

ENSAIO DE CARGA DINÂMICO – UM CASO DE ESTUDO SOBRE ESTACAS MOLDADAS

Dynamic load test – A case study on bored piles

José Jorge Gouveia Pereira*

Jaime Alberto dos Santos**

António Gomes Correia***

Teresa Nogueira Simões****

RESUMO – Neste trabalho descrevem-se os fundamentos teóricos baseados na equação de onda para interpretação do ensaio de carga dinâmico em estacas. Descreve-se, ainda, a formulação numérica para a resolução do problema de equilíbrio dinâmico. Analisa-se um caso de estudo sobre estacas moldadas, em que se compararam os resultados dos ensaios de carga dinâmicos com os obtidos no ensaio de carga estático.

SYNOPSIS – This paper describes the fundamentals of wave equation theory applied to piles. The numerical formulation to solve the dynamic equilibrium problem is also described. A case study on bored piles is analysed, in which dynamic load tests results are compared with the static load test results.

PALAVRAS CHAVE – Estaca, Ensaio de Carga Estático, Ensaio de Carga Dinâmico.

1 – INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, a capacidade resistente das estacas é verificada através do ensaio de carga estático, mas devido a questões económicas e aos prazos de execução das obras, nalguns países tem vindo a ser complementado pelo ensaio de carga dinâmico. Este ensaio encontra-se normalizado em diversos países. Possivelmente, o código mais divulgado que rege este ensaio é a norma ASTM D 4945-00.

O princípio de execução do ensaio é relativamente simples, uma vez que consiste apenas na aplicação de um impacto na cabeça da estaca, gerando uma onda que se propaga até à ponta onde se reflecte voltando à cabeça. A forma mais simples de provocar este impacto é através da utilização do equipamento de cravação de estacas, até porque, no caso das estacas cravadas, já se encontra em obra.

A onda gerada propaga-se na estaca sob a forma de uma onda longitudinal e unidimensional segundo o eixo da estaca. No processo de propagação a onda é afectada pela interacção solo-estaca. A análise através da equação de onda consiste na quantificação desta interacção, através do estudo da onda, que se propaga na estaca, inicialmente no sentido descendente e numa fase posterior no sentido ascendente.

Devido às limitações tecnológicas, embora se conhecessem os princípios de execução e de interpretação do ensaio, este não era muito utilizado. Esta situação alterou-se com o desenvolvimento dos meios informáticos e com o trabalho pioneiro de Smith (1960).

* Mestre em Georrecursos, e-mail: gouveiapereira_mail@yahoo.com

** Professor Associado do Instituto Superior Técnico, DECivil, e-mail: jaime@civil.ist.utl.pt

*** Professor Catedrático, Universidade do Minho, e-mail: agc@civil.uminho.pt

**** Engenharia Civil, SOPECATE, e-mail: teresans@sopecate.com

Numa primeira fase de aplicação deste ensaio, a energia transferida para a estaca era determinada a partir da velocidade de impacto do martelo e do coeficiente de restituição do amortecedor. Cada uma destas grandezas era determinada teoricamente recorrendo às leis básicas da física. A interpretação do ensaio baseava-se na energia transferida para a estaca e no trabalho realizado correspondente à penetração da estaca.

As dúvidas surgidas na interpretação do ensaio podiam dever-se às incertezas no conhecimento dos parâmetros do solo, mas também às aproximações efectuadas no cálculo da energia. Para ultrapassar estas incertezas foi implementada a realização de medidas na própria estaca, efectuadas por extensómetros e acelerómetros. Desta forma, são obtidas as curvas da força e da velocidade em função do tempo numa determinada posição da estaca. Actualmente, é esta a técnica utilizada, que se designa por *ENSAIO DE CARGA DINÂMICO*.

O ensaio de carga dinâmico tem como principal objectivo a determinação da capacidade resistente do conjunto solo-estaca, mas os dados que permite obter podem ainda ser utilizados na verificação da integridade da estaca, no cálculo da eficiência do sistema de aplicação do impacto (sistema de cravação), na determinação das tensões aplicadas à estaca e na quantificação de algumas propriedades mecânicas do solo.

Têm sido efectuadas correlações entre os resultados deste ensaio e os do ensaio de carga estático, mostrando para vários tipos de estacas e em diferentes tipos de solos que existe uma concordância bastante satisfatória entre os resultados de ambos os ensaios, principalmente nas situações em que o ensaio dinâmico é realizado na mesma estaca e após o ensaio estático (Likins and Rausche, 2004).

2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA EQUAÇÃO DE ONDA

O ensaio de carga dinâmico pode ser interpretado admitindo a hipótese da propagação unidimensional das ondas, considerando apenas os deslocamentos axiais da estaca. A equação de equilíbrio dinâmico (equação de onda) que rege o comportamento do sistema solo-estaca é dada por:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{R}{EA} \quad (1)$$

na qual:

y é o deslocamento axial da estaca;

z é a variável espacial;

c é a velocidade de propagação das ondas mecânicas, na estaca ($=\sqrt{E/\rho}$);

ρ é a massa volúmica;

t é a variável temporal;

R é a resistência mobilizada, por unidade de comprimento da estaca;

E é o módulo de deformabilidade da estaca;

A é a secção da estaca;

Resolvendo a expressão (1) pelo método das características, obtêm-se soluções da forma:

$$y = \psi_d (z - ct) = \psi_a (z + ct) \quad (2)$$

na qual:

ψ_d e ψ_a são funções que representam ondas que se propagam no sentido descendente e ascendente, respectivamente.

A velocidade da onda na estaca (v) é definida pela expressão (3), enquanto que a força na estaca (F) é obtida pela expressão (4).

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -c(\psi'_d - \psi'_a) \quad (3)$$

$$F = -EA \frac{\partial y}{\partial z} = -EA(\psi'_d + \psi'_a) \quad (4)$$

nas quais a plica significa derivada da função em ordem ao tempo e ao espaço, respectivamente nas equações (3) e (4).

Tanto a velocidade como a força podem ser consideradas como a sobreposição de duas componentes, uma devida à onda descendente (v_d e F_d) e outra devida à onda ascendente (v_a e F_a), pelo que as expressões (3) e (4) devem ser rescritas como:

$$v = v_d + v_a = -c\psi'_d + c\psi'_a \quad (5)$$

$$F = F_d + F_a = -EA\psi'_d - EA\psi'_a = Z(v_d - v_a) \quad (6)$$

na qual Z é a impedância da estaca ($= EA/c$).

As expressões (3) e (4) podem ser utilizadas para estudar a propagação das ondas descendentes e ascendentes na estaca, variando a localização das secções consideradas, quantificando a interacção do solo circundante. Esta quantificação é mais bem conseguida se a estaca for dividida em elementos de comprimento dl considerando a resistência do solo que lhe corresponde. Por sua vez, a acção deve ser discretizada em intervalos dt , que correspondem à passagem da onda de um elemento para o elemento seguinte.

A resistência mobilizada entre dois nós consecutivos pode ser representada por R_i que depende do deslocamento e da velocidade desse elemento. Se R_i for considerada positiva quando resiste ao movimento descendente da estaca, então provoca ondas que se deslocam no sentido descendente e ascendente, de amplitude:

$$R_i = 2\Delta F_a = -2\Delta F_d \quad (7)$$

Devido ao efeito de sobreposição, estas ondas provocam alterações nas ondas que já se propagavam na estaca. Desta forma, as velocidades das ondas resultantes que se propagam nos sentidos descendente e ascendente, no nó i são expressas em função do tempo por:

$$(v_d)_i[t+dt] = (v_d)_{i-1}[t] - \frac{(R_s)_{i-1}[t+dt]}{2Z} \quad (8)$$

$$(v_a)_i[t+dt] = (v_a)_{i+1}[t] + \frac{(R_s)_i[t+dt]}{2Z} \quad (9)$$

nas quais o símbolo s simboliza um elemento no fuste da estaca.

Na ponta da estaca, a onda descendente reflecte-se. A amplitude da onda reflectida depende da resistência mobilizada pela ponta da estaca. A força na estaca deve equilibrar a resistência mobilizada pela ponta da estaca R_b , pelo que a velocidade da onda reflectida é expressa por:

$$(v_a)_n[t+dt] = (v_d)_n[t+dt] - \frac{R_b[t+dt]}{Z} \quad (10)$$

na qual o símbolo n simboliza o elemento na ponta da estaca.

Desta forma a velocidade da ponta da estaca (v_n), pode ser obtida a partir da onda descendente ou ascendente de acordo com:

$$v_n = 2v_a + \frac{R_b}{Z} = 2v_d - \frac{R_b}{Z} \quad (11)$$

A expressão (10) implica que a força reflectida na ponta seja obtida a partir da força descendente de acordo com a expressão:

$$F_a = -Zv_a = R_b - F_d \quad (12)$$

A amplitude da onda reflectida varia desde $-F_d$, nos casos em que a resistência de ponta for nula a F_d no caso em que a velocidade da ponta for nula, ou seja, a resistência de ponta tem o dobro da amplitude da força descendente.

3 – VERIFICAÇÃO PRELIMINAR DA QUALIDADE DOS DADOS

A interpretação dos resultados do ensaio de carga dinâmico fundamenta-se no registo da força e da velocidade, em função do tempo, medidas na proximidade do topo da estaca. Estes registos permitem verificar se os parâmetros de entrada (por exemplo, as características geométricas da estaca) estão correctos e determinar a capacidade resistente mobilizada durante o ensaio. Desta forma, pode verificar-se a qualidade dos resultados através da metodologia que se descreve seguidamente:

- o trecho inicial das curvas de velocidade e da força medidas na proximidade do topo da estaca são proporcionais entre si, sendo a constante de proporcionalidade definida como impedância da estaca. Uma forma simples de verificar a qualidade dos resultados obtidos nos ensaios é determinar o produto da velocidade medida pela impedância da estaca e compará-lo com a força medida. Se as curvas não se ajustarem pode ser alterado um ou mais dos parâmetros utilizados na definição da impedância de forma a que o ajuste seja melhorado.
- a velocidade de propagação da onda longitudinal no material da estaca pode ser obtida a partir do ensaio de carga dinâmico, desde que a reflexão da onda na base da estaca seja perfeitamente identificada. O comprimento da estaca pode ser avaliado a partir do tempo necessário para que a onda atinja a ponta da estaca e regresse à cabeça.

Quando a onda, que viaja no sentido descendente da estaca, encontra a resistência do solo, ocorre reflexão gerando uma onda que viaja no sentido ascendente. A onda medida na cabeça da estaca é a sobreposição da onda ascendente com a onda descendente. Esta sobreposição tem o efeito de aumentar a força e diminuir a velocidade. Desta forma, os gráficos da força e da velocidade multiplicada pela impedância vão afastar-se, e definem a resistência do solo que provocou as ondas reflectidas. Inicialmente esta diferença é apenas devido à resistência lateral, mas após $2L/c$ (onde L é o comprimento da estaca) também se deve à resistência de ponta (Figura 1).

Se a resistência de ponta for pequena ou não existir, a onda reflectida na ponta ocorre sob a forma de uma onda de tracção, somando-se à onda descendente, tendo o efeito de aumentar a velocidade e diminuir a força na cabeça da estaca, como demonstrado pela conjugação das expressões (5), (6), (7) e (8), decorrentes da resolução da equação da onda pelo método das características.

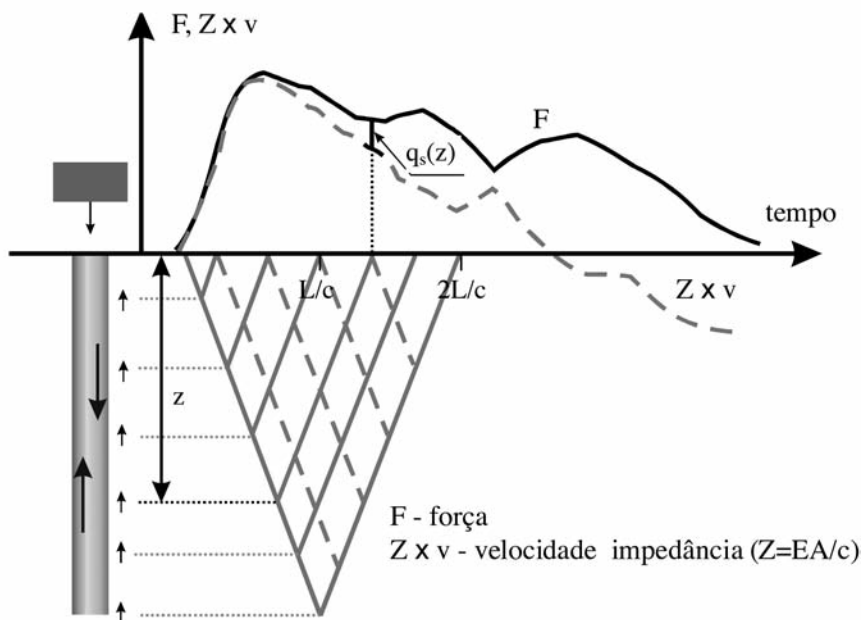


Fig. 1 – Registro típico de força-velocidade (Niyama *et al*, 1996; Santos, 1997).

4 – MODELO DE SMITH

Smith (1960) desenvolveu um modelo para estudo da propagação das ondas na estaca. Este modelo considera o martelo, o amortecedor, a estaca e o solo que são representados por um conjunto de blocos rígidos, massas, molas e amortecedores, como mostra a Figura 2.

O tempo durante o qual a acção é considerada, é dividido em pequenos intervalos, normalmente definidos de acordo com o comprimento de cada bloco segundo a expressão (13):

$$dt = \frac{dl}{c} \quad (13)$$

na qual:

dt é o intervalo de tempo necessário para que a onda percorra a distância dl ;

dl é o comprimento de cada um dos elementos considerados na estaca.

Este modelo requer determinados parâmetros de entrada, que podem ser divididos em três grupos: parâmetros do sistema de aplicação do impacto, parâmetros da estaca e parâmetros do solo. Estes parâmetros são descritos, sucintamente, de seguida:

– *parâmetros do sistema de aplicação do impacto* – os dados de entrada do sistema de aplicação do impacto simulam o comportamento do martelo, do coeficiente de restituição do amortecedor e da rigidez da estaca, sendo o:

- martelo, modelado como um peso com rigidez infinita;
- amortecedor do martelo, modelado como uma mola sem peso e de rigidez finita;
- maciço de encabeçamento (capitel) modelado como um peso de rigidez infinita;
- amortecedor da estaca modelado como uma mola de rigidez finita.

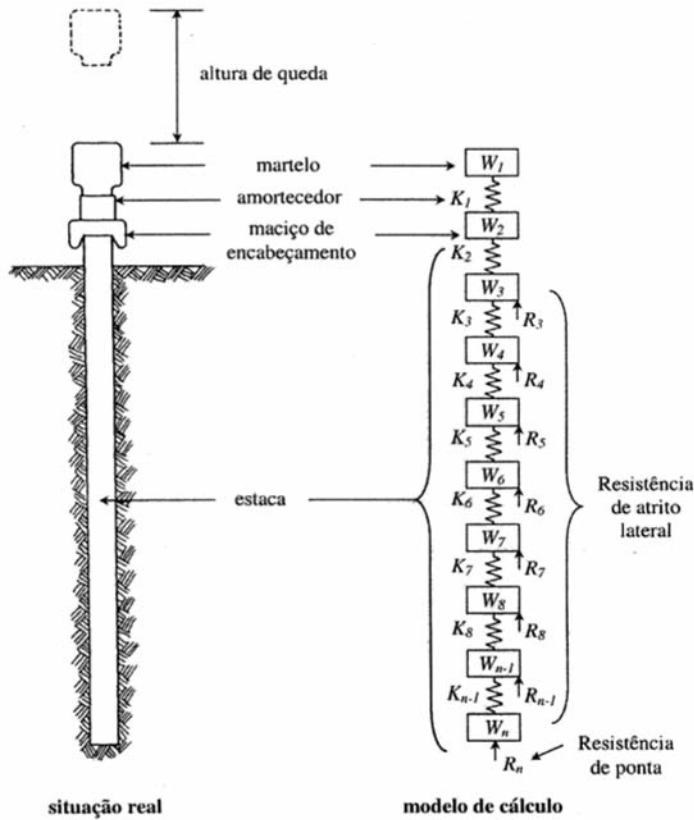


Fig. 2 – Modelação da estaca.

Para o sistema de cravação podem ser considerados os seguintes factores:

- energia do martelo;
- eficiência;
- peso do martelo;
- peso do maciço de encabeçamento;
- rigidez do amortecedor do martelo e coeficiente de restituição;
- rigidez do amortecedor da estaca e coeficiente de restituição (para estacas de betão).

A estes elementos não é dada grande relevância, porque não necessitam de ser considerados no modelo de cálculo adoptado neste trabalho.

– *parâmetros da estaca* – a estaca é dividida, em geral, num determinado número de elementos de comprimentos iguais dl , sendo cada um deles representado por um bloco (simulando o peso do elemento) e uma mola (simulando a rigidez do elemento). O peso e a rigidez do elemento dependem do seu comprimento de acordo com as expressões (14) e (15), respectivamente.

$$W = \gamma A dl \quad (14)$$

$$K = \frac{EA}{dl} \quad (15)$$

na qual γ é o peso volúmico do material.

O peso de cada um destes elementos é representado na Figura 2 por um bloco (W_3 a W_n), enquanto que a sua rigidez é representada, na mesma figura, por uma mola (K_2 a K_{n-1}). Este modelo considera que os elementos de estaca, representados pelas molas K_2 a K_{n-1} , exibem um comportamento elástico e linear, como se mostra na Figura 3a). Contudo, Samson *et al.* (1963) sugerem que podem ser considerados outros tipos de comportamento para os elementos de estaca, ilustrados nas alíneas b), c) e d) da mesma figura.

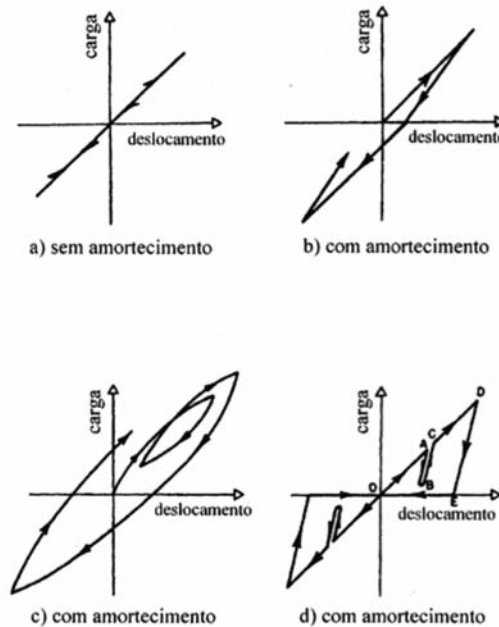


Fig. 3 – Diferentes tipos de comportamentos para os elementos de estaca.
(Adaptado de Samson *et al.*, 1963).

– *parâmetros do solo* – o solo é modelado através de um conjunto de molas e de amortecedores. Assim, a resistência total (dinâmica) mobilizada em cada elemento é igual à soma das componentes estática e de amortecimento. A análise dinâmica baseia-se em três parâmetros do solo: deslocamento elástico limite Q ; factor de amortecimento J e resistência última R_u .

Este modelo considera que o solo tem um comportamento elástico-perfeitamente plástico, no qual existem duas zonas: uma zona inicial em que a resistência é proporcional ao deslocamento, e uma segunda zona em que a resistência se mantém com o aumento do deslocamento, como apresentado na Figura 4. O ponto que marca a separação das duas zonas é definido pelo deslocamento elástico limite (conhecido na bibliografia por “quake”) e pela resistência última R_u .

O factor de amortecimento J define a forma como a energia é dissipada pelo solo, correspondendo a uma diminuição da energia efectiva transmitida aos restantes elementos da estaca. Através dos cálculos numéricos, a partir da equação de onda, é possível obter a velocidade instantânea de qualquer ponto em qualquer instante. Se a velocidade instantânea de um ponto da estaca for designada por v , e o factor de amortecimento por J , o produto JvR_x traduz a resistência por amortecimento do ponto x , representado na Figura 4. Esta metodologia aplica-se ao fuste e à ponta da estaca.

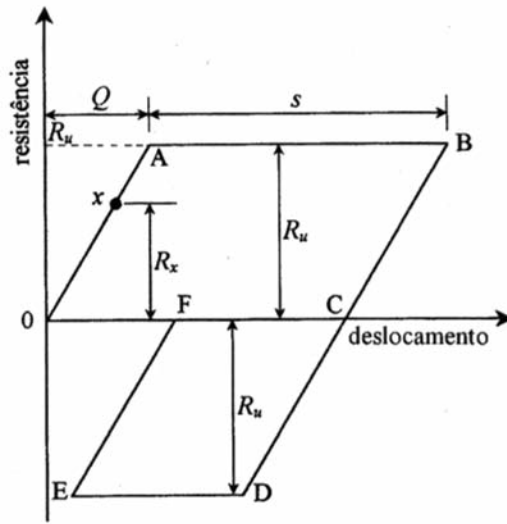


Fig. 4 – Diagrama resistência–deslocamento para o solo.

5 – IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO

Considerando que a estaca tem um comportamento elástico e linear, que está sujeita apenas a tensões axiais e que não possui amortecimento interno, tal como é representado pelo esquema da Figura 2 e pela Figura 3a), e que o solo tem um comportamento elástico-perfeitamente plástico, como apresentado na Figura 4, podem ser utilizadas 5 equações básicas da física elementar, para modelar o ensaio de carga dinâmico em estacas.

A velocidade dum bloco qualquer, num dado instante, produz-lhe um deslocamento no instante seguinte. Assim, é possível determinar o deslocamento de um determinado bloco num dado instante, t , a partir do deslocamento desse bloco e da sua velocidade no instante anterior, $t-dt$, de acordo com a expressão (16):

$$d_i(t) = d_i(t-dt) + v_i(t-dt)dt \quad (16)$$

na qual:

- $d_i(t)$ é o deslocamento do bloco i no instante t ;
- $d_i(t-dt)$ é o deslocamento do bloco i no instante $t-dt$;
- $v_i(t-dt)$ é a velocidade do bloco i no instante $t-dt$;
- dt é o intervalo de tempo entre 2 instantes consecutivos.

O deslocamento de uma determinada mola é igual à diferença entre os deslocamentos dos blocos que lhe estão associados:

$$c_i(t) = d_i(t) - d_{i+1}(t) \quad (17)$$

na qual:

- $c_i(t)$ é o deslocamento da mola i no instante t ;
- $d_{i+1}(t)$ é o deslocamento do bloco $i+1$ no instante t .

A força actuante em cada mola é proporcional ao seu deslocamento de acordo com a expressão (18).

$$F_i(t) = c_i(t)K_i(t) \quad (18)$$

na qual:

$F_i(t)$ é a força da mola i no instante t ;

$K_i(t)$ é a rigidez da mola i no instante t (considera-se que não varia com o tempo).

A força de inércia num determinado bloco, i , pode ser determinada através da equação de equilíbrio dinâmico (19).

$$Fr_i(t) = F_{i-1}(t) - F_i(t) - R_i(t) \quad (19)$$

na qual:

$Fr_i(t)$ é a força de inércia no bloco i no instante t ;

$F_{i-1}(t)$ é a força da mola $i-1$ no instante t ;

$R_i(t)$ é a resistência total mobilizada no bloco i no instante t .

Determinada a força de inércia num dado bloco é possível calcular a aceleração correspondente e estimar a alteração que esta produz na velocidade de acordo com a expressão (20):

$$v_i(t) = v_i(t - dt) + Fr_i(t)dt \frac{g}{W_i(t)} \quad (20)$$

na qual:

$v_i(t)$ é a velocidade do bloco i no instante t ;

g é a aceleração da gravidade;

$W_i(t)$ é o peso do bloco i no instante t (considera-se que não varia com o tempo).

A velocidade obtida no instante t é utilizada para o novo ciclo de cálculo correspondente ao instante posterior, $t + dt$, e assim sucessivamente para todos os blocos. O programa deve repetir estes ciclos até que a velocidade descendente de todos os elementos seja nula ou negativa.

Na Figura 4 foi considerado que o solo, quando sujeito a compressão, tem um comportamento elástico até o deslocamento atingir o valor de Q , a partir daí exibe um comportamento plástico com resistência constante, que para o caso do bloco i é designada por R_{u_i} . Na implementação numérica o solo é representado de acordo com a Figura 5, onde $K'_i(t)$ representa a rigidez do solo (considera-se independente do tempo). O valor de $K'_i(t)$ pode ser obtido a partir da expressão (21):

$$K'_i(t) = \frac{R_{u_i}(t)}{Q} \quad (21)$$

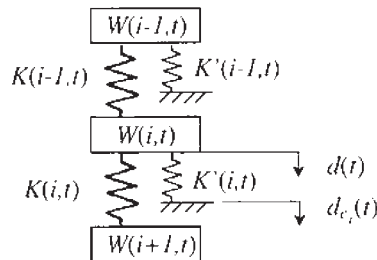


Fig. 5 – Modelo de interação solo-estaca.

Na Figura 5 $d_i(t)$ é o deslocamento do bloco i calculado a partir da expressão (16), e $dc_i(t)$ é o deslocamento plástico do solo, obtido pela diferença entre o deslocamento total e o deslocamento elástico limite. A resistência mobilizada na mola i da Figura 5 é obtida por multiplicação de $K'_i(t)$ pela diferença $d_i(t)-dc_i(t)$, de acordo com a expressão seguinte:

$$R_i(t) = [d_i(t) - dc_i(t)]K'_i(t) \quad (22)$$

Para modelar o amortecimento viscoso do solo introduz-se um factor adicional proporcional à velocidade instantânea, ou seja:

$$R_i(t) = [d_i(t) - dc_i(t)]K'_i(t)[1 + J_i(i)v_i(t - dt)] \quad (23)$$

na qual $J_i(i)$ é a constante de amortecimento lateral.

No caso específico do bloco n , situado na ponta da estaca, tem-se a expressão (24):

$$R_n(t) = [d_n(t) - dc_n(t)]K'_n(t)[1 + J_p v_n(t - dt)] \quad (24)$$

Atendendo a que as expressões (23) e (24) não traduzem o efeito do amortecimento quando $d(i,t)-dc(i,t)$ for nulo, a partir do ponto A da Figura 4, as expressões (23) e (24) devem ser substituídas pelas expressões (25) e (26).

$$R_i(t) = [d_i(t) - dc_i(t)]K'_i(t) + J_i(i)K'_i(t)Q_i(t)v_i(t - dt) \quad (25)$$

$$R_n(t) = [d_n(t) - dc_n(t)]K'_n(t) + J_p K'_n(t)Q_n(t)v_n(t - dt) \quad (26)$$

Da Figura 4 é possível verificar que, se o ponto x se encontrar entre a origem e o ponto A (situação 1), o deslocamento plástico será nulo pelo que se podem utilizar as expressões (23) e (24). Se o ponto x se encontrar entre os pontos A e B (situação 2) o deslocamento plástico deixa de ser nulo, aumentando com a diferença entre o deslocamento total e o deslocamento elástico limite. Num determinado ponto deste intervalo, as expressões (23) e (24) podem anular-se, pelo que estas devem ser substituídas pelas expressões (25) e (26). Quando o ponto x está situado entre os pontos B e D (situação 3), o deslocamento plástico mantém-se constante, igual ao obtido no ponto B, pelo que se podem utilizar as expressões (23) e (24) ou (25) e (26), desde que nenhuma das duas primeiras se anule. Se o ponto x se encontrar entre os pontos D e E (situação 4) o deslocamento diminui e nesta situação o deslocamento total e o deslocamento plástico podem anular-se, pelo que, devem ser utilizadas as expressões (25) e (26). A análise da Figura 4 é apresentada no Quadro 1.

Quadro 1 – Análise da Figura 4

Situação	Pontos limites	dc	Expressões
1	0 e A	0	(23) e (24)
2	A e B	$d - Q$	(25) e (26)
3	B e C	$(d - Q)_B$	(23) e (24) ou (25) e (26)
4	C e D	$d + Q$	(25) e (26)

Os valores de $dc_i(t)$ são determinados respeitando três condições:

- 1 – são nulos até serem alterados por uma das condições 2 ou 3 seguintes;
- 2 – $dc_i(t)$ não pode ser menor que $d_i(t)-Q$;
- 3 – $dc_i(t)$ não pode ser maior que $d_i(t)+Q$.

Aquando da implementação numérica, deve ser inserida no programa uma rotina que permita determinar os deslocamentos plásticos laterais de forma semelhante à apresentada na Figura 6a). Desta forma, é assegurado que a diferença entre o deslocamento e o deslocamento plástico em cada mola i , não excede o deslocamento elástico limite. No caso da ponta a condição 3 não se verifica, pelo que deve ser alterada a rotina de forma a que o deslocamento plástico da ponta seja determinado isoladamente e de forma semelhante à apresentada na Figura 6b). Esta rotina define que a estaca admite apenas tensões de compressão na ponta.

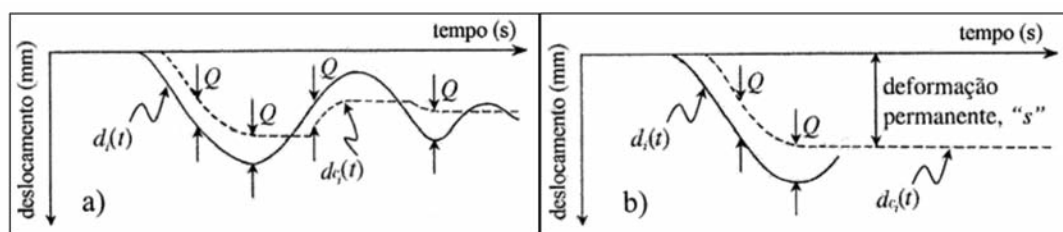


Fig. 5 – Modelo de interação solo-estaca.

6 – PARÂMETROS DO MODELO

A utilização do modelo de Smith requer um conjunto de parâmetros, cuja influência relativa foi estudada por Gouveia Pereira (2003) e Gouveia Pereira *et al.* (2004). Alguns dos parâmetros do modelo relacionados com o solo, nomeadamente o deslocamento elástico limite Q e o factor de amortecimento J , não são directamente relacionáveis com os que normalmente se determinam pelos ensaios clássicos, o que constitui uma dificuldade considerável na interpretação do ensaio de carga dinâmico. No Quadro 2 são apresentadas algumas propostas empíricas de diversos autores, para estes parâmetros.

Salienta-se que, o deslocamento elástico limite Q está relacionado com o repique da estaca aquando da dissipação da força de impacto após cada um dos golpes.

Relativamente ao factor de amortecimento, Smith (1960) entre outros autores sugere que se tome para o factor de amortecimento lateral J_l um valor de cerca de 1/3 do factor de amortecimento de ponta J_p .

Segundo Smith, este modelo não é muito “sensível” ao factor de amortecimento nem ao deslocamento elástico limite, ou seja, uma pequena variação nos valores de qualquer um destes parâmetros não produz uma alteração significativa nos resultados.

Quanto à resistência última R_u , esta deve tomar valores comparáveis com aqueles que se obtêm através dos ensaios de campo.

A relação entre a resistência última e o deslocamento elástico limite define a rigidez da mola que simula o solo. Em alternativa, a rigidez pode ser quantificada de acordo com a proposta de Lee *et al.* (1988).

A resistência do solo ao movimento pode exprimir-se por:

$$R = ky + jv \quad (27)$$

Quadro 2 – Parâmetros do solo propostos por diversos autores (adaptado de Toutougni, 1975).

Parâmetro Autores	Q_l (mm)		Q_p (mm)		J_l (s/m)		J_p (s/m)	
	areias	argilas	areias	argilas	areias	argilas	areias	argilas
Smith (1960)	2,54	2,54	2,54	2,54	0,163	0,163	0,49	0,49
Forehand e Reese (1964)	2,5–5	–	2,54–5	–	$J_p/3$	–	0,5–0,7	–
Lowery <i>et al.</i> (1969)	2,54	2,54	2,54	2,54	–	–	–	–
Brown <i>et al.</i> (1972)	–	d/100	–	d/100				
Toutougni (1975)	–	–	–	–	0-0,17	0,33	0-0,5	1
Kraft <i>et al.</i> (1980)	2,54	7,62	2,54	2,54	–	–	–	–
Stevens <i>et al.</i> (1982)	2,54	2,54	2,54	2,54	–	–	–	–
Choe e Wold (1997)	2,54	2,54	2,54	2,54	0,163	0,163	0,49	0,49
Axelsson (2000)	2,5	2,5	d/120	d/120	0,16	0,65	0,5	0,5

na qual:

R é a resistência por unidade de comprimento;

k é a rigidez do solo por unidade de comprimento;

y é o deslocamento;

j é o factor de amortecimento por unidade de comprimento.

Embora k e j dependam da frequência, como no impacto se originam preferencialmente frequências elevadas, segundo aqueles autores, os parâmetros laterais k_l e j_l (o índice l simboliza fuste da estaca) podem ser relacionados com o módulo de distorção do solo G_s , segundo as expressões (28) e (29):

$$k_l = 2,75G_s \quad (28)$$

$$j_l = \pi b \sqrt{\rho_s G_s} \quad (29)$$

A resposta da ponta é assemelhada à de um disco rígido que vibra verticalmente na superfície de um semi-espaco elástico. Os parâmetros k_p e j_p (o índice p simboliza ponta da estaca) podem ser definidos pelas expressões seguintes:

$$k_p = \frac{2G_s b}{1 - \nu_s} \quad (30)$$

$$j_p = 0,85b^2 \sqrt{\rho_s G_s} \quad (31)$$

nas quais ν_s é o coeficiente de Poisson do solo.

7 – PROGRAMA DE CÁLCULO DESENVOLVIDO

Descreve-se a seguir o modelo desenvolvido para a interpretação do ensaio de carga dinâmico.

Embora existam modelos para o solo mais refinados, por exemplo o proposto por Randolph e Simons em 1986, optou-se pela implementação do modelo de Smith (1960) uma vez que continua a ser o mais utilizado na prática e se encontra implementado em grande parte dos programas comerciais.

Como já foi referido, com o desenvolvimento da tecnologia, já é possível medir as deformações e as acelerações na cabeça da estaca, em vez de as calcular com base nas características do sistema de aplicação do impacto. Desta forma, eliminam-se as incertezas, associadas ao sistema de impacto e o modelo inicial proposto por Smith (Figura 2) pode ser simplificado dando lugar ao modelo representado na Figura 7.

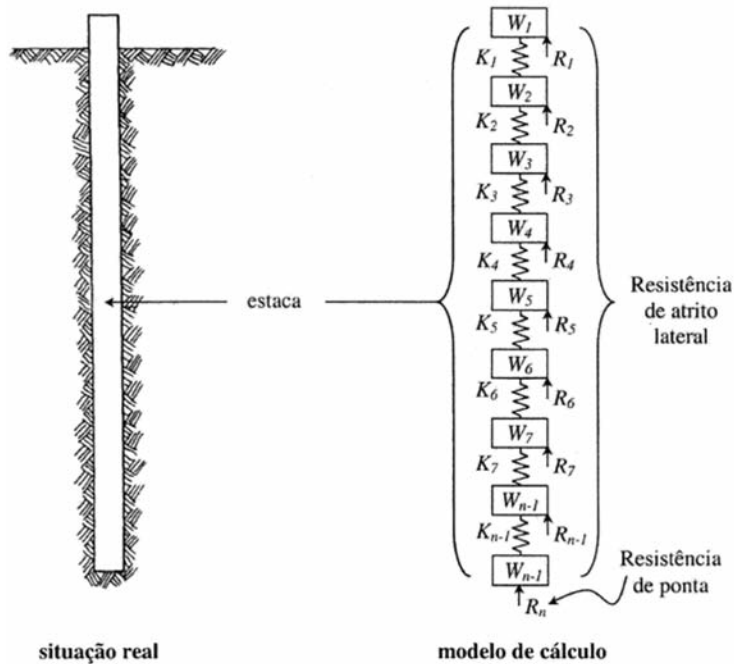


Fig. 7 – Modelo utilizado.

Admitiu-se para a estaca um comportamento elástico e linear e para o solo um comportamento elástico-perfeitamente plástico com amortecimento viscoso, tal como no modelo de Smith. Foi introduzido um novo factor que controla a resistência mobilizada quando a estaca se encontra em movimento ascendente. Este parâmetro designado por factor de descarga é aplicado à resistência mobilizada quando esta for negativa, isto é, com o sentido descendente. Este procedimento permite um ajuste consideravelmente melhor na parte final das curvas medida e calculada e, por conseguinte, não afecta o cálculo da resistência última das molas que é condicionado pela parte inicial das curvas.

Os parâmetros k_l e k_p podem ser derivados a partir de ensaios de campo. No caso deste trabalho os parâmetros foram determinados com base em ensaios sísmicos entre furos. Atendendo a que as velocidades de propagação das ondas obtidas no referido ensaio são válidas para distorções na ordem dos 10^{-6} , o módulo de distorção correspondente é normalmente definido como G_0 . Se a rigidez das molas for obtida a partir do módulo de distorção de acordo com as expressões (28) e (29) e se for utilizado o módulo de distorção derivado de ensaios sísmicos, será definida a rigidez inicial das molas. O módulo de distorção sofre uma acentuada degradação com o aumento da distorção (Santos, 1999), pelo que, neste trabalho, se optou por afectar os valores de k_l e k_p , obtidos pelo processo anteriormente referido, de um factor que tem por objectivo o de traduzir o efeito da degradação da rigidez com o nível de deformação. Os factores de redução da rigidez foram definidos de modo a permitir um melhor ajuste entre as curvas medidas e calculadas.

Este modelo foi implementado num programa de cálculo automático em linguagem *Fortran* com versão compilada para computador PC.

8 – CASO DE ESTUDO

O caso de estudo que se apresenta neste trabalho insere-se num projecto de investigação do Instituto Superior Técnico com a participação da empresa Sopecate. O campo experimental desenvolveu-se próximo da auto-estrada A13, junto ao nó de Santo Estevão, sublanço Santo Estevão-Pegões, nas proximidades da passagem PI-2A.

No campo experimental foram executadas cinco estacas moldadas, sendo as estacas de reacção denominadas por E_1 a E_4 , e a estaca solicitada à compressão por E_5 , como se mostra de forma esquemática na Figura 8. As estacas E_1 e E_4 foram submetidas ao ensaio de carga dinâmico, enquanto que a estaca E_5 foi sujeita ao ensaio de carga estático.

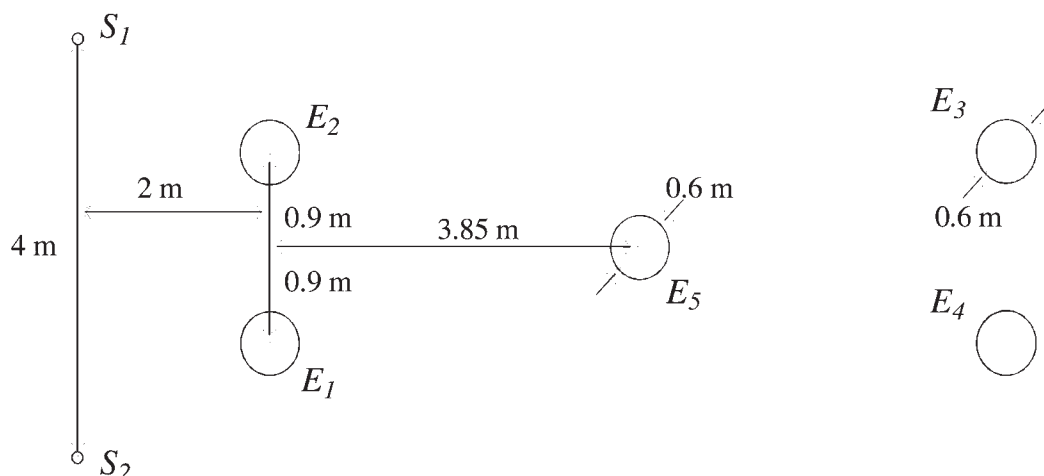


Fig. 8 – Disposição das estacas de ensaio.

As estacas apresentavam um diâmetro de 0,6 m até aos 17 m de profundidade e de 0,55 m no restante comprimento (comprimento total de 22m). As estacas foram executadas com recurso a tubo moldador recuperável, até aos 17 m.

A caracterização geotécnica do terreno foi realizada com base numa campanha de prospecção constituída por duas sondagens (S_1 e S_2); com a realização de ensaios SPT de 2.0 em 2.0 m ou quando ocorria alteração das propriedades nas camadas. Além disso, executaram-se ensaios sísmicos entre furos de sondagem (cross-hole).

No decurso do ensaio de carga estático realizaram-se medidas da carga aplicada no topo da estaca, deslocamento do topo da estaca, deslocamento relativo entre o topo da estaca e estrutura de reacção, extensões ao longo da estaca e carga na ponta da estaca. A carga no topo da estaca foi medida através de uma célula de carga. Os deslocamentos foram medidos por deflectómetros. As extensões foram medidas por 48 extensómetros eléctricos divididos por 12 níveis a diferentes profundidades de acordo com o Quadro 3. A carga na ponta da estaca foi medida por uma célula de carga. Uma descrição mais detalhada sobre os trabalhos desenvolvidos no campo experimental pode ser encontrada em Gouveia Pereira (2003).

Quadro 3 – Distribuição dos 48 extensómetros pelos 12 níveis.

Nível	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cota (m)	19,5	18,5	17,5	16,5	15,5	14,5	12,5	10,5	8,5	6,5	4,5	2,5
Designação	ext_1 ext_4	ext_5 ext_8	ext_9 ext_{12}	ext_{13} ext_{16}	ext_{17} ext_{20}	ext_{21} ext_{24}	ext_{25} ext_{28}	ext_{29} ext_{32}	ext_{33} ext_{36}	ext_{37} ext_{40}	ext_{41} ext_{44}	ext_{45} ext_{48}

9 – INTERPRETAÇÃO DOS ENSAIOS DE CARGA DINÂMICOS

Conforme atrás referido, foram realizados ensaios de carga dinâmicos nas estacas E_1 e E_4 em diferentes condições. Na estaca E_1 foram realizados 3 ensaios com altura de queda de 4 m, designados respectivamente por E1G1H4, E1G2H4 e E1G3H4. Na estaca E_4 realizaram-se 2 ensaios para altura de queda de 2 m e 1 com uma altura de queda de 4 m, designados respectivamente por E4G1H2, E4G4H2 e E4G1H4. Desses ensaios obtiveram-se os dados apresentados na Figura 9.

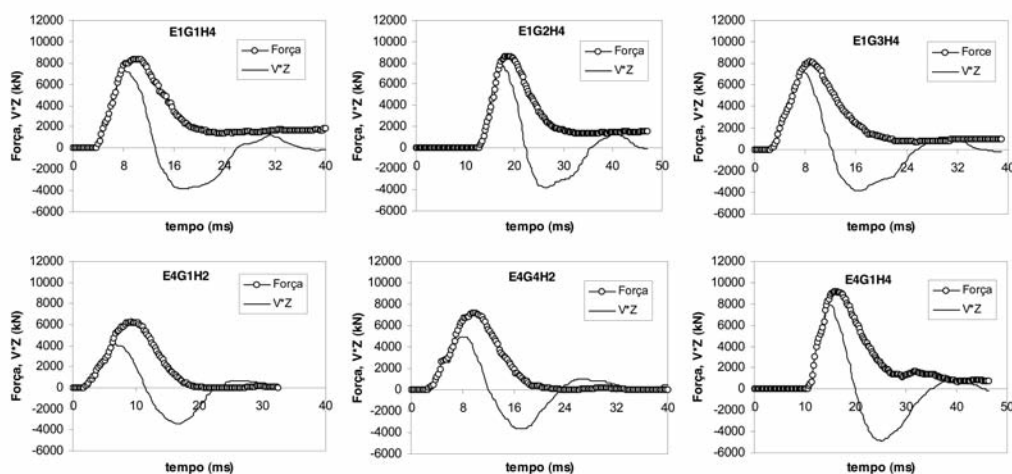


Fig. 9 – Registos obtidos nos ensaios de carga dinâmicos.

O programa de cálculo desenvolvido foi utilizado para avaliar a capacidade resistente das estacas. Os resultados dos diversos ensaios de carga dinâmicos foram interpretados com base em ajustes entre as curvas medida e calculada (isto é, análises tipo *CAPWAP*), sendo em cada um deles determinada a resistência estática mobilizada.

Os cálculos foram efectuados em duas fases: i) estudo paramétrico inicial (cálculos 1 a 35); ii) interpretação dos diversos ensaios dinâmicos realizados nas estacas E_1 e E_4 (cálculos 36 a 41).

No estudo paramétrico, utilizou-se o ensaio E1G1H4 para estudar a influência dos diferentes parâmetros utilizados, nomeadamente:

- rigidez de ponta;
- factor de amortecimento de ponta;
- factor de amortecimento e deslocamento elástico limite laterais.

No sentido de avaliar a influência individual de cada um dos parâmetros mencionados foram inicialmente utilizados valores correntes de cada um dos parâmetros em estudo. De seguida, o seu

valor foi variado de forma a aferir a sua influência na resistência mobilizada. Em todos os cálculos efectuados as curvas da força obtida a partir das deformações medidas foi ajustada com a força calculada variando os parâmetros do modelo (Quadro 4).

Deste estudo paramétrico concluiu-se que apesar da elevada amplitude dos intervalos de variação dos parâmetros estudados, os ajustes entre as curvas medida e calculada mantiveram-se aceitáveis. Verificou-se, ainda, que a variação dos valores da resistência total mobilizada foi inferior a 10% em torno do seu valor médio (Quadro 4).

Com base nos ensinamentos que o estudo paramétrico proporcionou, procedeu-se na fase seguinte, à interpretação dos diversos ensaios dinâmicos realizados nas estacas E_1 e E_4 .

Os parâmetros utilizados para os cálculos 36 a 41, bem como os resultados correspondentes são apresentados no Quadro 4 e na Figura 10.

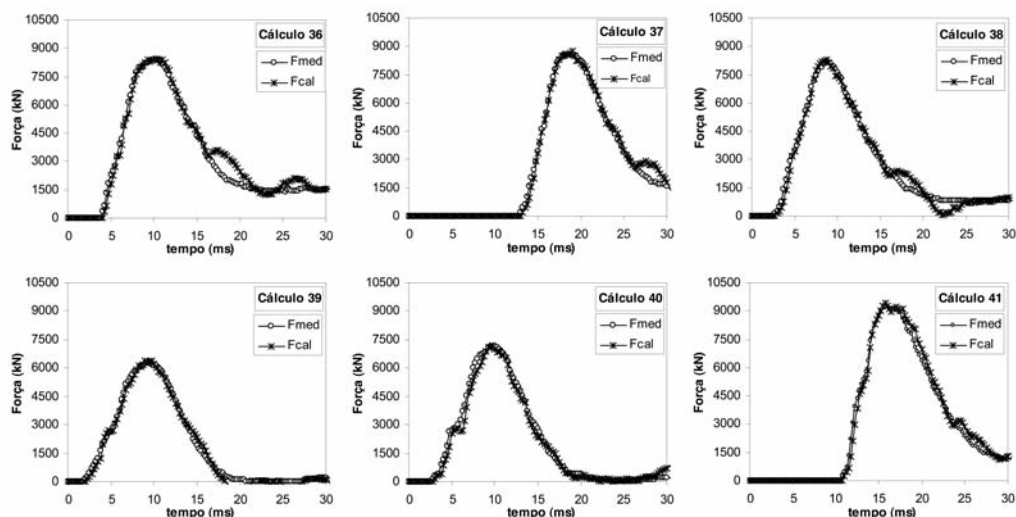


Fig. 10 – Ajustes obtidos na interpretação dos resultados obtidos nas estacas E_1 e E_4 .

Por análise dos valores obtidos para esses ensaios pode verificar-se que, quando a energia aplicada é menor (altura de queda inferior), a resistência mobilizada também é inferior, como seria de esperar. A partir dos cálculos 36, 37 e 38, correspondentes à estaca E_1 , concluímos que embora a energia aplicada seja a mesma, a resistência mobilizada é inferior para os golpes correspondentes aos cálculos 37 e 38. Este facto pode dever-se ao deslizamento e à perda de resistência do solo na parte mais superficial da estaca, no entanto a variação não é muito significativa.

Quadro 4 – Parâmetros utilizados e resultados obtidos dos ensaios de carga dinâmicos.

Ensaio	n° do cálculo	J (s/m)	J_p (s/m)	Q (m)	K_p (kN/m)	Factor de descarga	R_s (kN)	R_b (kN)	R (kN)	R/R_{min}
E1G1H4	1	1	1	0,003	594804	0,07	6255	1784	8039	1,00
E1G1H4	2	1	1	0,003	793072	0,12	6255	2379	8634	1,07
E1G1H4	3	1	1	0,003	1189607	0,23	6219	3008	9227	1,15
E1G1H4	4	1	1	0,003	1802436	0,25	6083	3635	9718	1,21
E1G1H4	5	1	1	0,003	2379215	0,25	5971	4045	10016	1,25
E1G1H4	6	1	1	0,003	2974019	0,25	5878	4354	10232	1,27
E1G1H4	7	1	2,8	0,003	1802436	0,27	5988	3240	9228	1,00
E1G1H4	8	1	2,5	0,003	1802436	0,27	6001	3295	9296	1,01
E1G1H4	9	1	2	0,003	1802436	0,27	6025	3396	9421	1,02
E1G1H4	10	1	1,5	0,003	1802436	0,25	6052	3510	9562	1,04
E1G1H4	11	1	1	0,003	1802436	0,25	6083	3635	9718	1,05
E1G1H4	12	1	0,67	0,003	1802436	0,25	6105	3728	9833	1,07
E1G1H4	13	1	0,5	0,003	1802436	0,25	6116	3775	9891	1,07
E1G1H4	14	1	0,33	0,003	1802436	0,22	6124	3821	9945	1,08
E1G1H4	15	1	0,1	0,003	1802436	0,2	6135	3885	10020	1,09
E1G1H4	16	0,8	0,8	0,002	1802436	0,12	6330	3605	9935	1,00
E1G1H4	17	0,8	0,8	0,003	1802436	0,17	6434	3781	10215	1,03
E1G1H4	18	0,8	0,8	0,004	1802436	0,3	6550	3871	10421	1,05
E1G1H4	19	0,8	0,8	0,005	1802436	0,45	6625	3969	10594	1,07
E1G1H4	20	1	1	0,002	1802436	0,18	5993	3489	9482	1,00
E1G1H4	21	1	1	0,003	1802436	0,25	6027	3670	9697	1,02
E1G1H4	22	1	1	0,004	1802436	0,4	6067	3787	9854	1,04
E1G1H4	23	1	1	0,005	1802436	0,6	6102	3906	10008	1,06
E1G1H4	24	1,2	1,2	0,002	1802436	0,2	5623	3418	9041	1,00
E1G1H4	25	1,2	1,2	0,003	1802436	0,3	5679	3580	9259	1,02
E1G1H4	26	1,2	1,2	0,004	1802436	0,4	5716	3709	9425	1,04
E1G1H4	27	1,2	1,2	0,005	1802436	0,6	5759	3809	9568	1,06
E1G1H4	28	1,4	1,4	0,002	1802436	0,2	5406	3281	8687	1,00
E1G1H4	29	1,4	1,4	0,003	1802436	0,3	5476	3434	8910	1,03
E1G1H4	30	1,4	1,4	0,004	1802436	0,4	5497	3568	9065	1,04
E1G1H4	31	1,4	1,4	0,005	1802436	0,7	5522	3689	9211	1,06
E1G1H4	32	1,5	1,5	0,002	1802436	0,2	5364	3199	8563	1,00
E1G1H4	33	1,5	1,5	0,003	1802436	0,32	5412	3366	8778	1,03
E1G1H4	34	1,5	1,5	0,004	1802436	0,4	5454	3494	8948	1,04
E1G1H4	35	1,5	1,5	0,005	1802436	0,7	5515	3562	9077	1,06
E1G1H4	36	1	1	0,003	1802436	0,25	6083	3635	9718	–
E1G2H4	37	1	1	0,003	743505	0,35	5952	2231	8183	–
E1G3H4	38	1	1	0,003	743505	0,5	5967	2231	8198	–
E4G1H2	39	1,3	1,3	0,003	5948037	1	4930	2227	7157	–
E4G4H2	40	1	1	0,003	5948037	1,1	4258	4035	8293	–
E4G1H4	41	0,8	0,8	0,0045	1802436	0,15	7307	3767	11074	–

10 – SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE CARGA ESTÁTICO

Aquando da realização dos cálculos apresentados no Quadro 4 determinaram-se os valores da rigidez das molas que modelam o solo associado a cada elemento de estaca e a resistência mobilizada em cada um deles. Esses parâmetros variaram de cálculo para cálculo. Com esses parâmetros foram simulados, em diferentes condições, ensaios de carga estáticos, por utilização do programa de elementos finitos *EPPV* (Santos, 2002):

- cálculo elástico – a rigidez das molas é determinada a partir do G_0 obtido nos ensaios sísmicos entre furos;
- cálculo correspondente à menor energia aplicada – a rigidez e a resistência última são as correspondentes ao ensaio no qual foi aplicada menor energia (E4G1H2 – cálculo 39 do Quadro 4);
- cálculo correspondente à maior energia aplicada – a rigidez e a resistência última são as correspondentes ao ensaio no qual foi aplicada maior energia (E4G1H4 – cálculo 41 do Quadro 4);
- cálculo correspondente à envolvente das resistências – as resistências são as correspondentes às máximas mobilizadas nos diferentes elementos. Estes valores foram obtidos traçando num gráfico os valores da resistência mobilizada em função da profundidade, Figura 11. Nesse gráfico foi também traçada a envolvente das resistências.

Para cada elemento foram adotados os parâmetros correspondentes ao cálculo que proporcionou maior resistência mobilizada.

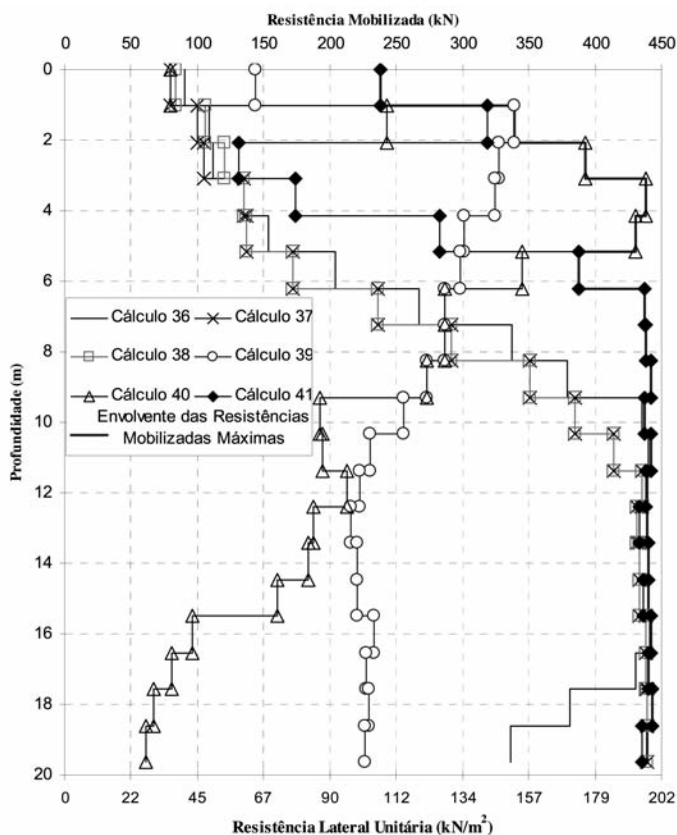


Fig. 11 – Resistências máximas mobilizadas em cada um dos elementos da estaca.

Calculou-se ainda a distribuição dos esforços normais em profundidade, para diferentes cargas aplicadas no topo da estaca e nas diferentes condições referidas. Esses resultados são apresentados na Figura 12.

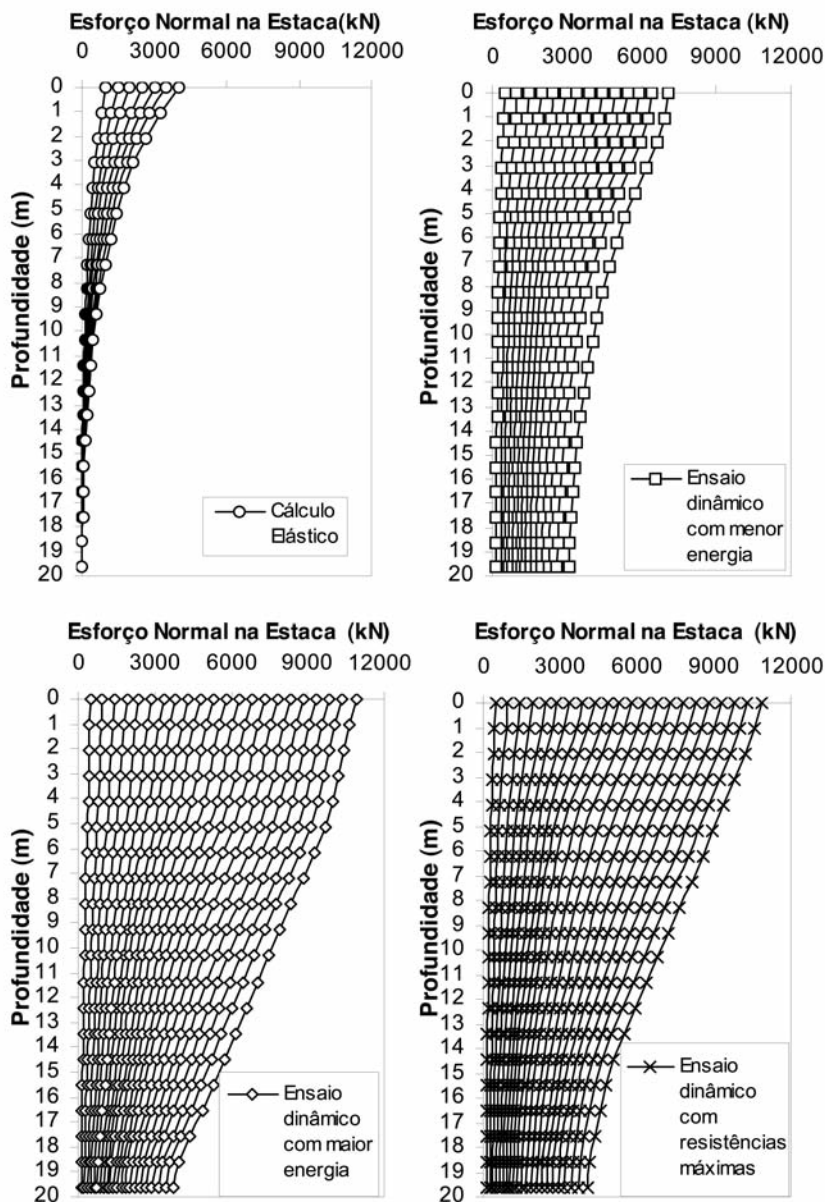


Fig. 12 – Esforço normal em profundidade para diferentes condições de carregamento.

Da Figura 12 pode verificar-se que a distribuição dos esforços normais em profundidade depende da energia transferida para a estaca. Verifica-se, ainda, uma alteração na evolução dos esforços em profundidade, sobretudo na parte mais superficial da estaca, devido à degradação da rigidez provocada pelo aumento da energia transferida.

11 – ENSAIO ESTÁTICO VERSUS ENSAIO DINÂMICO

O ensaio de carga estático foi utilizado como referência para aferir os resultados obtidos nos ensaios de carga dinâmicos. No entanto, é de referir que os resultados dos diferentes ensaios não são directamente comparáveis porque provocam diferentes níveis de deformação no solo.

A rigidez secante do solo diminui com o aumento do nível de deformação, ou seja com o aumento da carga aplicada na estaca. Este efeito é bem ilustrado na Figura 13, na qual se apresentam as curvas carga-deslocamento correspondentes ao ensaio de carga estático e às simulações anteriormente referidas. Nesta figura pode ainda observar-se que, para uma determinada carga aplicada, o deslocamento do topo da estaca tende a aumentar, quando são considerados valores da rigidez correspondentes a deformações mais elevadas.

A Figura 13 mostra que os valores da rigidez envolvidos no ensaio de carga estático são relativamente mais próximos dos valores elásticos determinados pelos ensaios sísmicos entre furos. A Figura 13 confirma o comportamento elástico do sistema solo-estaca, visto que praticamente não ocorrem deslocamentos permanentes mesmo para a carga máxima de ensaio.

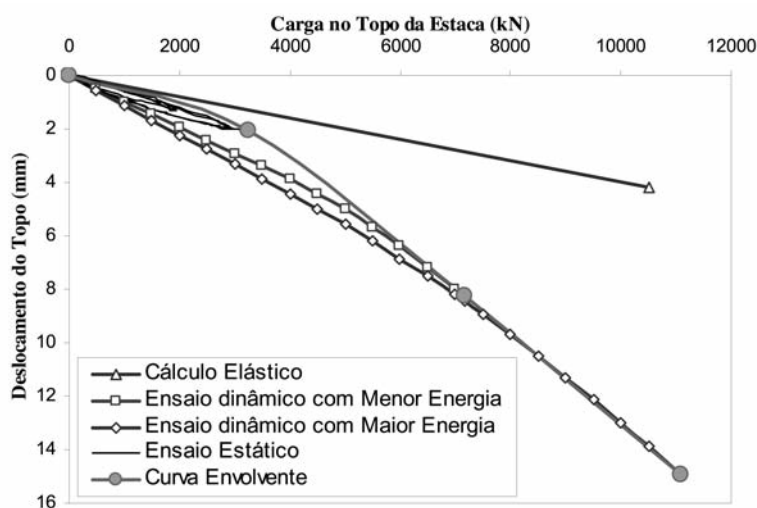


Fig. 13 – Curvas carga-deslocamento no topo da estaca.

Na Figura 14a) comparam-se os resultados obtidos na simulação correspondente ao cálculo elástico com os do ensaio de carga estático. Desta figura pode observar-se que, para o mesmo nível de carga, as curvas simulada e medida aproximam-se nos primeiros 2 m. A partir dessa profundidade verifica-se que o esforço normal é maior no caso do ensaio de carga estático. Pode verificar-se, ainda, que em ambos os casos os esforços normais são muito reduzidos na zona da ponta da estaca.

Nas Figura 14b) 14c) e 14d) comparam-se os esforços normais em profundidade obtidos no ensaio de carga estático com os das simulações efectuadas a partir dos dados do ensaio de carga dinâmico, com menor e maior energia transferida e com as resistências máximas mobilizadas, respectivamente. Destas figuras verifica-se que, para o mesmo nível de carga, os esforços normais em profundidade obtidos nas simulações são superiores aos obtidos no ensaio de carga estático. Esta diferença está relacionada com o maior nível de deformação, provocados pelos ensaios de carga dinâmicos realizados.

Desta análise pode concluir-se que o aumento da energia de ensaio provoca uma plastificação do solo na zona mais superficial, conduzindo à degradação da rigidez nessa região, o que provoca a transferência da carga em profundidade. Este comportamento é mais evidente para energias superiores, como verificado na Figura 14c).

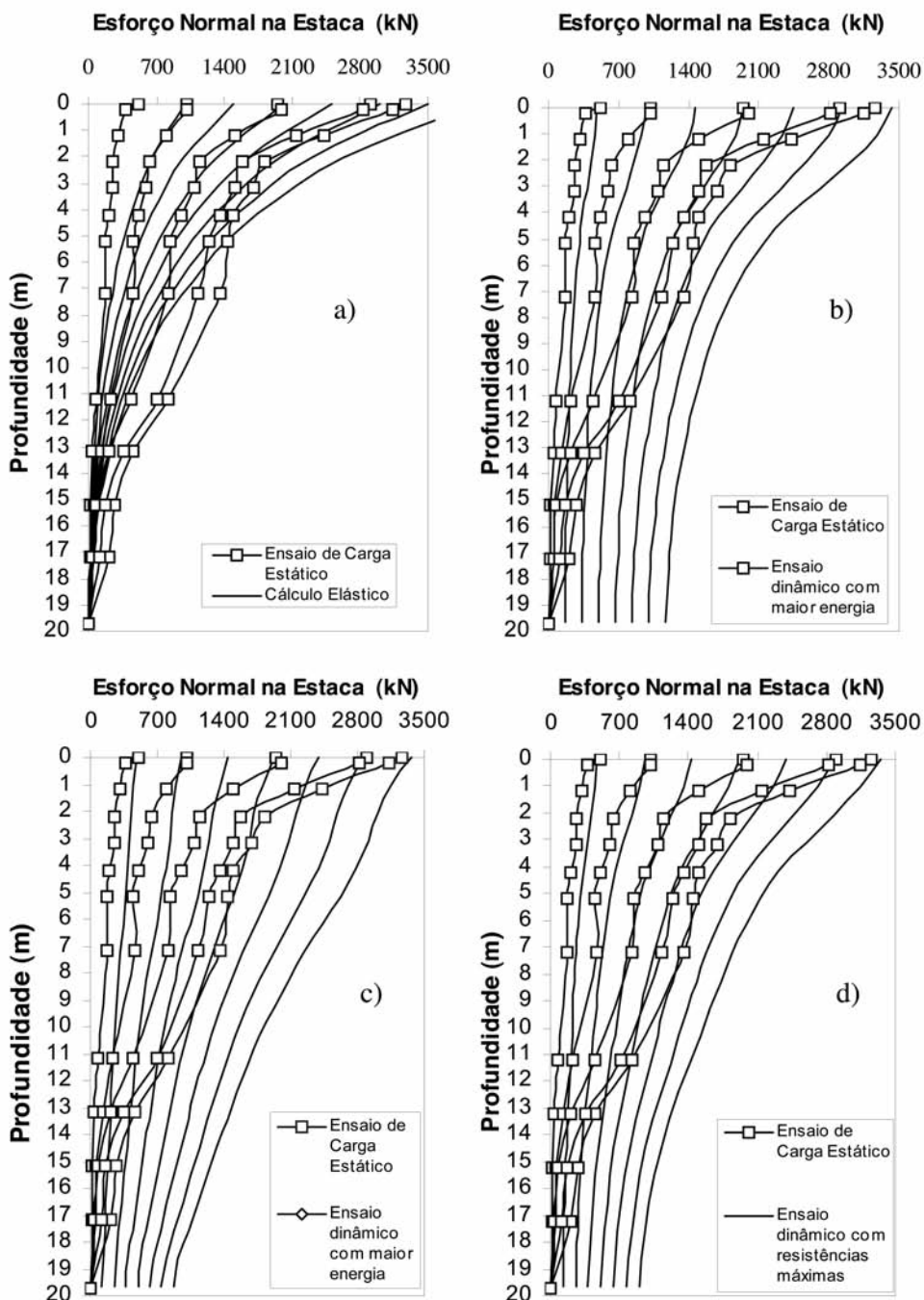


Fig. 14 – Comparação entre os esforços normais obtidos nas simulações e no ensaio estático.

Na Figura 15 comparam-se os esforços normais em profundidade obtidos nas diferentes simulações e no ensaio de carga estático para uma carga de 2907 kN (carga máxima do ensaio estático). Desta figura observa-se que a distribuição dos esforços normais em profundidade, obtida no ensaio de carga estático, se encontra limitada pelas distribuições do cálculo elástico e dos de maior energia. Se tivesse sido realizado um ensaio dinâmico, que induzisse níveis de deformação próximos dos do ensaio de carga estático, possivelmente obter-se-ia uma distribuição dos esforços normais mais próxima da que foi obtida no ensaio de carga estático.

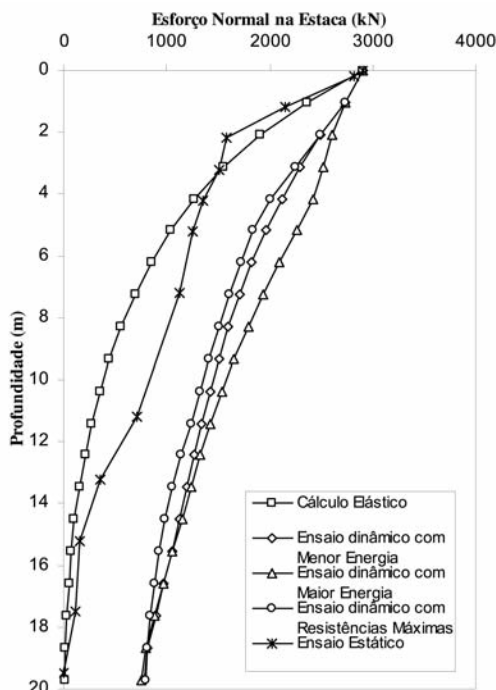


Fig. 15 – Esforço normal em profundidade para a carga de 2907 kN.
Comparação entre os valores medidos e os calculados.

12 – CONCLUSÕES

Foi desenvolvido no âmbito de um projecto de investigação um estudo sobre a aplicação do ensaio de carga dinâmico para a avaliação da capacidade resistente de estacas. Este projecto proporcionou a implementação de meios de processamento numéricos bem como o desenvolvimento de um campo experimental.

As análises numéricas foram efectuadas em duas fases: i) estudo paramétrico inicial; ii) interpretação dos ensaios de carga dinâmicos.

Do estudo paramétrico realizado, concluiu-se que apesar da elevada amplitude dos intervalos de variação dos parâmetros, os ajustes entre as curvas medida e calculada mantiveram-se aceitáveis. Tal facto, deve-se ao efeito da variação de um dado parâmetro ser anulado ou compensado pela variação de outro dos parâmetros, não afectando significativamente a resistência total mobilizada. Verificou-se que a variação dos valores da resistência total mobilizada foi inferior a 10% em torno do seu valor médio, mostrando a fiabilidade e a robustez do ensaio de carga dinâmico.

Numa segunda fase procedeu-se à interpretação dos ensaios de carga dinâmicos e da sua confrontação com o ensaio de carga estático, tendo em conta as cargas/energias mobilizadas nos diversos ensaios.

Das comparações efectuadas entre as simulações numéricas e o ensaio de carga estático verificou-se um bom ajustamento, tanto na curva carga-deslocamento no topo da estaca, como na da distribuição dos esforços normais em profundidade.

13 – AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente suportado pelo programa plurianual da FCT e pelo projecto de investigação POCTI/ECM/36057/99, que permitiu a atribuição de uma bolsa de investigação.

14 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASTM D 4945-00 (2000). “Standard test methods for high-strain dynamic testing of piles”.
- Gouveia Pereira, J. J. (2003). “Avaliação da capacidade resistente de estacas através do ensaio de carga dinâmico”. Dissertação apresentada ao Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, para obtenção do grau de Mestre em Georrecursos.
- Gouveia Pereira, J. J.; Santos J. A.; Gomes Correia, A.; Simões, T. N. (2004). “Interpretação do ensaio de carga dinâmico em estacas através de análises tipo CAPWAP”. 9º Congresso Nacional de Geotecnia, Universidade de Aveiro, vol. 1, pp. 239-248.
- Lee, S. L., Chow, Y. K., Karunaratne, G. P., Wong, K. Y. (1988). “Rational wave equation model for pile-driving”. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 114, no. 3, pp. 306-325.
- Likins, G. e Rausche, F. (2004). “Correlation of CAPWAP with static load tests”. Proc. of the 7th International Conference on the Application of Stresswave Theory to Piles, pp. 153-166.
- Niyama, S.; Aoki, N. e Chameck, P.R. (1996). Fundações – Teoria e Prática, ABMS/ABEF, Editora Pini, capítulo 20 – Verificação de desempenho, pp. 723-751.
- Randolph, M. F. e Simons, H. A. (1986). “An improved soil model for one dimensional pile driving analysis”, Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Offshore Pilling:1-17.
- Santos, J. A. (1997). “Ensaio de carregamento dinâmico em estacas. Princípios básicos e aplicações práticas”. Relatório de estágio realizado no IPT, no âmbito do convénio ICCTI/CNPq.
- Santos, J. A. (1999). “Caracterização de solos através de ensaios dinâmicos e cíclicos de torção. Aplicação ao estudo do comportamento de estacas sob acções horizontais estáticas e dinâmicas”. Dissertação apresentada ao Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil.
- Santos, J. A. (2002). “Programa de elementos finitos para estacas sujeitas a acções verticais”.
- Samson, C. H.; Hirsch, T. J.; Lowery, L. L. (1963). “Computer Study of dynamic behavior of piling”. Journal of the Structural Division, ASCE, no. ST4, pp. 413-449.
- Smith, E. A. L. (1960). “Pile-driving analysis by the wave equation”, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. SM 4, pp. 35-61.
- Toutougni, M. A. (1975). “Contribution à l’étude du comportement d’un sol soumis à des sollicitations dynamiques. Application au battage des pieux”. Thèse présentée à L’Université Scientifique et Médicale de Grenoble pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur.