valor de q, correspondente ao ponto C, Fig 21b), é atingida para pequenas deformações (da ordem de 0,1%) e é frágil e não coincide com a rotura em termos da tensão efetiva, ponto D, Fig. 21b), correspondente ao máximo valor de (q'/p').



Fig. 21 – a) Efeito da rotação das tensões principais e do valor da tensão principal intermédia na resistência ao corte não drenada. b) Comportamento não drenado e resistência ao corte não drenada no ensaio triaxial de compressão e extensão. (Jardine e Hight, 1987).



Fig. 22 - Variação da resistência ao corte não drenada para OCR<2.

 v) No comportamento não drenado em extensão, a rotura é atingida para deformações elevadas (da ordem de 5%), é dúctil e a rotura não drenada é coincidente com a rotura em termos da tensão efetiva (E), ou seja o valor máximo de q e q/p' coincidem.

Os solos recentes não estruturados, como é o caso da maioria dos solos moles portugueses deltaicos ou estuarinos, têm um comportamento normalizável, pelo que se pode utilizar o método de trajetória das tensões de SHANSEP a partir de amostras reconstituídas ou seriamente perturbadas. A amostra é reconsolidada para um estado de tensão cerca de duas vezes e meia a observada no local, mas seguindo a mesma história de tensões observada na formação do solo, ou seja o mesmo grau de sobreconsolidação. Coelho (2000) e Correia (2011), a partir de amostras

reconstituídas, obtiveram o comportamento normalizado dos solos moles do Baixo Mondego, Fig. 23. Como se mostra na figura, o comportamento frágil não drenado característico de ensaios de compressão em amostras consolidadas anisotropicamente só é possível obter em ensaios com deformação controlada. Em ensaios com tensão controlada verifica-se um aumento da diferença entre a tensão aplicada e a resistente com um esmagamento da amostra, o que não permite obter a curva tensão-deformação após o pico.



Fig. 23 - Comportamento normalizado dos solos moles do Baixo Mondego.

A resistência ao corte não drenada obtida através de retroanálise de roturas é apresentada na Fig. 24, função do índice de plasticidade IP, normalizada em relação à tensão efetiva vertical de consolidação virgem, σ'_{vc} . A razão entre a resistência ao corte não drenada e a tensão efetiva vertical de consolidação (c_u/σ'_{vc}), apresenta valores entre 0,2 e 0,3 para índices de plasticidade que variam entre 0% e 100%. Na mesma figura estes valores são comparados com os obtidos em vários ensaios laboratoriais. A média obtida para os ensaios triaxiais de compressão, extensão e de corte simples aproxima-se dos valores obtidos por retroanálise de roturas.

A resistência ao corte não drenada pode igualmente ser obtida através de ensaios de campo de corte rotativo (molinete) e do cone penetrómetro estático (CPT). No Quadro 3 apresentam-se as vantagens e desvantagens em relação aos ensaios de campo, entre as quais se salienta o desconhecimento do grau de perturbação e das velocidades de corte serem superiores às verificadas nas roturas reais. Bjerrum (1973) mostrou que os valores obtidos através destes ensaios eram, em geral, superiores aos verificados nas roturas no campo e deveriam ser corrigidos, para ter em conta o efeito da velocidade de corte, através de um coeficiente de correção μ , Fig. 25. O efeito da velocidade aumenta com a plasticidade do solo. O coeficiente de correção é superior a 1,0 para IP<20%, uma vez que, nestes casos, haverá alguma drenagem do solo durante o ensaio, ou seja, a velocidade de corte não garante a condição não drenada do ensaio.

Considerando que a resistência ao corte não drenada é uma função linear da tensão vertical normalmente consolidada σ'_{ve} , como demonstrado com as equações (17) ou (22), sabendo o valor do estado de tensão no ponto (σ'_v), e o grau de sobreconsolidação (OCR= σ'_{ve}/σ'_v) é possível conhecer a tensão de consolidação máxima $\sigma'_{ve}=\sigma'_v$ (OCR), e assim determinar a resistência ao corte não drenada, Fig. 22. Na Fig. 26 apresenta-se a razão entre a resistência ao corte não drenada e a tensão vertical normalmente consolidada σ'_{ve} , obtida através de ensaios de molinete, devidamente corrigida para ter em conta o efeito da velocidade. A tensão de pré-consolidação σ'_{ve}

foi obtida a partir do estado de tensão no local σ'_v multiplicada pelo grau de sobreconsolidação (OCR). Valores da razão (c_u/σ'_{vc}) da ordem de 0,2 a 0,25 foram obtidos para uma variação alargada de índices de plasticidade, como se mostra na Fig. 26d).



Fig. 24 – a) Linha de tendência (c_u/σ'_{ve}) em função do IP% obtida através da retroanálise de roturas reais. b) Comparação com vários ensaios laboratoriais.



Fig. 25 – Coeficiente de correção μ em função de IP(%).

Na Fig. 27 apresenta-se a variação da resistência ao corte não drenada com a profundidade, bem como a variação da tensão de sobreconsolidação, considerando o efeito da dessecação à superfície do terreno. Devido à secagem do terreno à superfície geram-se valores elevados de sucção, o que origina um aumento dos graus de sobreconsolidação. Apresenta-se igualmente a variação da tensão efetiva vertical de consolidação e a resistência ao corte não drenada numa condição normalmente consolidada em profundidade com o nível freático coincidente com a superfície do terreno.

O andamento da curva da resistência ao corte não drenada apresenta uma evolução idêntica à tensão de sobreconsolidação. A resistência ao corte não drenada normalizada em relação à tensão de sobreconsolidação varia entre valores de 0,2 e 0,3, os quais, podem ser usados para estimar a resistência ao corte não drenada, desde que se conheça o valor da tensão de sobreconsolidação σ'_{ve} , a qual pode ser avaliada a partir de ensaios edométricos.



Fig. 26 – Resistência ao corte não drenada (c_u) obtida por ensaios de molinete corrigida para o efeito da velocidade (μ) e normalizada com a tensão vertical de sobreconsolidação (σ'_{vc}) em função do índice de plasticidade (IP), (Mesri, 1975).



Fig. 27 – Variação da resistência ao corte não drenada em profundidade determinada em função da tensão de pré-consolidação, obtida a partir de ensaios edométricos.

10 - CONCLUSÕES

Os parâmetros de resistência ao corte a utilizar devem ser os adequados às condições de carregamento e de drenagem e obtidos a partir de ensaios de laboratório ou de campo ou através de experiência comparável.

Os parâmetros da resistência ao corte em termos de tensões efetivas em argilas devem ser obtidos a partir de ensaios triaxiais consolidados não drenados através da envolvente de Mohr-Coulomb traçada a partir das trajectórias das tensões efetivas dos vários ensaios. As trajectórias de tensão já englobam os vários critérios de rotura normalmente utilizados, q_{max} , $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{max}$ ou u_{max} .

A intersecção coesiva em termos de tensões efetivas em meios particulados (arenosos, siltosos ou argilosos) densos resulta da componente volumétrica na expansão do meio tendente ao índice de vazios crítico. A intersecção coesiva não sendo o resultado de ligações cimentícias fortes implica o seu desaparecimento para um estado de tensões efetivas nulo, resultando assim numa curvatura da envolvente em direcção à origem. Assim, em obras de terra com tensões baixas deve adotar-se uma coesão nula. A adopção do parâmetro coesivo nulo é ainda reforçada pela rotura progressiva devido à não uniformidade das deformações na zona de corte. Para tensões de confinamento elevadas, superiores a 200 kPa, a envolvente de pico $(c';\phi')$ pode ser usada, uma vez que a envolvente de rotura para estes níveis de tensão é linear.

O ângulo de resistência ao corte a volume constante e residual é influenciado pela quantidade de partículas de argila presente no solo. A resistência residual tende a ser inferior à resistência a volume constante. A diferença entre estas duas resistências tende a aumentar com o aumento da percentagem de partículas argilosas, entre 10% e 50%. A resistência residual e a de volume constante são iguais para percentagens de argila inferiores a 10%, mas superior ao do ângulo de atrito intrínseco das partículas granulares. O ângulo de resistência residual para percentagens de partículas de argila superiores a 50% permanece constante e igual ao ângulo de atrito intrínseco das partículas de argila presentes. Forma-se uma superfície deslizante com as partículas de argila perfeitamente orientadas na direção de corte.

O parâmetro da pressão da água nos poros A_f de Skempton refere-se à rotura e foi determinado a partir de ensaios triaxiais de compressão não drenados consolidados isotropicamente. O parâmero A será diferente para outros estados de tensão de consolidação, níveis de tensão e trajetórias de tensão. Considerando-se um meio com um comportamento elástico, o parâmetro A é constante e igual a 1/3 para um carregamento axissimétrico e 1/2 para um carregamento em deformação plana. A trajetória de tensões para A=1/3 no sistema de eixos (p;q) é vertical, pelo que é o sistema de eixos indicado para a representação dos ensaios triaxiais.

Pela teoria do estado crítico a relação entre o índice de vazios e o estado de tensão efetiva é única, pelo que para um determinado índice de vazios o estado de tensão no estado crítico estará estabelecido e único, independentemente da trajetória das tensões totais de compressão ou de extensão. O estado crítico poderá no entanto ser função do tipo de carregamento de compressão ou extensão. Assim, a trajetória das tensões efetivas é única e independente da trajetória das tensões totais, em compressão ou em extensão.

A resistência ao corte não drenada, c_u , é um parâmetro difícil de determinar, pois depende para além dos parâmetros de resistência ao corte em termos da tensão efetiva, do estado de tensão efetiva, da trajetória das tensões, da rotação das tensões principais, da velocidade de carregamento. O seu valor pode ser avaliado através de ensaios laboratoriais e de campo ou estimado a partir de relações empíricas ou dos índices físicos. Através da retroanálise de roturas em solos normalmente ou levemente sobreconsolidados, o valor médio de c_u toma valores entre 0,2 a 0,3 da tensão vertical de pré-consolidação, σ'_{vc} . Esta razão tende a aumentar com a plasticidade do solo. São igualmente apresentadas relações obtidas a partir da teoria do estado crítico, índice de vazios, teor em água e dos índices físicos.

11 – AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar o meu agradecimento aos revisores pela valiosa contribuição na valorização científica e técnica e no aperfeiçoamento da apresentação e compreensão do documento.

12 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarado, G.; Coop, M.R.; Willson, S. (2012). On the role of bond breakage due to unloading in the behaviour of weak sandstones. Géotechnique, 62, 4, 303-316.
- Bjerrum, L. (1973). Problems of soil mechanics and construction on soft clays and structurally unstable soils (collapsible, expansive and others). Proc. 8th ICSMFE, Moscow, Vol. 3, pp. 111-159.
- Coelho, P.A.L.F. (2000). *Caracterização geotécnica de solos moles- estudo do local experimental da Quinta do Foja*. Tese de Mestrado em Mecânica dos Solos e Rochas, Universidade de Coimbra.
- Correia, A.A.S. (2011). Aplicabilidade da técnica de Deep Mixing aos solos moles do Baixo Mondego. Dissertação de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Portugal. 445 p.
- Coop, M.R.; Willson, S.M. (2003). *Behaviour of hydrocarbon reservoir sands and sandstones*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 129 (11), 1010-1019.
- Hvorslev, M.J. (1960). *Physical components of shear strength of saturated clays*. Research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, Colorado (ASCE).
- Jardine, R.J.; Hight, D.W. (1987). *Embankments on Soft Clays*. Bulletin of the Public Works Research Center. Chapters 2, 3 and 4, pp. 33-296.
- La Rochelle, P.; Sarrailh, J.; Tavenas, F.; Roy, M.; Leroueil, S. (1981). Causes of sampling disturbance and design of a new sampler for sensitive soils. Canadian Geotechnical J., Vol. 18 (1), pp. 52-66.
- Lefebvre, G.; Poulin, C. (1979). A new method of sampling in sensitive clays. Canadian Geotechnical J., Vol. 16 (1), pp. 226-233.
- Leroueil, S.; Magnan, J.P.; Tavenas, F. (1990). Embankments on soft clays. Ellis Horwood Ltd.
- Lupini, J. F.; Skinner, A.E.; Vaughan, P.R. (1981). The drained residual strength of cohesive soils. Géotechnique 31, 2, 181-213.
- Mesri, G. (1975). Discussion on "New design procedure for stability of soft clays". ASCE, J. of GED, Vol. 101 (GT4), pp. 409-412.
- Mitchell, J. K. (1976). Fundamentals of soil behavior. John Wiley and Sons, New York.
- Rodrigues, C.M.G.; Lemos, L.J.L. (2003). Strength and stress-strain behaviour of saprolic granite soils from Guarda - sampling effects. Proc. Int. Symp. Deformation Characteristics of Geomaterials. – IS Lyon, France.
- Rodrigues, C.M.G. (2003). Caracterização Geotécnica e Estudo do Comportamento Geomecânico deum Saprólito Granítico da Guarda. Dissertação de Doutoramento, FCTUC. 649 p.
- Rodrigues, C.M.G. (2010). *The Geomechanical Characterization of a Granite Residual Soil*. Publicação interna.

- Skempton, A.W.(1985). *Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory*. Géotechnique 35, 1, 3-18.
- Skinner, A.E. (1969). A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles. Géotechnique 19, 1, 150-157.
- Teles, J.M.N.P.C. (2013). Comportamento mecânico do solo mole do Baixo Mondego quimicamente estabilizado com adição de fibras metálicas. Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, DEC-FCTUC.
- Whittle, A.J. (1993). *Evaluation of a constitutive model for overconsolidated clays*. Géotechnique 43, 2, 289-313.
- Wood, D.M.; Wroth, C.P. (1978). *The use of the cone penetrometer to determine the plastic limit of soils*. Ground Engineering 11(3), 37.