

ACÇÕES SOBRE MUROS DE SUPORTE EM CONSOLA

Actions on cantilever retaining walls

Guilherme Loureiro*

Nuno Guerra**

Jorge Almeida e Sousa***

RESUMO – Apresentam-se e aplicam-se dois métodos de determinação das acções estáticas, devidas ao peso do solo, sobre muros de suporte em consola, um baseado na teoria de Rankine e outro na teoria de Coulomb. Descrevem-se e comparam-se os métodos e apresentam-se de forma adimensional as acções que decorrem da sua aplicação. Procede-se a uma análise paramétrica, mostrando-se a influência do ângulo de atrito solo–estrutura, da inclinação do terreno suportado, da espessura da sapata e do peso volúmico da sapata do muro. Constata-se que o método baseado na teoria de Rankine pode ser aplicado na maior parte dos casos, na medida em que, quando comparado com o método baseado na teoria de Coulomb fornece resultados iguais ou conservativos, sendo ligeiramente contra a segurança quando o ângulo de atrito solo-estrutura é menor do que a inclinação do terreno suportado.

SYNOPSIS – Two methods for determining the static actions, due to soil weight, on cantilever retaining walls are presented. One of the methods is based on Rankine’s theory and the other on Coulomb’s theory. The methods are described and compared and the actions determined by them are shown adimensionally. A parametric analysis is performed, studying the influence of the soil-to-wall friction angle, the inclination of supported soil, the height of the wall footing and the unit weight of the wall footing. It can be concluded that the method based on Rankine’s theory can be applied in most cases, because when compared with the one based on Coulomb’s theory the results are either the same or conservative, and is slightly unconservative for the cases where the soil-to-wall friction angle is less than the inclination of the supported soil.

PALAVRAS CHAVE – Muros de suporte em consola; teoria de Rankine, teoria de Coulomb.

1 – INTRODUÇÃO

Os muros de suporte em consola, de betão armado, do tipo do representado na Figura 1, são estruturas relativamente comuns. A sua análise apresenta como dificuldade a determinação dos impulsos activos que sobre eles actuam.

A geometria do muro de suporte conduz a que, normalmente, um pequeno movimento do muro seja acompanhado por uma cunha de solo, habitualmente designada por “cunha morta”, que actua sempre com o seu peso como parte do muro, movimentando-se com ele e originando um paramento virtual. A geometria deste paramento virtual e o cálculo dos impulsos sobre este tipo de estrutura têm sido abordados por diversos autores, como Barghouthi (1990), Greco (1992, 1999, 2001), Matos Fernandes *et al.* (1997) e Matos Fernandes (2011).

* Mestre em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia, E-mail: loureiro.guilherme@gmail.com

** Professor Associado, UNIC, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, E-mail: nguerra@fct.unl.pt

*** Professor Associado, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, E-mail: jas@dec.uc.pt

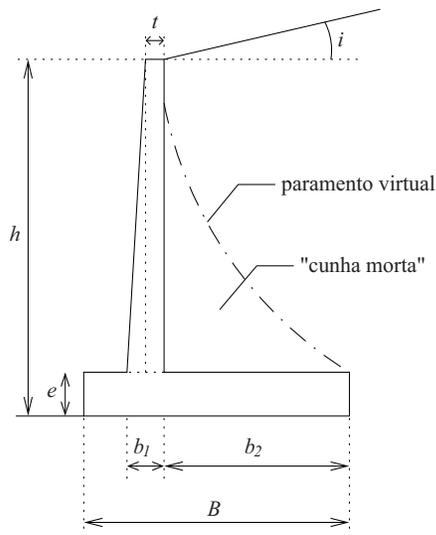


Fig. 1 – Muro em consola: representação da “cunha morta” e do paramento virtual.

Admita-se, no presente trabalho, que o referido paramento virtual é planar e que o seu ângulo com a horizontal é β . O procedimento natural seria, caso β fosse conhecido, calcular os impulsos sobre o muro e sobre o paramento de acordo com o que se identifica através de “Método C”, na Figura 2. Verifica-se que, de acordo com este procedimento, os impulsos a determinar seriam I_{a1}^C e I_{a2}^C caso $\beta \leq \beta^*$ e I_{a1}^C , I_{a3}^C e I_{a4}^C caso $\beta > \beta^*$. Estes impulsos podem ser determinados recorrendo ao método de Coulomb (1776). O facto de β não ser conhecido complica o problema, mas no espírito de um método de equilíbrio limite faz sentido procurar o ângulo β que conduz à maior acção horizontal sobre a estrutura.

Admita-se, para já, que a altura da sapata, e , é pequena e que, portanto, o impulso I_{a1}^C pode ser incluído no impulso I_{a2}^C (Figura 3). Admita-se igualmente que o paramento virtual é a superfície AB

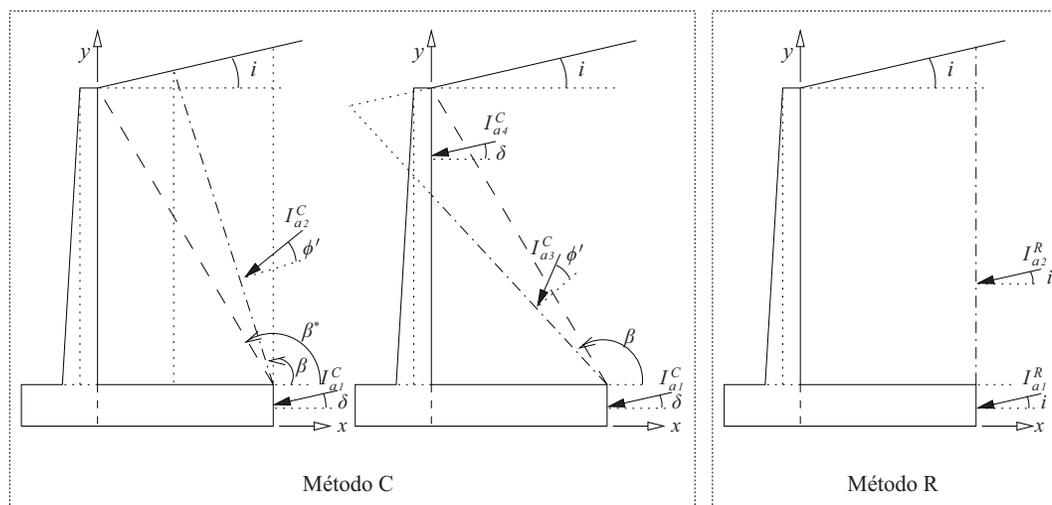


Fig. 2 – Muro em consola; métodos C e R.

podendo K_a^C ser calculado através da solução de Coulomb, nomeadamente através da expressão analítica de Müller-Breslau:

$$K_a^C = \left[\frac{\operatorname{cosec}\beta \operatorname{sen}(\beta - \phi')}{\sqrt{\operatorname{sen}(\beta + \delta)} + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\phi' + \delta) \operatorname{sen}(\phi' - i)}{\operatorname{sen}(\beta - i)}}} \right]^2 \quad (4)$$

Este impulso equilibra, naturalmente, com W e R , a cunha de solo ABC . Divide-se, no entanto, esta cunha em duas – 1 e 2 – conforme se representa ainda na Figura 3. Considere-se, então, o equilíbrio da cunha 1 (cunha ABD). Sobre esta cunha estão aplicadas as forças I_{a2}^C , W_1 e a acção da cunha 2 sobre a cunha 1, que se designa por I_{a2}^R . Pode mostrar-se que esta acção corresponde ao impulso de Rankine na superfície AD , formando portanto um ângulo i com a horizontal. O cálculo do impulso de terras pode, assim, ser realizado na superfície AD , evitando-se a determinação da superfície AB e simplificando-se o cálculo. O impulso I_{a2}^R será, assim:

$$I_{a2}^R = \frac{1}{2} K_a^R \gamma h'^2 \quad (5)$$

sendo K_a^R dado pela teoria de Rankine estendida a solos com superfície inclinada:

$$K_a^R = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \phi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \phi'}} \cos i \quad (6)$$

dando origem, deste modo, ao “Método R”, representado na Figura 2. Verifica-se, assim, que o Método R é equivalente ao Método C para o caso em que o paramento virtual intersecta a superfície do terreno suportado.

Admita-se agora que a superfície AB intersecta o paramento vertical do muro de betão armado. Para este caso o ângulo β já não é dado pela equação (1) e passa a depender, para além de ϕ' e de i , do ângulo de atrito solo-estrutura, δ . O impulso para esta situação está compreendido entre o impulso de Rankine (para o caso limite em que o plano AB intersecte o ponto E), e o impulso de Coulomb, para o caso limite em que os pontos A e E estão sobre a mesma linha vertical.

Quais são, no entanto, os seus valores, no intervalo destes casos limite?

2 – DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS R E C

Em resposta a esta questão, aplique-se o método C, anteriormente descrito e compare-se os resultados obtidos com o método R. O interesse desta aplicação está, como se viu, nos casos em que não se conhece solução para o problema, ou seja, nos casos em que $\beta > \beta^*$. No que se apresenta em seguida, no entanto, mostra-se os resultados obtidos também para $\beta \leq \beta^*$. As razões para se aplicarem os métodos também a esta situação são duas:

- em primeiro lugar, tal permitirá concluir que o valor de β é efectivamente dado pela equação (1) e que nas circunstâncias em que a altura da sapata, e , seja desprezada (as condições de validade da análise a que se refere a Figura 3), os métodos C e R são efectivamente coincidentes;
- em segundo lugar, tal permitirá averiguar a influência que a consideração da altura da sapata, e , tem nos resultados dos dois métodos e, como se verá, na diferença entre os resultados por eles obtidos.

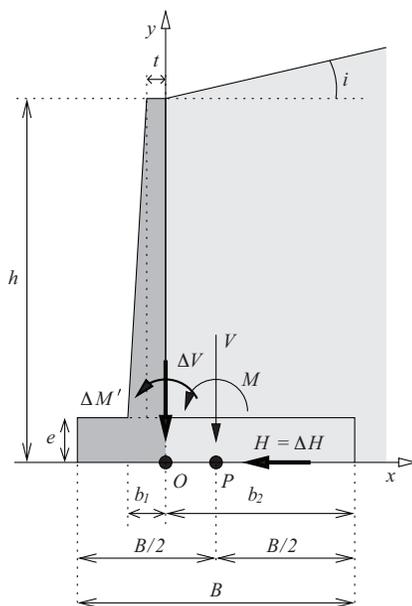


Fig. 4 – Muro em consola; geometria e acções.

A comparação dos valores obtidos dos métodos C e R não pode ser feita directamente através da análise dos impulsos obtidos por cada um deles mas sim através da acção global sobre a estrutura.

A acção global sobre a estrutura pode ser determinada através de uma carga vertical V , uma carga horizontal H e um momento M aplicados no ponto P (Figura 4), localizado a meio da largura da sapata B . Tais acções são devidas ao peso da estrutura de suporte, ao peso do solo limitado por esta e pelo paramento virtual e aos impulsos sobre a estrutura.

No entanto, com o objectivo de tornar os resultados obtidos no presente trabalho o mais gerais possível optou-se por:

- considerar apenas as acções devidas à estrutura e ao terreno na zona correspondente a valores de x positivos, indicada a cinzento claro (Figura 4); as acções devidas ao peso da zona do muro assinalada a cinzento escuro não dependem, naturalmente, do método de cálculo dos impulsos e devem ser somadas às restantes acções pelo leitor, para utilização prática dos resultados do presente trabalho; as acções devidas à zona a cinzento claro são ΔV , ΔH (igual a H , por não haver outras acções horizontais) e $\Delta M'$;
- determinar essas acções no ponto O e não no ponto P , ou seja, determinar as acções ΔV , ΔH e $\Delta M'$.
- determinar estas acções em forma adimensionalizada: $\Delta V/(0,5\gamma h^2)$, $\Delta H/(0,5\gamma h^2)$ e $\Delta M'/(0,5\gamma h^3)$.

Deste modo, é possível determinar as acções adimensionais referidas em função de um número mínimo de parâmetros geométricos – e/h , b_2/h e i .

Se se designar por W_{me} o peso do muro à esquerda do eixo dos y (x negativos), ou seja, o peso do muro assinalado a cinzento escuro, e por $M_{W_{me}}^P$ o momento dessa força em relação ao ponto P , ter-se-á que, conhecendo ΔV , ΔH e $\Delta M'$, as acções no ponto P , V , H e M , podem ser determinadas por:

$$V = W_{me} + \Delta V \quad (7)$$

$$H = \Delta H \quad (8)$$

$$M = M_{W_{me}}^P + \Delta M^P = M_{W_{me}}^P - \Delta V \left(b_2 - \frac{B}{2} \right) + \Delta M' \quad (9)$$

As equações (7) a (9) não consideram o efeito de qualquer impulso passivo; no entanto, tal impulso pode facilmente ser adicionado às referidas equações, se tal for pretendido.

As forças envolvidas nos métodos R e C estão representadas na Figura 5. Apresenta-se em Anexo as expressões que permitem determinar ΔV , ΔH e $\Delta M'$, para os métodos R e C.

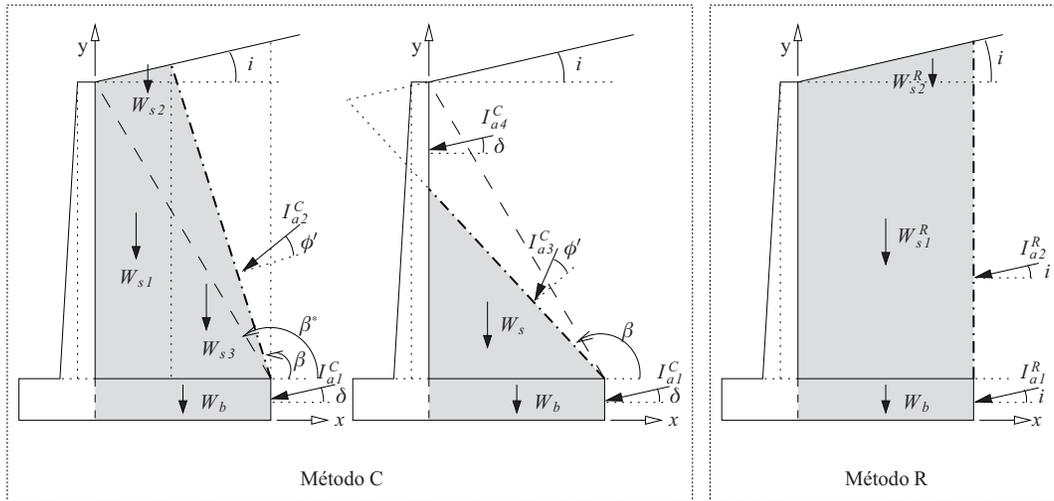


Fig. 5 – Métodos C e R: forças envolvidas.

3 – RESULTADOS – CASO BASE

Considere-se como caso base a situação de um muro com $e/h = 0$, suportando solo com ângulo de resistência ao corte de 30° e inclinação, i , nula, com ângulo de atrito solo-estrutura, δ , igual a $2\phi/3$. Faz-se notar que na hipótese de $e/h = 0$ tal não significa, necessariamente, que não exista sapata do muro, mas apenas que não se pretende considerar a influência da espessura dessa sapata (assunto a retomar posteriormente) e que a própria sapata tem peso volúmico igual ao do solo suportado. Acrescente-se, ainda, que seria simples corrigir as equações anteriormente apresentadas para que fosse possível não considerar a influência da espessura e , simultaneamente, considerar peso volúmico da sapata diferente do do solo. Bastaria para tal acrescentar uma força vertical e considerar os seus efeitos, que traduzisse o acréscimo de peso do material da sapata relativamente ao do solo.

Analise-se, então, fazendo variar a largura da sapata adimensionalizada (b_2/h), os seguintes resultados:

- o ângulo β para o qual a acção horizontal é maximizada;
- a acção horizontal adimensionalizada $\Delta H/(0,5\gamma h^2)$ correspondente;
- a acção vertical adimensionalizada $\Delta V/(0,5\gamma h^2)$ correspondente;

- o momento adimensionalizado $\Delta M'/(0,5\gamma h^3)$ correspondente;
- a relação $\Delta H/\Delta V$, que constitui uma medida da inclinação da carga;
- a relação $\Delta M'/\Delta V/h$, que é uma medida da excentricidade adimensionalizada.

Estes resultados encontram-se representados na Figura 6, na qual se sobrepõem, para o caso dos valores de β , os valores dos ângulos β_t e β^* , e, para as restantes grandezas, os resultados obtidos pelos métodos R e C. Na mesma figura apresenta-se igualmente os resultados obtidos para condições análogas às do caso base com, no entanto, ângulos de resistência ao corte de 20 e 40°; esses resultados serão comentados a seguir.

A análise desta figura, para o caso base ($\phi' = 30^\circ$) permite as seguintes observações:

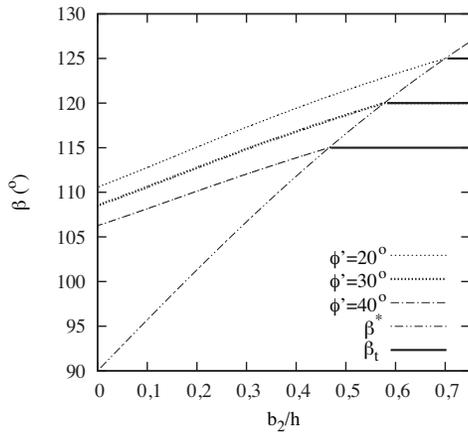
- a partir de determinado valor de b_2/h – cerca de 0,58 – os resultados das diferentes grandezas obtidos pelos dois métodos – R e C – coincidem, conforme esperado; trata-se do caso correspondente a uma sapata “larga”, anteriormente referido, para o qual não é necessário recorrer ao método C, dado que o método R, de aplicação mais simples, é equivalente;
- a partir do mesmo valor de b_2/h os valores de β determinados através do método C são iguais, portanto, aos valores teóricos desse ângulo, β_t , dados pela equação (1); a partir desse valor, o ângulo β é constante, independente, portanto, da largura da sapata; é também, naturalmente, para este valor de b_2/h que β^* toma valor igual a β e a β_t ;
- para b_2/h inferior ao valor referido, os valores de β são, para o caso em estudo, menores do que β_t , e tanto menores quanto menor for b_2/h ;
- para b_2/h inferior a 0,58, os resultados dos métodos R e C diferem, tendo-se que o método R fornece maiores valores da força horizontal adimensionalizada, menores da vertical, maiores do momento e, conseqüentemente, maiores da relação $\Delta H/\Delta V$ e da excentricidade adimensionalizada, o que evidencia que o método R seja conservativo face a C;
- verifica-se ainda que para b_2/h inferior a 0,58 e superior a cerca de 0,30, as diferenças entre as diferentes grandezas são residuais, evidenciando-se que, para o caso estudado, exceptuando relações b_2/h muito pequenas, se tem que o método R continua a permitir uma boa aproximação dos resultados do método C.

4 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE RESISTÊNCIA AO CORTE DO SOLO SUPORTADO

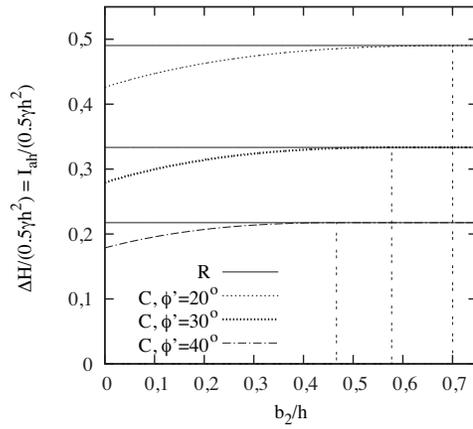
Para análise da influência do ângulo de resistência ao corte do solo suportado realizou-se a análise análoga à do caso base com, no entanto, ângulos de resistência ao corte ϕ' , de 20 e 40°, a que já se fez referência. Os resultados obtidos encontram-se igualmente representados na Figura 6.

A comparação de resultados obtidos para ângulos de resistência ao corte diferentes permite extrair as conclusões esperadas, associadas ao facto de um ângulo de resistência ao corte superior reduzir as acções sobre a estrutura, que não serão analisadas no presente trabalho, por se considerar desnecessário. Há, no entanto, alguns aspectos interessantes a referir:

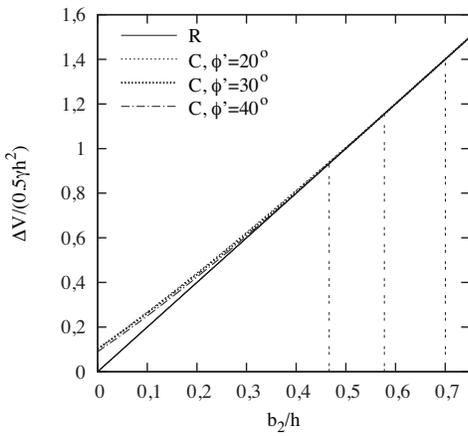
- a largura da sapata b_2/h a partir da qual o método R fornece os mesmos resultados que o método C (ou seja, a largura para a qual a sapata passa a ser “larga”) é tanto maior quanto menor o ângulo de resistência ao corte;
- a força vertical é praticamente independente do ângulo de resistência ao corte.



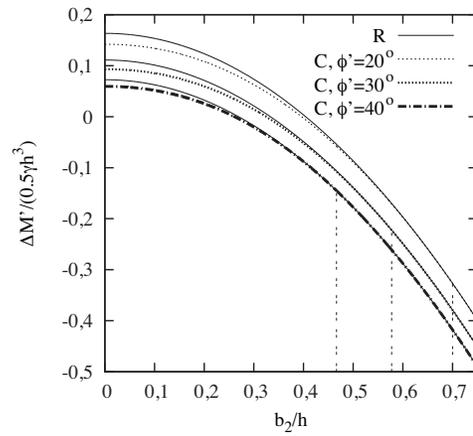
(a) Ângulo β



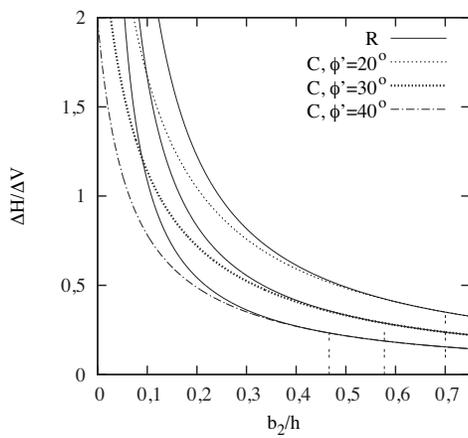
(b) Força horizontal adimensionalizada



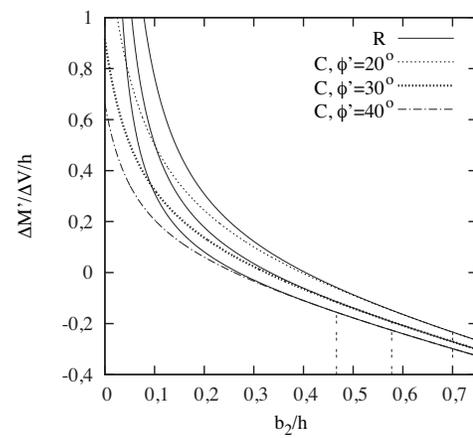
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado



(e) Relação $\Delta H / \Delta V$



(f) Excentricidade adimensionalizada

Fig. 6 – Caso base: $\phi' = 30^\circ$; $i = 0$; $e/h = 0$; $\delta/\phi' = 2/3$; comparação com casos análogos, com $\phi' = 20^\circ$ e $\phi' = 40^\circ$.

5 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ATRITO SOLO–ESTRUTURA (caso $e/h = 0$)

Para análise da influência do ângulo de atrito solo–estrutura, realizaram-se algumas análises complementares, fazendo variar este parâmetro; deste modo, para além de $\delta/\phi' = 2/3$, correspondente ao caso base, apresenta-se na Figura 7 os resultados obtidos para δ/ϕ' de 0, 1/3 e 1. Os restantes parâmetros foram mantidos com o mesmo valor.

A análise da Figura 7 permite constatar que:

- os resultados obtidos do método C para $\delta/\phi' = 0$ são iguais aos resultados do método R; de notar que o método R não depende da relação δ/ϕ' ;
- todos os resultados do método C coincidem com o método R a partir da relação b_2/h de 0,58;
- o aumento da relação δ/ϕ' tem o efeito de reduzir o ângulo β , de reduzir a força horizontal adimensionalizada, de aumentar a vertical, de reduzir o momento adimensionalizado, de reduzir a relação $\Delta H/\Delta V$ e a excentricidade adimensionalizada;
- uma vez mais, as diferenças não são muito significativas para b_2/h superior a cerca de 0,3.

É igualmente interessante estudar a influência do ângulo de atrito solo–estrutura para o caso de terreno inclinado. Considere-se, assim, que $i/\phi' = 2/3$ e averigüe-se a influência da relação δ/ϕ' para este caso. Os resultados estão representados na Figura 8.

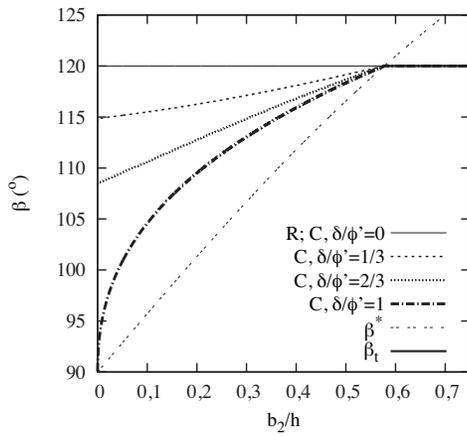
A sua análise permite constatar algumas diferenças importantes em relação aos resultados apresentados anteriormente:

- o caso do método C cujos resultados são iguais aos do método R é, agora, o de $\delta/\phi' = 2/3$; verifica-se, aliás, que o método C fornece resultados iguais aos do método R, para qualquer b_2/h , para $i = \delta$;
- o método R é conservativo para $\delta > i$, não o sendo para $\delta < i$;
- existe, tal como para os casos anteriores, um valor de b_2/h para o qual os resultados do método C são iguais entre si e aos do método R; esse valor é agora de cerca de 0,33;
- o valor exacto para o qual isso acontece é ligeiramente superior para o caso de $\delta/\phi' = 1$, verificando-se mesmo uma descontinuidade no valor de β , traduzido no caso da Figura 8(a) pela linha vertical que se observa para este caso e para o referido valor de b_2/h ; é interessante constatar, no entanto, que esta descontinuidade não aparenta ter implicação nos resultados das forças e momento, que, como se pode observar nas Figuras 8(b) a (d) (e, portanto, também nas (e) e (f)), não têm qualquer descontinuidade; voltar-se-á a este assunto mais à frente no trabalho.

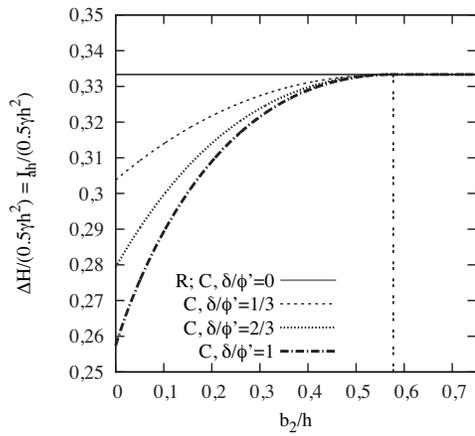
Algumas destas conclusões são alteradas quando se admite a influência da espessura da sapata, pelo que se voltará a este assunto posteriormente, quando tal espessura for considerada.

6 – INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DO TERRENO SUPORTADO

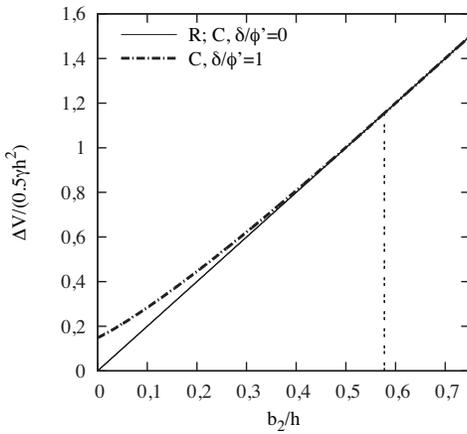
Analisar-se agora a influência da inclinação do terreno, a partir do caso base, e fazendo variar a relação i/ϕ' ; adoptaram-se os valores desta relação de 0, 0,4, 2/3, 0,8, 29/30 e 1. Os resultados obtidos estão representados na Figura 9.



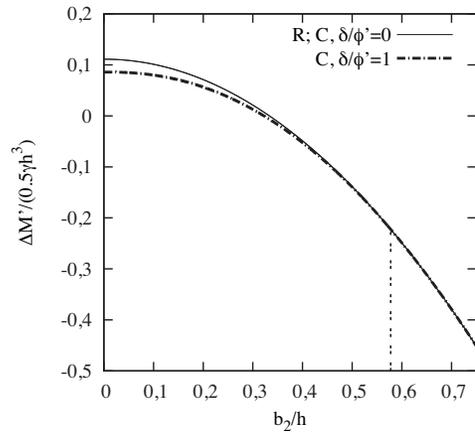
(a) Ângulo β



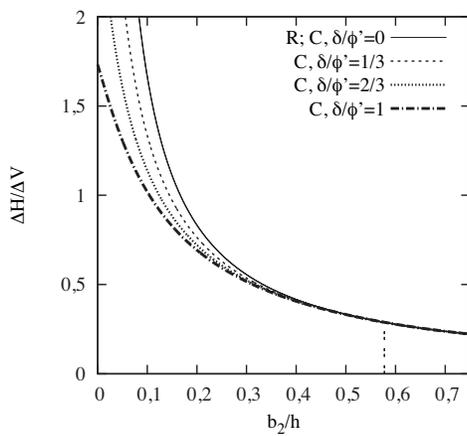
(b) Força horizontal adimensionalizada



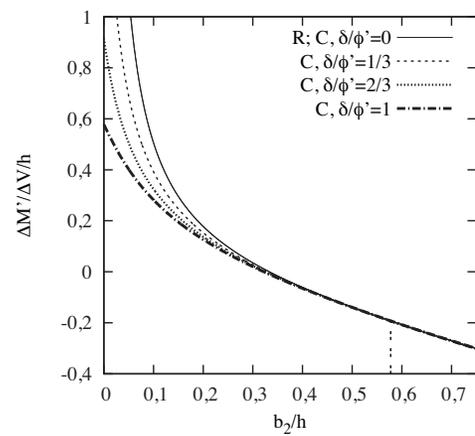
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado

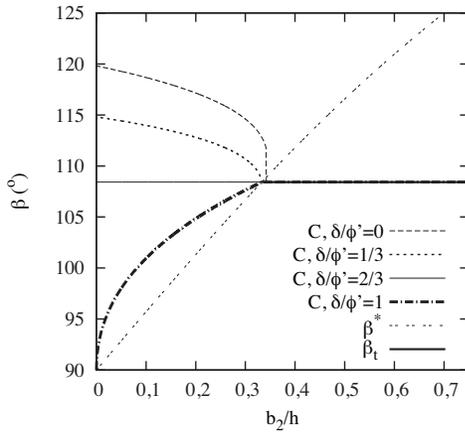


(e) Relação $\Delta H/\Delta V$

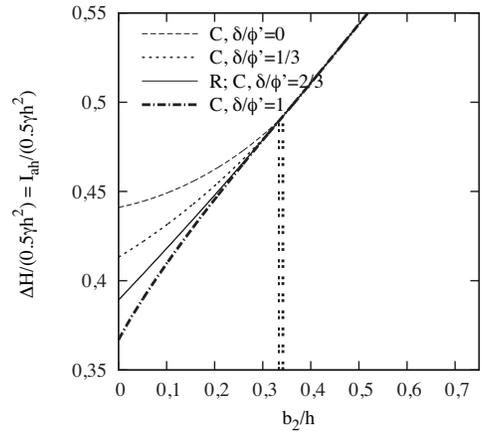


(f) Excentricidade adimensionalizada

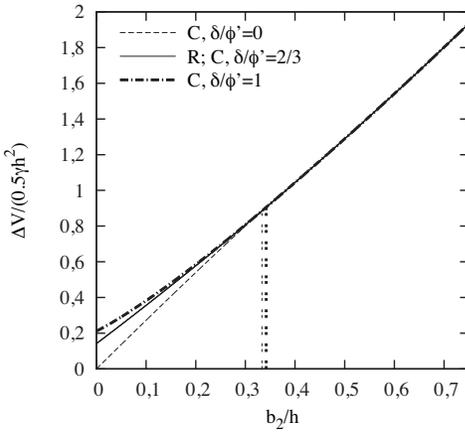
Fig. 7 – Influência da relação δ/ϕ' para o caso $\phi' = 30^\circ$; $i = 0$; $e/h = 0$.



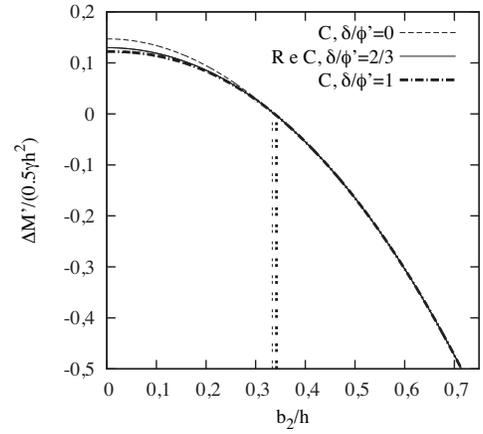
(a) Ângulo β



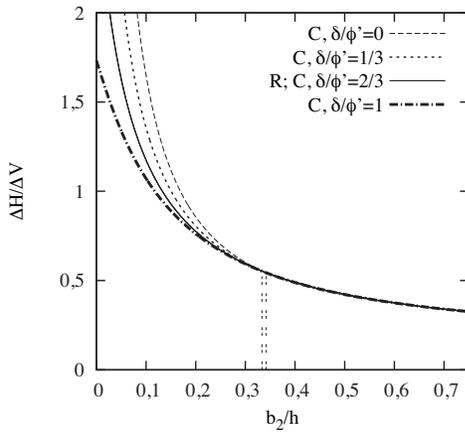
(b) Força horizontal adimensionalizada



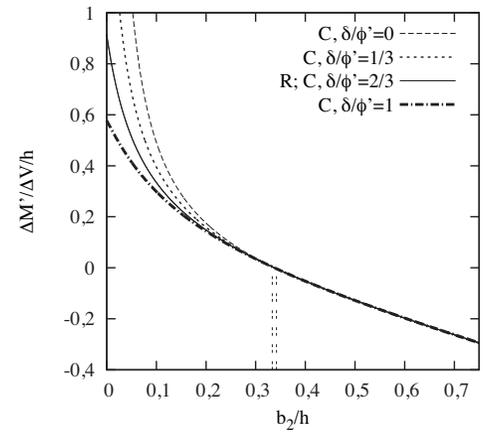
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado

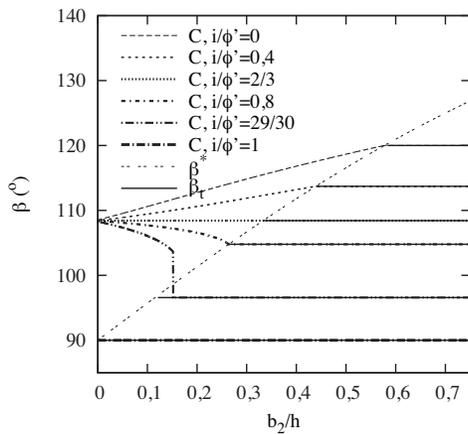


(e) Relação $\Delta H/\Delta V$

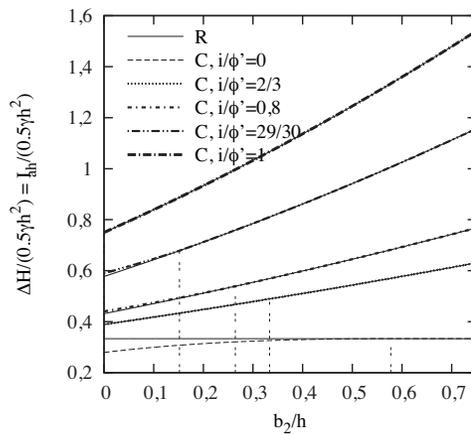


(f) Excentricidade adimensionalizada

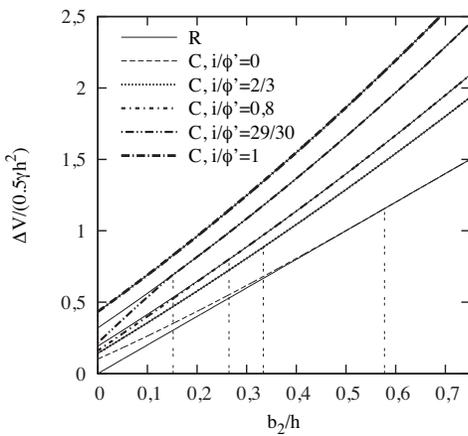
Fig. 8 – Influência da relação δ/ϕ' para o caso $\phi' = 30^\circ$; $i/\phi' = 2/3$; $e/h = 0$.



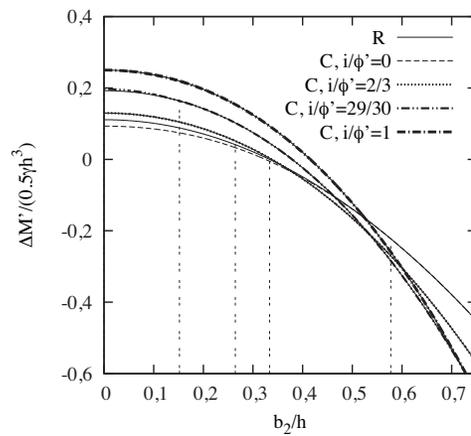
(a) Ângulo β



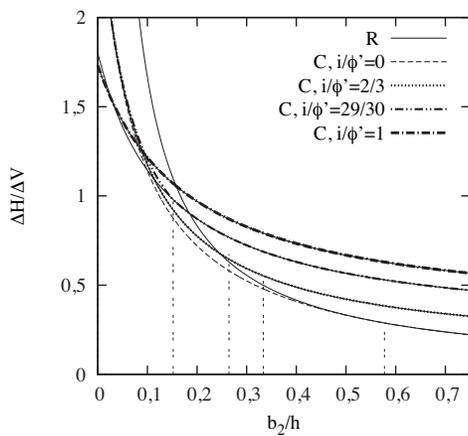
(b) Força horizontal adimensionalizada



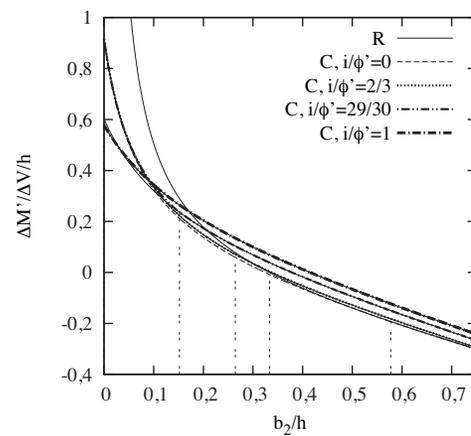
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado



(e) Relação $\Delta H/\Delta V$



(f) Excentricidade adimensionalizada

Fig. 9 – Influência da relação i/ϕ' para o caso $\phi' = 30^\circ$; $\delta/\phi' = 2/3$; $e/h = 0$.

A análise desta figura permite algumas observações:

- os valores de β são tanto menores quanto maior a relação i/ϕ' ; a partir de determinado valor de b_2/h , dependente da relação i/ϕ' , os resultados obtidos através do método C coincidem com os de β_i e os valores de b_2/h para os quais tal acontece são tanto menores quanto maior a relação i/ϕ' ; para o caso de $i/\phi' = 1$ o valor de b_2/h para o qual os valores coincidem é 0, e o ângulo β é igual a 90° ;
- para $i/\phi' = 2/3$ o valor de β é sempre igual e igual a β_i ; trata-se do caso em que $i = \delta$; para $i < \delta$ os valores de β são crescentes com a relação b_2/h , até atingirem o patamar correspondente a β_i ; para $i < \delta$ os valores de β decrescem com b_2/h , atingindo o mesmo patamar; de notar que quando i é pouco superior a δ – caso de $i/\phi' = 0,8$ – a variação de β parece ser suave, sem descontinuidades; quando i é bastante superior a δ tal descontinuidade existe e aparenta conduzir a um b_2/h para o qual $\beta = \beta_i$, um pouco superior a β_i , sem que tal tenha efeito, como se viu anteriormente e se pode confirmar agora para estas situações, em qualquer descontinuidade nos valores das forças e momento; o caso extremo de descontinuidade no valor de β é o que ocorre para $i/\phi' = 1$, verificando-se a descontinuidade para $b_2/h = 0$ e tomando esta o maior valor;
- é também interessante constatar, apesar de sem utilidade prática, que os resultados do ângulo β quando b_2/h tende para zero são iguais independentemente de i/ϕ' e iguais ao valor de β_i correspondente ao caso $\delta = i$;
- a análise dos vários gráficos da referida figura permite concluir que o método R é conservativo quando $i < \delta$, é exacto quando $i = \delta$ e quando $i/\phi' = 1$ e contra a segurança (muito ligeiramente) nos restantes casos ($\delta/\phi' < i/\phi' < 1$).

7 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA SAPATA DO MURO

Para avaliar a influência da espessura da sapata da estrutura de suporte procedeu-se a uma série de cálculos, a partir do cálculo base, que tinha $e/h = 0$, alterando este parâmetro para 0,1, 0,2 e 0,3. Em todos os casos manteve-se a relação $\gamma_s/\gamma = 1$, isto é, admitiu-se que o peso volúmico da sapata era igual ao peso volúmico do solo suportado pelo muro.

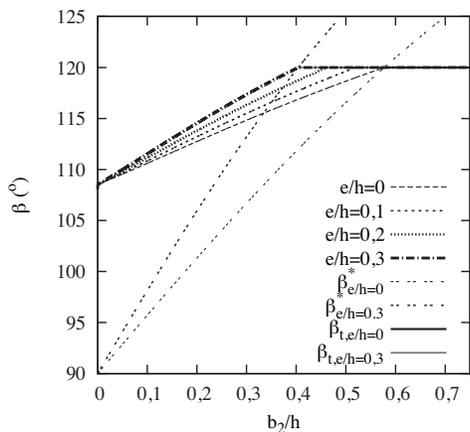
A Figura 10 mostra os resultados obtidos.

A análise desta figura permite constatar que:

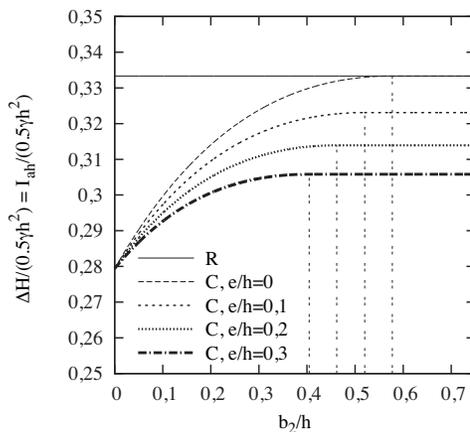
- o método R, conforme já tinha sido constatado, fornece o mesmo resultado do método C para $e/h = 0$; para $e/h > 0$ constata-se que os dois métodos não conduzem aos mesmos resultados, sendo a diferença tanto maior quanto maior for e/h (o método R é, aliás, independente da relação e/h), sendo conservativo para $e/h > 0$;
- os resultados do método C para os diferentes e/h são tanto mais próximos quanto menor a relação b_2/h ; efectivamente, para o caso limite de esta relação assumir valor nulo, os métodos são iguais, uma vez que deixa de fazer sentido falar-se de espessura da sapata, e .

8 – INFLUÊNCIA DO PESO VOLÚMICO DA SAPATA DO MURO

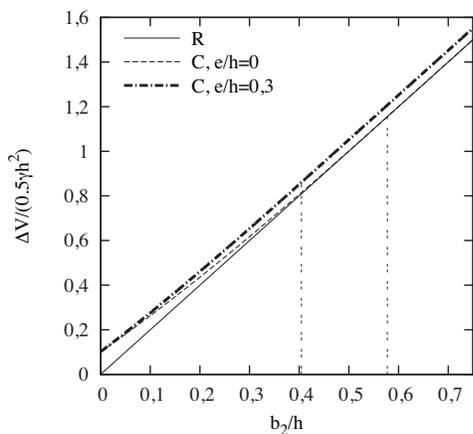
Como se constatará, a influência do peso volúmico da sapata do muro é relativamente pequena, pelo que, para a mostrar de forma clara nos gráficos que se apresenta se optou por adoptar o caso de e/h de 0,2, relativamente elevado, e dois valores extremos da relação γ_s/γ , 1 e 2. É, assim, o resultado destas análises que se apresenta na Figura 11.



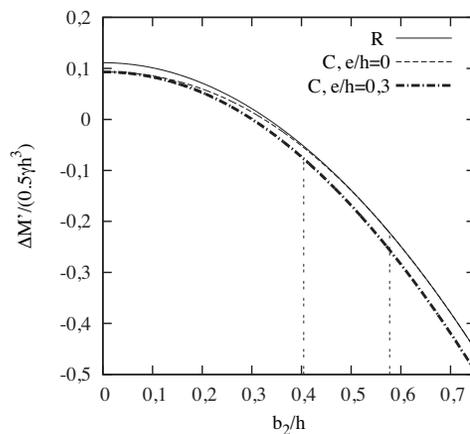
(a) Ângulo β



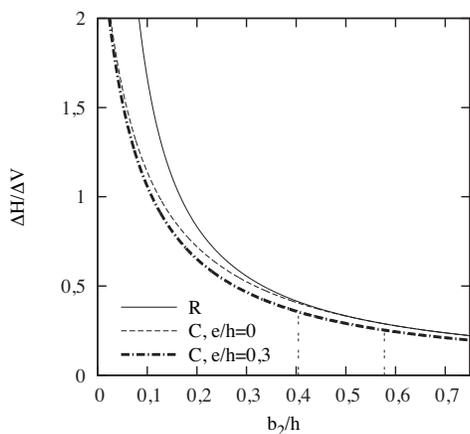
(b) Força horizontal adimensionalizada



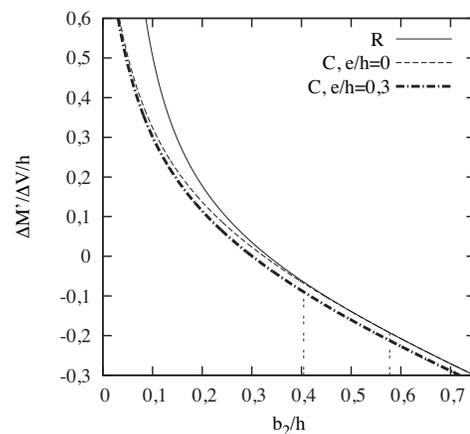
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado

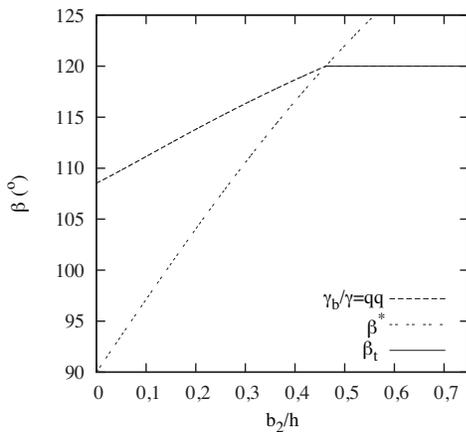


(e) Relação $\Delta H/\Delta V$

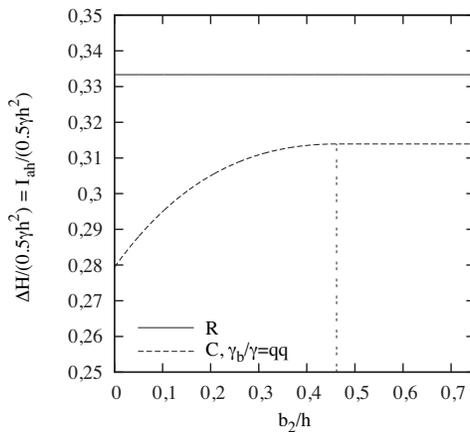


(f) Excentricidade adimensionalizada

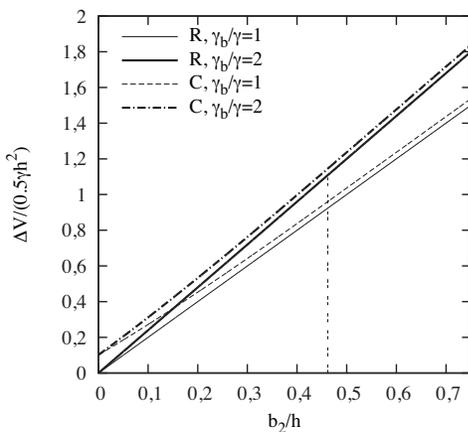
Fig. 10 – Influência da espessura adimensionalizada da sapata, e/h , para o caso $\phi' = 30^\circ$; $\delta/\phi' = 2/3$; $i = 0$; $\gamma/\gamma = 1$.



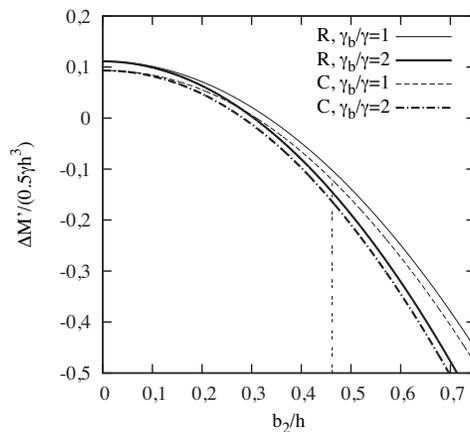
(a) Ângulo β



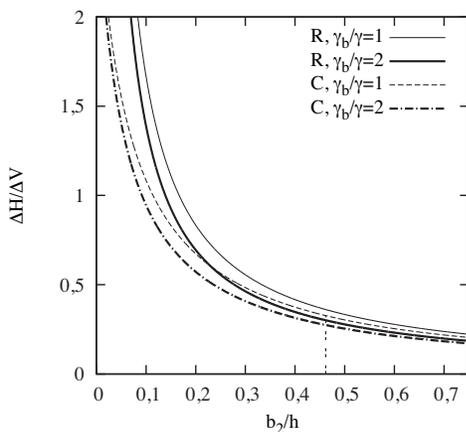
(b) Força horizontal adimensionalizada



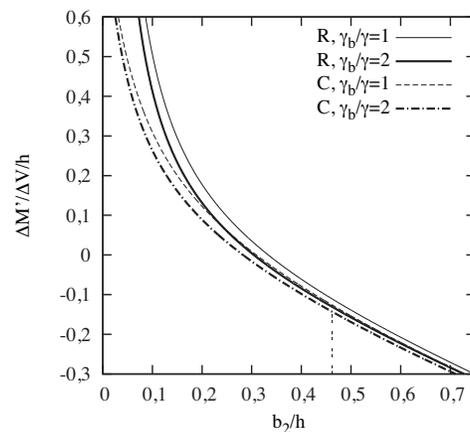
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado



(e) Relação $\Delta H/\Delta V$



(f) Excentricidade adimensionalizada

Fig. 11 – Influência da relação γ_b/γ , para o caso $\phi' = 30^\circ$; $\delta'/\phi' = 2/3$; $i = 0$; $e/h = 0,2$.

A sua análise permite constatar que:

- como seria de esperar, o ângulo β e o valor da força horizontal não depende da relação γ_v/γ ;
- o método R nunca fornece o mesmo resultado que o método C, sendo sempre conservativo para a situação estudada ($i/\phi' = 0$ e $\delta/\phi' = 2/3$);
- os resultados das forças obtidas do método R para os dois valores da relação γ_v/γ são tanto mais diferentes entre si quanto maior a relação b_s/h ; os resultados da relação $\Delta H/\Delta V$ e da excentricidade adimensionalizada são, no entanto, muito próximos; para b_s/h tendentes para zero as diferenças anulam-se;
- a mesma descrição do *item* anterior pode ser feita para os resultados do método C.

9 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ATRITO SOLO–ESTRUTURA (caso $e/h > 0$)

Para estudo da influência do ângulo de atrito solo–estrutura para o caso de $e/h > 0$ (na secção 5 já se tinha apresentado o estudo para $e/h = 0$) realizaram-se análises admitindo $\phi' = 30^\circ$, $i/\phi' = 2/3$, $e/h = 0,2$, $\gamma_v/\gamma = 1$ e em que se fez variar δ/ϕ' : 0, 2/3 e 1. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 12.

Os efeitos do ângulo de atrito solo-estrutura admitindo espessura da sapata podem ser comparados com aqueles em que tal espessura não foi considerada através da análise das Figuras 12 e 8.

Pode constatar-se que os resultados do método C só coincidem com os do método R para $\delta = i$, tanto para sapatas “curtas” como para sapatas “largas”. Com efeito, tanto para um caso como para outro, diferentes valores de δ conduzem a acções diferentes, sendo que o método R é conservativo para $\delta > i$ e contra a segurança para $\delta < i$. Verifica-se ainda que o método é tanto mais conservativo ($\delta > i$) e tanto mais contra a segurança ($\delta < i$) quanto menor for b_s/h .

10 – ANÁLISE GLOBAL DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados mostraram que o método R pode fornecer resultados conservativos (superiores aos do método C), iguais aos do método C ou contra a segurança (inferiores aos do método C). Tais casos encontram-se resumidos no Quadro 1.

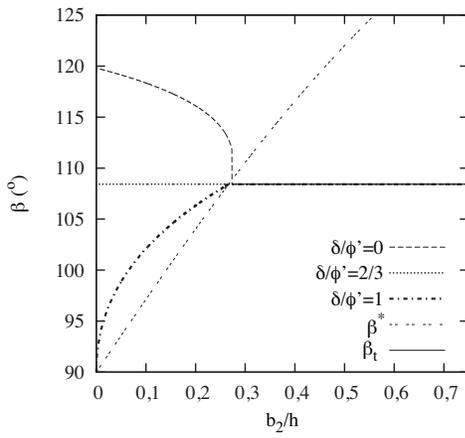
Quadro 1 – Identificação das situações em que o método R fornece resultados superiores, iguais ou inferiores aos do método C (indicados simplifcadamente como $R > C$, $R = C$ e $R < C$, respectivamente).

sapata	e/h	$\delta > i$	$\delta = i$	$\delta < i$
curta	≥ 0	$R > C$	$R = C$	$R < C$
longa	0	$R = C$	$R = C$	$R = C$
	> 0	$R > C$	$R = C$	$R < C$

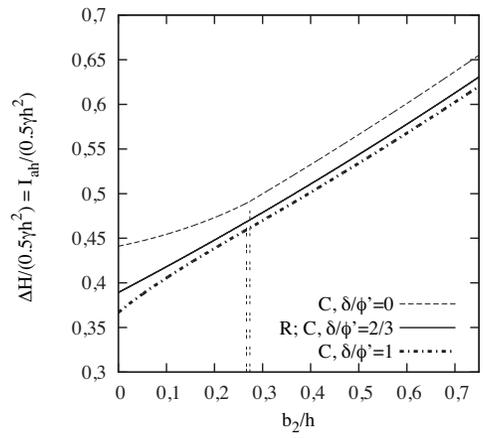
No caso de $\delta > i$, o método R só fornece o mesmo resultado do método C quando a sapata é longa e a espessura desta é desprezada; para todos os restantes casos o método R fornece resultados conservativos.

No caso de $\delta = i$, os dois métodos conduzem sempre aos mesmos resultados.

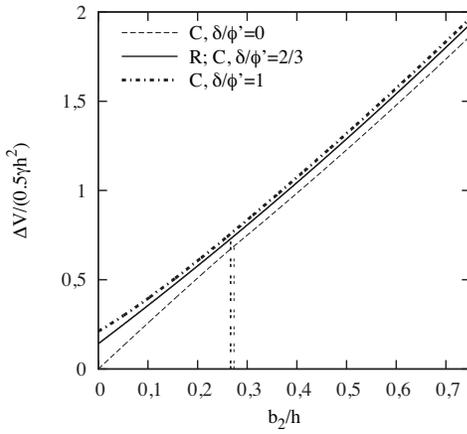
No caso de $\delta < i$, tal como acontece para $\delta > i$, o método R só fornece o mesmo resultado do método C quando a sapata é longa e a espessura desta é desprezada; para todos os restantes casos o método R fornece resultados inferiores aos do método C.



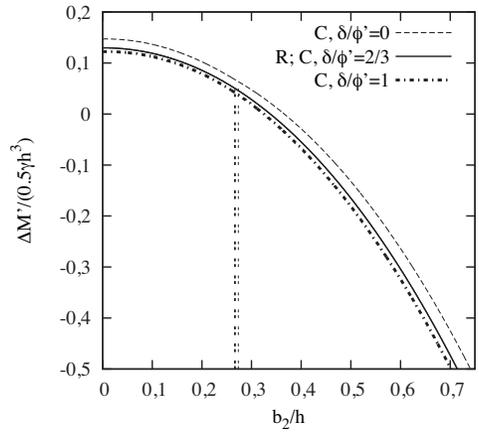
(a) Ângulo β



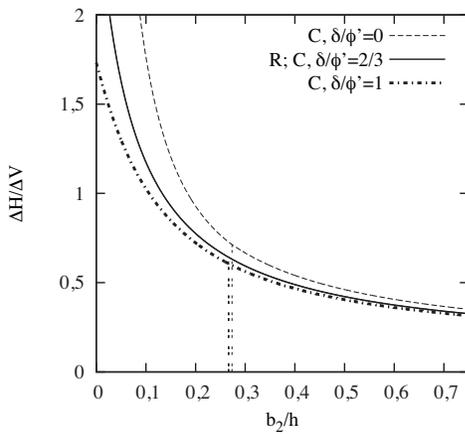
(b) Força horizontal adimensionalizada



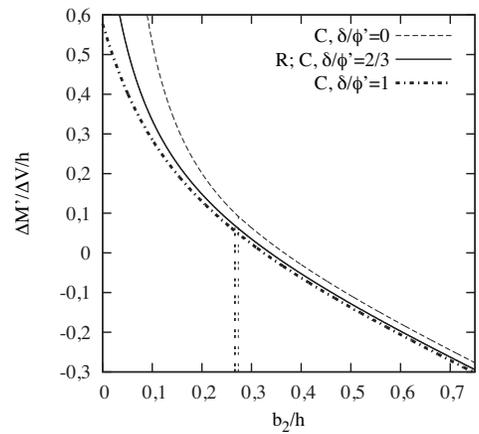
(c) Força vertical adimensionalizada



(d) Momento adimensionalizado



(e) Relação $\Delta H/\Delta V$



(f) Excentricidade adimensionalizada

Fig. 12 – Influência da relação δ/ϕ' , para o caso $\phi' = 30^\circ$; $i/\phi' = 2/3$; $e/h = 0,2$; $\gamma_s/\gamma = 1$.

Poderá ser interessante, em face destes resultados, procurar averiguar o quanto o método R é conservativo ou contra a segurança, para os casos $\delta > i$ e $\delta < i$, respectivamente.

Para o caso $\delta > i$ constata-se que o método R é tanto mais conservativo quanto maior a diferença entre δ e i , quanto menor γ_b/γ e, naturalmente, para valores elevados da relação e/h . Procurando mostrar-se o efeito nas diferenças entre os resultados obtidos pelos dois métodos, considere-se, assim, o caso de $i = 0$, $\delta = \phi'$ (maximizando, portanto a diferença entre δ e i) e $e/h = 0,3$, valor muito elevado desta relação. Representam-se os resultados obtidos na Figura 13, fazendo-se notar que em abcissas se tem b_2/b_{2t} em lugar de b_2/h . Define-se b_{2t} como o valor de b_2 limite, isto é, aquele para o qual o ângulo β_t é igual a β^* (Figura 5):

$$\frac{b_{2t}}{h} = -\frac{1}{\text{tg}\beta_t} \left(1 - \frac{e}{h}\right) \quad (10)$$

Na Figura 13 apresenta-se, assim, as relações $\Delta H/\Delta V$ e $\Delta M'/(\Delta V h)$, para dois valores de $\phi' - 20$ e 40° . Faz-se notar que nesta figura, para enfatizar as diferenças, apresentam-se os resultados obtidos pelo método C (curvas identificadas com “C”) e os correspondentes às diferenças entre os métodos R e C (curvas identificadas com “R-C”, traduzindo, portanto, as diferenças $(\Delta H/\Delta V)_R - (\Delta H/\Delta V)_C$ e $[\Delta M'/(\Delta V h)]_R - [\Delta M'/(\Delta V h)]_C$).

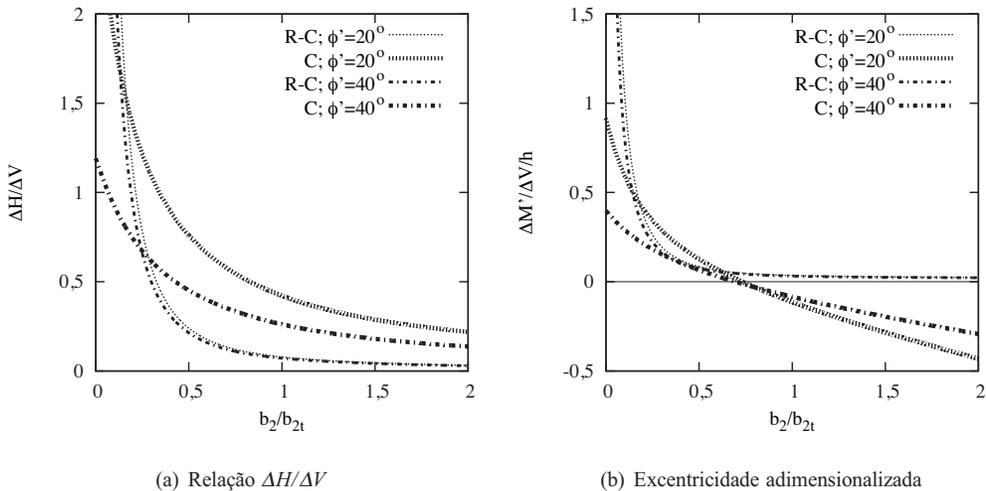


Fig. 13 – Resultados da relação $\Delta H/\Delta V$ e da excentricidade adimensionalizada obtidos pelo método C e das diferenças entre as relações obtidas entre aquelas grandezas obtidas entre os métodos R e C; casos $i = 0$; $\delta/\phi' = 1$, $e/h = 0,3$; $\gamma_b/\gamma = 1$ com $\phi' = 20^\circ$ e com $\phi' = 40^\circ$.

A observação desta figura permite concluir que mesmo para o caso apresentado, escolhido para extremar as diferenças entre os dois métodos, a diferença existente para o caso de sapata longa ($b_2/b_{2t} > 1$) é relativamente pequena. Para valores de b_2/b_{2t} mais pequenos, inferiores a cerca de 0,5 para o caso da relação $\Delta H/\Delta V$ e a cerca de 0,25 para o caso da excentricidade adimensionalizada, as diferenças aumentam muito significativamente, tornando-se o método R excessivamente conservativo.

Para o caso $\delta < i$ constata-se que o método R é tanto mais contra a segurança quanto maior a diferença entre i e δ , quanto menor γ_b/γ e, naturalmente, para valores elevados da relação e/h . Procurando mostrar-se o efeito nas diferenças entre os resultados obtidos pelos dois métodos, considere-se, assim, o caso de $i/\phi' = 0,95$, $\delta/\phi' = 1/3$ (maximizando, portanto a diferença entre δ e i e

mantendo δ num valor mínimo realista) e $e/h = 0,3$. Representam-se os resultados obtidos na Figura 14, fazendo-se notar que em abcissas se tem, tal como na Figura 13, b_2/b_{2t} em lugar de b_2/h .

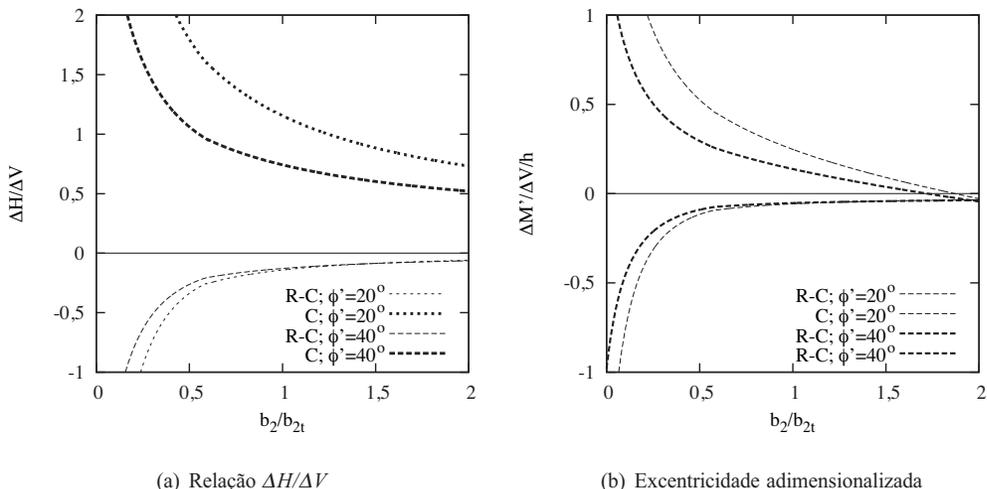


Fig. 14 – Resultados da relação $\Delta H/\Delta V$ e da excentricidade adimensionalizada obtidos pelo método C e das diferenças entre as relações obtidas entre aquelas grandezas obtidas entre os métodos R e C; casos $i/\phi' = 0,95$; $\delta/\phi' = 1/3$, $e/h = 0,3$; $\gamma_i/\gamma = 1$ com $\phi' = 20^\circ$ e com $\phi' = 40^\circ$.

A observação desta figura permite concluir que a diferença existente para o caso de sapata longa ($b_2/b_{2t} > 1$) é relativamente pequena. Para valores de b_2/b_{2t} mais pequenos, inferiores a cerca de 0,5 para o caso da relação $\Delta H/\Delta V$ e a cerca de 0,25 para o caso da excentricidade adimensionalizada, as diferenças aumentam muito significativamente, tornando-se o método R significativamente contra a segurança.

11 – CONCLUSÕES

Descreveram-se dois métodos de determinação das acções sobre muros de suporte em consola, designados por “Método R” e “Método C”. No primeiro caso os impulsos são determinados usando a teoria de Rankine sobre uma superfície vertical que passa na extremidade da sapata; no segundo caso, o método considera um paramento virtual planar inclinado, que pode intersectar a superfície do terreno suportado (caso de sapata “larga”) ou o paramento do muro (caso de sapata “curta”). Mostrou-se como as acções provenientes da aplicação de cada método podem ser determinadas, de forma geral e adimensional, em função de um reduzido número de parâmetros geométricos, do ângulo de resistência ao corte do terreno e, no caso do método C, também do ângulo de atrito solo-estrutura.

Aplicaram-se os métodos a um caso base e estudou-se o efeito de diversos parâmetros: o ângulo de resistência ao corte, o ângulo de atrito solo-estrutura, a inclinação do terreno suportado, a espessura da sapata do muro e o peso volúmico da sapata do muro.

Para a sapata larga, os métodos R e C são equivalentes quando a espessura da sapata é desprezada; considerando a espessura da sapata, o método R fornece resultados conservativos para $\delta > i$, iguais aos do método C para $\delta = i$ e contra a segurança para $\delta < i$. A influência da espessura não é, no entanto, muito significativa, pelo que o método R constitui uma boa solução para o problema.

Para a sapata curta, o método R é conservativo para $\delta > i$, fornece resultados iguais aos do método C para $\delta = i$ e é contra a segurança para $\delta < i$.

As diferenças entre os métodos são tanto maiores quanto maior for o valor absoluto da diferença entre δ e i , maior a relação entre os pesos volúmicos do muro e do terreno e maior a espessura da sapata. Para larguras da sapata (b_2) da ordem de metade da largura a partir da qual a sapata é larga (b_2) o método R pode tornar-se muito conservativo (caso $\delta > i$) ou muito contra a segurança (caso $\delta < i$), pelo que tais casos merecem análise mais detalhada, usando o método C .

12 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barghouthi, A. F. (1990). *Active earth pressure on walls with base projection*. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 112(7), pp. 727-745.
- Coulomb, C. A. (1776). *Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*. Mem. Acad. Roy., 7, p. 38.
- Greco, V. R. (1992). *Discussion to active earth pressure on walls with base projection*. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 118(5), pp. 825-827.
- Greco, V. R. (1999). *Active thrust on cantilever walls in general conditions*. Soils and Foundations, 39(6), pp. 65-78.
- Greco, V. R. (2001). *Active thrust on cantilever walls with short heel*. Canadian Geotechnical Journal, 38(2), pp. 401-409.
- Matos Fernandes, M. (2011). *Mecânica dos Solos. Introdução à Engenharia Geotécnica*, volume 2. FEUP Edições.
- Matos Fernandes, M. A.; Mateus de Brito, J.; Cardoso, A. S.; Vieira, C. F. S. (1997). *25 Anos da Sociedade Portuguesa de Geotecnia – Eurocódigo 7: Projecto Geotécnico*, capítulo Estruturas de suporte, pp. IV-1-53. LNEC.

ANEXO

Apresenta-se em seguida os valores das forças determinadas para ambos os métodos. O peso da sapata do muro é, naturalmente, independente do método usado e é (atendendo a que apenas são contabilizadas as forças na zona cinzenta clara da Figura 4), adimensionalizando-o:

$$w_b = \frac{W_b}{0,5\gamma h^2} = 2 \frac{e}{h} \frac{b_2}{h} \frac{\gamma_b}{\gamma} \quad (11)$$

Método R

No Método R, os pesos do solo que actuam como fazendo parte do muro são W_{s1}^R e W_{s2}^R . Os pesos adimensionalizados correspondentes são w_{s1}^R e w_{s2}^R , dados por:

$$w_{s1}^R = \frac{W_{s1}}{0,5\gamma h^2} = 2 \frac{b_2}{h} \left(1 - \frac{e}{h}\right) \quad (12)$$

$$w_{s2}^R = \frac{W_{s2}}{0,5\gamma h^2} = \left(\frac{b_2}{h}\right)^2 \operatorname{tg} i \quad (13)$$

O impulso activo I_{a1}^R , soma de I_{a1}^R com I_{a2}^R , adimensionalizado, tem componente horizontal:

$$P_{ah}^R = \frac{I_{ah}^R}{0,5\gamma h^2} = K_a^R \left(1 + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} i\right)^2 \cos i \quad (14)$$

com o coeficiente de impulso K_a^R a dado pela equação (6) ou, o que é equivalente, fazendo na equação (4) $\beta = 90^\circ$ e $\delta = i$:

$$K_a^R = K_a^C (\beta = 90^\circ; \phi'; i; \delta = i) \quad (15)$$

e componente vertical:

$$P_{av}^R = \frac{I_{av}^R}{0,5\gamma h^2} = K_a^R \left(1 + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} i\right)^2 \operatorname{sen} i \quad (16)$$

Os acréscimos de forças vertical ΔV e horizontal ΔH e o acréscimo de momento $\Delta M'$ adimensionalizados são determinados através de:

$$\frac{\Delta V}{0,5\gamma h^2} = w_{s1}^R + w_{s2}^R + P_{av}^R + w_b \quad (17)$$

$$\frac{H}{0,5\gamma h^2} = P_{ah}^R \quad (18)$$

$$\frac{\Delta M'}{0,5\gamma h^3} = -w_{s1}^R \frac{1}{2} \frac{b_2}{h} - w_{s2}^R \frac{2}{3} \frac{b_2}{h} + P_{ah}^R \frac{1}{3} \left(1 + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} i\right) - P_{av}^R \frac{b_2}{h} \quad (19)$$

Método C

Paramento virtual intersectando a superfície do terreno

Para o caso de paramento virtual intersectando a superfície do terreno, os pesos do solo adimensionalizados são:

$$w_{s1} = \frac{W_{s1}}{0,5\gamma h^2} = 2 \left(1 - \frac{e}{h}\right) \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \quad (20)$$

$$w_{s2} = \frac{W_{s2}}{0,5\gamma h^2} = \operatorname{tg} i \left(\frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \right)^2 \quad (21)$$

$$w_{s3} = \frac{W_{s3}}{0,5\gamma h^2} = \left(\frac{b_2}{h} - \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \right) \left(1 - \frac{e}{h} + \operatorname{tg} i \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \right) \quad (22)$$

Os impulsos sobre a estrutura são I_{a1} (com parcelas I_{a11} e I_{a12}) e I_{a2} . A parcela I_{a11} corresponde ao impulso provocado pelo efeito de sobrecarga do terreno acima do limite superior da sapata e a parcela I_{a12} ao impulso provocado pelo terreno abaixo do limite superior da sapata. Adimensionalizando estes impulsos e determinando as suas componentes horizontal e vertical obtém-se:

$$p_{a11h} = \frac{I_{a11h}}{0,5\gamma h^2} = 2 K_{a1} \left(1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} i\right) \frac{e}{h} \cos \delta \quad (23)$$

com

$$K_{a1} = K_a^C (\beta = 90^\circ; \phi'; i; \delta) \quad (24)$$

$$p_{a12h} = \frac{I_{a12h}}{0,5\gamma h^2} = K_{a1} \left(\frac{e}{h}\right)^2 \cos \delta \quad (25)$$

$$p_{a11v} = \frac{I_{a11v}}{0,5\gamma h^2} = p_{a11h} \operatorname{tg} \delta \quad (26)$$

$$p_{a12v} = \frac{I_{a12v}}{0,5\gamma h^2} = p_{a12h} \operatorname{tg} \delta \quad (27)$$

$$p_{a2h} = \frac{I_{a2h}}{0,5\gamma h^2} = -K_{a2} \left(1 - \frac{e}{h} + \operatorname{tg} i \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i}\right)^2 \operatorname{sen}(\phi' + \beta) \quad (28)$$

com

$$K_{a2} = K_a^C (\beta; \phi'; i; \delta = \phi') \quad (29)$$

$$p_{a2v} = \frac{I_{a2v}}{0,5\gamma h^2} = -\frac{p_{a2h}}{\operatorname{tg}(\phi' + \beta)} \quad (30)$$

o que conduz a:

$$\frac{\Delta V}{0,5\gamma h^2} = w_{s1} + w_{s2} + w_{s3} + p_{a11v} + p_{a12v} + p_{a2v} \quad (31)$$

$$\frac{H}{0,5\gamma h^2} = p_{a11h} + p_{a12h} + p_{a2h} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta M'}{0,5\gamma h^3} = & -w_{s1} \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} - w_{s2} \frac{2}{3} \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} - \\ & - w_{s3} \frac{1}{3} \left(2 \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} + \frac{b_2}{h} \right) + p_{a2h} \frac{1}{3} \left(2 \frac{e}{h} + 1 + \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \operatorname{tg} i \right) - \\ & - p_{a2v} \frac{1}{3} \left(2 \frac{b_2}{h} + \frac{1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} i} \right) + p_{a11h} \frac{1}{2} \frac{e}{h} - p_{a11v} \frac{b_2}{h} + p_{a12h} \frac{1}{3} \frac{e}{h} - p_{a12v} \frac{b_2}{h} \end{aligned} \quad (33)$$

Paramento virtual intersectando o muro de suporte

Para o caso de paramento virtual intersectando o muro de suporte, o peso do solo adimensionalizado é:

$$w_s = \frac{W_s}{0,5\gamma h^2} = - \left(\frac{b_2}{h} \right)^2 \operatorname{tg} \beta \quad (34)$$

e os impulsos adimensionalizados p_{a11h} , p_{a12h} , p_{a11v} e p_{a12v} são dados pelas equações (23) a (27). Os restantes impulsos adimensionalizados são:

$$p_{a4h} = \frac{I_{a4h}}{0,5\gamma h^2} = K_{a4} \left(1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta \right)^2 \cos \delta \quad (35)$$

com

$$K_{a4} = K_a^C (\beta = 90^\circ; \phi'; i; \delta) \quad (36)$$

$$p_{a4v} = \frac{I_{a4v}}{0,5\gamma h^2} = p_{a4h} \operatorname{tg} \delta \quad (37)$$

$$p_{a31h} = \frac{I_{a31h}}{0,5\gamma h^2} = \frac{b_2}{h} \frac{2K_{a3} \operatorname{tg}^2 \beta}{\operatorname{tg} i - \operatorname{tg} \beta} \left(1 - \frac{e}{h} + \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta \right) \operatorname{sen}(\phi' + \beta) \quad (38)$$

com

$$K_{a3} = K_a^C (\beta; \phi'; i; \delta = \phi') \quad (39)$$

$$p_{a31v} = \frac{I_{a31v}}{0,5\gamma h^2} = - \frac{p_{a31h}}{\operatorname{tg}(\phi' + \beta)} \quad (40)$$

$$p_{a32h} = \frac{I_{a32h}}{0,5\gamma h^2} = K_{a3} \left(\frac{b_2}{h} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{sen}(\phi' + \beta) \quad (41)$$

$$p_{a32v} = \frac{I_{a32v}}{0,5\gamma h^2} = - \frac{p_{a32h}}{\operatorname{tg}(\phi' + \beta)} \quad (42)$$

o que conduz a:

$$\frac{\Delta V}{0,5\gamma h^2} = w_s + w_b + p_{a11v} + p_{a12v} + p_{a31v} + p_{a32v} + p_{a4v} \quad (43)$$

$$\frac{H}{0,5\gamma h^2} = p_{a11h} + p_{a12h} + p_{a31h} + p_{a32h} + p_{a4h} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta M'}{0,5\gamma h^3} = & -w_s \frac{1}{3} \frac{b_2}{h} + p_{a11h} \frac{1}{2} \frac{e}{h} + p_{a12h} \frac{1}{3} \frac{e}{h} - p_{a11v} \frac{b_2}{h} - p_{a12v} \frac{b_2}{h} + \\ & + p_{a4h} \frac{1}{3} \left(1 + 2 \frac{e}{h} - 2 \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta \right) + p_{a31h} \left(\frac{e}{h} - \frac{1}{2} \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta \right) - p_{a31v} \frac{1}{2} \frac{b_2}{h} + \\ & + p_{a32v} \left(\frac{e}{h} - \frac{1}{3} \frac{b_2}{h} \operatorname{tg} \beta \right) - p_{a32v} \frac{2}{3} \frac{b_2}{h} \end{aligned} \quad (45)$$