DISTORÇÃO LIMITE DE REFERÊNCIA. SUA UTILIDADE PARA O ESTABELECIMENTO DE UMA CURVA ÚNICA DE DEGRADAÇÃO DO MÓDULO DE DISTORÇÃO DO SOLO - 2ª PARTE

Reference threshold shear strain. Its application to obtain an unique strain-dependent shear modulus curve for soil

Jaime A. Santos^{*} António Gomes Correia^{**}

RESUMO – O objectivo do trabalho é o de investigar a degradação do módulo de distorção do solo. O estudo baseia-se num parâmetro chave denominado distorção limite de referência. Este parâmetro é definido como sendo a distorção correspondente a uma relação de $G/G_0=0,7$, em que G_0 é o módulo de distorção no domínio das muito pequenas distorções e G o módulo de distorção secante. Discute-se a influência de alguns importantes factores na distorção limite de referência. Com base numa metodologia de normalização proposta é possível definir relações unificadas que permitem estimar a degradação do módulo de distorção do solo.

SYNOPSIS – The purpose of this paper is to investigate the shear modulus degradation of soil. The study is based on a key parameter called reference threshold shear strain. This parameter is defined as the shear strain for a stiffness degradation factor of $G/G_0=0,7$, in which G_0 is the very small strains shear modulus and *G* the secant shear modulus. The influence of some important factors on the reference threshold shear strain is discussed in this paper. Based on a proposed normalisation methodology it is possible to define some unified relationships that allow the assessment of shear modulus degradation of soil.

1- INTRODUÇÃO

A análise do comportamento dos solos em termos de tensão deformação constitui um dos problemas mais relevantes na engenharia geotécnica. Em certos casos práticos, a resposta do solo pode ser descrita simplificadamente através de modelos unidimensionais. Nestas condições, o comportamento não linear do solo pode ser traduzido de uma forma expedita através do seu módulo de rigidez secante. A rigidez do solo pode ser afectada por múltiplos factores: história de tensões, estado actual, taxa de deformação, mas principalmente pela deformação sofrida.

Para um determinado solo, a curva de redução relativa do módulo G/G_0 com a distorção γ apresenta o andamento habitual do da Fig. 1. No domínio das muito pequenas distorções ($\gamma \leq \gamma_t^e$, sendo γ_t^e a distorção linear limite) o solo apresenta um comportamento quase elástico e linear (caracterizado por valores reduzidos do coeficiente de amortecimento ξ), sendo o módulo correspondente, designado por módulo de distorção máximo ou inicial e representado por $G_{máx}$ ou G_0 (Fig. 1). O módulo secante G decresce com o aumento da distorção.

^{*} Professor Auxiliar do Instituto Superior Técnico

^{**} Professor Associado com Agregação do Instituto Superior Técnico



Fig. 1 – Comportamento do solo sob tensão de corte cíclica (adaptado de Vucetic, 1994).

2 - CURVA NORMALIZADA DE REDUÇÃO DA RIGIDEZ COM A DEFORMAÇÃO

A redução relativa do módulo com a distorção é melhor observada num gráfico da relação G/G_0 em função da distorção. Esta forma de representação é muito conveniente para comparar curvas de diversos solos ou do mesmo solo sob diversas condições. É também conveniente na análise dos factores que afectam o módulo de distorção, já que factores que influenciam da mesma forma tanto G_0 como G não terão nenhum efeito na relação G/G_0 . Além disso, esta forma de representação está associada com a prática muito comum de combinar o módulo de distorção inicial determinado *in situ* com a curva de redução do módulo obtida em laboratório. O módulo para um dado nível de distorção é calculado da curva G/G_0 - γ , mas usando o valor de $(G_0)_f$ obtido nos ensaios *in situ*.

Taksuoka (1991) propôs assim, o método indicado na Fig. 2, o qual consiste em:

- 1. *in situ*: obter o valor de $(G_0)_f$ com base em ensaios sísmicos e valores de G para níveis de distorção entre 0,1 e 1%, através de ensaios pressiométricos ou ensaios de placa.
- em laboratório: realizar ensaios que permitam obter a dependência do módulo com a distorção, varrendo a gama completa de distorções: (G/G₀)_{lab}.
- Combinando os resultados obtidos nos dois pontos anteriores, estima-se a variação da rigidez do solo *in situ* com o nível de distorção.



Fig. 2 – Estimativa da rigidez do solo *in situ* (Taksuoka, 1991).

3 - CURVA DE REDUÇÃO DA RIGIDEZ COM A DEFORMAÇÃO

Em laboratório, sob condições de deformação perfeitamente controladas, estão reunidas as condições ideais para analisar a dependência da rigidez com a deformação.

As curvas G/G_0 - γ têm sido amplamente estudadas por muitos investigadores. Os estudos têm origem nos trabalhos de caracterização dinâmica dos solos recorrendo ao ensaio de coluna ressonante, que se baseia na teoria de propagação das ondas. O avanço das técnicas de medição local através de LDT (*local deformation transducer*) ou LVDT (*linear variable differential transducer*) submersíveis tornou possível a medição precisa das deformações desde valores muito reduzidos, inferiores a 10⁻⁵, até aos estados de pico ou estados últimos. Estes avanços significativos abriram um leque de possibilidades para a caracterização dos solos sob carregamentos estáticos e em estados de tensão generalizados.

Muitos investigadores estudaram os factores que afectam o andamento das curvas G/G_0 - γ e identificaram, via experimental e empírica, que os de maior interesse são: o índice de plasticidade do solo *IP* e a tensão efectiva normal média σ'_0 . Seed et al. (1970 e 1986) foram dos primeiros a estudar a degradação da rigidez com a distorção nas areias, tendo verificado que para os casos estudados (com $\sigma'_0 \ge 50$ kPa), as curvas G/G_0 se situavam dentro de um fuso relativamente apertado. Porém, aqueles autores não analisaram o comportamento das areias para tensões mais baixas. Citam-se assim, outras investigações realizadas, tendo em consideração aqueles dois efeitos: Khouri (1984), Shibata e Soelarno (1975) e Iwasaki et al. (1978) para areias, e Sun et al. (1988) e Vucetic e Dobry (1991) para argilas.

Esta última contribuição resulta de um trabalho de síntese e de comparação de resultados de 16 trabalhos independentes merecendo assim, em princípio, uma maior credibilidade. As curvas G/G_0 em função da distorção e do índice de plasticidade (variável entre NP – não plástico e 200%) são apresentadas na Fig. 3 (N é o número de ciclos de carregamento e OCR o grau de sobreconsolidação). Acrescenta-se, no entanto, que a sua aplicação directa deverá ser limitada apenas aos solos de média a alta plasticidade. Há muito que se conhece a importante influência da tensão efectiva média na curva de degradação G/G_0 nos solos de baixa plasticidade, factor este que é omitido por aqueles autores.



Fig. 3 – Curvas G/G_0 - γ (Vucetic, 1994).

Posteriormente, Ishibashi e Zhang (1993), com base na interpretação de um conjunto apreciável de resultados laboratoriais em diferentes tipos de solos, vieram a propor uma lei empírica mais geral, aplicável, quer a argilas, quer a areias, para o cálculo de G/G_0 em função de IP e de σ'_0 :

$$G/G_0 = K(\gamma, IP)(\sigma'_0)^{m(\gamma, IP) - m_o}$$
⁽¹⁾

em que:

$$K(\gamma, IP) = 0.5 \left\{ 1 + tgh \left[ln \left(\frac{0.000102 + n(IP)}{\gamma} \right)^{0.492} \right] \right\}$$
(2)

$$m(\gamma, IP) - m_0 = 0.272 \left\{ 1 - tgh \left[ln \left(\frac{0.000556}{\gamma} \right)^{0.4} \right] \right\} e^{-0.0145IP^{1.3}}$$
(3)

$$n(IP) = \begin{cases} 0.0 & IP = 0 \ (NP) \\ 3,37 \times 10^{-6} \times IP^{1,404} & 0 < IP \le 15 \\ 7,0 \times 10^{-7} \times IP^{1,976} & 15 < IP \le 70 \\ 2,7 \times 10^{-5} \times IP^{1,115} & IP > 70 \end{cases}$$
(4)

A Fig. 4 mostra bem a importância da tensão efectiva média nos solos de baixa plasticidade, enquanto que o seu efeito é praticamente desprezável nos solos de média a alta plasticidade.



Fig. 4 – Influência da tensão efectiva normal média nas curvas G/G_0 - γ para solos com *IP=NP* a 50% (Ishibashi e Zhang, 1993).

4 – DISTORÇÃO LIMITE DE REFERÊNCIA

Para explicar o andamento destas curvas recorre-se ao conceito da distorção limite sem variação volumétrica γ_t^v . Para distorções abaixo daquele valor a degradação da rigidez e o amortecimento do solo assumem proporções reduzidas, atendendo ao facto da não ocorrência de deformações plásticas (Fig. 1). Esta distorção limite depende da história de tensões, do estado actual e principalmente da natureza e da estrutura do solo que são, de certa forma, correlacionáveis com o seu índice de plasticidade. Quanto maior for o *IP* maior será a distorção limite sem variação volumétrica.

Do ponto de vista teórico, seria então, mais lógico comparar o comportamento dos diferentes tipos de solos normalizando a distorção.

Na prática, o valor da distorção limite sem variação volumétrica não é fácil de determinar, pelo que propõe-se a definição de uma distorção limite de referência expressa por:

$$\gamma_{0,7} = \gamma (G/G_0 = 0,7) \tag{5}$$

ou seja, a distorção para a qual a rigidez inicial se reduz a 70%.

٢

O passo seguinte consiste na representação das curvas de degradação de rigidez G/G_0 em função da distorção normalizada:

$$\gamma^* = \gamma / \gamma_{0,7} \tag{6}$$

A Fig. 5 mostra o excelente ajustamento dos valores de G/G_0 em função da distorção normalizada Por outro lado, é possível definir um fuso relativamente apertado para os valores de G/G_0 em função de γ^* . As equações propostas são (Santos, 1999):

limite inferior
$$\begin{cases} 1 \\ 1 - tgh \left[0.48 ln \left(\frac{\gamma^*}{1.9} \right) \right] \\ 2 \end{cases} \qquad para \ \gamma^* \le 10^{-2} \\ para \ \gamma^* > 10^{-2} \end{cases}$$
(7)

limite superior
$$\begin{cases} \frac{1}{1 - tgh\left[0,46\ln\left(\frac{\gamma^* - 0,1}{3,4}\right)\right]} & para \ \gamma^* \le 10^{-1} \\ para \ \gamma^* > 10^{-1} \end{cases}$$
(8)

As curvas anteriores podem ser descritas de uma forma mais expedita recorrendo a uma função hiperbólica (Teachavorasinskun et al. 1991, Gomes Correia et al. 2001) do tipo:

$$G/G_0 = \frac{1}{1 + a \times \gamma^*} \tag{9}$$

Recorrendo a análises de regressão com base no método dos mínimos quadrados, determinou-se o valor do parâmetro *a* que conduz ao melhor ajustamento à linha média do fuso

definido pelas equações (7) e (8). O valor obtido foi a=0,385 e a curva correspondente está indicada na Fig. 6.



Fig. 6 – Curva de degradação da rigidez em função da distorção normalizada.

A validade das curvas apresentadas foi testada com base nos resultados de Vucetic e Dobry (1991) para argilas e Ishibashi e Zhang (1993) para areias (Fig. 5).

Além disso, resultados mais recentes foram utilizados para testar a metodologia proposta.

Santos (1999) com base na aplicação conjugada do ensaio de coluna ressonante (CR) com o ensaio de torção cíclica (TC) analisou o comportamento cíclico da argila aluvionar de St^a Iria de Azóia. Como se pode observar da Fig. 7, os resultados mostram um bom ajustamento ao fuso proposto para os três provetes ensaiados a diferentes tensões de confinamento (50, 100 e 200kPa).

A Fig. 8 mostra a aplicação da metodologia de normalização aos solos lateríticos e saprolíticos do Brasil (Gomes Correia et al., 2001). Não obstante aos diferentes valores da tensão de confinamento, grau de saturação e grau de sobreconsolidação em mais de 60 ensaios de coluna ressonante (Barros, 1997), os resultados revelam um excelente ajustamento após normalização.



Fig. 7 - Curva de degradação da rigidez em função da distorção normalizada. Argila aluvionar de St^a Iria de Azóia.



Fig. 8 - Curva de degradação da rigidez em função da distorção normalizada. Solos tropicais do Brasil.

Talvez seja difícil de acreditar que os resultados se ajustem tão bem às curvas definidas pelas equações (7) e (8) ou equação (9) em termos de valores médios. Na realidade, as curvas de redução da rigidez com a deformação apresentam todas o mesmo andamento qualitativo, conforme mostra a Fig. 3. A partir de um determinado valor da distorção verifica-se uma acentuada redução da rigidez (troço linear da curva $G/G_0 \gamma$ em escala semi-logarítmica).

Com base nesta proposta de normalização são apenas necessários dois parâmetros para a definição do comportamento não linear do solo através do seu módulo secante:

- o modulo de distorção inicial G₀ que define a rigidez do solo para as muito pequenas distorções;
- a distorção limite de referência γ_{0,7} que caracteriza o grau de não linearidade para as médias distorções.

A ideia básica da metodologia descrita está de acordo com a abordagem proposta por Atkinson (2000).

5 – AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS

O módulo de distorção inicial é um parâmetro fundamental que define o estado do solo e está intimamente ligado à estrutura ou à "fábrica" do material. Muitos estudos foram desenvolvidos para identificar o efeito de diversos factores sobre o módulo G_0 e existem na bibliografia um conjunto de relações semi-empíricas para a sua estimativa.

Conforme atrás referido, o significado da distorção limite de referência está intimamente ligado com o conceito da distorção limite sem variação volumétrica γ_t^v .

De acordo com Dobry et al. (1982) as areias exibem valores de γ_t^v próximos de 10^{-4} , enquanto que nas argilas o seu valor pode ser da ordem de 10^{-3} .

Na prática, o valor de γ_t^v não é fácil de determinar pelo que se propôs para efeitos de normalização a distorção limite de referência $\gamma_{0,7}$. Os trabalhos experimentais mostram que o seu valor aumenta com o índice de plasticidade e a taxa de deformação nos solos argilosos enquanto que nos solos arenosos o seu valor aumenta com a tensão efectiva média.

Com o objectivo de definir o domínio aproximado de valores plausíveis para o parâmetro $\gamma_{0,7}$ procedeu-se à sua determinação através das equações (1) a (4) propostas por Ishibashi e Zhang (1993). Calcularam-se os valores de $\gamma_{0,7}$ para $0 \le IP \le 200\%$ e 1kPa $\le \sigma'_0 \le 400$ kPa. Os valores obtidos definem o domínio aproximado representado na Fig. 9 (Santos e Gomes Correia, 2001).



Fig. 9 – Distorção limite de referência $\gamma_{0,7}$ – domínio aproximado.

A Fig. 9 confirma os valores indicados por Dobry (1982) e enaltece a grande importância da tensão efectiva média nos solos arenosos e nos solos finos de baixa plasticidade. Para uma areia a curva de redução do módulo com a distorção sofre uma translacção progressiva com o aumento da tensão efectiva média (Fig. 4), ou seja, a rigidez sofre menos degradação para um determinado nível de distorção. Este aspecto é particularmente importante no estudo da resposta sísmica de depósitos arenosos com possança elevada.

Na prática, para os solos arenosos e para os solos finos de baixa plasticidade o efeito da tensão efectiva média é dominante na determinação do parâmetro $\gamma_{0,7}$. Para estes casos é possível estabelecer relações empíricas entre $\gamma_{0,7}$ e a tensão de consolidação p'_o . A Fig. 10 mostra um exemplo de aplicação desta metodologia aos solos tropicais do Brasil (Gomes Correia et al., 2001).



Fig. 10 – Relação $\gamma_{0,7}$ - p'_o para os solos tropicais do Brasil (Gomes Correia et al., 2001).

6 – CONCLUSÕES

A redução relativa do módulo com a distorção é melhor observada num gráfico da relação G/G_0 em função da distorção. As curvas empíricas $G/G_0 - \gamma$ são bem conhecidas da bibliografia e são afectadas essencialmente pela natureza do solo traduzida pelo índice de plasticidade e verifica-se também uma certa influência da tensão efectiva média nas areias e nos solos finos de baixa plasticidade.

Estas curvas apresentam o mesmo andamento qualitativo, isto é, a partir de um determinado valor da distorção verifica-se uma acentuada redução da rigidez. A este limite denominou-se de distorção limite de referência γ^* , cujo significado está intimamente relacionado com a distorção limite sem variação volumétrica. Definiu-se, ainda, uma distorção normalizada que é igual à relação entre a distorção e a distorção limite de referência.

Com base nesta normalização, foi possível demonstrar a possibilidade de estabelecer uma relação *quase* única do tipo $G/G_0-\gamma^*$. A validade desta proposta de normalização foi demonstrada através de resultados obtidos em diferentes tipos de solos.

O trabalho apresenta ainda uma proposta empírica que define o domínio aproximado de valores plausíveis da distorção limite de referência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atkinson, J.H. Non-linear soil stiffness in routine design. Géotechnique 50(5): 487-508, 2000. Barros, J. M. C. Módulo de distorção dinâmico de solos tropicais. Tese de Doutoramento, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1997.

- Dobry, R.; Ladd, R. S.; Yokel, F. Y.; Chung, R. H. e Powell, D. *Prediction of pore pressure build-up and liquefaction of sand during earthquakes by the cyclic strain method.* National Bureau of Standards Building Science Series 138, Washington, DC: 153, 1982.
- Gomes Correia, A.; Barros, J. M.; Santos, J. A. e Sussumu, N. *An approach to predict shear modulus of soils in the range of 10⁻⁶ to 10⁻² strain levels*. Fourth International Conference on Recent Advances In Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, paper no. 1.22, San Diego, California, USA March 26-31, 2001.
- Ishibashi, I. e Zhang, X. Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay". Soils and Foundations, JSSMFE 33(1): 182-191, 1993.
- Iwasaki, T; Taksuoka, F. e Takagi, Y. Shear modulus of sands under cyclic torsional shear loading. Soils and Foundations, JSSMFE, vol. 18, no.1, pp. 39.56, 1978.
- Khouri, N. Q. *Dynamic properties of soils*. MSc. Thesis, Department of Civil Engineering, Syracuse University, 1984.
- Santos, J. A. Caracterização de solos através de ensaios dinâmicos e cíclicos de torção. Aplicação ao estudo do comportamento de estacas sob acções horizontais estáticas e dinâmicas. Dissertação submetida ao Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil, 1999.
- Santos, J.A. e Gomes Correia, A. *Shear modulus of soils under cyclic loading at small and medium strain level.* 12th World Conference on Earthquake Engineering, paper no. 0530, Auckland, New Zealand, 2000.
- Santos, J. A. e Gomes Correia, A. *Reference threshold shear strain of soil. Its application to obtain an unique strain-dependent shear modulus curve for soil.* XV International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istanbul, Turkey, 2001.
- Seed, H. B.; Idriss, I. M. Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses, Report EERC 70-10. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1970
- Seed, H.B.; Wong, R.T.; Idriss, I.M. e Tokimatsu, K. Moduli and damping factors dynamic analysis of cohesionless soils. JGED, ASCE, vol. 112, no. 11, pp. 1016-1032, 1986.
- Sun, J. I.; Golesorkhi, R. e Seed, H. B. Dynamic moduli and damping ratios for cohesive soils. Report EERC 88-15. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1988.
- Shibata, T. e Soelarno, D.S. *Stress-strain characteristics of sands under cyclic loading*. JSCE, no. 239, pp. 57-65, 1975.
- Taksuoka, F. e Shibuya S. Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory tests. Report of the Institute of Industrial Science, University of Tokyo, vol. 37, no. 1, serial no. 235, pp. 1-136, 1991.
- Teachavorasinskun, S.; Shibuya, S.; Tatsuoka, F.; Kato, H. e Horii, N. *Stiffness and damping of sands in torsional shear*. 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. St. Louis, MO. (Shamsher Prakash, eds.): 103-110, University of Missouri-Rolla, Missouri, 1991.
- Vucetic, M. e Dobry, R. *Effect of soil plasticity on cyclic response*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE 117(GT1): 89-107, 1991.
- Vucetic, M. Cyclic threshold shear strains in soils. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE 120(12): 2208-2228, 1994.