

# DISTORÇÃO LIMITE DE REFERÊNCIA. SUA UTILIDADE PARA O ESTABELECIMENTO DE UMA CURVA ÚNICA DE DEGRADAÇÃO DO MÓDULO DE DISTORÇÃO DO SOLO - 1ª PARTE

Reference threshold shear strain. Its application to obtain an unique strain-dependent shear modulus curve for soil

Jaime A. Santos\*

António Gomes Correia\*\*

**RESUMO** – O presente trabalho compreende uma análise crítica sobre o comportamento observado dos solos no domínio das muito pequenas deformações. Aplica-se o modelo de contacto de esferas uniformes para justificar fisicamente o comportamento macroscópico dos solos. São propostas relações semi-empíricas que definem os limites inferior e superior do módulo de distorção inicial em função do índice de vazios e da tensão efectiva média.

**SYNOPSIS** – This paper comprises an analysis of the observed behavior of soil at very small strains. The contact model of perfect spheres is used to capture physical meaning on the macroscopic behavior of soil. Semi-empirical relationships are used to define the lower and the upper bound values for the initial shear modulus of soil as a function of the void ratio and the mean effective stress.

## 1 - INTRODUÇÃO

No estado actual do conhecimento, é bem reconhecida a grande importância da caracterização dos solos no domínio das muito pequenas deformações, isto é, para valores da deformação da ordem de  $10^{-6}$ . Neste domínio das muito pequenas deformações, o solo apresenta um comportamento quase elástico e linear, sendo o módulo de distorção correspondente, denominado por módulo de distorção máximo ou inicial e representado por  $G_{máx}$  ou  $G_0$ .

É de salientar, que neste domínio das muito pequenas deformações, a rigidez do solo não é afectada pelo carácter monotónico ou cíclico das acções, pois não se verifica praticamente alteração da rigidez em ciclos repetidos de carga-descarga e os efeitos da frequência de excitação e da taxa de deformação também são desprezáveis. Assim, os ensinamentos a recolher dos estudos de caracterização dos solos neste domínio exibem um potencial de aplicação bastante vasto na engenharia geotécnica.

O módulo de distorção inicial  $G_0$  constitui um parâmetro fundamental que caracteriza o estado do solo e está intimamente ligado à estrutura ou à “fábrica” do material.

---

\* Professor Auxiliar do Instituto Superior Técnico

\*\* Professor Associado com Agregação do Instituto Superior Técnico

## 2 - TEORIA DE HERTZ APLICADA AO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DOS SOLOS NO DOMÍNIO DAS MUITO PEQUENAS DEFORMAÇÕES

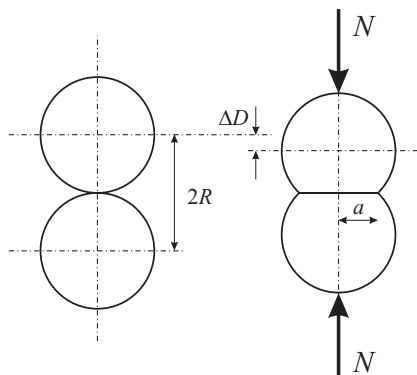
Os modelos que consideram por hipótese o solo como um meio contínuo têm sido utilizados para resolver grande parte dos problemas práticos e para interpretar o comportamento macroscópico em termos de tensão deformação. Porém, estes modelos não conseguem proporcionar a explicação física do comportamento observado de um solo, que é, na verdade, um meio discreto constituído por partículas.

O comportamento macroscópico de um meio discreto é controlado pela interacção entre as partículas e é fortemente afectado pela presença de um fluido nos poros. Se as partículas tiverem dimensões apreciáveis, então prevalecem as forças mecânicas de natureza Newtoniana, caso contrário, isto é, se as partículas tiverem dimensões reduzidas, então há que ter em conta as forças de natureza eléctrica existentes na matéria.

Enquanto que no domínio das médias a grandes deformações o comportamento do solo é caracterizado por alterações sucessivas da sua estrutura, no domínio das muito pequenas deformações não ocorre alteração da “fábrica” inicial. Nestas condições, a deformação macroscópica do solo resulta da deformação das próprias partículas constituintes.

Dentro desta linha de investigação, o modelo de esferas uniformes desenvolvido por Hertz, tem servido para a compreensão de alguns aspectos fundamentais do comportamento dos solos granulares no domínio das muito pequenas deformações.

Hertz (em 1881) analisou o comportamento não linear de um conjunto de esferas uniformes, de raio  $R$ , constituídas por material elástico e linear (com módulo de elasticidade  $E_e$  e coeficiente de Poisson  $\nu_e$ ), sujeitas a uma força normal  $N$  nos contactos. Este comportamento não linear deve-se à variação da área de contacto entre as esferas, como mostra a Fig. 1.



**Fig. 1** - Duas esferas uniformes sujeitas a uma força normal  $N$ .

É possível demonstrar-se que o raio da superfície de contacto entre as esferas,  $a$ , e o deslocamento relativo entre o centro das esferas,  $\Delta D$ , variam com a força,  $N$ , de acordo com as equações seguintes:

$$a = \left( \frac{3}{4} \frac{1 - \nu_e^2}{E_e} R \right)^{1/3} N^{1/3} \quad (1)$$

$$\Delta D = 2 \left( \frac{3}{4\sqrt{R}} \frac{1 - \nu_e^2}{E_e} \right)^{2/3} N^{2/3} \quad (2)$$

Posteriormente, Biarez (1962) com base na teoria de Hertz deduziu para o conjunto de esferas, assimilando-o a um meio elástico contínuo, o valor do módulo de deformabilidade volumétrica,  $K$ , em função dos parâmetros elásticos, do arranjo das esferas e da tensão isotrópica aplicada:

$$K = \frac{3}{2} (1 - 2\nu) \zeta^{2/3} p^{1/3} = \frac{3}{2} (1 - 2\nu) \left[ \frac{4E_e}{3(1 - \nu_e^2) f(e)} \right]^{2/3} p^{1/3} \quad (3)$$

em que  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do meio elástico contínuo,  $\zeta$  é um factor dependente das parâmetros elásticos das esferas ( $\nu_e$  e  $E_e$ ) e do seu arranjo,  $p$  é a tensão isotrópica aplicada e  $f(e)$  é uma função dependente apenas do índice de vazios.

A equação anterior evidencia claramente o comportamento não linear do conjunto de esferas, variando o módulo  $K$  com a tensão isotrópica elevada ao expoente  $n=1/3$ .

Biarez e Hicher (1994) analisaram vários arranjos possíveis das esferas, deduzindo para o índice de vazios e para a função  $f(e)$  os valores que se apresentam no Quadro 1:

**Quadro 1** – Índices físicos para diferentes arranjos das esferas (Biarez e Hicher, 1994).

Arranjo	Tetraédrico	Cúbico	Octaédrico	Dodecaédrico
Número de contactos	4	6	8	12
Índice de vazios $e$	1,95	0,91	0,47	0,35
$f(e)$	$16/\sqrt{3}$	4	$4/\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$

Admitindo que o valor do coeficiente de Poisson do meio contínuo  $\nu$  se mantém constante para a gama de tensões aplicadas, poder-se-á então deduzir de imediato que o módulo de distorção é igualmente proporcional à tensão isotrópica aplicada elevada ao expoente  $n=1/3$ , para este conjunto idealizado constituído por esferas uniformes, ou seja:

$$G \propto f(e)^{-2/3} p^{1/3} \quad (4)$$

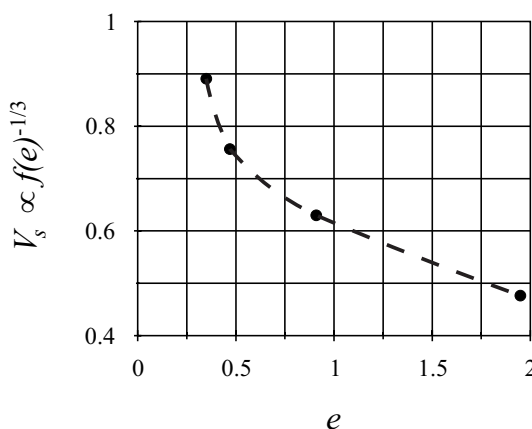
Fixando o valor da tensão isotrópica  $p$  e atendendo a que a velocidade de propagação da onda de corte  $V_s$  é proporcional à raiz quadrada do módulo  $G$ , pode-se deduzir facilmente a relação entre a velocidade de propagação da onda de corte e o índice de vazios do conjunto de esferas, a qual é traduzida no gráfico na Fig. 2.

À primeira vista, a Fig. 2 parece contradizer a ideia há muito generalizada e consensual de que, para um determinado solo, a velocidade de propagação da onda de corte varia linearmente com o índice de vazios, isto é:

$$V_s = C(B - e) \quad (5)$$

em que  $C$  e  $B$  são constantes dependentes da natureza e da estrutura do solo.

Esta relação linear foi obtida via experimental por Hardin e Richart (1963), com base em ensaios de coluna ressonante, realizados sobre a areia Ottawa.



**Fig. 2** -  $V_s$  versus  $e$  para diversos arranjos de esferas uniformes.

Convém, então, esclarecer qual a razão desta aparente contradição.

Em primeiro lugar, faz-se notar, que o solo é constituído por um conjunto bem mais complexo de partículas com diferentes tamanhos e diferentes formas. As partículas de menores dimensões tendem a ocupar os vazios deixados pelas partículas de maiores dimensões conseguindo assim uma maior compacidade, ou um índice de vazios mais baixo, comparado com o conjunto de esferas uniformes. Porém, por outro lado, o facto de as partículas terem formas diferentes e irregulares, há a tendência de dificultar um arranjo mais compacto do conjunto. A acção combinada destes dois efeitos resulta que para os solos “reais”, a gama possível de índice de vazios não difere muito dos valores apresentados no Quadro 1, para o conjunto de esferas uniformes.

No entanto, para um determinado solo, a diferença entre o índice de vazios máximo ( $e_{máx}$ ) e mínimo ( $e_{mín}$ ) é consideravelmente inferior à totalidade da escala indicada no Quadro 1. Por outras palavras, para um determinado solo “real”, os valores possíveis do índice de vazios restringem-se a uma faixa bastante mais apertada e por isso, não é de estranhar que dentro desta gama possível de valores, se possa considerar com razoável aproximação uma variação linear entre a velocidade de propagação da onda de corte e o índice de vazios do solo.

Por outro lado, verifica-se experimentalmente que a inclinação da recta, ou seja, o parâmetro  $C$  toma valores mais elevados nos solos granulares do que nos solos argilosos o que confirma o andamento da curva representada na Fig. 2.

O Quadro 2 proporciona uma ideia geral dos valores para o parâmetro  $B$ , consoante a natureza do solo.

**Quadro 2** – Valores típicos do parâmetro  $B$  em função do tipo de solo (Hosri, 1984).

Tipo de solo	Gama de índice de vazios	Parâmetro $B$
Areias, areias siltosas ou siltes argilosos, argilas duras ou rijas	$0,4 < e < 0,9$	1,69
Siltes argilosos, argilas duras, areias siltosas	$0,8 < e < 1,4$	2,97
Argilas de consistência média ou moles	$1,1 < e < 2,2$	4,60
Argilas muito moles	$e > 2,0$	7,32

### 3 - PRINCIPAIS FACTORES QUE AFECTAM O MÓDULO $G_0$

Muitos estudos foram desenvolvidos para identificar o efeito de diversos factores sobre o módulo  $G_0$  (Barros, 1997). Apenas alguns daqueles factores são considerados como muito importantes para a estimativa do módulo de distorção inicial  $G_0$  sendo de destacar os seguintes: tensão principal efectiva na direcção da propagação da onda; tensão principal efectiva na direcção da vibração da partícula; índice de vazios; anisotropia estrutural; grau de saturação (particularmente em argilas e siltes) e cimentação (natural ou artificial). Alguns destes factores serão discutidos com mais pormenor seguidamente.

#### 3.1 - Efeito da tensão normal

Hardin e Richart (1963) foram os primeiros a estudar em laboratório, através do ensaio de coluna ressonante, a influência de vários factores na velocidade de propagação da onda de corte,  $V_s$ , em areias. Utilizaram dois tipos de areia: a areia Ottawa de grãos arredondados e uma outra areia moída com grãos de quartzo angulares. Os ensaios realizados mostraram que a tensão efectiva de confinamento e o índice de vazios do solo são os parâmetros com maior influência na velocidade de propagação da onda de corte. Os autores verificaram que, para um determinado nível de tensão de confinamento, a velocidade  $V_s$  decresce linearmente com o índice de vazios e não depende da compactidade relativa do solo.

O outro parâmetro influente é, sem dúvida, a tensão efectiva de confinamento, cujo efeito no módulo é fácil de perceber à luz da teoria de Hertz apresentada anteriormente no ponto 2. Hardin e Richart (1963) verificaram que o módulo de distorção das areias ensaiadas variava com a tensão efectiva média elevada ao expoente  $n=0,5$ .

Estas constatações conduziram à formulação de relações semi-empíricas da forma:

$$V_s = C(B - e)\sigma_0'^{n/2} \quad (6)$$

entre a velocidade de propagação da onda de corte e o índice de vazios.

Atendendo a que a massa volúmica do solo é igual a:

$$\rho = \frac{\gamma_s}{g} \frac{1}{1+e} \quad (7)$$

em que  $\gamma_s$  é o peso volúmico das partículas sólidas e  $g$  a aceleração da gravidade.

Tendo ainda em consideração a relação existente entre o módulo de distorção e a velocidade de propagação da onda de corte tem-se:

$$G_0 = \rho V_s^2 = \frac{\gamma_s}{g} \frac{1}{1+e} C^2 (B-e)^2 \sigma_0'^n \quad (8)$$

ou melhor,

$$G_0 = A \frac{(B-e)^2}{1+e} \sigma_0'^n \quad (9)$$

sendo  $A$  e  $B$  duas constantes a determinar por via experimental.

Os novos desenvolvimentos nesta matéria vieram a mostrar que correctamente o módulo  $G_0$  não deveria ser expresso em função da tensão efectiva média, mas sim em função de duas componentes individuais de tensão: a tensão normal  $\sigma'_a$  na direcção da propagação da onda e a tensão normal  $\sigma'_b$  na direcção do movimento da partícula (Roesler 1979, Stokoe 1985, Bellotti et al. 1996 e Fioravante et al. 1998). Estes estudos vieram sugerir que o módulo  $G_0$  seja expresso pela equação seguinte:

$$G_0 = AF(e) p_a^{1-n} (\sigma'_a \sigma'_b)^{n/2} \quad (10)$$

em que  $A$  é uma constante dependente da estrutura do solo e  $F(e)$  uma função dependente apenas do índice de vazios.

Embora a equação (10) mostre claramente que o módulo não depende da terceira tensão efectiva,  $\sigma'_c$ , verifica-se curiosamente que as diferenças que se obtêm considerando a tensão efectiva média,  $\sigma'_o$ , ou a influência separada das componentes individuais de tensão normal são reduzidas. Santos (1999) admitindo valores de  $K_0$  entre 1/3 e 3 (sendo  $K_0$  a relação entre a tensão efectiva horizontal e a tensão efectiva vertical) concluiu que as diferenças acentuam-se à medida que se aumenta o valor de  $K_0$  verificando-se, no entanto, que mesmo para  $K_0=3$  o desvio entre as duas formulações é de apenas 16%. Assim, do ponto de vista prático, e por razões de maior simplicidade, parece justificável manter-se a utilização da tensão efectiva média para o cálculo do módulo de distorção inicial.

A equação (10) está também formalmente de acordo com os resultados experimentais obtidos em ensaios de compressão triaxial onde se verifica que o módulo  $E_0$  depende apenas da tensão efectiva vertical (Taksuoka et al., 1997). Note-se que, neste ensaio, quer a propagação das ondas de compressão, quer o movimento das partículas se processam na direcção vertical.

Quanto ao expoente  $n$ , o seu valor pode indicar o tipo de contacto entre as partículas. Assim,  $n=1/3$  corresponde a contactos do tipo esfera-esfera (vide teoria de Hertz no ponto 2), enquanto que  $n=1/2$  é indicativo de contactos do tipo cone-plano (Cascante e Santamarina, 1996). De referir, que estes valores pressupõem “fábrica” constante ao longo do tempo. É possível mostrar, através da teoria de contacto de esferas uniformes com comportamento visco-plástico que o expoente  $n$  toma o valor de 0,5 (Santamarina et al., 2001).

Os resultados experimentais em solos naturais mostram que o expoente  $n$  varia entre aqueles valores, podendo-se tomar para os solos argilosos o valor de 0,5. Relativamente aos solos granulares verifica-se uma certa tendência de aumento do expoente  $n$  com o coeficiente

de uniformidade  $C_u$ . Para as areias o expoente  $n$  pode tomar valores ligeiramente inferiores a 0,5, mas do ponto de vista prático é aceitável utilizar-se aquele valor (Lo-Presti, 1998). Para o caso dos cascalhos constata-se uma forte relação entre o expoente  $n$  e o coeficiente de uniformidade, podendo  $n$  tomar valores superiores a 0,5 (Gomes Correia et al., 2001).

Os investigadores italianos foram os primeiros a propor a substituição da função de índice de vazios  $F(e)=(B-e)^2/(1+e)$  por uma do tipo  $F(e)=e^{-x}$ . Esta última apresenta a vantagem de ser mais simples e o expoente  $x$  varia dentro de uma gama bem mais restrita de valores. Lo-Presti (1998) com base em ensaios de coluna ressonante e de ensaios de torção com medições locais, obteve para as areias *Toyoura* e *Quiou* o expoente  $x=1,3$ . Jamiolkowski (1998) reunindo um conjunto de resultados laboratoriais efectuados em diversos tipos de solos verificou que aquele expoente  $x$  varia entre 0,9 e 1,5.

Esta sugestão de índole empírica, pode ser mais bem fundamentada do ponto de vista microestrutural recorrendo novamente ao modelo de Hertz. É possível demonstrar, para um conjunto de esferas uniformes, que a função de índice de vazios  $F(e)=f(e)^{-2/3} \cong e^{-0,7}$ , conforme mostra a Fig. 3 (Santos,1999).

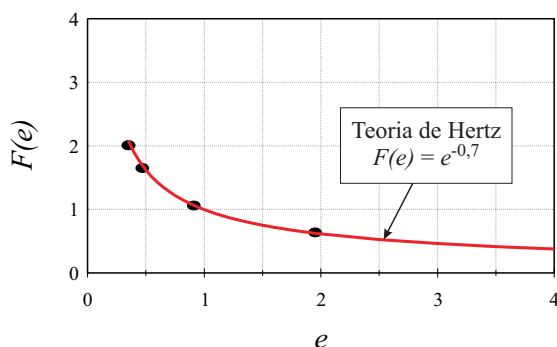


Fig. 3 –  $F(e)$  para vários arranjos de esferas uniformes.

### 3.2 Efeito da sobreconsolidação

Hardin e Black (1969) analisaram a influência da sobreconsolidação no módulo  $G_0$  e verificaram que o seu efeito era particularmente importante nos solos de maior plasticidade. Propuseram a introdução de um factor adicional dependente do grau de sobreconsolidação  $OCR$ , ou seja, a equação (9) transforma-se na seguinte:

$$G_0 = A \frac{(B - e)^2}{1 + e} OCR^k \sigma_0'^n \quad (11)$$

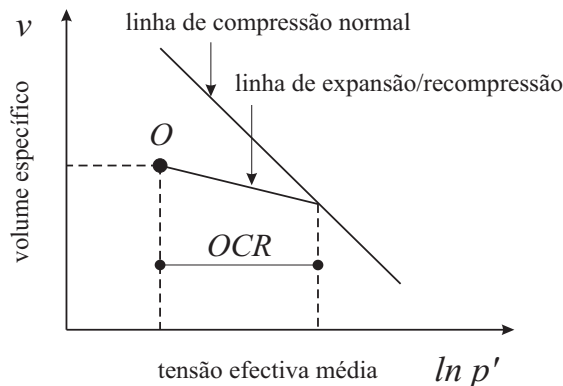
em que  $k$  é um coeficiente dependente do índice de plasticidade do solo.

A equação (11) suscita algumas dúvidas acerca da sua validade. De facto, se o parâmetro  $OCR$  for definido como sendo a razão entre a tensão efectiva correspondente ao ponto de intersecção da linha de expansão-recompressão com a linha intrínseca de compressão normal (Fig. 4) e a tensão efectiva actual, então o estado em  $O$  pode ser definido por apenas dois dos parâmetros seguintes:  $v=1+e$ ,  $p'$  e  $OCR$  (Viggiani e Atkinson, 1995; Atkinson, 2000).

À luz da teoria dos estados críticos, apenas dois dos parâmetros seriam independentes e suficientes para caracterizar o estado do material contrapondo, portanto, a proposta de Hardin e

Black (1969). Chama-se a atenção, que para o caso dos solos argilosos, a sobreconsolidação devida à consolidação secundária pode afectar de forma significativa o módulo  $G_0$  (Santos, 1999), dificultando assim a própria interpretação dos resultados experimentais.

A influência da sobreconsolidação não está suficientemente esclarecida e carece de mais estudos de investigação, principalmente no domínio microestrutural.



**Fig. 4** – Parâmetros de estado.

### 3.3 – Efeito da anisotropia estrutural

Os solos na natureza exibem, em geral, anisotropia estrutural devida à sua génese. A velocidade de propagação da onda de corte (e portanto, a rigidez) depende da direcção da propagação da onda e da direcção do movimento das partículas. Definem-se, habitualmente, diversas velocidades da onda de corte ou módulos  $G_0$  para caracterizar a anisotropia do solo:

$G_{0vh}$  – propagação na direcção vertical com as partículas a oscilarem na direcção horizontal;

$G_{0hv}$  – propagação na direcção horizontal com as partículas a oscilarem na direcção vertical;

$G_{0hh}$  – propagação na direcção horizontal com as partículas a oscilarem na direcção horizontal.

Para os solos com isotropia transversal e eixo de simetria vertical observa-se que a rigidez ao corte no plano horizontal é, em geral, superior à rigidez no plano vertical, isto é,  $G_{0hh} > G_{0vh}$ . Se a camada for homogénea ter-se-ia ainda  $G_{0vh} = G_{0hv}$ , mas na prática registam-se, geralmente, valores diferentes que podem ser justificados pela estratificação do terreno.

A consideração da anisotropia, mesmo em elasticidade, complica as análises e exige meios de caracterização *in situ* e em laboratório capazes de medir a velocidade de propagação das ondas em diversas direcções. Caso se assume para o solo um comportamento isotrópico, a aferição da rigidez do solo deverá ser efectuada tendo em conta a direcção predominante do carregamento ou da deformação induzida pela estrutura que se pretende dimensionar.



#### 4 - RELAÇÕES SEMI-EMPÍRICAS DE $G_0$ PARA EFEITOS DE ENGENHARIA

Nos pontos anteriores fez-se a descrição dos principais factores que afectam o módulo  $G_0$ . Existem na bibliografia diversas relações semi-empíricas que permitem quantificar o módulo  $G_0$  para diferentes tipos de solos, assumindo por hipótese comportamento isotrópico.

São apresentadas no Quadro 3, as relações consideradas mais relevantes, incluindo algumas propostas encontradas na literatura para cascalhos, e ainda os resultados experimentais de diversos solos ensaiados no Instituto Superior Técnico, recorrendo ao ensaio de coluna ressonante (Santos, 1999). Estas relações são representadas graficamente na Fig. 5, tendo em conta a gama de variação do índice de vazios, para a qual foi testado cada um dos solos.

A observação do andamento das curvas sugeriu a ideia de definir uma relação geral para os solos, em que se considera o módulo  $G_0$  a variar com o índice de vazios, este elevado a um determinado expoente negativo.

Tentou-se deste modo, traçar duas linhas envolventes (Fig. 5), correspondentes aproximadamente aos limites superior e inferior das relações semi-empíricas apresentadas e os resultados obtidos foram:

$$\text{limitesuperior : } G_0 = 8000e^{-1.1\sigma'_0{}^{0.5}} \quad (12)$$

$$\text{limiteinferior : } G_0 = 4000e^{-1.3\sigma'_0{}^{0.5}} \quad (13)$$

Representa-se na Fig. 5 a variação do módulo de distorção inicial com o índice de vazios para a tensão efectiva média de 100kPa. Comparações semelhantes podem ser feitas para outros níveis de tensão.

Da análise da Fig. 5, pode verificar-se como os resultados experimentais se inserem relativamente bem dentro do fuso proposto pelas equações (12) e (13). Apenas dois casos de estudo se afastam ligeiramente do fuso: i) Kokusho e Esashi (1981) citado por Ishihara (1996) - rocha esmagada com elementos extremamente angulosos ii) Marcuson e Wahls (1972) - bentonite artificialmente preparada em laboratório.

Salienta-se que, os limites propostos, embora aproximados, baseiam-se num conjunto muito vasto de resultados seleccionados de diferentes tipos de ensaios (sísmicos, coluna ressonante, torção cíclica e triaxial com medições locais) realizados sobre diversos tipos de solos, garantindo assim uma certa credibilidade quanto às equações propostas.

Esta contribuição aplicável a solos naturais não cimentados e a solos reconstituídos em laboratório, revela-se de grande interesse prático, por duas razões: por um lado, permite na ausência de ensaios específicos, atribuir valores plausíveis do módulo  $G_0$  em função do índice de vazios do solo e da tensão efectiva média e, por outro, permite aferir de uma forma simples se os resultados obtidos para um determinado solo estão ou não dentro do intervalo dos valores expectáveis.

Para o caso dos cascalhos dado que existe uma forte relação entre o expoente  $n$  e o coeficiente de uniformidade (com valores de  $n$  superiores a 0,5), pode não ser apropriada a aplicação dos limites propostos para estes solos.

**Quadro 3 -** Relações semi-empíricas  $G_0 = AF(e)\sigma_0'^n$  (kPa).

Referência	Solo	$\gamma$	A	B	n	Ensaio
Areias						
1- Hardin e Richart (1963)	Areia de Ottawa $e=0,37$ a $0,79$ , $\sigma_0' = 24$ a $287$ kPa	$3 \times 10^{-5}$	6900	2.17	0,5	CR
2- Hardin e Richart (1963)	Areia moída $e=0,63$ a $1.27$ , $\sigma_0' = 24$ a $287$ kPa	$3 \times 10^{-5}$	3230	2.97	0,5	CR
3 - Iwasaki e Taksuoka (1977)	Vários tipos de areias limpas $e=0,55$ a $0,88$ , $\sigma_0' = 20$ a $400$ kPa	$10^{-6}$	14100	2.17	0,4	CR
4 – Santos (1999)	Areia argilosa da fundação do pavimento do aeroporto de Lisboa finos = 41%, $IP=9\%$ , $D_{50}=0,13$ mm, $e=0,57$ , $\sigma_0' = 50$ a $200$ kPa	$5 \times 10^{-6}$	5000	2.41	0,5	CR
5 – Santos (1999)	Areia (aterro – Oceanário da Expo'98) $D_{50}=0,65$ mm, $Cu=2.4$ $e=0,59$ a $0,74$ , $\sigma_0' = 50$ a $100$ kPa	$5 \times 10^{-6}$	9000	2.17	0,5	CR
Argilas						
6 - Hardin e Black (1969)	Argilas de baixa plasticidade $e=0,6$ a $1.5$ , $\sigma_0' = 240$ a $700$ kPa	$4 \times 10^{-5}$	3230	2.97	0,5	CR
7 - Marcuson e Wahls (1972)	Caulinite $IP=35\%$ , $e=1.1$ a $1.3$ , $\sigma_0' = 70$ a $550$ kPa	$5 \times 10^{-5}$	4500	2.97	0,5	CR
8 - Marcuson e Wahls (1972)	Bentonite $IP=60\%$ , $e=1.8$ a $2.4$ , $\sigma_0' = 70$ a $550$ kPa	$5 \times 10^{-5}$	450	4.4	0,5	CR
9 - Kokusho et al. (1982)	Argila aluvionar $IP=40$ a $85\%$ , $e=1.4$ a $4$ , $\sigma_0' = 20$ a $500$ kPa	$10^{-5}$ $10^{-6}$	141	7.32	0,6	TRC
10 - Santos (1999)	Turfas $e=4$ a $5$ , $\sigma_0' = 50$ a $70$ kPa	$5 \times 10^{-6}$	350	9	0,5	CR
11 - Santos (1999)	Argila siltosa (Stª Iria de Azóia) $IP=40$ a $42\%$ , $e=1.32$ a $2$ , $\sigma_0' = 20$ a $200$ kPa	$5 \times 10^{-6}$	520	5	0,5	CR
Casalhos (Ishihara, 1996)						
12 – Prange (1981)	Balastro $D_{50}=40$ mm, $Cu=3$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	7230	2.97	0,38	CR
13 – Kokusho e Esashi (1981)	Rocha esmagada $D_{50}=30$ mm, $Cu=10$ , $e=0,39$ a $0,58$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	13000	2.17	0,55	TRC
14 – Kokusho e Esashi (1981)	Cascalho rolado $D_{50}=10$ mm, $Cu=20$ , $e=0,32$ a $0,43$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	8400	2.17	0,6	TRC
15 - Nishio et al. (1985)	Cascalho $D_{50}=10,7$ mm, $Cu=13,8$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	9360	2.17	0,44	TRC
16 – Tanaka et al (1987)	Cascalho $D_{50}=10$ mm, $Cu=20$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	3080	2.17	0,6	TRC
17 - Goto et al. (1987)	Cascalho $D_{50}=2$ mm, $Cu=10$	$10^{-5}$ $10^{-6}$	1200	2.17	0,85	TRC
CR – Ensaio de coluna ressonante, TRC – Ensaio triaxial cíclico, $\gamma$ – distorção, $Cu$ – coeficiente de uniformidade, $D_{50}$ – diâmetro equivalente a 50% de material acumulado que passa, $IP$ – índice de plasticidade						

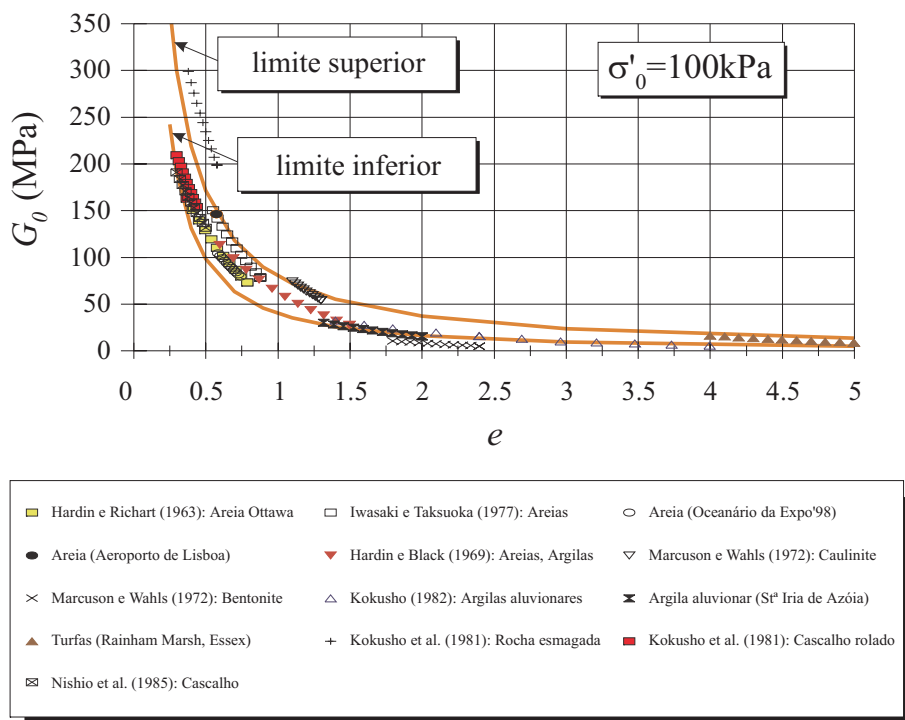


Fig. 5 – Relações  $G_0$ - $e$  para  $\sigma'_0 = 100 \text{ kPa}$ .

## 5 – CONCLUSÕES

Este estudo aborda os principais factores que afectam a rigidez do solo no domínio das muito pequenas deformações.

São propostas relações semi-empíricas que definem os limites inferior e superior do módulo de distorção inicial em função do índice de vazios e da tensão efectiva média. Estes limites foram estabelecidos com base num trabalho de síntese de muitas contribuições de índole experimental. Além disso, procurou-se também encontrar a explicação física das equações propostas, com base na teoria de contacto de esferas uniformes.

Os limites propostos embora aproximados basearam-se num conjunto muito vasto de resultados seleccionados de diferentes tipos de ensaios (sísmicos, coluna ressonante, torção cíclica e triaxial com medições locais) realizados sobre diversos tipos de solos, garantindo assim uma certa credibilidade quanto às equações propostas e a sua utilidade para efeitos práticos de engenharia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atkinson, J. H. *Non-linear soil stiffness in routine design*. Géotechnique 50, No. 5, 487-508, 2000.

- Barros, J. M. C. *Módulo de distorção dinâmico de solos tropicais*. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1997.
- Bellotti, R.; Jamiolkowski, M.; Lo Presti, D. C. F. e O'Neill D. A. *Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand*. *Géotechnique* 46, no. 1, pp. 115-131, 1996.
- Biarez, J. e Hicher, P-Y. *Elementary Mechanics of Soil Behaviour*. Saturated Remoulded Soils. A. A. Balkema, Rotterdam, 1994.
- Cascante, G. e Santamarina, J. C. *Interparticle contact behavior and wave propagation*. *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 122, no. 10, pp. 831-839, 1996.
- Fioravante, V.; Fretti, C.; Jamiolkowski, M.; Lo Presti, D. C. F. e Pedroni, S. *Anisotropy of elastic stiffness in Kenya sand*. Seminar on Identification of Soil Properties for Geotechnical Design, Lisboa, Portugal, paper no. 5, 1998.
- Hardin, B. O. e Black, W. L. *Closure to vibration modulus of normally consolidated clays*. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, vol. 95, no. SM6, pp. 1531-1537, 1969.
- Hardin, B. O. e Richart, F. E. Jr. *Elastic wave velocities in granular soils*. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, vol. 89, no. SM1, pp. 33-65, 1963.
- Hosri, M. S. *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux*. These de Doctorat D'Etat ès Sciences Physiques, L'Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1984.
- Ishihara, K. *Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics*. Oxford Engineering Science Series. Oxford University Press, 1996.
- Iwasaki, T. e Taksuoka, F. *Effects of Grain size and grading on dynamic shear moduli of sands*. *Soils and Foundations*, vol. 17, no. 3, pp. 19-35, 1977.
- Jamiolkowski, M. *Small strain stiffness of soil*. Seminar on Identification of Soil Properties for Geotechnical Design, IST, Lisbon, Portugal, 1998.
- Kokusho, T.; Yoshida, Y e Yasuyuki, E. *Dynamic properties of soft clay for wide strain range*. *Soils and Foundations, JSSMFE*, vol. 22, n. 4, pp. 1-18, 1982.
- Lo-Presti, D. *Shear modulus and damping of soils*. Seminar on Identification of Soil Properties for Geotechnical Design, IST, Lisbon, Portugal, 1998.
- Marcuson, W. F. III e Wahls, H. E. *Time effects on dynamic shear modulus of clays*. *JGED, ASCE*, vol. 98, no. SM12, pp. 1359-1373, 1972.
- Roesler, S. *Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy*. *JGED, ASCE*, vol. 105, n. GT7, Jul., pp. 871-880, 1979.
- Santamarina, J. C.; Klein, K. A. e Fam, M. A. *Soils and Waves*. John Wiley & Sons, 2001.
- Santos, J. A. Caracterização de solos através de ensaios dinâmicos e cíclicos de torção. Aplicação ao estudo do comportamento de estacas sob acções horizontais estáticas e dinâmicas. Dissertação submetida ao Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil, 1999.
- Santos, J. A. e Gomes Correia, A. *Reference threshold shear strain of soil. Its application to obtain an unique strain-dependent shear modulus curve for soil*. XV International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istanbul, Turkey, 2001.
- Stokoe, K.H. II; Lee, S.H.H. e Knox, D.P. *Shear moduli measurements under the triaxial stresses*. *Advances in the Art of Testing Soil Under Cyclic Loading Conditions, ASCE*, pp. 166-185, 1985.
- Tatsuoka, F.; Jardine, R. J.; Lo-Presti, D.; Di Benedetto, H. e Kodaka, T. *Characterising the pre-failure deformation properties of geomaterials*. XIV ICSMFE in Hamburg, Theme Lecture, 1997.
- Viggiani, G. e Atkinson, J. H. *Stiffness of fine-grained soil at very small strains*. *Géotechnique* 45, No. 2, 249-265, 1995.