

# LUCUBRAÇÕES SOBRE MODELOS DE EQUILÍBRIO LIMITE DE RESISTÊNCIA DE DESCONTINUIDADES EM MACIÇOS ROCHOSOS

## Reflections on rock mass joint limit equilibrium models

Manuel J. A. Leal Gomes\*

**RESUMO** – Revêem-se os modelos de equilíbrio limite de resistência de descontinuidades mais importantes e a sua aplicabilidade às descontinuidades ajustadas e desajustadas. Refere-se o papel da rugosidade, a maneira de a considerar nos modelos e dadas as limitações dos modelos de equilíbrio limite de forças sugere-se um modelo de equilíbrio limite de energias. Estuda-se o efeito das tensões normais médias aplicadas na descontinuidade ( $\sigma_n$ ). Estudam-se efeitos de escala ligados ao campo de aplicação dos modelos referidos e dão-se razões para o facto de não haver tantos acidentes na vida real como seria de esperar, de cálculos de estabilidade feitos através de descrições tão precárias do fenómeno de deslizamento de descontinuidades, como os modelos de equilíbrio limite.

**SYNOPSIS** – Joint strength limit equilibrium models are considered in this paper and their applicability to matched and mismatched discontinuities. The role of the roughness and the way to consider it in models are referred in this paper. Considering the handicaps of limit equilibrium models of forces, a limit equilibrium model of energies is suggested. The effect of average normal stresses applied on discontinuities ( $\sigma_n$ ) is studied. Scale effects in accordance with the referred models are considered. Explanations for the fact of accidents in real life are lesser than expectations considering the limitations of limit equilibrium models are given.

**PALAVRAS CHAVE** – Modelos de equilíbrio limite, resistência de descontinuidades, rugosidade, efeito de escala, ensaios de deslizamento.

## 1 – INTRODUÇÃO

Os modelos de equilíbrio limite de resistência de descontinuidades em maciços rochosos são relações entre as forças tangenciais que promovem os deslizamentos (T) e as forças resistentes que se opõem a esses deslocamentos, dependentes de vários parâmetros, entre eles as forças normais (N) nelas aplicadas.

Os mais importantes são os modelos de Patton e de Barton.

De acordo com Patton (1966) para baixos valores da tensão normal média  $\sigma_n$  aplicada na descontinuidade, isto é, na fase dilatante dos deslizamentos, em que há afastamento dos seus bordos e aumento do volume da amostra, a tensão de corte de pico  $\tau$  será dada por

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} (\varphi_r + i) \quad (1)$$

onde  $\varphi_r$  é o ângulo de atrito residual e  $i$  a dilatação de pico, no modelo representada pela inclinação morfológica da rugosidade. E para  $\sigma_n$  elevados

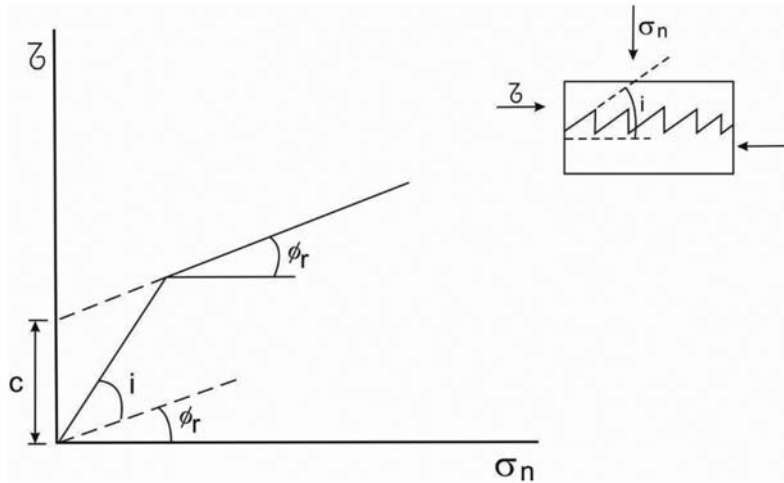
$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi_r \quad (2)$$

---

\* Professor Associado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), Quinta de Prados, 5000 Vila Real, Portugal. E-mail: mlgomes@sapo.pt.

onde  $c$  é a coesão fictícia, intervindo nesta fase, principalmente, o corte das asperezas e a resistência residual da descontinuidade (Fig. 1).

Este modelo tem tanto prestígio que ainda hoje se considera geralmente válido um modelo, quando, no seu campo de aplicação, pode ser reduzido às formas de Patton.



**Fig. 1** – Modelo bilinear de Patton.

Barton, de acordo com o trabalho clássico de Barton e Choubey (1977), propôs que:

$$\tau = \sigma_n \tan (JRC \log (JCS / \sigma_n) + \phi_r) \quad (3)$$

onde JRC é o “coeficiente de rugosidade da descontinuidade” (*Joint Roughness Coefficient*) e JCS é o “coeficiente de resistência da descontinuidade” (*Joint Compressive Strength*) determinado com o martelo de Schmidt contra os bordos da diaclase.

Os modelos de Patton e Barton aplicam-se às descontinuidades ajustadas (Leal Gomes, 2000) em que os planos médios dos bordos das diaclases durante o seu deslizamento se mantêm paralelos (o que exige o seu ajustamento).

Falamos intencionalmente em diaclases, porque só nestas descontinuidades, na Natureza, há esperança de encontrar os bordos ajustados ou tangencialmente pouco deslocados, abaixo do deslocamento de pico. Nas falhas geralmente esse deslocamento de pico já foi excedido e os parâmetros que controlam futuros deslizamentos são os residuais ou os conformes ao modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça (1985).

O modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça aplica-se às descontinuidades desajustadas (Leal Gomes, 1999). Estes autores afirmam que

$$(L \tan \Delta\Phi)^2 = k_1 \ln \Omega + k_2 \quad (4)$$

onde  $\Omega$  é a área das descontinuidades,  $L$  o comprimento da amostra e  $k_1$  e  $k_2$  constantes características de cada superfície, sendo a dilatância de pico

$$\Delta\Phi = h/(L/2) \quad (5)$$

onde  $h$  é a mediana da máxima amplitude da “irregularidade significativa”, isto é, da mais conspícua, em torno da qual roda o bordo superior da descontinuidade, num movimento em que o plano

médio é oblíquo em relação ao do bordo inferior, admitindo que a distribuição ao longo de L dessa irregularidade é uniforme (Fig.2).

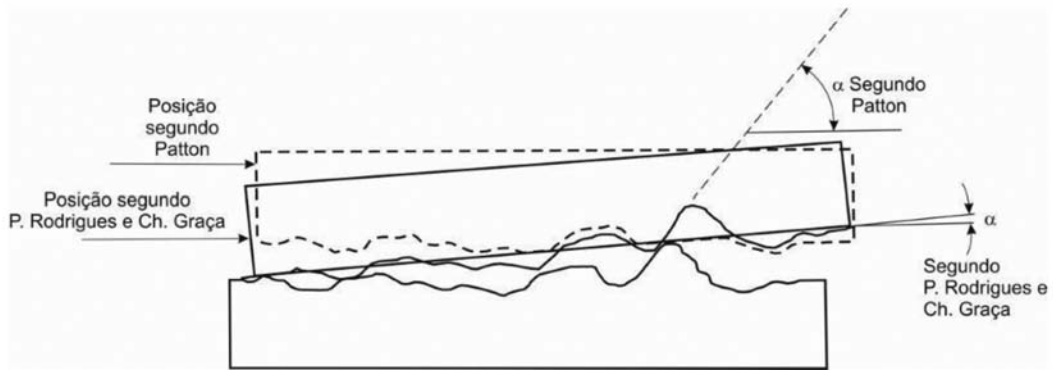


Fig. 2 – Modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça.

## 2 – EFEITO DA RUGOSIDADE

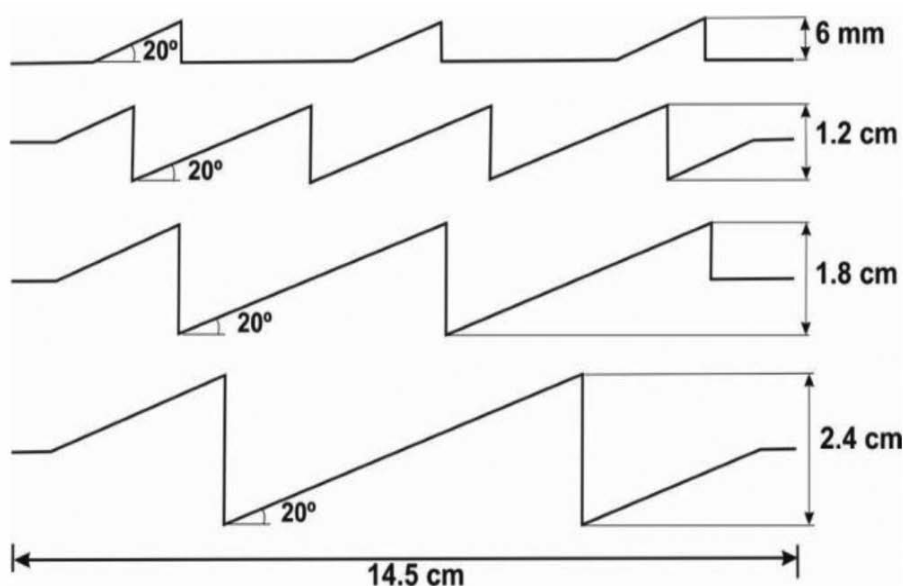
De acordo com Muralha (1995) são precisos dois parâmetros para descrever adequadamente a rugosidade de uma descontinuidade: um textural, relacionado com a sua inclinação e outro de amplitude, relacionado com a distância entre o topo e a base das asperezas. Evidentemente que os modelos de Patton e de Barton, em princípio, exigem uma rigorosa descrição da rugosidade e muitos parâmetros surgiram para o efeito desde a sua criação.

Há assim uma profusão de parâmetros que pela sua formulação são pouco práticos e só se usam em investigações no meio académico. A ideia fundamental dessa pesquisa foi acrescentar rigor à descrição da rugosidade que, às vezes, à primeira vista, parece ter um padrão aleatório, permitindo uma mais correcta aproximação ao valor das forças de corte no equilíbrio limite, dadas pelos respectivos modelos que foram surgindo inspirados em Patton.

Mas nas equações dos modelos de equilíbrio limite geralmente só há lugar para um parâmetro de rugosidade e talvez por influência de Patton e por serem essas equações relações entre forças tangenciais e normais, trata-se de um parâmetro textural. Entre os índices criados estabeleceram-se correlações, certas vezes entre parâmetros de diferente conteúdo e de diferentes dimensões, às vezes não respeitando a homogeneidade das equações a despeito dos elevados coeficientes de correlação encontrados.

O número e a variedade de correlações entre parâmetros de conteúdo muito distante é muito vasto, denunciando diversas tentativas de entender o problema, quase nunca bem conseguidas, porque o próprio conceito de rugosidade é movediço, sem o auxílio de especificações adicionais que têm de ser elaboradas com um grande acréscimo de trabalho e de equipamentos que tornam proibitivo o seu uso corrente. Neste campo surgem dificuldades na ligação das imagens, da morfologia, dos fenómenos físicos e das definições. Põem-se até problemas ingénuos como saber se uma superfície sinusoidal ou mesmo uma com um perfil euclidiano em linha quebrada regular, com maior amplitude do que outra similar no mesmo material, é mais rugosa, apesar da sua maior resistência mecânica ao deslizamento. Uns índices como a máxima amplitude da rugosidade ( $R_{max}$ ) dizem que sim. Outros como a dimensão fractal  $D$  das superfícies e o  $i$  das asperezas dos perfis destas descontinuidades, negam-no.

Mas é um facto que, de acordo com Patton, na descrição da rugosidade a sua amplitude é completamente ignorada e só a inclinação da rugosidade é levada em conta. Foram feitos ensaios de arrastamento sobre provetes moldados em argamassa de cimento Portland (com 1 parte de areia fluvial de calibre inferior a 0,5mm: 0,4 de cimento: 0,7 de água) (densidade 2g/cm<sup>3</sup>) tendo asperezas triangulares com inclinações de 20°, 30°, 45° e 60° e alturas entre 0,5cm e 2,4cm, respeitando-se a homotetia e a área total exposta ao deslizamento dentro de cada inclinação. Quando variava a amplitude  $h$  igual a  $R_{max}$ , destinados a investigar a influência da amplitude no fenómeno de deslizamento (Fig. 3), obtiveram-se valores de  $i_{exp}$ , isto é, de valores da inclinação deduzidos das forças tangenciais necessárias para se dar o corte sob uma tensão normal  $\sigma_n$  de 0,7kPa, muito próximos do  $i$  da morfologia em questão, para o mesmo  $i$  qualquer que fosse  $h$ . Ficou assim inteiramente validado o modelo de Patton (salvo uns pequenos desvios de explicação controversa), confirmando a sua grande limitação ao ignorar a amplitude (Quadro 1) (Leal Gomes, 2001).



**Fig. 3** – Asperezas homotéticas com  $i$  de 20° e diferentes amplitudes, presentes entre os provetes ensaiados na UTAD (Leal Gomes, 2001).

É que para maiores amplitudes, as energias de posição ou o trabalho realizado para o bloco superior galgar as asperezas, são maiores. Assim, põe-se o problema de não serem as forças as melhores grandezas para avaliarem o fenómeno de deslizamento e sim os trabalhos realizados e as energias envolvidas no corte, as quais não podem ser medidas mas apenas calculadas, enfraquecendo muitíssimo esta via de abordagem do problema (Leal Gomes, 2002). Contudo, as forças podem não passar do “mapeamento lógico” das energias e serem estas as verdadeiras entidades em causa. Mas quando se passa das energias para as forças perdem-se dimensões e consequentemente informação.

Leal Gomes (2001) apresentou a equação da energia  $E$  necessária para o galgamento de uma aspereza regular, triangular, de inclinação  $i$ , base  $b$ , amplitude  $h$  e parâmetro de comprimento  $c$ , sob uma força normal  $N$  e uma força tangencial  $T$  paralela a  $b$  (Leal Gomes, 2001) (Fig.4):

$$E = ((\tan(\varphi + i) / \tan i) - 1) N \cdot h \quad (6)$$

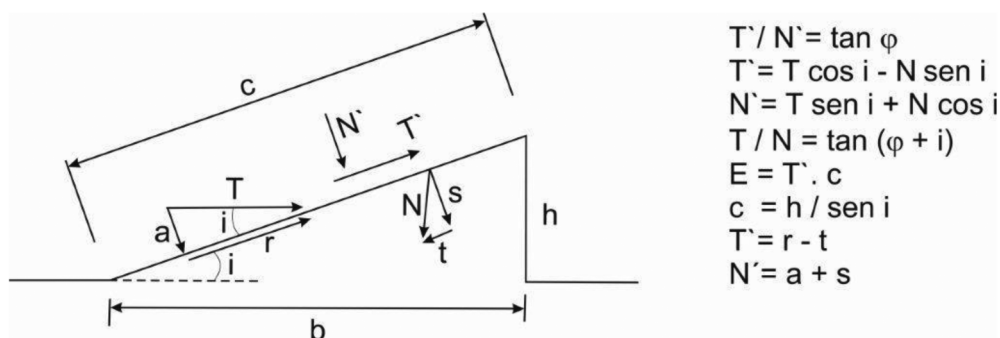


Fig. 4 – Dedução da equação 6.

**Quadro 1** – Função  $i_{exp}$  ( $i$  deduzido dos ensaios) [  $i_{med}$  (média das inclinações das asperezas do provete),  $i_{max}$  (inclinação máxima das asperezas de um provete),  $i_p$  (inclinação projectada para as asperezas),  $h$  (amplitude das asperezas)]

$i_p$ (°)	$i_{med}$ (°)	$i_{max}$ (°)	$h$ (cm)	$A_2$ (cm <sup>2</sup> )	$i_{exp}$ (°)	$E$ (*****) (J)
10	—	—	0,5	—	—	0,37
10	—	—	1,1	—	—	0,74
10	—	—	1,7	—	—	1,26
10	—	—	2,4	—	—	1,79
20	23	27	0,5	(*)	24,2	0,21
20	22,7	24,3	1,1	(*)	28,2	0,47
20	19,7	21	1,7	(*)	25,1	0,77
20	24,3	28	2,4	(*)	25,3	1,01
30	36	42	0,5	(**)	45,9	0,20
30	30	34	1,1	(*)	34	0,47
30	32,7	33	1,7	(*)	31	0,75
30	32,5	34	2,4	(*)	33,7	1,05
45	45,8	56	1,0	(**)	45,7	0,75
45	46,9	49	1,8	(*)	40,8	1,76
45	48	51	2,4	(*)	41,1	2,74
60	—	—	1,6	(*)	48,5(***)	—
60	—	—	1,6	(****)	(****)	—
60	—	—	2,4	(*)	(****)	—
60	—	—	1,1	(*)	(****)	—
30	36	42	0,5	(*)	43,7(***)	0,24
30	30	34	1,1	(*)	36,8(***)	0,47
45	45,8	56	1,0	(*)	46,8(***)	0,86

\*)  $A = 14,5 \times 15 \text{ cm}^2$

\*\*)  $A = 12,6 \times 15 \text{ cm}^2$

\*\*\*) O bordo superior empinou-se contra o primeiro dente anterior do bordo inferior e partiu-se. O valor referido de  $i_{exp}$  não tem significado morfológico.

\*\*\*\*) Teste inacabado. Todos os pesos disponíveis foram lançados no balde de grenalha suspenso do cabo de tracção sem se obter qualquer deslizamento.

\*\*\*\*\*)  $A = 12,3 \times 15 \text{ cm}^2$

\*\*\*\*\*) E são os trabalhos realizados de acordo com a equação (6) para galgar  $i_{med}$  e  $i_p$  (10°).

Esta equação tem uma grande generalidade. A um pequeno  $i$  deve também corresponder um pequeno  $h$ , na Natureza. Isto é, quando  $i \rightarrow 0$ ,  $h \rightarrow 0$ . Por exemplo, uma aspereza com uma inclinação de  $1^\circ$  só pode atingir uma amplitude de 1,1cm se  $b$  for de 63 cm e portanto só será considerada em perfis muito longos. Para um  $i$  de  $20^\circ$ ,  $b$  só terá de ter 3,1cm para  $h$  ser de 1,1cm. Por outro lado se  $h$  for muito pequeno, em geral as asperezas também deverão ter pequeno  $i$ . Contudo, numa superfície lisa existirá sempre uma rugosidade microscópica que por ter um  $i$  muito pequeno fará com que  $(\tan(\phi+i)/\tan i)$  seja muito grande. Mas como  $h$  também será muito pequeno, nesse caso,  $E$  virá pequeno, mas com um valor significativo, correspondente ao trabalho necessário para vencer o atrito puro de Amonton (Pereira, 1994) de uma superfície lisa. Quando  $(\phi+i) > 90^\circ$  a equação 6 perderá o seu significado físico, tal como afirmam os modelos de equilíbrio limite de forças acima referidos.

Mas como se vê no Quadro I, os valores de  $E$  são da ordem do Joule, baixíssimos, quando pelo menos alguns kJoules devem estar envolvidos nos deslizamentos dos provetes. Não são pois, aparentemente, valores realistas, o que retira fiabilidade a este processo de analisar a estabilidade das descontinuidades através deste modelo de equilíbrio limite das energias envolvidas no processo de deslizamento.



**Fig. 5** – Provetes da descontinuidade artificial em granito porfíroide do Pontido (com  $4,32\text{m}^2$ ), os maiores dos quais tinham uma área de  $16 \times 16\text{ cm}^2$ .

Com efeito, desde valores muito baixos de  $\sigma_n$  que estão em causa fenómenos de abrasão e corte das asperezas, juntamente com o fenómeno dilatante que não é puro. Na mesa de ensaios de arrastamento dos ensaios acima citados ( $\sigma_n = 0,7\text{ kPa}$ ) havia muito pó, proveniente dos provetes, no fim dos ensaios e em ensaios de arrastamento anteriores de amostras de uma descontinuidade artificial de granito porfíroide do Pontido, sob  $1\text{ kPa}$  (Leal Gomes, 1998), havia fragmentos centimétricos e muito pó, revelando que no modelo de Patton se tem de considerar a coesão fictícia desde  $\sigma_n$  muito baixos (Figs. 5 e 6).

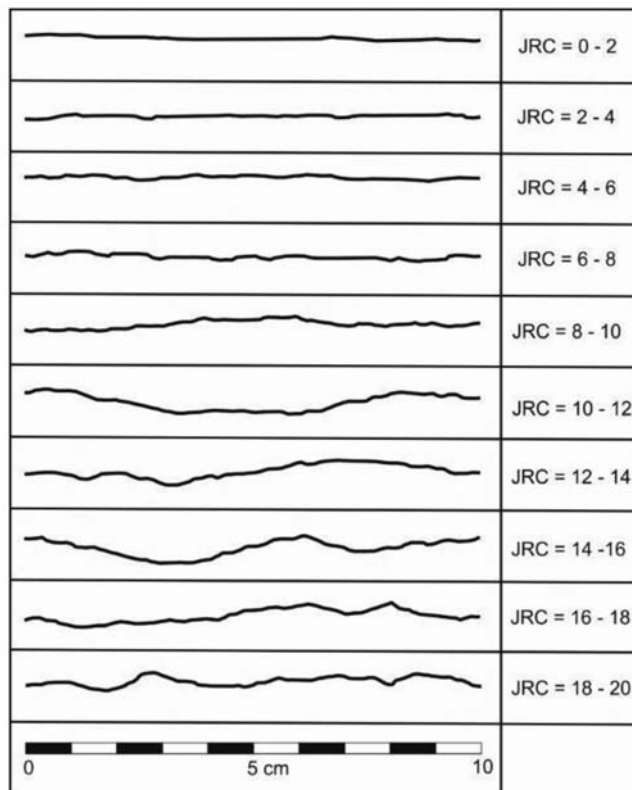
Mas nesses mesmos ensaios verificou-se que os JRC mais elevados que se obtiveram correspondiam exactamente aos perfis das amostras que evidenciavam a maior amplitude da rugosidade. Também os perfis típicos de Barton e Choubey (Fig. 7) mostram o mesmo efeito, com os perfis de maior JRC sendo aqueles que têm uma maior amplitude de rugosidade.

Assim, o facto de os ensaios sobre amostras naturais ou artificiais, mas em que as rugosidades não são regulares, apresentarem crescimentos de  $T$  com  $R_{\max}$ , deve ter a ver com um mecanismo



**Fig. 6** – Fragmentos e pó resultante dos ensaios de arrastamento das amostras da descontinuidade artificial de granito porfíróide do Pontido.

próprio, não contabilizado à partida. É que contra as asperezas mais altas e robustas dos bordos irregulares, podem concentrar-se forças tangenciais mais intensas do que sobre as menos conspícuas.



**Fig. 7** – Perfis típicos de Barton e Choubey (1977).

Leal Gomes (2000) discute este efeito, afirmando que nos seus ensaios de arrastamento sobre amostras da diaclase artificial em granito porfiróide, não observou movimentos premonitórios do deslizamento e este se deu de maneira súbita, deixando suspeitar que a energia acumulada contra as asperezas excede toda a energia de posição a superar no deslizamento e que ela se consome, não à custa do deslocamento, isto é, da subida da amplitude das asperezas ao longo do seu paramento, como nas asperezas regulares, mas graças ao crescimento da força tangencial. Quando se inicia o deslizamento, súbito, já toda a energia que lhe é necessário foi realizado pelas forças, com ajustamentos elásticos entre os dentes a galgar, sem movimentos tangenciais premonitórios, transformando-se em energia cinética e até no corte de asperezas que mesmo em rochas com bordos tão duros como os de um granito são, como se disse, começa para valores muito baixos de  $\sigma_n$ . É como se o bordo superior em deslizamento “encalhasse” nas asperezas mais altas, revelando o efeito da amplitude que os provetes de Patton, com dentes regulares e os provetes de Leal Gomes nos ensaios da UTAD (2001), também com dentes regulares, não detectaram.

Assim, se em amostras naturais se calculasse a resistência das descontinuidades a partir da medição da inclinação  $i$  da rugosidade, obter-se-iam resistências de pico inferiores às das reveladas pelos ensaios, o que coloca o cálculo, através do modelo de Patton, a favor da segurança. O excesso da energia necessário para transpor as asperezas irregulares de maior amplitude, que se reflecte nas forças tangenciais, é transformado num aumento do ângulo de dilatação sem correspondência morfológica.

Deste modo, para se usar o modelo de Patton é preciso que a descontinuidade seja ajustada e como se verá, especificar o domínio das amplitudes de rugosidade em que ele permanece válido, o que quase nunca é feito, tendo em atenção que quanto maior for a amplitude para pequenas variações da inclinação e quanto maior for a inclinação para pequenas variações de amplitude, isto é, quanto mais rugosa for a descontinuidade sob o ponto de vista textural e de amplitude, maiores são os desvios a que a aplicação indiscriminada do modelo de Patton conduz, pois os valores de  $\tan(\phi_r + i)$  neste caso variam muito para pequenos desvios de  $i$  (Leal Gomes, 2000).

E desde já se acentua, uma vez mais, que ao usar-se o factor  $\tan(\phi_r + i)$  e ao se substituir por  $\tan i$  (adimensional) o quociente da altura das asperezas  $h$  pela base  $b$  (grandezas com dimensões lineares) se perde informação vital. Consegue-se a mesma  $\tan i$  com diferentes  $h$  e  $b$  proporcionais (Fig. 8). Acrescentamos ainda que, do mesmo modo que se viu que há perda de informação crucial quando

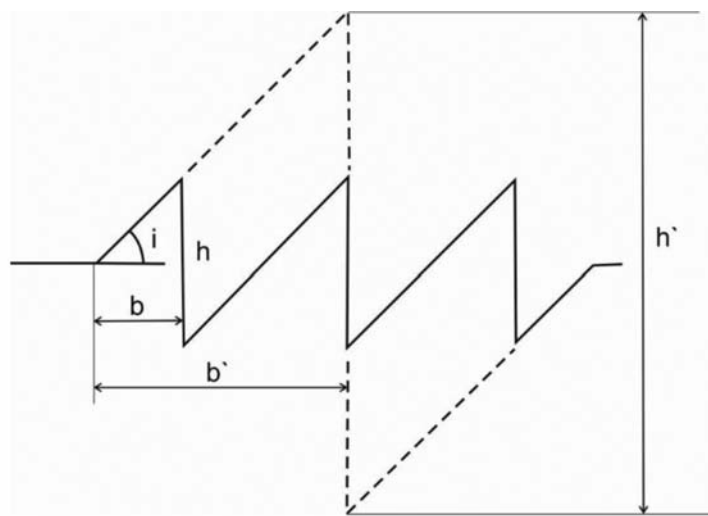


Fig. 8 – O mesmo  $i$  é obtido para diferentes  $h$  e  $b$ .



se passa dos modelos de equilíbrio limite de energias para os modelos de equilíbrio limite de forças, isto é, quando se consideram forças em vez da energia envolvida nos deslizamentos, por perda de dimensões nas equações de dimensões dos parâmetros, as amplitudes só de forma muito insuficiente e ambígua, talvez até incorrecta, podem ser representadas por coeficientes adimensionais, como o exigem os estudos de equilíbrios de forças no deslizamento. É de forma involuntária e rudimentar que os modelos de deslizamento de forças conhecidos, de algum modo acabam por integrar as grandezas lineares ligadas ao problema de escala, como a amplitude das asperezas. Enquanto se não ultrapassar este óbice não se terá nenhum avanço significativo nesta matéria.

Há ainda outro aspecto a ter em conta. Se a junta for muito rugosa,  $\sigma_n$  for baixo e se a soma  $(\phi_r + \sum i_j) > 90^\circ$ , em que os  $i_j$  são as dilatâncias correspondentes às diversas ordens de ondulação e de rugosidade sobrepostas, que neste modelo se somam, pois o modelo de Patton se destina a descontinuidades ajustadas, contrariando a equação 1, o deslizamento deverá fazer-se com o galgamento dilatante das asperezas, mas também com o seu corte ou lasqueamento. Assim, talvez seja a equação 2 a controlar o fenómeno apesar do  $\sigma_n$  reduzido (Fig. 9).



Fig. 9 – Lasqueamento e corte de asperezas com  $i=90^\circ$  sob  $\sigma_n$  reduzido.

### 3 – O EFEITO DE $\sigma_n$

Por outro lado, se atendermos às equações do 1 e 2 modelo de Patton e fizermos  $\tau/\sigma_n$  igual a R, uma função que poderíamos designar de tribológica, por ter a ver com a resistência de atrito entre os dois bordos da descontinuidade, virão

$$R = \tau/\sigma_n = \text{tg} (\phi_r + i) \quad (7)$$

$$R = \tau/\sigma_n = c/\sigma_n + \text{tg} \phi_r \quad (8)$$

isto é,  $\tau/\sigma_n$ , tem o andamento da curva da Fig. 10.

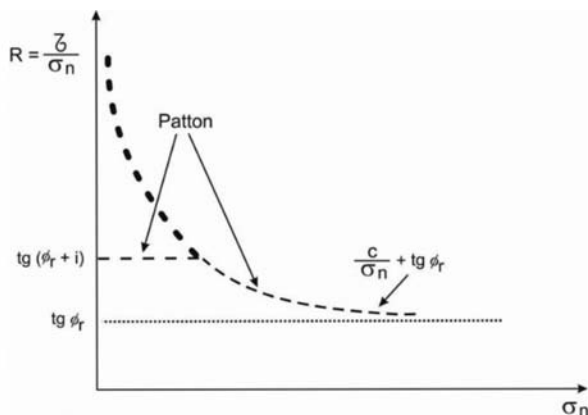


Fig. 10 – Decrescimento hiperbólico de  $\tau/\sigma_n$  com  $\sigma_n$ .

O facto de  $R$  decrescer hiperbolicamente, de acordo com Patton, para altas pressões, coloca a maioria dos problemas concretos de estimativa de resistência das descontinuidades, a partir dele, a favor da segurança, porque tende a fazê-las mais baixas do que provavelmente serão. Quando a rugosidade está mais concatenada e sujeita ao corte das asperezas pelo alto valor das tensões normais, é que parece que a contribuição do corte das asperezas, de acordo com a Fig. 10 e a equação 8, é menos significativa e contribui menos para a resistência global da descontinuidade, o que obviamente não faz sentido.

Por outro lado, salvo considerações que se farão adiante, dentro de certo limites, parece também que a contribuição não contabilizada nos modelos, das amplitudes elevadas, favorece geralmente a resistência.

Assim, habitualmente, para as tensões normais envolvidas nas descontinuidades das obras, o modelo de Patton deve ser conservador. Mas de uma maneira tal, que é de todo impossível discernir que percentagem da resistência pode ser atribuída à dilatação e corte das asperezas e que percentagem se deve à amplitude. E no presente estado do conhecimento não se vislumbra saída para este problema dos modelos de equilíbrio limite de forças. Não se pode quantificar quão conservador é ou não, o modelo de Patton, para além destas considerações gerais.

O modelo de Barton já integra parte destas considerações de forma mais ou menos implícita, mas a sua formulação (equação 3) restringe radicalmente o seu campo de aplicação. Com efeito, para valores de  $\sigma_n$  muito elevados,  $\log(JCS/\sigma_n)$  tende para zero à medida que  $\sigma_n$  se aproxima de JCS (veja-se o decrescimento hiperbólico paralelo de  $R$ , em Patton). Assim, quando o efeito do corte das asperezas é mais importante e notório, por as altas tensões normais obrigarem as rugosidades do bordo superior e inferior, a ficarem fortemente imbricadas e a dilatação relativamente impedida, ele tende a desaparecer da equação 3, que se reduz aos parâmetros residuais ( $\phi_r$ ), colocando o valor da resistência ao corte tão a favor da segurança que é quase inútil.

Por outro lado, se  $\sigma_n$  for muito baixo,  $(JCS/\sigma_n)$  virá muito elevado e daí poderão resultar valores da tangente na equação 3, infinitos ou até negativos, obtendo-se resistências que carecem de sentido.

Assim, a utilização do modelo passa a ser admissível apenas em condições peculiares, não contemplando diversas situações de grande interesse prático. Refere-se a propósito, que por razões análogas às expostas anteriormente para o modelo de Patton, quando as juntas são muito rugosas (JRC muito elevado), se podem, do mesmo modo, obter resistências ao corte infinitas ou negativas. Na verdade, o modelo de Barton tem vindo a ser utilizado em condições de baixo valor de  $\sigma_n$ , geralmente da ordem dos kPa, em ensaios, e de JRC moderado, correspondente a padrões naturais, que não forneçam valores de  $\tau$  absurdos.

Refira-se desde já, que correspondendo o termo  $(JRC \cdot \log(JCS/\sigma_n))$  a  $i$ , no modelo de Patton (equação 1) através do modelo de Barton fica claramente estabelecida a dependência do valor da dilatação em relação à tensão normal aplicada, para baixos  $\sigma_n$ , o que o modelo de Patton não admite.

Verifica-se, explicitando JRC a partir da equação 3):

$$JRC = (\arctg(\tau/\sigma_n)) / (\log(JCS/\sigma_n) + \phi_r) \quad (9)$$

que quando a tensão normal na descontinuidade cresce,  $\log(JCS/\sigma_n)$  torna-se menor e a rugosidade que efectivamente participa no deslizamento se torna mais abrupta por JRC aumentar. O eventual decréscimo, fisicamente improvável, de  $\arctg(\tau/\sigma_n)$  com o aumento de  $\sigma_n$ , quando esta é baixa, geralmente não compensa aritmeticamente a diminuição drástica concomitante de  $\log(JCS/\sigma_n)$ .

O parâmetro JRC associa os aspectos texturais da rugosidade, como a sua inclinação e o boleaamento das asperezas, à consideração implícita da amplitude da rugosidade. Mas fá-lo, tal como os resultados que se podem tirar do modelo de Patton em relação à amplitude, de maneira involuntária, que não pode ser prevista.

Na maioria esmagadora dos casos é ilegítimo estimar a resistência das descontinuidades dos maciços reais a partir da equação 3, obtendo os JRC por comparação com os perfis típicos de Barton e Choubey. Este cálculo só será válido se os JCS do perfil eleito e o da descontinuidade no terreno forem os mesmos e se a cobertura do terreno sobre a diaclase em questão não ultrapassar 3cm (~ 1kPa) equivalente ao  $\sigma_n$  sob o qual as amostras de Barton e Choubey (1977) foram ensaiadas. Portanto o interesse prático desses perfis típicos é muito menor do que aquele que geralmente se lhes atribui, sendo os JRC obtidos por comparação, meros índices morfológicos sem conotações mecânicas.

É que, de acordo com o modelo de Barton, dependendo JRC de  $\sigma_n$  e de JCS, o seu valor corresponde ao valor da “rugosidade que efectivamente participa no deslizamento”, diferente em cada caso, para a mesma descontinuidade, consoante a tensão normal nela aplicada. Do que se conclui também que o modelo de Barton é mais um instrumento laboratorial do que um elemento de dimensionamento.

Mas note-se que na própria comparação entre os perfis típicos e as descontinuidades do terreno, independentemente do que já se disse, há dificuldades intrínsecas ao método. Porque nesse cotejo há tendência para se reparar na rugosidade mais conspícua e abrupta de que resulta geralmente uma sobrestimação dos JRC. Por outro lado, é ilegítimo ampliar ou reduzir os perfis típicos, mesmo que apenas mentalmente para a comparação, porque essa transformação é homotética e nada garante que o JRC se conserve. Seria preciso admitir que ao se ampliarem as dimensões do perfil, independentemente de todos os efeitos de escala mal esclarecidos que se sabem existir, a amplitude da rugosidade não aumentasse, o que na Natureza teria a consequência de aumentar a resistência da descontinuidade e através da equação 3 o JRC do perfil ampliado, só por si tornando ineficaz o cotejo.

Vem ainda a propósito referir que a famosa extensão da equação de Barton

$$\varphi_p = \arctg(\tau/\sigma_n) = \varphi_r^\circ + i^\circ + S_A^\circ \quad (10)$$

onde  $\varphi_p$  é o ângulo de pico, isto é, o valor angular total de resistência de uma descontinuidade,  $\varphi_r$  o ângulo de resistência residual,  $i$  a dilatância e  $S_A$  um valor angular equivalente à resistência de corte das asperezas (cerca de JCS/2 para tensões normais moderadas), é de todo ilegítima, porque transformado em valor angular equivalente  $S_A^\circ$ , o mesmo JCS tem significado diferente para diferentes parcelas de  $\varphi_r$  e de  $i$ , sujeita como está a soma à função trigonométrica tangente. Este raciocínio contém, pois, vícios.

Como é óbvio, o modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça aplica-se quando o comportamento da diaclase é francamente dilatante e ainda existe a possibilidade do bloco superior rodar sobre as “irregularidades significativas”. É preciso admitir que nas descontinuidades desajustadas as tensões nos contactos entre os bordos são maiores, para o mesmo  $\sigma_n$ , conduzindo a fases dilatantes relativamente mais reduzidas, com maior incidência do corte das asperezas nesses contactos.

#### 4 – CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

Bandis (1980) afirmou que numa diaclase a rugosidade que controla o deslizamento é a que tem a inclinação  $i$  máxima ( $i_{max}$ ). Neste contexto, se olharmos os resultados do Quadro I, veremos que apesar de na generalidade ele confirmar o modelo de Patton, há desvios significativos quando  $h$  cresce, de modo que os valores obtidos experimentalmente ( $i_{exp}$ ) quando se aproximam de 2,4cm, isto é, para as maiores amplitudes, são inferiores às inclinações morfológicas, principalmente para  $i_p$  elevados. E há que ter em conta que os  $i$  médios ( $i_{med}$ ) são a média aritmética das várias inclinações das asperezas pelo que há sempre algumas com  $i$  superior à média.  $i_p$  são as inclinações projectadas que não puderam ser obtidas com rigor nos provetes devido a dificuldades na sua execução.

A Fig. 11 esquematiza a realização dos ensaios e mostra que a resultante da força de tracção  $R'$  cresce à medida que se dá o galgamento das asperezas, gradual nestes ensaios, à medida que o peso que realiza a tracção cresce. Esta verificação parece contradizer o efeito que acima assinalámos que resulta em  $i_{\text{exp}} < i_{\text{max}}$  para as asperezas mais altas, a partir de  $i_p$  igual a  $30^\circ$ , efeito este incontestável pois a força de tracção registada num ensaio pode ser superior à necessária para o deslizamento, se se lançar mais grenalha do que a necessária no balde, mas não inferior.

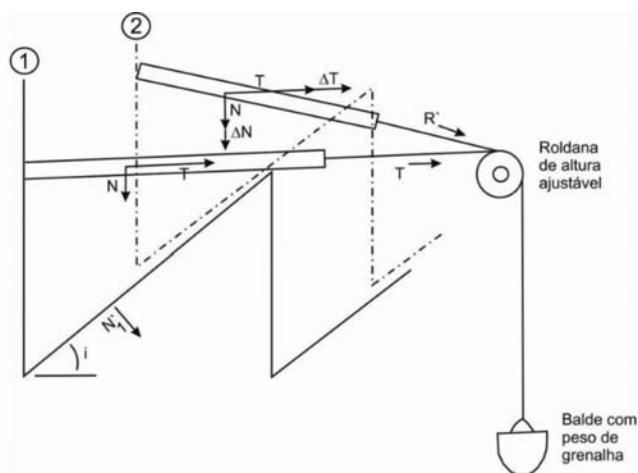


Fig. 11 – Esquema de realização de um ensaio de arrastamento.

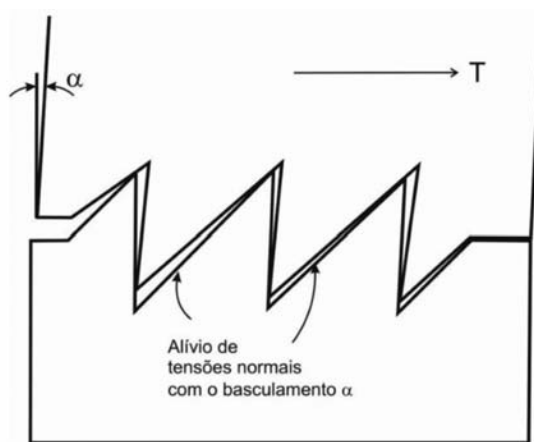
Mas se tivermos em mente que os momentos de  $T$  em relação à base das asperezas crescem à medida que  $h$  aumenta, compreendemos que uma força menor realizará os mesmos momentos para um  $h$  maior, favorecendo o aparecimento de  $i_{\text{exp}} < i_{\text{max}}$ . Por outro lado, como mostra a Fig. 12, esses mesmos momentos induzem alívios generalizados das tensões nos paramentos das asperezas e uma diminuição do  $\sigma_n$  actuante que também favorece o aparecimento de  $i_{\text{exp}} < i_{\text{max}}$ . Este efeito parece acentuar-se também com o crescimento de  $i$ . Para baixos valores de  $i$  estes alívios são menos importantes, daí não se ter obtido o efeito para  $i_p$  de  $20^\circ$ .

Estas considerações trazem um novo elemento, pois os valores da dilatância deduzidos da observação da rugosidade podem estar a desfavor da segurança à medida que os blocos potencialmente mobilizáveis são mais altos, com o centro de gravidade mais elevado, ou as asperezas são mais altas e inclinadas. Estes ensaios, com o cinto de tracção posto a rasar o topo das asperezas, simulam pois, melhor, o que se passa na Natureza do que, por exemplo, a prensa que Patton utilizou, que aplicava a força tangencial, exactamente no plano médio das suas amostras e que por isso não observou este fenómeno.

Além disso as fases de dilatância e de corte das asperezas são concomitantes desde valores muito baixos de  $\sigma_n$  (pelo menos da ordem de  $1\text{kPa}$ ) e a dedução de resistências correctas a partir da observação dos bordos das diaclases não é fiável.

Note-se ainda que mesmo que  $\sigma_n$  seja muito elevado, há sempre alguma dilatância dependendo da rugosidade original e das novas superfícies criadas pela rotura das asperezas.

Vem a propósito referir que mesmo ultrapassadas as condições de pico, os bordos ficam irregulares e há que contar com alguma dilatância, menor do que a da descontinuidade ajustada, pelo que os parâmetros residuais podem ser mais favoráveis do que se supõe na literatura sobre o assunto, inclusive, sendo-lhes eventualmente aplicável o modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça. Contudo Menel (1965) afirma que enquanto isto pode acontecer em rochas densas e de bordos resistentes, pelo contrário, rochas porosas e fracas podem mostrar efeitos de contracção. Há ainda o facto de



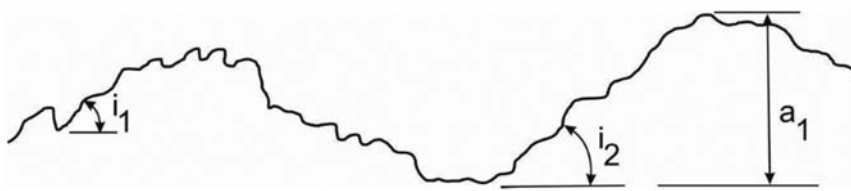
**Fig. 12** – Momentos ocasionados por forças de corte nas descontinuidades.

entre os bordos da descontinuidade, acima das condições de pico, se poder formar material esmagado que proporciona um efeito de rolagem que diminui os parâmetros residuais (Ladanyi e Archambault, 1970).

Vejamos também que no modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça

$$\Delta\Phi = \arctg \left( (k_1 \ln \Omega + k_2) / L^2 \right)^{1/2} \quad (11)$$

Em comparação com  $L^2$ ,  $\ln \Omega$  pouco varia, pelo que a dilatância diminui com o aumento das dimensões das amostras, originando efeitos de escala normais, em que as médias dos valores dos ensaios diminuem com o aumento das dimensões dos corpos de prova, ao contrário dos efeitos de escala inversos em que se verifica o contrário. Fica estabelecido através deste modelo que, como  $\ln \Omega$  não cresce proporcionalmente a  $\Omega$  ou  $L$ ,  $\Delta\Phi$  reduz-se quando  $\Omega$  e  $L$  aumentam, ao contrário do que acontece em descontinuidades ajustadas, governadas pelos modelos de Patton e Barton, onde se verifica que a dilatância cresce com as dimensões (Leal Gomes, 1998). Já vimos que nestas diaclases o imbricamento das várias ordens de rugosidade com inclinações  $i_1$ ,  $i_2$ , etc., faz com que nas descontinuidades extensas, com mais ordens de rugosidade e até de ondulação, a dilatância se obtenha pela soma ( $i_1+i_2+\dots$ ) (Fig.13). Por outro lado se as solicitações tangenciais que mobilizam os deslizamentos são paralelas ao plano médio das descontinuidades, a dilatância aumenta nas descontinuidades ajustadas com o crescimento das dimensões. Basta pensar que quando se subdivide uma amostra e as diversas porções são horizontalizadas, diminuem a inclinação e a amplitude da rugosidade (Leal Gomes, 1998). Assim, as descontinuidades ajustadas têm em geral efeitos de escala inversos. E a grande diferença entre os modelos de Peres Rodrigues e Charrua Graça e os de Patton e de Barton, é que nestes últimos modelos todas as rugosidades podem contribuir para a dilatância, enquanto no primeiro só a irregularidade mais conspícua, a “irregularidade significativa”. Além



**Fig. 13** – Várias ordens de ondulação e de rugosidade das descontinuidades.

disso também neste modelo as dilatâncias são muito menores do que aquelas que se observariam se às mesmas descontinuidades se aplicasse o modelo de Patton (Fig. 2).

O facto de, para as descontinuidades ajustadas, os efeitos de escala serem inversos, coloca os resultados dos ensaios das pequenas amostras a favor da segurança.

Estas ideias começaram a ser observadas a partir da publicação dos gráficos de Kutter e Otto (1990) (Fig. 14). Que os efeitos de escala na rugosidade e na resistência das descontinuidades ajustadas (na fase com dilatância) são geralmente inversos referiram-no Swan e Zongqi (1985), Giani *et al.* (1992), Hencher *et al.* (1993), Ohnishi *et al.* (1993), Leal Gomes (1998), sendo que ainda é vulgar na literatura ver-se afirmar o contrário, talvez, principalmente, como consequência da tese de Bandis (1980).

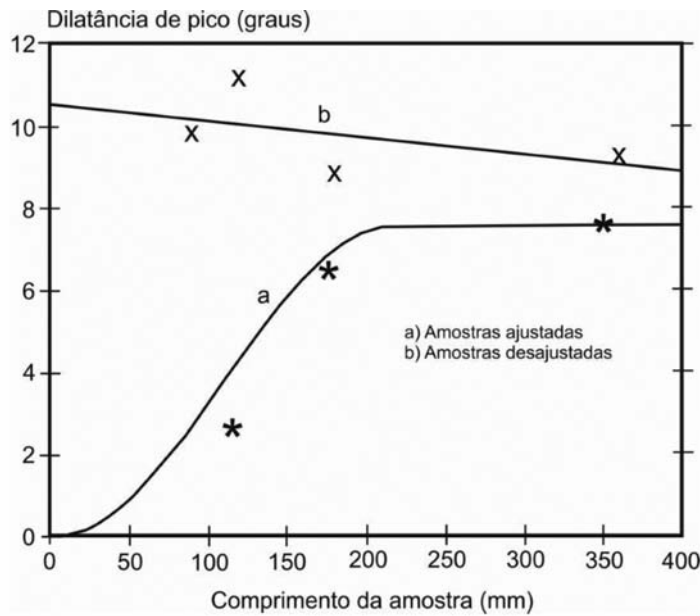


Fig. 14 – Ensaios de Kutter e Otto (1990).

Ainda queremos referir que as dimensões da amostra (efeito de escala) e a sua simetria se reflecte na simetria da rugosidade, influenciando nos resultados. Convém dizer que as amostras mais longas têm preferencialmente um galgamento mais translacional do que as amostras curtas, em que o movimento é mais rotacional, com maiores deslocamentos de pico e menor resistência (Fig. 15) (Leal Gomes, 1998).

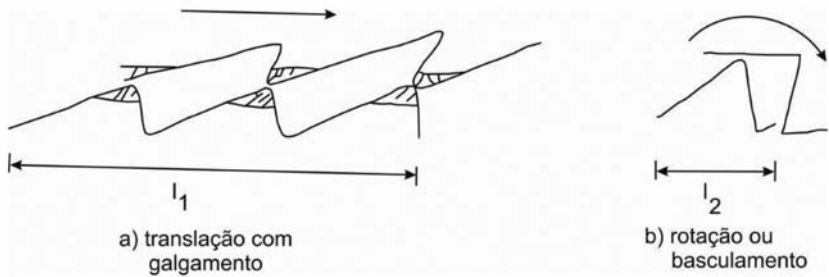


Fig. 15 – Amostras curtas e longas e os movimentos que executam no deslizamento.

Por outro lado, a justaposição lateral de rugosidades da mesma ordem, isto é, de diferentes níveis de rugosidade, com amplitudes idênticas e cristas deslocadas umas em relação às outras, aumenta a simetria da rugosidade (Fig. 16). Por isso quando se cortam as amostras, trunca-se a distribuição da rugosidade, diminuindo a sua simetria e aumentando a anisotropia registada nos ensaios.

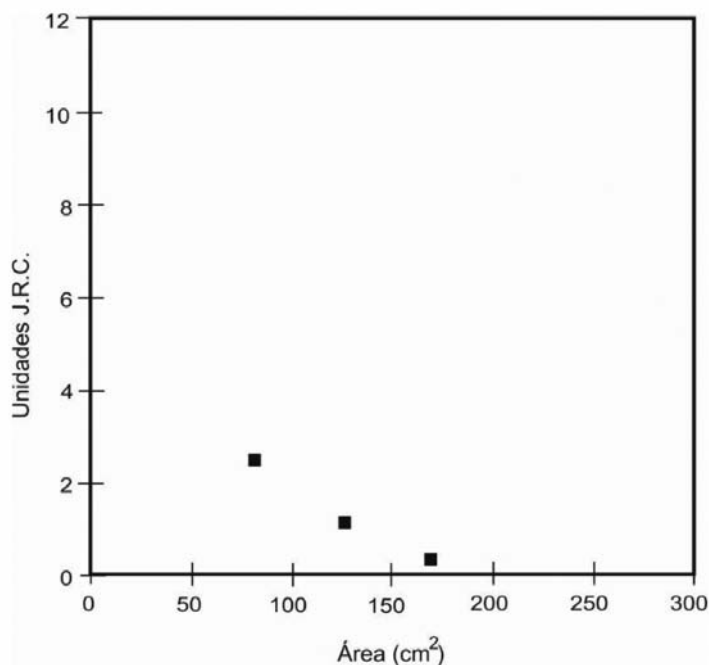


**Fig. 16** – Dois níveis da mesma ordem de rugosidade, lateralmente justapostos, aumentam a simetria da rugosidade global.

Citam-se estes modelos de deslizamento de índole qualitativa porque se julga que têm um grande poder explicativo.

As amostras da diaclase artificial em granito porfiróide do Pontido (Fig. 5) tinham 16cm na direcção NS correspondente à maior dimensão das amostras e respectivamente, na direcção EW, perpendicular à primeira, 16cm (tipo I) (8 amostras), 10,7cm (tipo II) (8 amostras), 8cm (tipo III) (9 amostras) e 5,3cm (tipo IV) (9 amostras).

Nos ensaios de arrastamento que se fizeram, sob 1kPa, nestas amostras, a anisotropia de direcção decresceu à medida que a simetria e área das amostras aumentava, desaparecendo para as amostras tipo I (16×16 cm<sup>2</sup>) (Fig. 17), apoiando o ponto de vista acima referido sobre a truncagem dos níveis de rugosidade pela diminuição da simetria e dimensões dos provetes.



**Fig. 17** – Anisotropia de direcção das amostras da Fig. 5.

Quanto à anisotropia de sentido não desapareceu mas reduziu-se a 0,5 unidades de JRC (Figs. 18, 19 e 20).

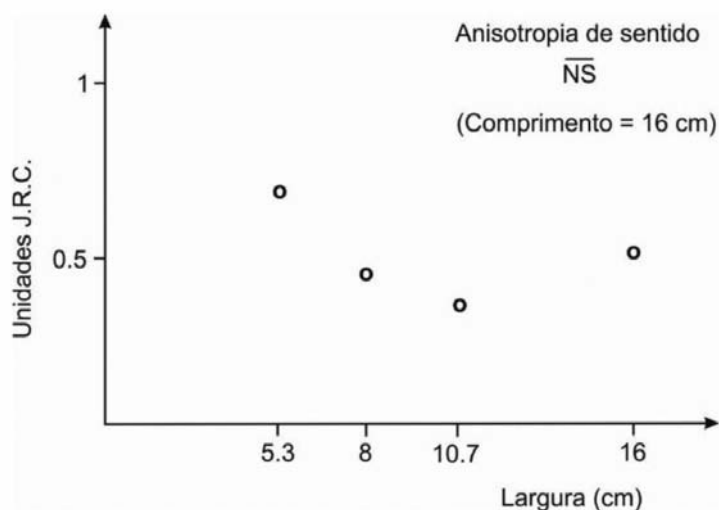


Fig. 18 – Anisotropia de sentido na direcção NS.

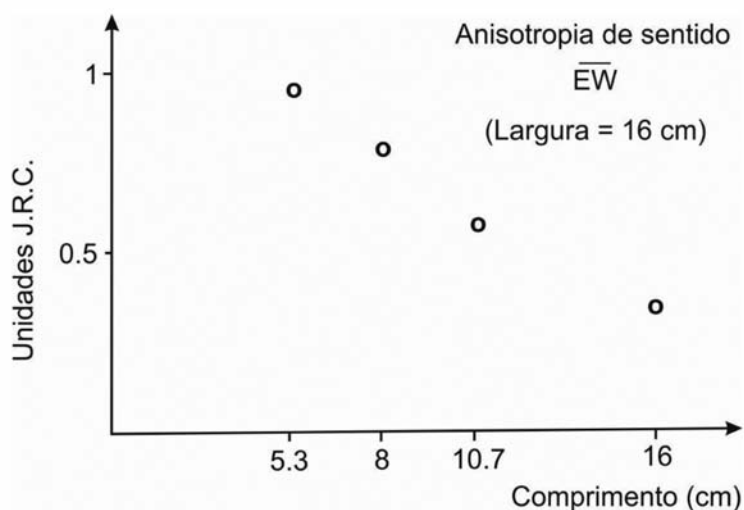


Fig. 19 – Anisotropia de sentido na direcção EW.

Nas pequenas amostras ( $16 \times 5,3 \text{ cm}^2$ ) a rugosidade é assim mais abrupta e em ensaios em máquina de deslizamento sob tensões normais médias na descontinuidade entre 0,05 MPa e 1,2 MPa, o efeito da direcção perpendicular à direcção de deslizamento (largura da amostra) atenua-se com o crescimento da simetria das amostras, verificando-se que praticamente se atingem valores assintóticos da resistência para a largura máxima de 16cm (Fig. 21).

Fica assim estabelecido que a largura das amostras, perpendicular à direcção de deslizamento, influi nos valores da resistência, ao contrário do que outros autores afirmam (Muralha e Cunha, 1990). Não é, assim, sempre legítimo, fazer análises de estabilidade considerando fatias, como se faz vulgarmente, pois se a largura das fatias não permitir que se atinjam os valores assintóticos



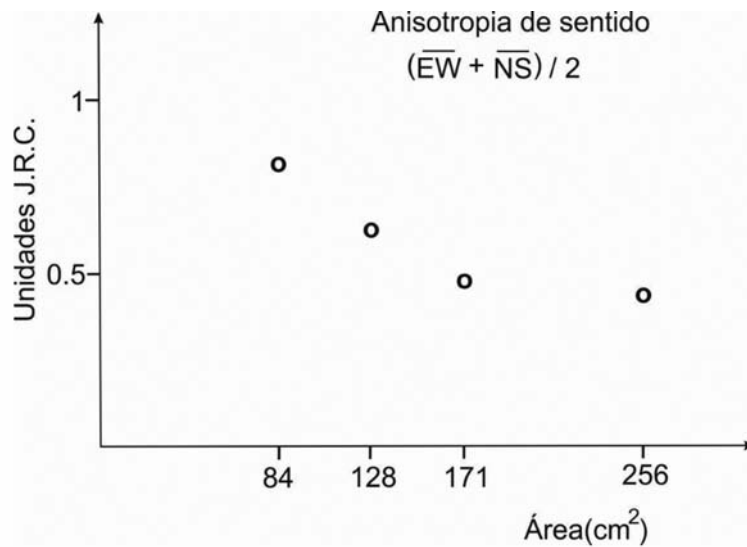


Fig. 20 – Média da anisotropia de sentido (NS + EW) / 2.

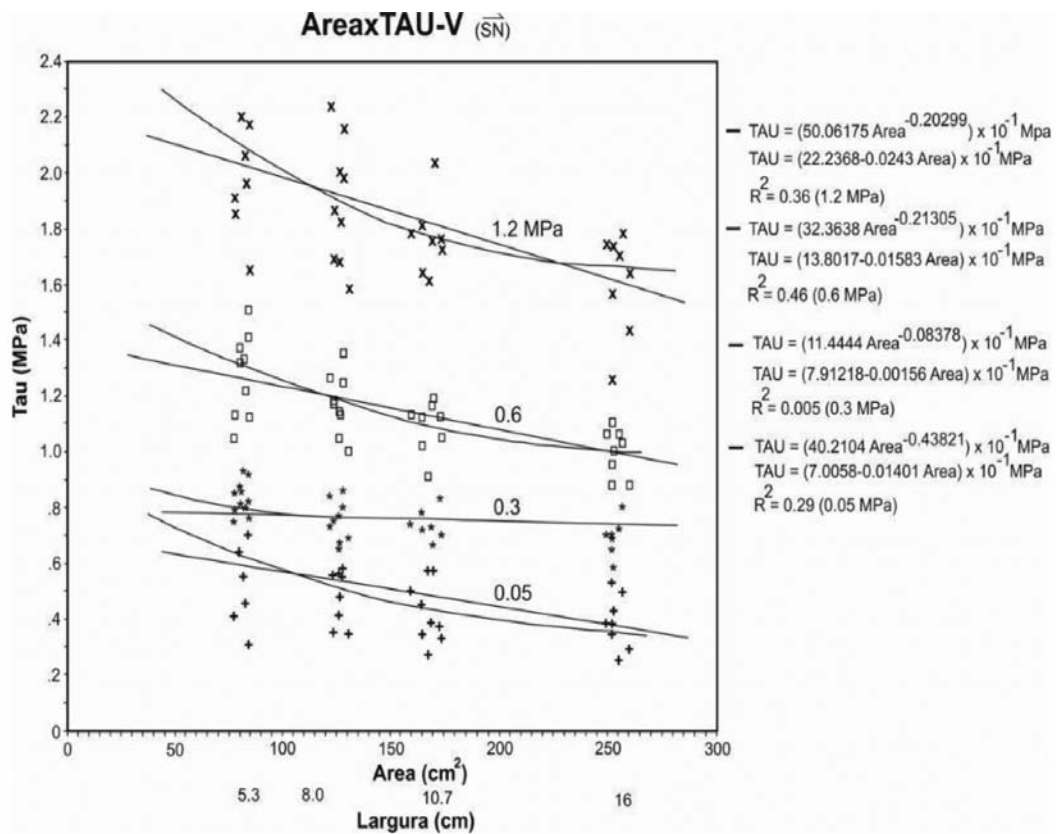


Fig. 21 – Redução da resistência das amostras com o aumento da largura perpendicular à direcção de deslizamento.

da resistência, ficar-se-á a desfavor da segurança. No caso das nossas amostras do Pontido, porém, esse perigo não existe, já que as assíntotas para os patamares de  $\sigma_n$  utilizados se alcançam para  $16 \times 16 \text{ cm}^2$ , apesar dos moderados coeficientes de determinação encontrados para as regressões.

Provavelmente, este efeito acentua-se com o aumento de JRC, JCS e  $\sigma_n$ , porque a latitude que as amostras têm para movimentos tangenciais é menor nestas condições e é mais condicionada.

## 5 – CONCLUSÕES

Algumas conclusões podem ser tiradas de tudo o que se referiu. Limitar-nos-emos ao mais importante:

- Os modelos de Patton e de Barton aplicam-se às descontinuidades ajustadas ou bastante abaixo do deslocamento de pico. O modelo de Peres Rodrigues e Charrua Graça às descontinuidades desajustadas.
- A resistência deduzida a partir de pequenas amostras para descontinuidades ajustadas (caso de algumas diaclases), de bordos são e sem preenchimentos e zonas esmagadas, deve ser conservadora, pois o respectivo efeito de escala é inverso. Para as restantes descontinuidades desajustadas e/ou com preenchimentos já não acontece o mesmo.
- As fases mistas com dilatação e corte das asperezas começam para  $\sigma_n$  muito baixos, inferiores a 1 kPa. Não se detecta, contudo, o efeito da coesão fictícia nestas situações porque nos ensaios de arrastamento o  $\sigma_n$  permanece sempre o mesmo: o induzido pelo peso do bloco superior que não muda.
- Os modelos de equilíbrio limite de forças não representam o fenómeno de deslizamento de descontinuidades senão de forma muito incompleta e restrita por escassez de informação contida nos parâmetros que utilizam (transformação de grandezas físicas reais noutras que se adaptem aos modelos, como  $h/b$  em tg  $i$  e de energias em forças, com diminuição das dimensões envolvidas e da informação contida nos parâmetros) e não consideração da amplitude. Os modelos de equilíbrio limite de energias ainda são ineficazes.
- Tanto o modelo de Patton como o de Barton revelam o efeito da amplitude nas descontinuidades de bordos irregulares. Mas fazem-no involuntariamente e de forma não contabilizável.
- Não há como decidir qual a percentagem de resistência atribuível à dilatação e qual é atribuível à amplitude da rugosidade, sempre que há dilatação nos deslizamentos. Mas a parte concernente à amplitude é, decerto, tão importante como a relativa à inclinação das rugosidades.
- Mesmo nas descontinuidades sob  $\sigma_n$  elevado, em que prevalece o corte das asperezas, há que contar com alguma dilatação, tornando ainda mais complexas as previsões dos modelos de equilíbrio limite.
- Os perfis típicos de Barton e Choubey (1977) não servem como elemento de cálculo, nas situações práticas da Natureza. Não são legítimos cotejos entre a morfologia dos perfis e a das descontinuidades no terreno, de que se extraíam valores de JRC. Estes perfis só são válidos para valores muito baixos de  $\sigma_n$  e para JCS idênticos aos das amostras originais de Barton e Choubey.
- Os modelos de Patton e de Barton para os valores de  $\sigma_n$  vulgarmente instalados nas obras, da ordem dos MPa, na fase mista de corte e dilatação das descontinuidades ajustadas ou abaixo do deslocamento de pico, podem já se encontrar a favor da segurança dado que  $R = \tau/\sigma_n$  diminui com  $\sigma_n$  e  $JCS/\sigma_n$ , também.

- Mas na fase dilatante, a consideração dos momentos que as forças tangenciais produzem, obrigam-nos a admitir que os valores da resistência deduzidos da morfologia da rugosidade podem colocar as resistências calculadas através do modelo de Patton a desfavor da segurança, para rugosidades de grande amplitude e sobretudo grande inclinação.
- À medida que crescem as dimensões das amostras de descontinuidades e a sua simetria, também a rugosidade se torna mais simétrica e decrescem as anisotropias de direcção e de sentido.
- As resistências ao corte podem aumentar com a redução da largura perpendicular à direcção de deslizamento. Este efeito cresce com  $\sigma_n$ , JCS e JRC.
- Não há tantos acidentes nas obras como seria de esperar de uma formulação tão insuficiente como os modelos de equilíbrio limite, porque em geral, os modelos de Patton e de Barton são conservadores, porque, apesar de tudo, fazem uma descrição parcial do fenómeno que analisam e porque sentindo intuitivamente que o assunto é incompletamente dominado, os engenheiros intervêm nas equações respectivas com parâmetros muito a favor da segurança.
- Por outro lado,  $(\varphi_r + i)$  depende da tangente e habitualmente é maior do que  $45^\circ$ , fazendo com que a maioria das estimativas seja conservadora. Quando  $(\varphi_r + i)$  é maior do que  $45^\circ$ , a  $\tan(\varphi_r + i)$  cresce rapidamente e as resistências ao corte aumentam também celeremente, fazendo com que as obras fiquem a favor da segurança, pois é subestimada nos cálculos que consideram parâmetros inferiores aos efectivos.
- Em regra, outras formalizações que surgem na literatura não têm grandes vantagens sobre as aqui abordadas. Também novos parâmetros não são muito diferentes dos já existentes, porque as condições básicas do fenómeno de deslizamento são conhecidas (Leal Gomes e Dinis da Gama, 2007). As outras formalizações (por exemplo, de Ladanyi e Archambault (1970) (cit. Saeb, 1990), exponenciais, de Jaeger (1971) (cit. Brady e Brown, 1994), para não falar na mais antiga, de Coulomb) são tentativas de abordagem do mesmo problema sob novos eventuais ângulos, mas que não mudam significativamente o óbice central que é a dificuldade em integrar a dimensão linear da amplitude da rugosidade, juntamente com a sua inclinação, nas fases com dilatação dos modelos de equilíbrio limite. Exceptuando Coulomb, o que os outros autores fazem, é, no fundo, principalmente, adaptar envolventes curvas aos resultados dos ensaios.

## 6 – AGRADECIMENTOS

O autor está profundamente grato ao Professor Carlos Dinis da Gama e ao Doutor Bruno Catarino do Instituto Superior Técnico de Lisboa pelo precioso apoio dado à apresentação destas notas na sua forma definitiva.

## 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bandis, S. (1980). *Experimental studies of scale effects on shear strength and deformation of rock joints*. PhD Thesis, Universidade de Leeds.
- Barton, N.; Choubey, V. (1977). *The shear strength of rock joints in theory and practice*. Rock Mechanics, Vol. 10, nº 1-2, pp.1-54.
- Brady, B.H.G.; Brown, E.T. (1994). *Rock mechanics for underground mining*. Chapman & Hall, Londres.

- Giani, G.P.; Ferrero, A.M.; Passarelo, G.; Reinaudo, L. (1992). *Scale effect evaluation on natural discontinuity shear strength*. Fractured and Jointed Rock Masses, Lake Tahoe.
- Hencher, S.R.; Toy, J.P.; Lumsden, A.C. (1993). *Scale dependent shear strength of rock joints*. Scale Effects in Rock Masses, Lisboa, Balkema, Rotterdam, pp. 233-240.
- Jaeger, J.C. (1971). *Friction of rocks and stability of rock slopes*. Géotechnique 21, nº 2, pp. 97-134.
- Kutter, H.K.; Otto, F. (1990). *Influence of parallel and cross joints on shear behaviour of rock*. Rock Joints, Balkema, Rotterdam, pp. 243-250.
- Ladanyi, B.; Archambault, G. (1970). *Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass*. Proc. 11th Symp. on Rock Mechanics (AIME), Berkeley, Califórnia, pp. 105-125.
- Leal Gomes, M.J.A. (1998). *O efeito de escala em maciços rochosos – O caso da resistência e deformabilidade das descontinuidades*. Dissertação de Doutoramento, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real.
- Leal Gomes, M.J.A. (1999). *O significado prático dos ensaios de deslizamento de descontinuidades em maciços rochosos*. Geotecnia nº 87, pp. 53-59.
- Leal Gomes, M.J.A. (2000). *Reflexões para um modelo alternativo de resistência das descontinuidades em maciços rochosos*. 7º Congresso Nacional de Geotecnia, Porto, pp. 215-220, Vol. 1.
- Leal Gomes, M.J.A. (2001). *The assessment of safety of rock mass joints considering their amplitude of roughness*. ISRM Regional Symposium, EUROCK 2001, Espoo, Finlândia, pp. 249-254.
- Leal Gomes, M.J.A. (2002). *Lucubrações em torno de uma insuficiência do modelo de Patton*. 8º Congresso Nacional de Geotecnia, Lisboa, Vol. 1, pp. 483-494.
- Leal Gomes, M.J.A.; Dinis da Gama, C. (2007). *New insights on the geomechanical concept of joint roughness*. 11th ISRM Congress, Lisboa, Vol. 1, pp. 347-350.
- Menel, V. (1965). *Dilatancy of rocks*. Rock Mechanics and Engineering Geology, Vol. 3, nº. 1, pp. 58-61.
- Muralha, J.J.R.D. (1995). *Abordagem probabilística do comportamento mecânico de descontinuidades de maciços rochosos*. Tese de Doutoramento, IST, Universidade Técnica de Lisboa.
- Muralha, J.; Pinto da Cunha, A. (1990). *Analysis of scale effects in joint mechanical behaviour*. Scale Effects in Rock Masses. Loen, Balkema, Rotterdam, pp. 191-200.
- Ohnishi, Y.; Herda, H.; Yoshinaka, R. (1993). *Shear strength scale effect and the geometry of single and repeated rock joints*. Scale Effects in Rock Masses, Lisboa, Balkema, Rotterdam, pp. 167-173.
- Patton, F.D. (1966). *Multiple modes of shear failure in rock and related materials*. PhD Thesis, Universidade de Illinois.
- Pereira, P.J. (1994). *O comportamento mecânico das descontinuidades em maciços rochosos*. Tese de doutoramento, IST, Universidade Técnica de Lisboa.
- Peres Rodrigues, F.; Charrua Graça, J.G. (1985). *Scale effect on the strength characteristics of rock masses*. Proc. Int. Symp. Role of Rock Mechanics in Excavation for Mining and Civil Engineering, Zacatecas, México, pp. 405-408.

- Saeb, S. (1990). *A variance on the Ladanyi and Archambault's shear strength criterion*. Rock Joints, Loen, Balkema, Rotterdam, pp. 701-705.
- Swan, G.; Zongqi, S. (1985). *Prediction of shear behaviour of joints using profiles*. Rock Mechanics and Rock Engineering, 18, pp. 183-212.