

# ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SÍSMICO DE ESTRUTURAS DE SUPORTE FLEXÍVEIS MULTI-APOIADAS

## Seismic behaviour of multi-braced flexible retaining walls

António Carlos F. da Silva Ambrósio\*

Jaime A. Santos\*\*

**RESUMO** – O presente artigo aborda o comportamento sísmico de estruturas de suporte flexíveis multi-apoiadas, tendo por base análises numéricas realizadas através do método dos elementos finitos, quer no domínio da frequência, recorrendo ao modelo viscoelástico linear, quer no domínio do tempo, utilizando o modelo viscoelastoplástico. Apresenta-se um caso de estudo em que se considera uma escavação com 8,4 m de profundidade, dispondo de paredes de contenção flexíveis travadas por dois níveis de escoras.

**SYNOPSIS** – This paper focuses the seismic behaviour of multi-braced flexible walls. The study is based on numerical finite element analysis using a viscoelastic model in frequency domain and a viscoelastoplastic model in time domain. A case study is presented considering an excavation of 8,4 m of depth, supported by flexible retaining walls with two levels of struts.

**PALAVRAS CHAVE** – Estruturas flexíveis multi-apoiadas, interação solo-estrutura, análise sísmica.

## 1 – INTRODUÇÃO

O comportamento sísmico de estruturas de contenção flexíveis encontra-se actualmente pouco estudado, sendo ainda escassos os elementos disponíveis na bibliografia da especialidade sobre este tema.

No entanto, tem-se vindo a assistir a um recurso crescente de soluções de engenharia com estruturas de contenção flexíveis de grande envergadura e impacte no meio envolvente, por vezes associadas a condições geológico-geotécnicas adversas, em zonas de elevada sismicidade e simultaneamente grande densidade populacional.

Como exemplos mais notáveis deste tipo de obras podem referir-se as estações de metropolitano, que são tipicamente grandes obras subterrâneas em meio urbano, atingindo frequentemente profundidades consideráveis. Há também a salientar que, para além das obras públicas, a nível particular também têm vindo a ser realizadas escavações importantes, com caves de edifícios que chegam a ter cinco ou mais níveis subterrâneos, associados a grandes áreas de implantação (Ambrósio, 2006).

Em face do exposto, pretende-se com este artigo dar um contributo para uma melhor compreensão do comportamento de estruturas flexíveis multi-apoiadas face às acções sísmicas, tendo-se, para o efeito, recorrido a análises numéricas com o método dos elementos finitos. O problema da interação solo-estrutura foi analisado utilizando abordagens quer no domínio do tempo, quer no domínio da frequência, procurando tirar partido das vantagens inerentes a cada uma destas abordagens.

---

\* Mestre em Geotecnia para Engenharia Civil (IST/UTL); Diaclase; antonio.ambrosio@diaclase.pt

\*\* Professor Associado, DECivil do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa; jaime@civil.ist.utl.pt

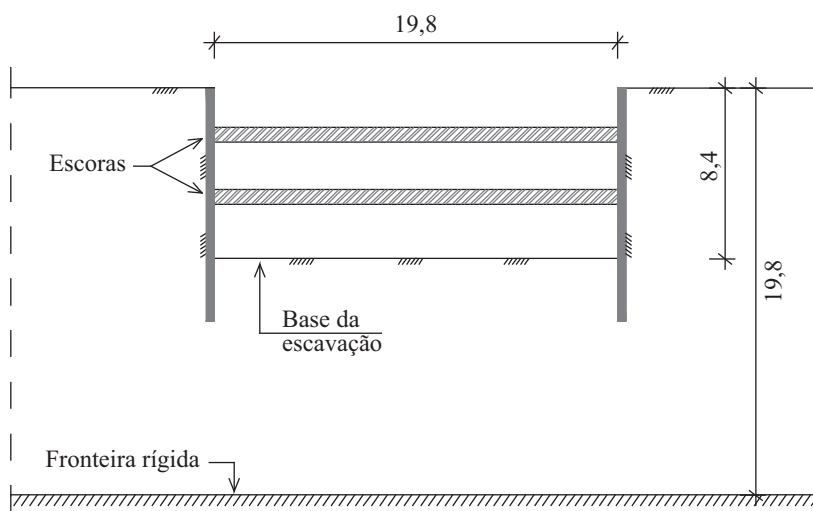
Para as análises no domínio da frequência recorreu-se ao programa Flush (Lysmer *et al.*, 1975), que integra um modelo viscoelástico linear com amortecimento histerético. No que respeita às análises no domínio do tempo, utilizou-se o programa Plaxis, adoptando um modelo viscoelástico com plasticidade perfeita, que será doravante designado neste artigo por viscoelastoplástico - neste caso, o amortecimento viscoso considerado é do tipo Rayleigh, tendo-se adoptado o critério de rotura de Mohr-Coulomb.

## 2 – SITUAÇÃO DE CÁLCULO ANALISADA

### 2.1 – Estrutura de contenção

A situação cuja análise sísmica se apresenta encontra-se representada na Figura 1. Trata-se de uma escavação com paredes em betão armado escoradas a dois níveis, estando o nível superior de escoras a uma profundidade de 2,3 m e o nível inferior a 5,3 m.

A altura total de escavação é de 8,4 m, com uma largura de 19,8 m, o que corresponde a uma escavação relativamente corrente em meio urbano, para a execução de três caves dum edifício. Admitiu-se que o substrato rígido se encontra a uma profundidade de 19,8 m.



**Fig. 1** – Estrutura de contenção analisada.

### 2.2 – Parâmetros geotécnicos

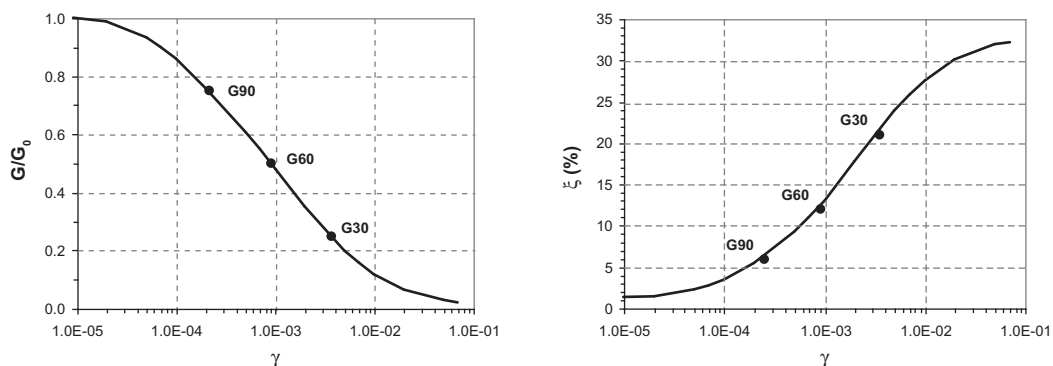
Para a situação em análise considerou-se um terreno homogéneo, sobrejacente ao substrato rígido onde se impõe a acção sísmica, apresentando-se na Figura 2 as curvas de variação do amortecimento e da rigidez em função da distorção que foram adoptadas.

Considerou-se um solo de natureza atrítica, tendo as curvas sido obtidas recorrendo à formulação de Ishibashi e Zang (1993), a partir do índice de plasticidade (IP) e da tensão efectiva média do solo, com os seguintes parâmetros: módulo de distorção inicial  $G_0 = 120$  MPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0,30$  e  $IP = NP$ .

Para o cálculo das tensões “in situ” definiu-se o terreno como normalmente consolidado, com peso volúmico de  $20 \text{ kN/m}^3$  e um ângulo de resistência ao corte de  $35^\circ$ , donde resultou um valor de 0,426 para o coeficiente de impulso em repouso (médio para toda a camada).

No presente artigo apresentam-se os resultados de análises em regime linear no que ao domínio da frequência diz respeito, de modo a estabelecer depois comparações com as análises efectuadas no domínio do tempo que, não permitindo considerar as referidas curvas, integra somente o regime não-linear através da consideração da plasticidade do solo.

Assim sendo, para a análise da variação da resposta da estrutura com diferentes níveis de amortecimento e rigidez, efectuaram-se cálculos viscoelásticos lineares considerando três situações, relativas a valores de rigidez com 25%, 50% e 75% da rigidez inicial  $G_0$ . Estas análises serão referidas neste artigo como G30, G60 e G90, respectivamente, apresentando-se as características correspondentes no Quadro 1, com a marcação gráfica sobre as curvas de degradação da rigidez e do amortecimento na Figura 2.



**Fig. 2** – Curvas de variação da rigidez e do amortecimento em função da distorção.

**Quadro 1** – Características do terreno.

Características		G30	G60	G90
	G (MPa)	30	60	90
Deformabilidade	$v_s$ (m/s)	121	172	210
	$G/G_0$	0,25	0,50	0,75
Resistência	$\phi'$ (°)	35	35	35
	$c'$ (kPa)	0	0	0
Amortecimento histerético		0,21	0,12	0,06
Distorção ( $\times 10^{-3}$ )		3,5	0,9	0,25

No caso do modelo viscoelastoplástico, o amortecimento considerado é do tipo Rayleigh, pelo que a abordagem é diferente da apresentada para o modelo viscoelástico com amortecimento histerético. Neste caso o amortecimento é proporcional à massa ( $M$ ) e à rigidez ( $K$ ) do sistema, de acordo com a equação (1). Nesta equação, o amortecimento do sistema é representado por  $C$ , sendo  $a_0$  e  $a_1$  os coeficientes de Rayleigh relativos à massa e à rigidez do referido sistema, respectivamente. Estes coeficientes podem determinar-se através da equação (2), a partir de dois modos de vibração quaisquer ( $n$ ), para os quais se conheça a frequência angular ( $\omega_n$ ) e o coeficiente de amortecimento ( $\xi_n$ ).

$$C = a_0 \cdot M + a_1 \cdot K \quad (1)$$

$$a_0 + a_1 \cdot \omega_n^2 = 2 \cdot \omega_n \cdot \xi_n \quad (2)$$

De acordo com Santos (2003), no caso da resposta duma camada viscoelástica os coeficientes de Rayleigh podem relacionar-se com o coeficiente de amortecimento histerético ( $\xi$ ) e com a frequência angular relativa ao primeiro modo de vibração ( $\omega_1$ ) através da equação (3).

$$\{a_0; a_1\} = \left\{ \frac{5}{3} \cdot \xi \cdot \omega_1; \frac{1}{3} \cdot \frac{\xi}{\omega_1} \right\} \quad (3)$$

Para analisar a resposta com diferentes níveis de amortecimento e de rigidez efectuaram-se cálculos para duas situações, com módulos de distorção de 30 e 90 MPa (análises G30 e G90, respectivamente). No Quadro 2 apresentam-se as características consideradas, complementarmente ao Quadro 1, incluindo os parâmetros relativos à modelação do amortecimento tipo Rayleigh e admitindo como frequência fundamental de vibração a correspondente ao campo livre.

**Quadro 2** – Características de frequência e amortecimento do terreno.

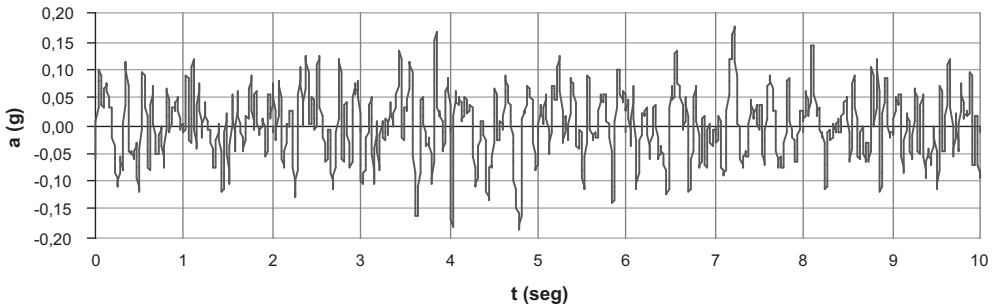
Características		G30	G90
Frequência	$\omega_1$ (rad/s)	9,62	16,650
Amortecimento tipo Rayleigh	$a_0$	3,3663	1,6650
	$a_1$	0,0073	0,0012
	$\xi$	0,21	0,06

### 2.3 – Acção sísmica

A acção sísmica, imposta ao nível do substrato rígido, foi definida de acordo com o RSAEEP (1983), tendo-se considerado a acção tipo 1, para terrenos tipo I, e para a zona sísmica A, recorrendo a acelerogramas gerados artificialmente.

Para a definição dos acelerogramas, de acordo com o descrito por Santos *et al.* (2002), procedeu-se à geração de séries estacionárias, a partir das densidades espectrais de potência do RSAEEP, assumindo que as vibrações sísmicas podem ser representadas por um processo estocástico, estacionário e gaussiano.

O acelerograma adoptado nas análises apresenta-se na Figura 3, tendo associado um período de retorno de 1000 anos e uma aceleração máxima (horizontal) de 0,185 g, referente ao instante  $t = 4,79$  seg. A duração total é de 10 seg, com um intervalo de discretização de 0,005 seg, perfazendo um total



**Fig. 3** – Acelerograma gerado artificialmente.

de 2000 pontos de discretização.

Sendo importante considerar um período de estabilização das vibrações do sistema, uma vez terminada a acção sísmica, acrescentaram-se pontos de aceleração nula ao sinal gerado, dando tempo para a actuação do amortecimento do sistema. Assim sendo, o sinal foi introduzido nos modelos numéricos com um total de 4096 pontos de discretização, correspondendo a uma duração total de 20,48 seg.

É ainda de referir que o acelerograma considerado nos cálculos foi corrigido, de forma a evitar a geração de deslocamentos excessivos e irrealistas ("*baseline correction*").

### 3 – ANÁLISES VISCOELÁSTICAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

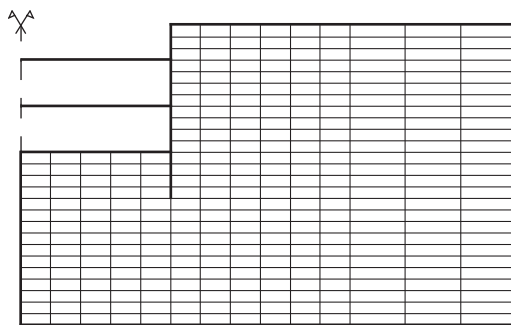
#### 3.1 – Método de cálculo

Para a realização dos cálculos no domínio da frequência, através do método dos elementos finitos, usou-se o programa Flush, conforme já referido.

Este programa, desenvolvido na Universidade de Berkeley, utiliza o método da resposta complexa, permitindo a realização de análises dinâmicas de interacção solo-estrutura. A não-linearidade da rigidez e do amortecimento dos solos pode ser tida em conta através do método linear equivalente, embora tal não se enquadre no âmbito do presente artigo, para o qual apenas se efectuaram análises viscoelásticas lineares.

Os resultados que se obtêm são relativos à componente dinâmica, isoladamente. Como consequência, os esforços e os deslocamentos que se apresentam têm de ser encarados como acréscimos (ou decréscimos, consoante os sinais) face aos estáticos, que têm de ser calculados por uma via independente.

A malha de elementos finitos que foi adoptada nos cálculos efectuados apresenta-se na Figura 4, sendo de referir que, tirando partido da simetria do modelo, considerou-se apenas metade da escavação, o que permitiu um maior refinamento da malha, com o consequente benefício em termos de rigor nos resultados obtidos.



**Fig. 4** – Malha de elementos finitos considerada na análise no domínio da frequência.

A malha apresenta as seguintes características geométricas principais: 32,8 m de largura, 19,8 m de altura, 309 elementos sólidos (solo), 25 elementos de barra (parede e escoras) e 386 pontos nodais. Foram consideradas 26 camadas para a modelação do campo livre.

Relativamente às condições de fronteira, a base considerou-se como sendo rígida, à esquerda impediram-se os deslocamentos verticais em relação ao movimento da base rígida (simetria), e à direita considerou-se uma fronteira com capacidade de transmissão de energia das ondas sísmicas,

ligada ao campo livre.

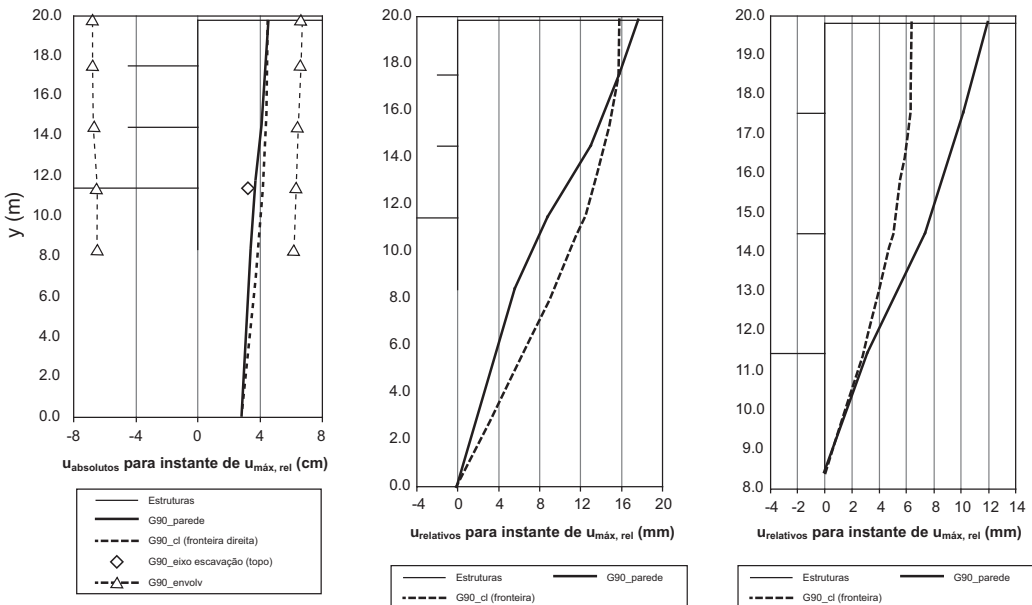
A validação da malha de elementos finitos foi efectuada através da comparação dos resultados obtidos para o campo livre (situação para a qual existe solução analítica) com os da malha de elementos finitos junto à fronteira com capacidade de transmissão de energia.

### 3.2 – Acelerações e deslocamentos ao longo do tempo

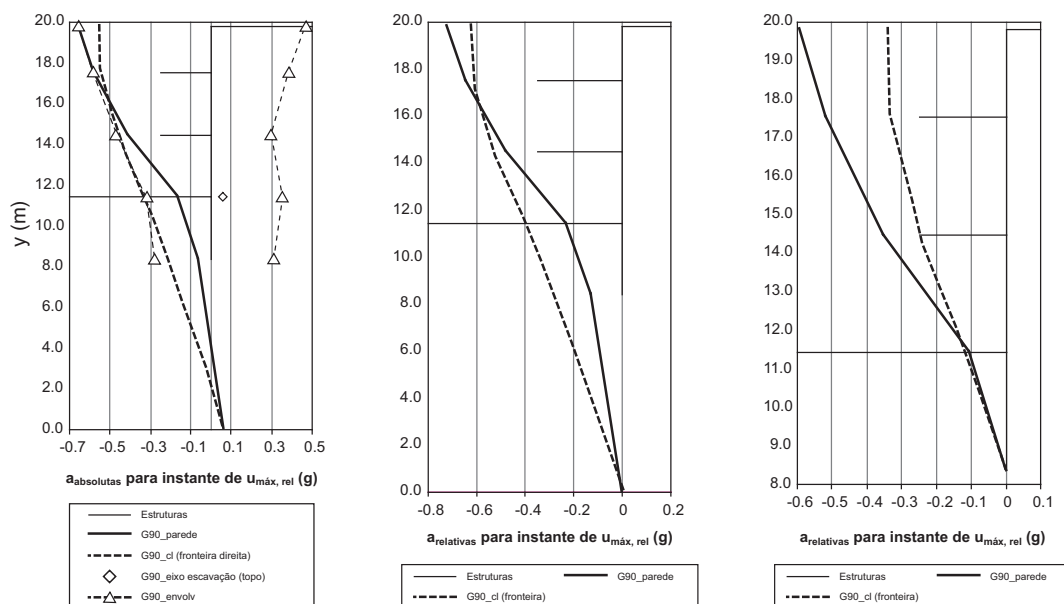
Em todas as análises efectuadas (G30, G60 e G90) foi possível constatar que o instante de tempo correspondente ao deslocamento relativo máximo no topo da parede está associado aos esforços máximos na parede, sendo por isso muito importante.

Uma vez que a análise G90 é a mais gravosa, quer em termos de deslocamentos, quer de acelerações, nas Figuras 5 e 6 apresentam-se estes resultados, respectivamente, para o instante de tempo referido, estando patentes as seguintes grandezas:

- a) Valores absolutos na vertical da parede e valores absolutos na vertical da fronteira ligada ao “campo livre”, bem como:
  - a1) Envolventes relativas à parede, quer de deslocamentos, quer de acelerações, para ambos os sentidos de actuação da acção sísmica;
  - a2) Valores ao nível da base da escavação, sobre o eixo de simetria da malha de elementos finitos;
- b) Valores relativos na vertical da parede (em relação à base rígida) e valores relativos sobre a fronteira ligada ao “campo livre” (em relação à base rígida);
- c) Valores relativos, quer da parede (em relação à sua base), quer sobre a fronteira ligada ao “campo livre” (em relação ao ponto de igual cota da base da parede).



**Fig. 5** – Deslocamentos obtidos na parede para a situação dinâmica.



**Fig. 6** – Acelerações obtidas na parede para a situação dinâmica.

No Quadro 3 apresentam-se os valores absolutos das acelerações e dos deslocamentos, obtidos nas três análises, referentes ao alinhamento vertical da parede, para o instante de tempo correspondente ao deslocamento relativo máximo no topo da parede.

Os deslocamentos foram obtidos por dupla integração das acelerações ao longo do tempo, através do método incremental de Newmark (Chopra, 2001).

Em face do exposto, pelos resultados obtidos nas análises G30, G60 e G90, constatou-se que, em todos os casos, há amplificação da acção sísmica ao longo da altura da camada deformável, sendo esta tanto maior quanto mais rígido for o terreno, devido ao menor amortecimento associado.

Em termos de comportamento geral, verificou-se também que os deslocamentos absolutos horizontais da parede são superiores aos do campo livre no terço superior, acima do primeiro nível de escoras, o que tem a ver com o facto da estrutura não dispor de qualquer travamento no topo.

**Quadro 3** – Acelerações e deslocamentos absolutos na parede para o instante de tempo correspondente ao deslocamento relativo máximo no topo da parede

Local	Acelerações (g)			Deslocamentos (cm)		
	G30	G60	G90	G30	G60	G90
Topo da parede	0,22	-0,38	-0,65	-7,09	3,45	4,63
Escora superior	0,17	-0,29	-0,58	-6,95	3,37	4,44
Escora inferior	0,09	-0,16	-0,41	-6,68	3,14	4,17
Base da escavação	0	-0,02	-0,16	-6,32	2,84	3,74
Base da cortina	-0,01	0,04	-0,06	-6,08	2,67	3,42
Base rígida	0,02	0,05	0,07	-5,93	2,43	2,85

No entanto, em termos de deslocamentos relativos à base da parede, constatou-se que os deslocamentos do campo livre são substancialmente inferiores aos da parede, traduzindo uma muito maior distorção na zona da parede, em comparação com o campo livre.

Relativamente às escoras, verificou-se que estas se deslocam quase como um corpo rígido, praticamente sem sofrerem deformações, ao passo que as acelerações são constantes ao longo de todo o seu comprimento.

Tendo por objectivo analisar o comportamento do sistema, integrando o terreno e os elementos estruturais, calcularam-se as funções de transferência de aceleração entre a base rígida ( $a_{base}$ ) e diversos pontos na malha (a), bem como as correspondentes funções de amplificação, para as análises G30, G60 e G90.

Assim, para o alinhamento da parede (Figura 7) e para o alinhamento do campo livre (Figura 8), apresentam-se as funções de amplificação para os seguintes pontos: topo do terreno, nível da escora superior, nível da escora inferior, nível da base da escavação e nível da base da parede.

Da análise das funções de amplificação pode concluir-se que:

- a) À medida que aumenta a rigidez do terreno aumenta também a frequência própria do sistema;
- b) O aumento de rigidez do terreno implica também um aumento da amplificação das acelerações (apesar dos máximos não ocorrerem na mesma gama de frequências); este aspecto deve-se ao facto do aumento da rigidez corresponder a uma redução do amortecimento;
- c) A presença da escavação e dos elementos estruturais altera as frequências próprias correspondentes ao segundo e ao terceiro modos de vibração, sobretudo no que respeita ao segundo modo (reduzindo a frequência própria, em relação à do campo livre), mas nessa gama de frequências já a acção sísmica não é tão rica como para o primeiro modo – no Quadro 4 apresentam-se as frequências próprias de vibração do campo livre, para os três primeiros modos;

**Quadro 4** – Frequências próprias de vibração do campo livre (Hz).

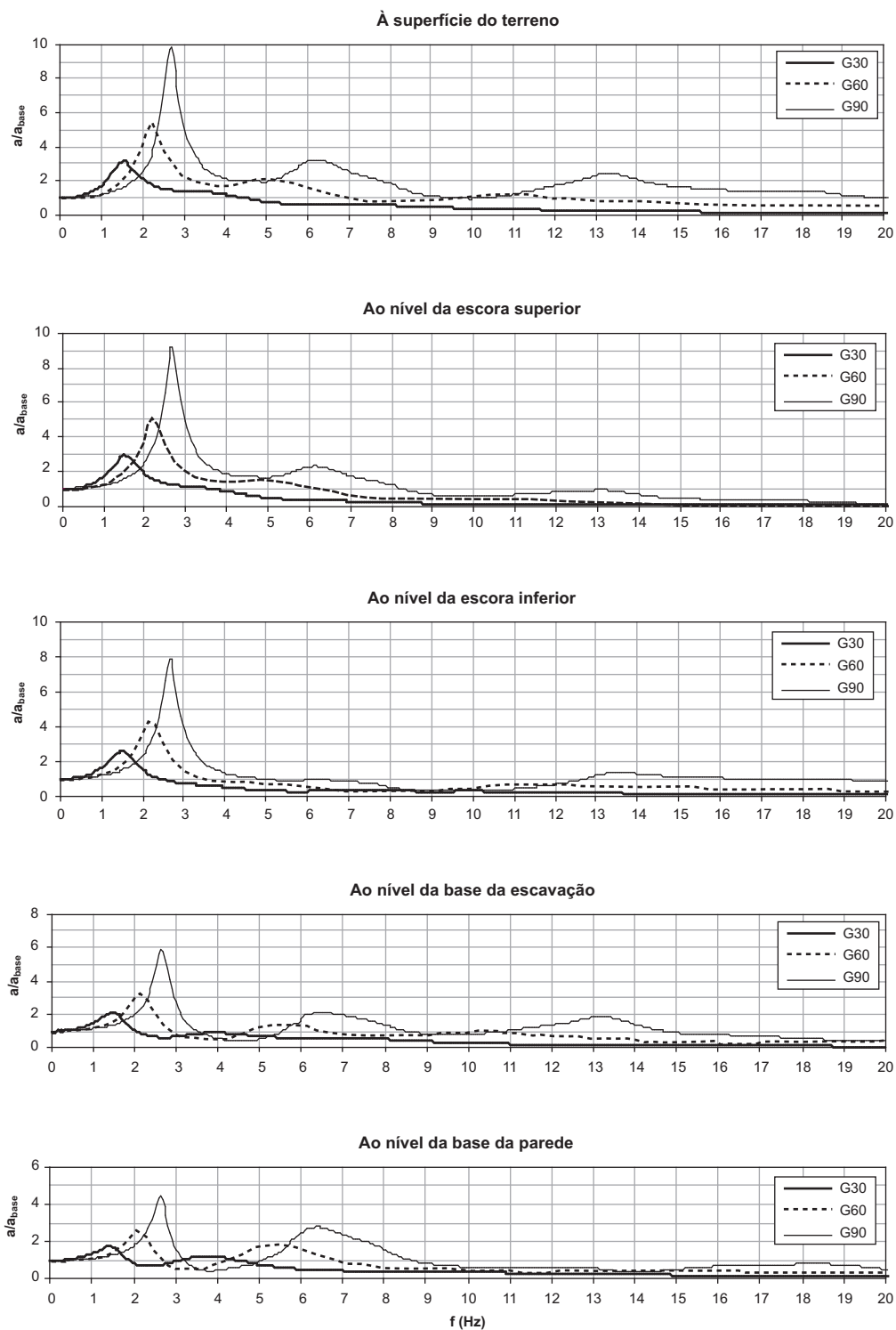
Modos de vibração	G30	G60	G90
1º	1,53	2,16	2,65
2º	4,59	6,49	7,96
3º	7,65	10,82	13,26

- d) O facto de, para alguns modos de vibração, haver variações na amplificação das acelerações ao longo da altura da parede deve-se à variação em altura na geometria dos próprios modos de vibração; por exemplo, para o segundo modo de vibração da análise G90, no alinhamento da parede, a amplificação é de 3,23 no topo, decrescendo em profundidade até ser nula ao nível da escora inferior, e aumentando depois novamente até ao nível da base da parede, onde assume um valor de 2,78;
- e) Tendo em conta que a acção sísmica tipo 1 é mais rica na gama de frequências entre 2 e 4 Hz, é natural que, para as análises efectuadas (Quadro 4), se tenham obtido valores superiores das acelerações, e consequentemente dos deslocamentos, na resposta do sistema para as situações de maior rigidez do terreno.

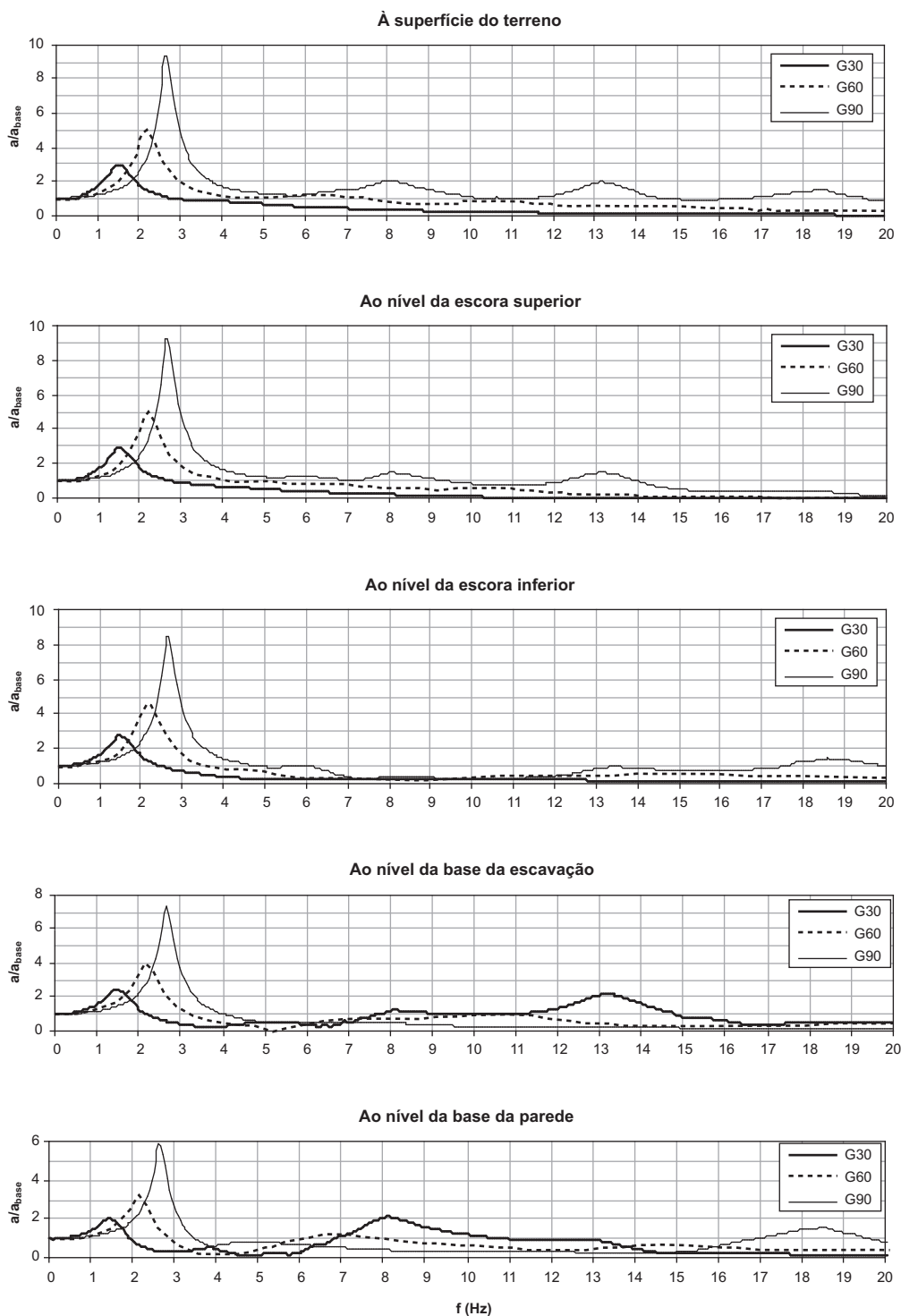
### 3.3 – Esforços na parede e nas escoras

As envolventes dos esforços dinâmicos na parede ( $M_{máx}$ ,  $V_{máx}$  e  $N_{máx}$ ) apresentam-se na Figura 9, para as análises G30, G60 e G90, permitindo retirar as seguintes conclusões:



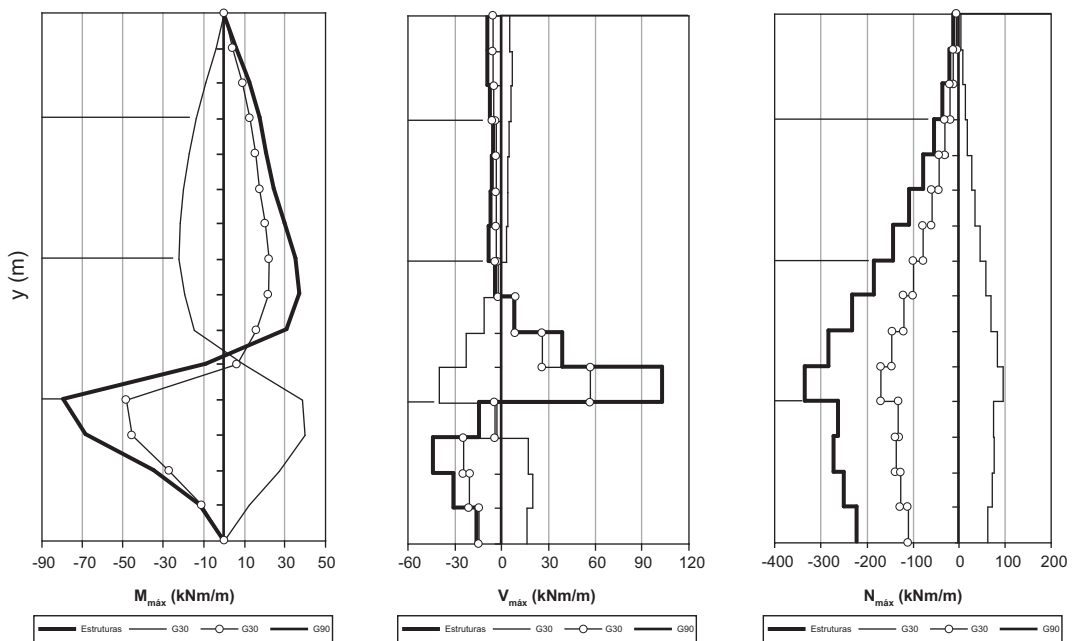


**Fig. 7** – Funções de amplificação no alinhamento da parede para a situação dinâmica.



**Fig. 8** – Funções de amplificação no alinhamento do campo livre para a situação dinâmica.

- Quanto maior é a rigidez do terreno, maiores são também os esforços de flexão e de corte induzidos na parede, em contraposição com o que se verifica habitualmente para a situação estática;
- Relativamente aos esforços axiais, estes também são superiores com o aumento da rigidez do terreno devido ao aumento da componente vertical das acelerações; nas análises efectuadas registaram-se acelerações verticais da ordem de metade das acelerações horizontais;
- Os esforços mais gravosos localizam-se ao nível da base da escavação, notando-se que, quer os momentos flectores, quer os esforços transversos, apresentam valores superiores aos estáticos, o que é extremamente importante em termos de dimensionamento; chama-se a atenção, em particular, para os valores de esforço transversal.



**Fig. 9** – Envolventes dos esforços dinâmicos na parede.

Os esforços estáticos na parede e nas escoras foram determinados por forma a permitir compreender a real importância dos esforços dinâmicos. Para esse efeito, recorreu-se ao método das reacções hiperestáticas (utilizando diagramas de pressões aparentes), em complemento com o método dos elementos finitos (através do programa Plaxis, modelando as várias fases executivas).

Tendo-se determinado a envolvente de ambos os métodos, cujos resultados foram relativamente próximos, nos Quadros 5, 6 e 7 apresentam-se os valores estáticos e dinâmicos para as análises G30, G60 e G90, respectivamente. Destes quadros podem tirar-se as seguintes conclusões:

- Em termos de momentos flectores ( $M$ ), os valores dinâmicos são da mesma ordem de grandeza que os estáticos, excepto ao nível da escora superior, em que os estáticos são bastante superiores; ao nível da base da escavação, salienta-se a situação G90, em que os momentos dinâmicos são já 2,6 vezes superiores aos estáticos;
- Em termos dos esforços transversos ( $V$ ), verifica-se que os valores dinâmicos são muito reduzidos quando comparados com os estáticos, excepto ao nível da base da escavação, em

que na análise G90 se têm esforços dinâmicos superiores aos estáticos em cerca de 2,2 vezes;

- c) Assim sendo, verifica-se que no dimensionamento estrutural é importante que sejam tidos em consideração os esforços dinâmicos da parede, dada a sua importância.

No que respeita ao instante de tempo para o qual ocorrem os esforços máximos na parede, das análises efectuadas constatou-se que os momentos flectores máximos e os esforços axiais máximos ocorrem praticamente em simultâneo ao longo de toda a parede, e no instante de tempo em que se verifica o deslocamento relativo máximo no topo.

**Quadro 5** – Esforços na parede para a análise G30.

Esforços		Secção da parede		
		Escora superior	Escora inferior	Base da escavação
M (kNm/m)	Estáticos	77,2	19,3	47,8
	<b>Dinâmicos</b>	<b>13,6</b>	<b>22,1</b>	<b>40,2</b>
V (kN/m)	Estáticos	67,5	56,5	43,1
	<b>Dinâmicos</b>	<b>4,7</b>	<b>3,2</b>	<b>40,3</b>

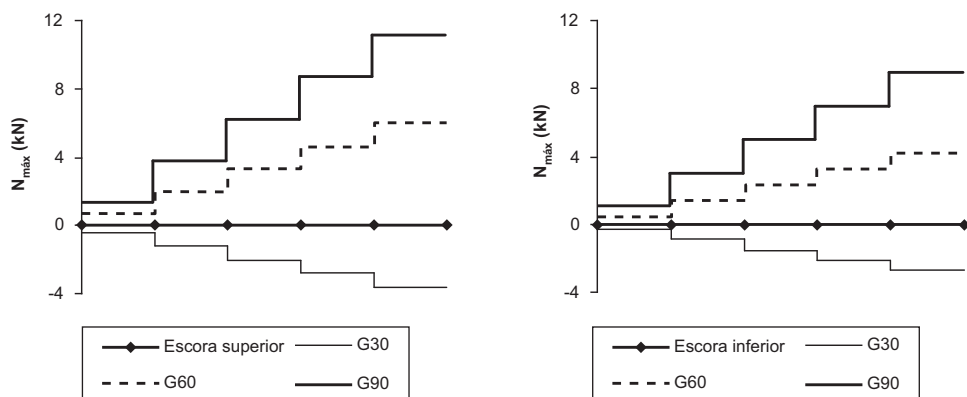
**Quadro 6** – Esforços na parede para a análise G60.

Esforços		Secção da parede		
		Escora superior	Escora inferior	Base da escavação
M (kNm/m)	Estáticos	77,2	16,8	36,4
	<b>Dinâmicos</b>	<b>12,9</b>	<b>22,4</b>	<b>48,3</b>
V (kN/m)	Estáticos	67,5	46,0	44,9
	<b>Dinâmicos</b>	<b>4,7</b>	<b>3,6</b>	<b>56,7</b>

**Quadro 7** – Esforços na parede para a análise G90.

Esforços		Secção da parede		
		Escora superior	Escora inferior	Base da escavação
M (kNm/m)	Estáticos	77,2	15,7	30,0
	<b>Dinâmicos</b>	<b>18,0</b>	<b>35,8</b>	<b>78,6</b>
V (kN/m)	Estáticos	67,5	43,1	46,9
	<b>Dinâmicos</b>	<b>7,2</b>	<b>7,5</b>	<b>103,5</b>

Na Figura 10 apresentam-se as envolventes dos esforços axiais ( $N_{\text{máx}}$ ), em ambos os níveis de escoras, para as análises G30, G60 e G90. É de referir que nas abcissas se representa o comprimento das escoras em análise, ou seja, metade do comprimento total, pelo facto da modelação tirar partido da simetria.



**Fig. 10** – Envolventes dos esforços axiais dinâmicos nas escoras.

Salienta-se que os esforços axiais a que as escoras estão sujeitos são muito reduzidos, o que se deve ao facto destas terem pouca massa, dependendo directamente da aceleração horizontal absoluta a que são submetidas, e que é praticamente a mesma que na ligação das escoras à parede.

Para além disso, verifica-se que o esforço axial não é constante ao longo do comprimento da escora, sendo antes de compressão numa das extremidades e de tracção na outra (nas figuras apenas se representa metade das escoras, conforme já referido). Este facto é corroborado pelos deslocamentos obtidos nas escoras, verificando-se que, no caso das análises G60 e G90, a extremidade da escora junto à parede tem um deslocamento inferior ao que se verifica no eixo de simetria. No caso da análise G30 dá-se a situação inversa.

Em face do exposto, é natural que as escoras do nível superior fiquem sujeitas a esforços superiores aos do nível inferior, uma vez que a aceleração absoluta aumenta da base para o topo da parede.

Salienta-se ainda o facto do aumento da rigidez do terreno conduzir a um aumento dos esforços nas escoras, o que está directamente ligado ao aumento dos valores das acelerações.

## 4 – ANÁLISES VISCOELASTOPLÁSTICAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

### 4.1 – Método de cálculo

Para a realização dos cálculos no domínio do tempo, através do método dos elementos finitos, usou-se o programa Plaxis.

A equação do movimento é resolvida de forma incremental no tempo (passo a passo), sendo a integração numérica efectuada pelo método de Newmark, o que permite incorporar diversos modelos constitutivos, inclusive com plasticidade:

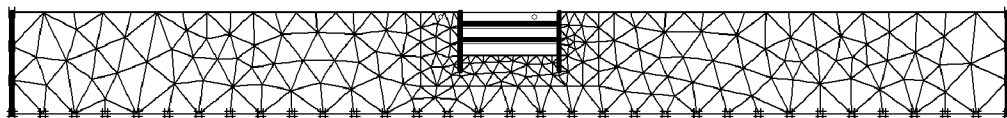
$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (4)$$

Na equação (4),  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  são as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez, sendo  $\{\ddot{u}\}$ ,  $\{\dot{u}\}$  e  $\{u\}$  os vectores de acelerações, de velocidades e de deslocamentos (relativos à base da malha). O vector de forças, que inclui as acelerações absolutas na base, é designado por  $\{F\}$ .

É de salientar também a particularidade de se poderem considerar os resultados das fases estáticas que precedem a fase dinâmica. No entanto, conforme já referido para o cálculo no domínio da

frequência, neste artigo apenas se apresentam os resultados relativos à fase dinâmica, pelo que estes devem ser encarados como acréscimos (ou decréscimos) face aos estáticos.

A malha de elementos finitos que foi utilizada apresenta-se na Figura 11, sendo de referir que, relativamente às condições de fronteira, ambas as faces laterais da malha foram dotadas de capacidade de transmissão de energia das ondas sísmicas, através da consideração de amortecedores viscosos. O acelerograma foi aplicado ao nível da base, tal como no caso da análise no domínio da frequência.

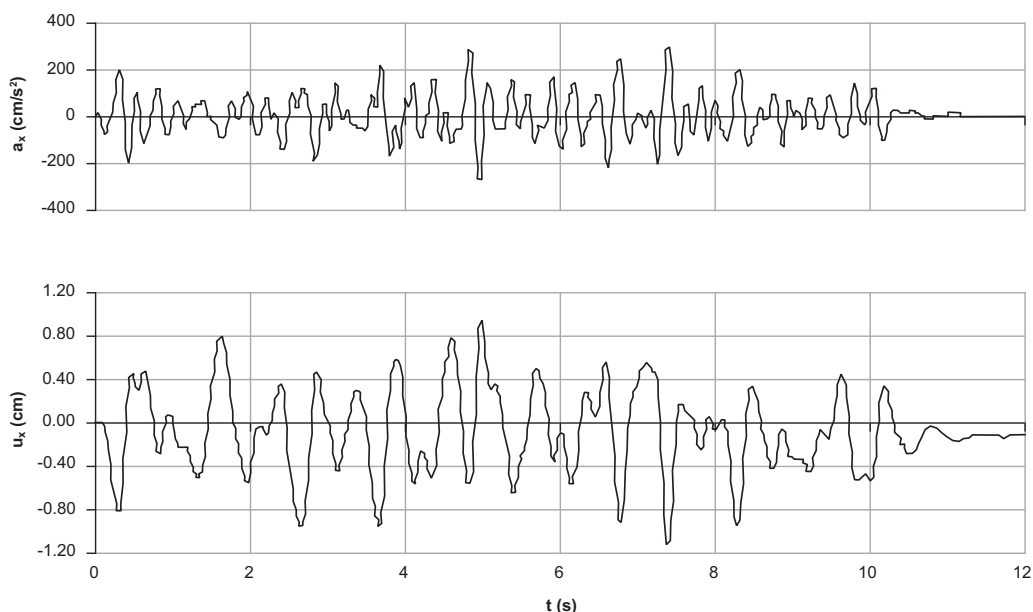


**Fig. 11** – Malha de elementos finitos considerada na análise no domínio do tempo.

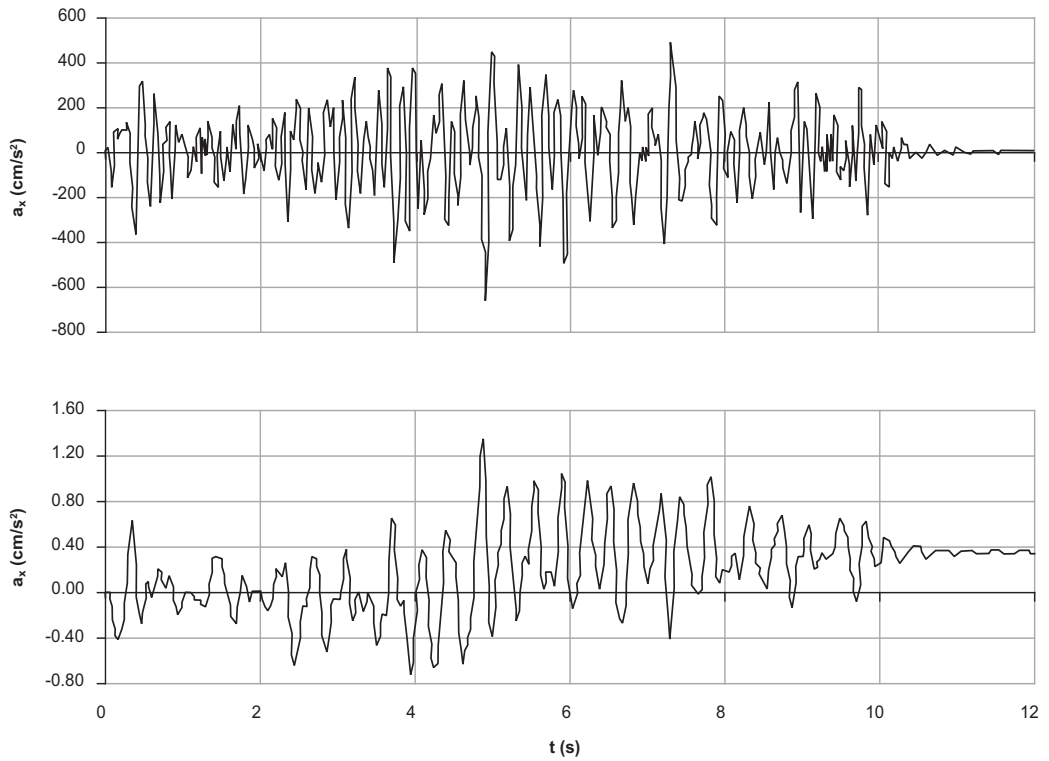
## 4.2 – Acelerações e deslocamentos ao longo do tempo

As acelerações horizontais ( $a_x$ ) e os deslocamentos horizontais ( $u_x$ ) no topo da parede (valores relativos à base da mesma) representam-se nas Figuras 12 e 13. Estes valores traduzem a evolução da resposta ao longo do tempo, para as análises G30 e G90, respectivamente.

Em relação às análises G30 e G90, os instantes em que ocorre o valor máximo do deslocamento relativo no topo da parede são de 7,393 s e 4,895 s, respectivamente. Como pode constatar-se para o topo da parede, na análise G90 obtiveram-se plastificações significativas, verificando-se, no final, a ocorrência dum deslocamento permanente de cerca de 0,36 cm. Esse fenómeno é menos importante para a análise G30, tendo-se obtido um deslocamento permanente de 0,11 cm.

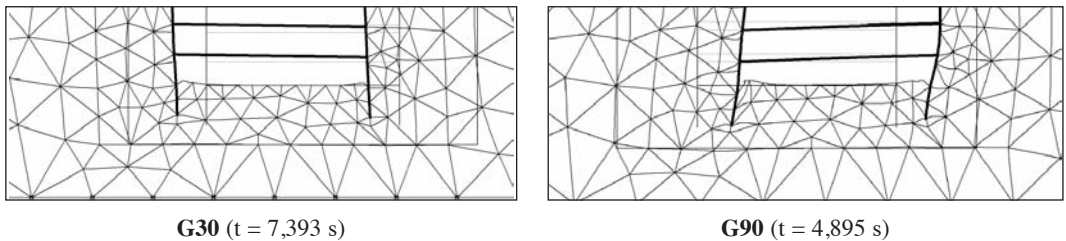


**Fig. 12** – História de acelerações e deslocamentos dinâmicos no tempo, no topo da parede (análise G30).



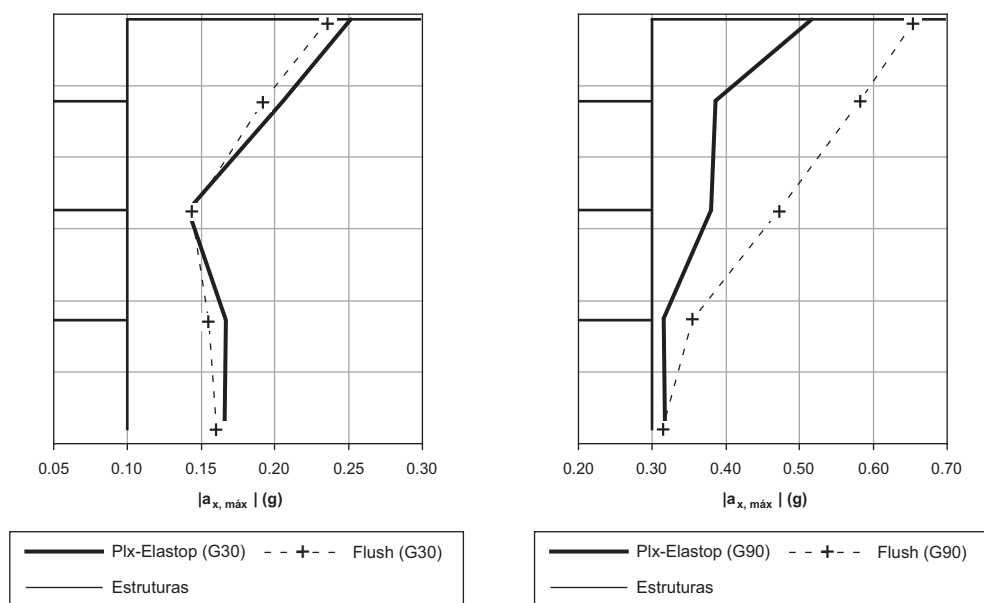
**Fig. 13** – História de acelerações e deslocamentos dinâmicos no tempo, no topo da parede (análise G90).

Na Figura 14 apresentam-se as deformadas nos instantes em que ocorrem os deslocamentos relativos máximos no topo, em simultâneo com os esforços mais importantes na parede. É de salientar que, contrariamente ao que sucede nas análises viscoelásticas, em que os deslocamentos absolutos das duas paredes são iguais em cada instante, para um determinado nível, nos casos em que há plastificação do terreno tal deixa de ser verdade, ficando as escoras sujeitas a deslocamentos relativos das suas extremidades que não são desprezáveis.



**Fig. 14** – Deformadas associadas aos deslocamentos relativos máximos no topo da parede.

Na Figura 15 apresentam-se as acelerações absolutas máximas na parede (em módulo) para as análises viscoelastoplástica (Plx-Elastop) e viscoelástica (Flush), em relação às análises G30 e G90.



**Fig. 15** – Acelerações máximas na parede.

Para a análise G30, as acelerações obtidas nas análises viscoelástica e viscoelastoplástica são da mesma ordem de grandeza (0,236 g vs. 0,252 g, no topo). Na análise G90 obtiveram-se com a análise viscoelástica valores superiores à viscoelastoplástica (0,652 g vs. 0,517 g, no topo), tendo as plastificações conduzido a uma degradação da rigidez e a um aumento do amortecimento na zona das escoras, com a consequente redução das acelerações.

### 4.3 – Esforços na parede e nas escoras

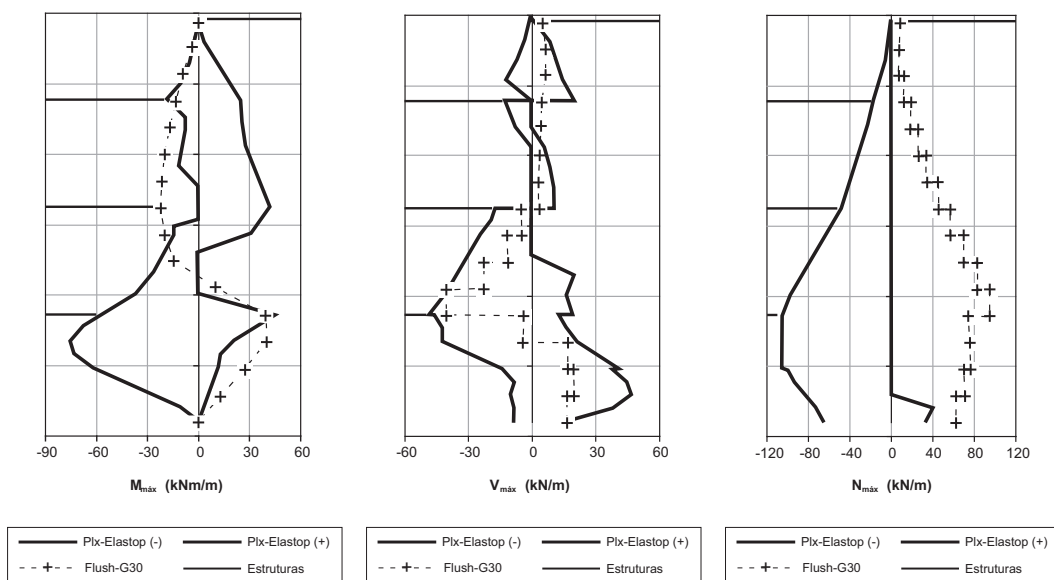
As envolventes dos esforços dinâmicos na parede, respectivamente para as análises G30 e G90, apresentam-se nas Figuras 16 e 17, em comparação com os resultados das análises viscoelásticas. Os resultados mais relevantes encontram-se resumidos no Quadro 8, para três secções da parede (ao nível das escoras e ao nível da base da escavação), verificando-se que, no caso da análise G90, os esforços são muito superiores aos da análise G30.

É de referir que, para determinar as envolventes dinâmicas dos esforços na análise viscoelastoplástica, foi necessário subtrair a envolvente estática às envolventes positiva e negativa finais acumuladas ao longo das fases de cálculo (estática + dinâmica). Assim, se não houver mudança de sinal dos esforços, não é possível conhecer a envolvente dinâmica quando esta é inferior à estática – daí que nas Figuras 16 e 17 algumas envolventes da análise viscoelastoplástica apresentem um aspecto irregular. Trata-se duma limitação do programa de cálculo utilizado, que apenas armazena os valores envolventes dos esforços para as diversas fases de carregamento.

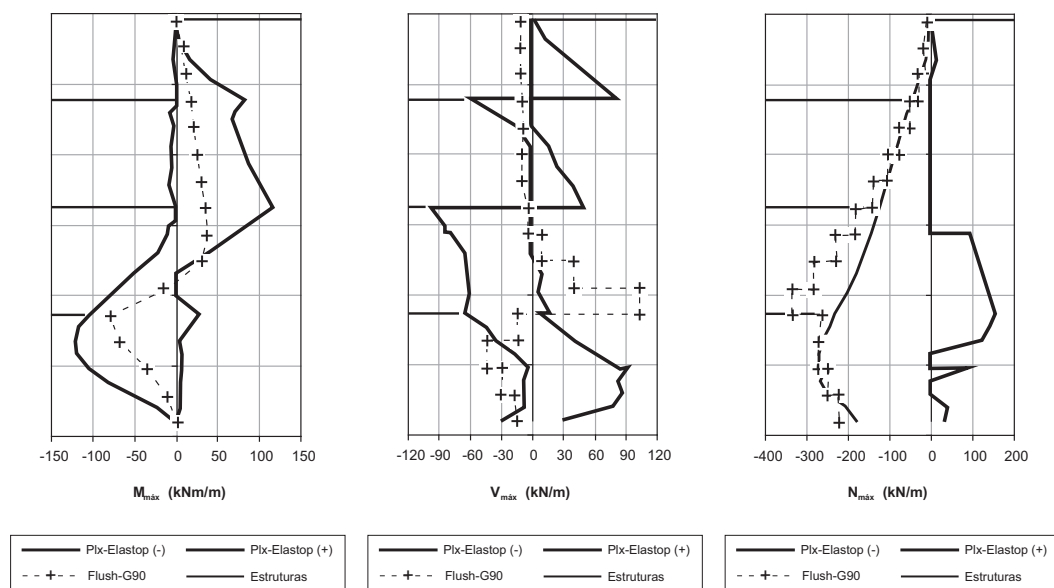
Comparando os resultados do modelo viscoelastoplástico com os do viscoelástico, os esforços da análise G30 são globalmente da mesma ordem de grandeza. Para a análise G90 já o cenário é diferente, com os esforços a aumentarem significativamente no caso do modelo viscoelastoplástico (excepto ao nível da base da escavação, em que são idênticos).

Na Figura 18 apresentam-se os resultados relativos às escoras do nível superior, para as análises G30 e G90 – para o nível inferior as conclusões são semelhantes. Como pode verificar-se em





**Fig. 16** – Envolturas dos esforços dinâmicos na parede para a análise G30.

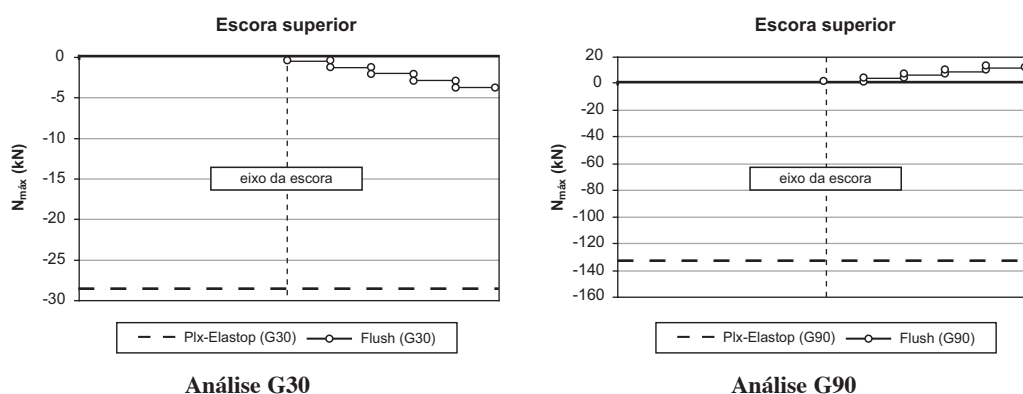


**Fig. 17** – Envolturas dos esforços dinâmicos na parede para a análise G90.

ambos os casos, o modelo viscoelastoplástico fornece valores substancialmente superiores aos do viscoelástico, da ordem de 8 a 15 vezes – tal deve-se aos deslocamentos relativos das extremidades a que as escoras são sujeitas quando há plastificações no terreno (inexistentes em análises viscoelásticas, dado que as deformadas de ambas as paredes são iguais em cada instante), originando esforços que têm de ser adicionados aos provocados pelas forças de inércia.

**Quadro 8** – Esforços dinâmicos máximos na parede.

Esforços	Escora constitutivo	Secção da parede					
		Modelo superior		Escora inferior		Base da escavação	
		G30	<b>G90</b>	G30	<b>G90</b>	G30	<b>G90</b>
M (kNm/m)	Viscoelastoplástico	16,7	<b>84,7</b>	41,6	<b>115,7</b>	46,2	<b>119,5</b>
	Viscoelástico	13,6	<b>18,0</b>	22,1	<b>35,8</b>	40,2	<b>78,6</b>
V (kN/m)	Viscoelastoplástico	20,6	<b>81,8</b>	16,9	<b>96,7</b>	47,7	<b>92,6</b>
	Viscoelástico	4,7	<b>7,2</b>	3,2	<b>7,5</b>	40,3	<b>103,5</b>

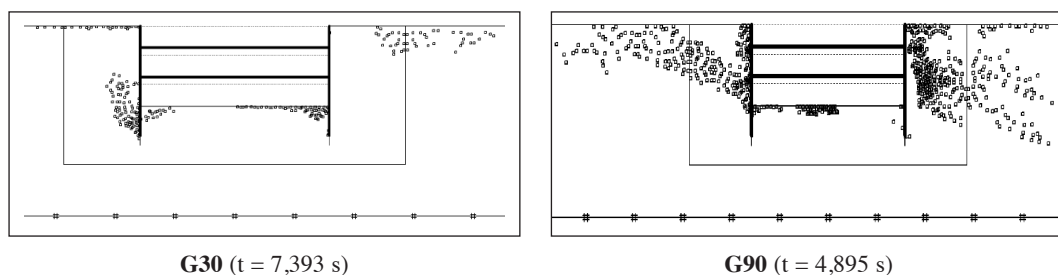


**Fig. 18** – Envolventes dos esforços axiais dinâmicos no nível superior de escoras.

É de referir que, para a análise viscoelastoplástica, a acção sísmica provoca o encurtamento das escoras, pelo que os esforços axiais dinâmicos são sempre de compressão.

#### 4.4 – Plastificações induzidas no terreno

Na Figura 19 apresentam-se, para as análises G30 e G90, os pontos de plastificação no terreno relativos aos instantes em que ocorrem os deslocamentos relativos máximos no topo da parede.

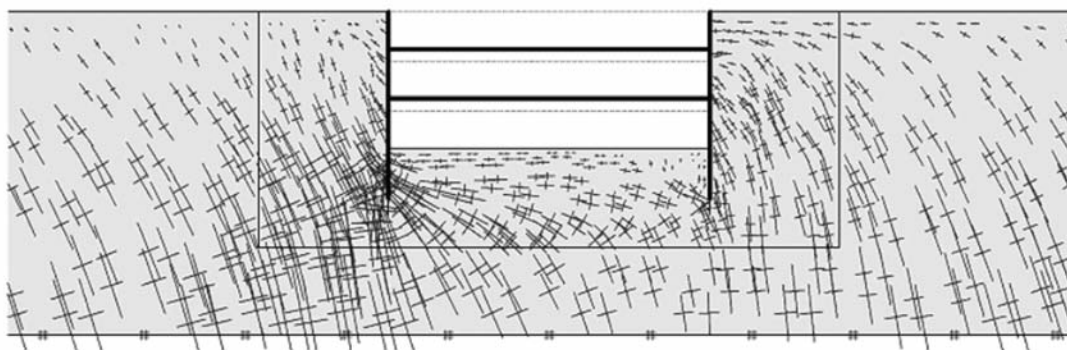


**Fig. 19** – Pontos de plastificação no terreno.

No caso da análise G30 pode verificar-se que ocorre muito pouca plastificação no terreno, o que justifica o facto dos esforços na parede não serem muito diferentes na análise viscoelástica e na análise viscoelastoplástica. Nas escoras há efectivamente um aumento do esforço axial, devido à ocorrência de deslocamentos relativos, embora reduzidos, entre as extremidades. Em contraposição, para a análise G90 verifica-se que há zonas de plastificação generalizada no terreno, o que conduz a esforços muito superiores, quer na parede, quer nas escoras.

De facto, o aumento dos esforços na parede e nas escoras depende fortemente do nível de plastificação induzido pela acção sísmica no terreno, sendo a análise G90 a mais desfavorável.

Na Figura 20 apresentam-se as direcções principais das tensões no terreno, correspondentes à análise G90, para o instante de tempo  $t = 4,895$  s. Conforme pode constatar-se, na zona superior do terreno, na zona de influência da parede direita, cujo deslocamento é da esquerda para a direita (Figura 14), as tensões horizontais são muito maiores que as verticais. Com efeito, constata-se que o terreno junto à parede direita, para além de estar globalmente plastificado, se encontra próximo do estado passivo, o que está de acordo com o facto do deslocamento da parede ser superior ao do campo livre na zona acima do nível inferior de escoras, induzindo por isso um aumento das tensões horizontais.



**Fig. 20** – Direcções principais das tensões no terreno, para  $t = 4,895$  s (G90).

## 5 – CONCLUSÕES

No presente artigo aborda-se o comportamento sísmico de estruturas flexíveis multi-apoiadas recorrendo a análises com modelos viscoelásticos lineares, através do método dos elementos finitos no domínio da frequência, bem como a análises com modelos viscoelásticos com plasticidade perfeita, através do método dos elementos finitos no domínio do tempo.

O comportamento dinâmico deste tipo de estruturas é bastante complexo, mesmo quando apenas analisado em regime viscoelástico linear. Com efeito, tal complexidade tem a ver com os muitos factores que condicionam a resposta da estrutura, em interacção com o meio envolvente, com especial destaque para a rigidez e para o amortecimento do terreno.

Pelos resultados obtidos nas análises efectuadas no domínio da frequência, constatou-se que, em todos os casos, há amplificação da acção sísmica ao longo da altura da camada deformável, sendo esta tanto maior quanto mais rígido for o terreno, devido ao menor amortecimento associado. Consequentemente, e ao contrário do que sucede em termos estáticos, os esforços dinâmicos na parede e nas escoras aumentam em proporcionalidade directa com o aumento da rigidez do terreno, não sendo alheia a este facto a redução correspondente do amortecimento.

A situação de cálculo considerada corresponde a uma estrutura de contenção em betão armado com dois níveis de escoras, sendo portanto relativa a uma escavação pouco profunda e relativamente vulgar em meio urbano. No entanto, apesar de ter sido analisada uma obra de pequena dimensão, é importante referir que os esforços dinâmicos são muito significativos quando comparados com os estáticos, em determinadas secções da parede, especialmente ao nível da base da escavação, devido à transição que aí se verifica em termos de rigidez do sistema. Com efeito, obtiveram-se momentos flectores e esforços transversos dinâmicos que chegam a ser cerca de 2,5 vezes superiores aos estáticos, o que significa que a parcela dinâmica corresponde, isoladamente, a mais de 70% do total.

Para além do exposto, as análises efectuadas no domínio do tempo, incorporando um critério de rotura de Mohr-Coulomb, com plasticidade perfeita, também demonstraram que a resposta sísmica da estrutura e do terreno depende fortemente dos níveis de plastificação a que o maciço fica sujeito, os quais, por sua vez, estão muito dependentes dos parâmetros utilizados.

Com efeito, na análise viscoelastoplástica G30 (módulo de distorção correspondente a 25% de  $G_0$ ), a plastificação no terreno foi pouco expressiva, donde resultaram acelerações e esforços nas estruturas semelhantes às obtidas em regime viscoelástico linear. Ao invés, na análise viscoelastoplástica G90 (módulo de distorção correspondente a 75% de  $G_0$ ) ocorreu a plastificação de grandes zonas do terreno, o que provocou um aumento do amortecimento e, por conseguinte, contribuiu para a redução generalizada das acelerações, em relação à análise viscoelástica. A este facto, que, por si só, deveria conduzir a uma redução dos esforços, sobrepôs-se a ocorrência de deslocamentos relativos importantes na parede e nas escoras, originando nestes elementos estruturais um acréscimo muito significativo dos esforços, face à análise viscoelástica. É de salientar que, na zona superior do terreno, chegou a instalar-se o estado passivo.

Em face do exposto podem apresentar-se as seguintes conclusões:

- a) As análises no domínio do tempo são muito sensíveis às características dinâmicas a utilizar; efectivamente, como se demonstrou, uma escolha errada do amortecimento e da rigidez do terreno pode sobrestimar os efeitos da acção sísmica ou, pelo contrário, pode subestimá-los seriamente;
- b) Nas análises no domínio do tempo, o amortecimento é assumido como constante (amortecimento de Rayleigh), o que não é realista, acrescendo ainda que, no caso de análises com menor rigidez do terreno, como é o caso da análise G30, tem-se um amortecimento muito alto ao mesmo tempo que se considera implicitamente também a parcela de amortecimento conferida pela plastificação do solo - esta conjugação de factores sobrestima o amortecimento do terreno, o que é contrário à segurança;
- c) Os modelos viscoelásticos apresentam a limitação de, neste tipo de estruturas, conduzirem a deslocamentos simétricos de ambas as paredes, sendo por isso os esforços menores do que numa situação assimétrica, melhor traduzida por modelos com plasticidade;
- d) Face a uma situação de dimensionamento concreta, parece inevitável o recurso a métodos de análise que permitam incorporar a variação das características dinâmicas do terreno em função dos níveis de distorção induzidos, como por exemplo o método linear equivalente, parecendo este bastante adequado para usar como método de referência; complementar - mente, deve recorrer-se a análises viscoelastoplásticas no domínio do tempo, adoptando valores de amortecimento e de rigidez associados à componente elástica, devidamente ponderados em função dos resultados obtidos através do método linear equivalente - esta ponderação deve ser realizada não só nas imediações da estrutura, mas tendo também em consideração os resultados obtidos em toda a malha de elementos finitos.

## 6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ambrósio, A. C. (2006). *Comportamento sísmico de estruturas de suporte flexíveis multi-apoiadas*. Dissertação submetida à Universidade Técnica de Lisboa para a obtenção do Grau de Mestre em Geotecnia para Engenharia Civil.
- Chopra, A. K. (2001). *Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering*. 2nd Edition. Prentice Hall.
- Ishibashi, I., Zhang, X. (1993). *Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay*. Soils and Foundations. Japanese Society of Soils Mechanics and Foundation Engineering, vol. 33, n° 1, pp. 182-191.
- Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C.; Seed, H. B. (1975). *FLUSH - A computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems*. Report n° EERC 75-30, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- RSAAEP (1983). *Regulamento de segurança e acções para estruturas de edifícios e pontes*. Imprensa Nacional, Casa da Moeda, E.P., Lisboa.
- Santos, J. A. (2003). *Resposta harmónica de uma camada viscoelástica*. Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia, n° 99, pp. 53-64.
- Santos, J. A.; Gomes, R. C., Antão, A. (2002). *Aplicação de modelos lineares e elastoplásticos na análise dos efeitos locais da acção sísmica*. 8º Congresso Nacional de Geotecnia, vol. 3, pp. 1983-1994.