PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA SV NUMA CAMADA DE SOLO COM COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR

SV wave propagation in a nonlinear soil layer

João R. Maranha* Ana Vieira**

RESUMO – Neste trabalho é analisada a propagação vertical de uma onda impulsiva de corte SV num estrato de solo saturado homogéneo e horizontal em condições não drenadas. Para a caracterização do comportamento do terreno são utilizados modelos constitutivos não-lineares de complexidade variável, ilustrando-se a sua influência na alteração do impulso aplicado na base do estrato, considerada como rígida.

SYNOPSIS – In this work, the vertical propagation of an SV shear pulse wave in a saturated homogeneous and horizontal soil layer under undrained conditions is analysed. Nonlinear constitutive models of variable complexity are used showing their influence on the modification, through the soil layer, of the input pulse applied at the rigid soil base.

PALAVRAS CHAVE - Propagação de ondas, métodos numéricos, plasticidade.

1 – INTRODUÇÃO

A modelação do comportamento do solo, quando submetido a acções cíclicas de elevada amplitude e determinado conteúdo em frequências requer a utilização de leis constitutivas complexas, uma vez que é excedida a gama de comportamento elástico do terreno. Neste trabalho é estudada a resposta de uma camada de solo caracterizada por diferentes modelos constitutivos não lineares, sendo que o modelo mais complexo utilizado é um modelo de plasticidade contínua e anisotrópica.

As acções dinâmicas de elevada amplitude e curta duração podem ocorrer, na prática, em diversas situações como sejam as decorrentes de um sismo, da passagem de comboios de alta velocidade, ou da utilização de sistemas pesados de compactação dinâmica. No presente estudo, a acção, aplicada na base rígida do meio bifásico constituído pelo esqueleto sólido e pela água, consiste num impulso de velocidade horizontal com propagação vertical definido por uma função trigonométrica (co-seno). Este impulso dá origem a uma onda distorcional polarizada no plano vertical (SV). Ilustra-se a evolução sofrida por este impulso no espaço (altura da camada de solo) e no tempo, para os casos das ondas de tensão, de distorção e de pressão intersticial.

^{*} Departamento de Geotecnia, Laboratório Nacional de Engenharia Civil. E-mail: jmaranha@lnec.pt

^{**} Departamento de Geotecnia, Laboratório Nacional de Engenharia Civil. E-mail: avieira@lnec.pt

2 - MODELOS CONSTITUTIVOS UTILIZADOS

Além do modelo de Tresca, foram utilizados, nas análises efectuadas, o modelo histerético disponível no software FLAC (Itasca, 2005), e o modelo de plasticidade contínua proposto por Kavvadas e Belokas (2001) (doravante designado modelo *bubble*).

O referido modelo de Tresca corresponde, na prática, a um modelo elástico linear ao qual foi acrescentado o critério de rotura de Tresca com lei de fluxo associada (dilatância nula). De acordo com este critério, o solo exibe um comportamento plástico perfeito quando a tensão deviatórica atinge um valor especificado pela resistência não drenada, c_u .

O modelo histerético, disponível no programa FLAC, é um modelo não linear, no qual o módulo de rigidez G é dependente do nível de distorção. O modelo obedece às leis de Masing, sendo o amortecimento unicamente determinado pelos ciclos histeréticos de carga-descarga. Neste modelo o comportamento volumétrico é independente do comportamento distorcional, não admitindo a ocorrência de dilatância.

O modelo proposto por Kavvadas e Belokas (2001) é uma generalização do modelo Cam-clay Modificado, com plasticidade contínua seguindo uma formulação com superfície envolvente *(bounding surface)*, de Dafalias (1986), num espaço de tensões. A superfície envolvente é um elipsóide de revolução distorcido, o que torna o comportamento plástico anisotrópico. O modelo inclui um mecanismo para simular a desestruturação induzida pela deformação, que é um aspecto relevante dos solos naturais.

O modelo adopta um esquema de duas superfícies características, que se encontram representadas na Figura 1. A superfície mais exterior, a superfície envolvente, a designada Envolvente de Resistência Estrutural (ERE), representa o material com a sua estrutura intacta, e é definida pela função:

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\sigma}_{K},\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{c^{2}} \left(\mathbf{s} - \frac{p}{p_{K}} \mathbf{s}_{K} \right) : \left(\mathbf{s} - \frac{p}{p_{K}} \mathbf{s}_{K} \right) + (p - p_{K})^{2} - \boldsymbol{\alpha}^{2} = 0$$
(1)

Esta equação descreve em termos geométricos, um elipsóide de revolução, cuja dimensão e alinhamento são dados pelo tensor $\sigma_K = \mathbf{s}_K + p_K \mathbf{I}$. O comprimento da superfície na direcção do eixo p é 2 α . A razão dos semi-eixos do elipsóide é dada pela constante c. Quando $\sigma_K = \alpha \mathbf{I}$ e c = 2/3M, é obtido o elipsóide do modelo isotrópico Cam-clay Modificado (sendo M a inclinação da linha de estados críticos).

A bolha interior *(bubble)*, que limita o domínio elástico, é a Envolvente de Cedência Plástica (ECP). Define-se no espaço das tensões pela seguinte equação:

$$f(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\sigma}_{K},\boldsymbol{\sigma}_{L},\boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{c^{2}} \left(\mathbf{s} - \mathbf{s}_{L} - \frac{p - p_{L}}{p_{K}} \mathbf{s}_{K} \right) : \left(\mathbf{s} - \mathbf{s}_{L} - \frac{p - p_{L}}{p_{K}} \mathbf{s}_{K} \right) + (p - p_{L})^{2} - (\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\alpha})^{2} = 0 \quad (2)$$

sendo **s**, $\mathbf{s}_{K} \in \mathbf{s}_{L}$ as partes deviatóricas dos estados de tensão corrente $\boldsymbol{\sigma}$, no centro da ERE, $\boldsymbol{\sigma}_{K}$, e no centro da ECP, $\boldsymbol{\sigma}_{L}$, respectivamente, enquanto que p, $p_{K} \in p_{L}$ são as tensões médias associadas aos mesmos estados de tensão.

A bolha é homotética relativamente à ERE, reduzida por um factor de escala $\xi \ll 1$ e translaccionada $\sigma_L - \sigma_K$ em relação a σ_K . A ECP, f = 0, é obtida da ERE substituindo σ por $\sigma - \sigma_L - \sigma_K$ e α por $\xi \alpha$, em F=0. O tensor σ_L é o centro da bolha (ECP). A implementação deste modelo foi efectuada por Maranha e Vieira (2008). Nesta referência pode ser encontrada uma descrição detalhada do modelo assim como o significado de todas as constantes materiais que o definem.



Fig. 1 – Representação da Envolvente de Resistência Estrutural (ERE) e da Envolvente de Cedência Plástica (ECP).

3 – DEFINIÇÃO DA ACÇÃO

A acção aplicada na base da camada consiste num impulso de velocidade horizontal definido pela seguinte função:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} [1 - \cos(bt)] & \text{se } t \in \left[0; \frac{2\pi}{b}\right] \\ 0 & \text{se } t \notin \left[0; \frac{2\pi}{b}\right] \end{cases}$$
(3)

1 1-2 6:

em que a é a amplitude máxima do impulso de velocidade e b é o parâmetro que determina a sua duração.

A respectiva transformada de Fourier é dada por:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{2\pi i f t} dt = \int_{0}^{\frac{2\pi}{b}} v(t) e^{2\pi i f t} dt = \frac{a b^2 i \left(e^{\frac{4\pi}{b}} - 1\right)}{4\pi f (b^2 - 4f^2 \pi^2)}$$
(4)

A história de velocidades e a amplitude espectral do impulso podem ser observadas na Figura 2. Pode-se considerar que o sinal apresenta uma largura de banda limitada, com conteúdo de frequências acima de $b/(2\pi)$ pouco significativo. A este impulso de velocidade corresponde uma aceleração máxima igual a (ab)/2.



Fig. 2 – Impulso de velocidade no domínio do tempo e da frequência.

O impulso aplicado tem uma duração de 0,1s e uma aceleração máxima de 2g. O conteúdo em frequências acima dos 10Hz é pouco significativo e tende rapidamente para zero.

4 - MODELO DA CAMADA DE SOLO

A camada de solo em estudo é homogénea, apresenta 46m de espessura e está assente numa base rígida. O solo consiste numa argila rija sobreconsolidada. O terreno encontra-se saturado com o nível freático localizado 2m abaixo da superfície. Nos 2m acima do nível freático actuam pressões neutras negativas resultantes das forças capilares. Para as análises numéricas, feitas em condições de deformação plana não drenada foi utilizado o programa FLAC. Os módulos de distorção e compressibilidade volumétrica iniciais variam linearmente com a tensão média efectiva como descrito em Maranha e Vieira (2008).

A camada de solo foi discretizada numa coluna com 460 elementos quadrados com 0,1m de lado. Como o período mínimo do sinal é cerca de 0,1s e a velocidade elástica mínima das ondas distorcionais de 45m/s (à superfície) existem, pelo menos, cerca de 45 elementos por comprimento de onda. De acordo com os resultados apresentados em Semblat *et al.* (1999), são necessários pelo menos 10 elementos por comprimento de onda para evitar a ocorrência de dispersão numérica. A dimensão dos elementos utilizados pretende assim cobrir a redução adicional da velocidade de propagação por efeito da diminuição da rigidez com a deformação. As condições de fronteira aplicadas reproduzem as condições 1D prevalecentes no problema da viga de corte, em que os planos horizontais são rígidos e permanecem horizontais. Para tal, foi feita uma ligação rígida entre nós situados no mesmo plano horizontal de modo a terem sempre os mesmos deslocamentos horizontais devidas à dilatância. O campo de tensões iniciais utilizado, com o valor de K₀ variável em profundidade e consistente com a história de tensões de um solo sobreconsolidado, encontra-se descrito de forma detalhada em Maranha e Vieira (2008).

Em teoria, o domínio elástico (a *bubble*) pode ser tão pequeno quanto o desejado. No entanto, constata-se que, se o seu tamanho for demasiado reduzido, ocorrem problemas de instabilidade numérica. Para evitar estes problemas numéricos foi adoptado um factor de escala relativo à superfície envolvente de 0,12. Nas análises cujos resultados se apresentam de seguida não foi utilizado qualquer tipo de amortecimento, para além do implícito nos modelos materiais adoptados.

5 – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nas análises de propagação da onda impulsiva descrita acima a duração total considerada foi de 1,5s. Foi assim permitida a ocorrência de reflexões na superfície e na base rígida. Como referido, foram utilizados três modelos materiais para reproduzir o comportamento da camada de solo: o modelo elastoplástico de Tresca, o modelo *bubble* e o modelo histerético disponível no programa FLAC.

Os parâmetros usados para o modelo *bubble* correspondem aos valores da argila sobreconsolidada de Vallerica (Kavadas e Amorosi, 2000): $B_0=12500$ kPa, $G_0=9375$ kPa, $p_r=100$ kPa, m=1, λ *=0,118, κ *=0,012, *n*=2, $N_{iso}=2,15$, $\Gamma=2,08$, $v_0=1,363$, *c*=0,85, ξ =0,08, *k*=0,85, $p_K=2\alpha=500$ kPa, $\chi=1, \psi=0, \gamma=10, \lambda_I=0,22$ e $\xi = 0$. Não foi considerada a anisotropia (a ERE é alinhada com o eixo hidrostático e ψ =0), nem a desestruturação pelo que as constantes associadas à representação destes fenómenos são nulas.

Para efeitos de comparação entre os modelos, foram adoptados para o modelo de Tresca e para o modelo histerético os mesmos módulos elásticos iniciais que os obtidos no modelo *bubble*. Deste modo, todos os modelos apresentam a mesma variação dos módulos elásticos iniciais em profundidade (no topo G=4472kPa, K=5963kPa e na base G=45509kPa, K=60679kPa).

Igualmente para efeitos de comparação, foram determinadas as duas constantes do modelo histerético, $L_1 e L_2$, (Itasca, 2005), de modo a que obtivesse um bom ajuste com as curvas de degradação dos módulos de rigidez do modelo *bubble*. Nos 23m mais superficiais o melhor ajuste foi obtido para L_1 =-1,2 e L_2 =0,9 e nos 23m mais próximos da base para L_1 =-1,3 e L_2 =0,8.

Para o caso do modelo de Tresca, foi admitida uma variação linear em profundidade da coesão, que representa, neste modelo, a resistência não drenada c_u . Os valores desta foram calculados de modo a corresponder à resistência não drenada do modelo *bubble*: no topo $c_u=200,9$ kPa e na base $c_u=259,2$ kPa.

5.1 – Ondas de tensão de corte

Nas Figuras 3 a 6 ilustram-se as ondas de tensão de corte obtidas nas análises numéricas ao longo da camada de solo resultantes da utilização dos três modelos decorridos 0,1, 0,2, 0,3 e 1,3s respectivamente (na base x=0 e no topo da camada x=46m). Como se pode observar a resposta é diferente para os três modelos desde o primeiro instante analisado. Para 0,1s a resposta resultante do modelo Tresca é ainda elástica e linear uma vez que não foi ainda alcançado o nível de plastificação. No mesmo instante, para os outros modelos a resposta é mais próxima entre eles, denotando já a ocorrência de uma apreciável dissipação de energia (menor amplitude e alteração da forma da onda), que é mais elevada para o caso do modelo *bubble*. É também evidente que a frente da onda apresenta aproximadamente a mesma velocidade para todos os modelos nos instantes 0,1s, 0,2s e 0,3s. Estes instantes correspondem à primeira propagação ascendente do impulso. Por efeito da plastificação uma parte da onda de tensão, acima de um determinado valor, deixa de se propagar. A parte remanescente continua a propagar-se com a velocidade elástica. No instante 1,3s, após completados um trajecto ascendente e outro descendente, a onda encontra-se novamente a propagar em direcção ao topo. No instante referido, já se encontra significativamente amortecida para os três







Fig. 5 – Ondas de tensão de corte (t=0,3s).



Fig. 6 – Ondas de tensão de corte (t=1,3s).

modelos analisados, sendo este efeito mais evidente para o modelo histerético seguido do modelo *bubble*. Verifica-se também a ocorrência de tensões residuais atrás da onda ao longo de toda a camada.

A representação simultânea das ondas de tensão no espaço e no tempo para os três modelos mostra-se nas Figuras 7 a 9. Podem observar-se sucessivas reflexões das ondas. A forma curvilínea da trajectória traduz a redução da velocidade de propagação das ondas de corte com a proximidade à superfície, devido à variação da rigidez. As reflexões na superfície livre processam-se com uma anulação da amplitude da onda seguida de uma inversão de sinal. Na base, as reflexões implicam uma duplicação da amplitude mantendo-se o sinal. Ao fim de 1,5s, verifica-se ter sido o modelo de Tresca aquele em que a onda percorreu uma maior distância (maior domínio elástico), seguido do modelo *bubble*. É também evidente a maior dispersão (mudança da forma da onda durante a propagação) da onda associada aos modelos histerético e *bubble*.



Fig. 7 – Evolução da tensão de corte com a distância e o tempo. Modelo de Tresca.



Fig. 8 – Evolução da tensão de corte com a distância e o tempo. Modelo bubble.



Fig. 9 - Evolução da tensão de corte com a distância e o tempo. Modelo histerético.

5.2 – Ondas de distorção

A propagação das ondas de distorção para os instantes acima referidos mostra-se nas Figuras 10 a 13. Tal como seria de esperar, constata-se que a resposta varia significativamente em função do modelo utilizado. Antes da ocorrência de plastificações (deformações plásticas), perto do topo, a resposta obtida pelo modelo Tresca é essencialmente linear elástica. Com os outros dois modelos ocorrem gradualmente plastificações desde a base que se mantêm à medida que a ondas de distor - ção prosseguem o seu trajecto até ao topo da camada.







Fig. 13 – Distorção (t=1,3s).

Os picos que se podem observar ao longo da altura do estrato correspondem a deformações localizadas. No instante 1,3s verifica-se a ocorrência de níveis significativos de deformações localizadas, especialmente no topo da camada. Para o caso do modelo histerético, constata-se também a existência de deformações localizadas ao longo da camada. Em termos absolutos, as maiores distorções na base ocorrem para o modelo *bubble*, enquanto que no topo, como referido, resultam das análises com o modelo de Tresca.

Nas Figuras 14 a 16 mostra-se a variação das ondas de distorção no espaço e no tempo para os modelos de Tresca, histerético e *bubble*, respectivamente. Tal como ocorre com as ondas de tensão, as ondas de distorção percorrem distâncias distintas para os três modelos. Como se pode constatar, em termos absolutos, os níveis de distorção alcançados são inferiores para o modelo histerético. As riscas horizontais, que se podem observar neste tipo de representação, nos três modelos



Fig. 14 – Evolução da distorção com a distância e o tempo. Modelo de Tresca.



Fig. 15 – Evolução da distorção com a distância e o tempo. Modelo bubble.



Fig. 16 – Evolução da distorção com a distância e o tempo. Modelo histerético.

(com mais evidência nos modelos *bubble* e histerético) correspondem a deformações localizadas que permanecem ao longo do tempo. Verifica-se também nesta representação que os padrões de deformação localizada diferem entre os três modelos.

5.3 - Ondas de pressão intersticial

Dos modelos constitutivos utilizados o único que permite a ocorrência de dilatância (variável) é o modelo *bubble*. Consequentemente, quando ocorrem plastificações geram-se deformações volumétricas que dão origem a ondas de volume (ondas P). Dado que se considerou comportamento não drenado, a tendência para variação de volume vai gerar variações nas pressões intersticiais relativamente aos seus valores iniciais. Na Figura 17 mostra-se, para os instantes de tempo indicados, a evolução do excesso da pressão intersticial ao longo da coluna de solo. O excesso de pressão intersticial é bastante significativo, ocorrendo o valor máximo na base. Verifica-se que no primeiro trajecto ascendente da onda, a frente está associada a uma ligeira redução da pressão intersticial, sendo que na sua retaguarda ocorre uma variação no sentido inverso (aumento da pressão intersticial), mais importante em valor absoluto do que a redução anterior.



Fig. 17 – Excesso de pressão intersticial na camada em diferentes instantes. Modelo bubble.

A representação das ondas de excesso de pressão intersticial ao longo do tempo e do espaço, mostrada na Figura 18, permite verificar a ocorrência de cerca de 15 atravessamentos da camada a que corresponde uma velocidade média de 460m/s. Este valor corresponde, aproximadamente, ao valor da velocidade de propagação das ondas na água para um módulo de compressibilidade volumétrica de $2 \times 10^{\circ}$ kPa. Este último valor, utilizado nos cálculos, para o módulo de compressibilidade volumétrica da água, em alternativa ao valor real ($2 \times 10^{\circ}$ kPa), teve por objectivo evitar um *time step* excessivamente pequeno (análises excessivamente demoradas). Verifica-se, claramente, que a dilatân - cia dá origem a ondas P, mesmo considerando que inicialmente a solicitação era puramente distorcional.

5.4 - Tensão de corte espectral na camada

A variação ao longo da altura da camada e da frequência da tensão espectral, apresenta-se nas Figuras 19 a 21. Esta representação permite constatar que o modelo histerético amortece significativamente mais as altas frequências. As análises efectuadas com este modelo, permitem verificar também, uma variação da resposta em altura muito superior à obtida com os outros dois modelos. Constata-se que para os modelos de Tresca e histerético a frequência fundamental é a primeira frequência natural, enquanto que para o modelo *bubble* é a segunda. Em termos absolutos o valor máximo da tensão espectral (significatiavemnte superior ao obtido nos outros dois casos) é alcançado



Fig. 18 – Excesso de pressão intersticial. Modelo bubble.

para o modelo de Tresca. Nesta representação podem observar-se ao longo da altura da camada os pontos nodais (tensão nula) correspondentes às diferentes frequências naturais (associadas a ondas estacionárias). O número de pontos nodais aumenta com a frequência.



Fig. 19 - Tensão espectral na camada. Modelo de Tresca.









6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi analisada a resposta de uma coluna de solo a um impulso de elevada amplitude e curta duração que dá origem a uma onda de corte SV com direcção de propagação vertical. O comportamento do terreno foi considerado não drenado e reproduzido por meio de três modelos constitutivos distintos com vários graus de sofisticação. Nas análises efectuadas não foi considerado qualquer amortecimento para além daquele decorrente da equação constitutiva.

Procedeu-se a uma uniformização da evolução da rigidez inicial em profundidade relativamente aos três modelos utilizados. Esta uniformização estendeu-se também, no caso dos modelos *bubble* e histerético, à evolução da rigidez com a distorção e, no caso dos modelos *bubble* e Tresca, à evolução da resistência não drenada em profundidade.

A representação das ondas de corte e de distorção em diferentes instantes permite evidenciar significativas diferenças entre os três modelos, sendo claro que foram alcançadas plastificações importantes, que alteraram, substancialmente, a forma e a velocidade da onda impulsiva ao longo do seu trajecto. No final do intervalo de tempo considerado a onda de corte já se encontra significativamente amortecida ocorrendo tensões residuais e distorções localizadas em alguns pontos. No caso do modelo *bubble* a tendência para a alteração de volume manifesta-se por uma significativa variação da pressão intersticial ao longo de toda a altura analisada. A representação das ondas elastoplásticas no espaço e no tempo afigura-se como particularmente adequada para avaliar globalmente o efeito induzido ao longo de uma camada de solo, o mesmo se podendo afirmar da representação do conteúdo espectral.

Este trabalho evidencia a importância da lei constitutiva utilizada na interpretação da resposta do terreno sob acções dinâmicas de amplitude significativa e a necessidade de prosseguir a investigação, tendo em vista o estabelecimento de leis constitutivas que melhor reproduzam o comportamento observado.

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Dafalias Y. F. (1986). *Bounding surface plasticity*. I: mathematical foundation and hypoplasticity. Journal of Engineering Mechanics, 112: 966-987.
- Itasca (2005). FLAC-Fast Lagrangean Analysis of Continua, Version 5.0. User's Manual, Itasca Consulting Group, Minneapolis, Minnesota.
- Kavvadas M.; Amorosi A. (2000). A constitutive model for structured soils. Géotechnique, 50: 263-273.
- Kavvadas M.; Belokas G. (2001). An anisotropic elastoplastic constitutive model for natural soils. In: Desai et al. (eds) Computer Methods and Advances in Geomechanics, Balkema, Rotterdam, pp. 335-340.
- Maranha, J. R.; Vieira, A. (2008). Influence of initial plastic anisotropy of overconsolidated clays on ground behaviour during tunneling. Acta Geotechnica, 3: 259-271.
- Semblat J.; Brioist J. J.; Luong M. P. (1999). Mean-stress dependent damping of seismic waves in sand. In: Sêco e Pinto (ed.) Earthquake Geotechnical Engineering, Proceedings of the Second International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Lisboa, Portugal, 21-25 June 1999. Balkema, Roterdam.