

# INVESTIGAÇÕES GEOMECÂNICAS NUMA MINA COM CÂMARAS E PILARES MÚLTIPLOS\*

## Geomechanics investigation in a multiple room and pillar mine

C. DINIS DA GAMA\*\*

YU XIANBIN\*\*\*

RESUMO - Diversas análises da estabilidade foram realizadas para a mina de volfrâmio da Panasqueira, que possui um sistema de desmonte formado por sobreposições de câmaras e pilares múltiplos. Efectuaram-se ensaios mecânicos sobre provetes, essencialmente medindo a resistência à compressão uniaxial de modelos reduzidos de pilares da mina e a resistência à tracção de amostras dos tectos das câmaras, determinando-se ainda os correspondentes efeitos de escala. Também se realizaram medições acústicas da velocidade de propagação das ondas sísmicas em laboratório e *in situ*. Análises numéricas com os métodos de elementos finitos e elementos de contorno foram também desenvolvidas para avaliar as condições de estabilidade das câmaras e dos pilares, assim com a subsidência à superfície.

Os principais resultados desta investigação indicaram que as propriedades mecânicas das rochas da mina e a presença de falhas geológicas têm uma influência significativa na estabilidade dos desmontes e na subsidência à superfície. Foi ainda comprovado que a ocorrência de tensões de tracção nos tectos imediatos das câmaras é um pré-requisito para o respectivo colapso, especialmente nos locais da mina em que existem sobreposições de desmontes já arruinados.

SYNOPSIS - Various stability analyses were conducted for the Panasqueira tungsten mine (Portugal), which operates a multiple room and pillar extraction system. Mechanical tests with rock specimens with the shape of actual pillars were performed to measure their strengths, both UCS for pillar models and tensile strength of roof formations, including the corresponding size effects. Acoustic wave velocity measurements were also determined in the laboratory and *in situ*. Boundary and finite element analyses were undertaken to evaluate roof and pillar stability, as well as surface subsidence.

Main results of the research indicated that the mechanical properties of mine rocks and the presence of major faults have a definite influence on stope stability and surface subsidence. Also, it was shown that occurrence of tensile stresses into the immediate roofs of stopes is a prerequisite for their collapse, particularly in places of the mine where there is a superposition of failed stopes.

## 1 - INTRODUÇÃO

A mina da Panasqueira produz volfrâmio a partir de desmontes subterrâneos que utilizam o método das câmaras e pilares numa jazida composta por uma sucessão de filões de quartzo subhorizontais sobrepostos, que contêm volframite e outros compostos metálicos. Desde a década de 70 que o sistema de câmaras e pilares vem sendo aplicado com bons resultados caracterizados por taxas de extracção que situam em torno de 85%.(\*)

As operações de desmonte em cada filão podem ser divididas em três fases, a primeira das quais corresponde à escavação de galerias paralelas com 5m de vão, separadas entre si por pilares de 11m, criando assim um conjunto de pilares com 11mx11m de secção.

---

\* Comunicação apresentada ao 9º Congresso da ISRM, Paris, 1999

\*\* Professor Catedrático do Instituto Superior, Técnico, Lisboa

\*\*\* Professor Ass. da Univ. Kunming, China

Numa segunda fase esses pilares são atravessados por galerias de 5m de largura, criando assim numa rede de pilares com 5m x 11m, os quais são seguidamente atravessados por outra galeria perpendicular à primeira, com a mesma largura, de modo a constituir pilares de 3m x 3m que ficam permanentemente nos desmontes abertos (ver Fig. 1). Com esta geometria, as câmaras possuem vãos de 5m, que é uma dimensão compatível com a estabilidade dos tectos, sem exigir a colocação de pregagens e em que as alturas dos pilares e das câmaras é geralmente de 2,2 a 2,3m.

Na maioria dos casos os desmontes são estáveis ao longo de tempos que permitem a remoção total das partículas finas de volfrâmio, e mais tarde entram em colapso, através de dois mecanismos principais: por roturas dos tectos das câmaras (especialmente relacionadas com a presença de falhas) ou por desabamentos parciais devidos à instabilidade dos próprios pilares. O período de tempo durante o qual os desmontes se mantêm estáveis é bastante variável, desde alguns meses até vários anos, sendo maior registado de 7 anos, para o mais frequente compreendido entre 1 e 2 anos.

(\*) A produção normal da Mina é obtida a partir de 8 áreas de desmontes funcionando em simultâneo, cada uma das quais avança 10 m de galeria por turno de 8 horas, com 5 pegas de fogo, dando uma produção total de 2 400 toneladas diárias.

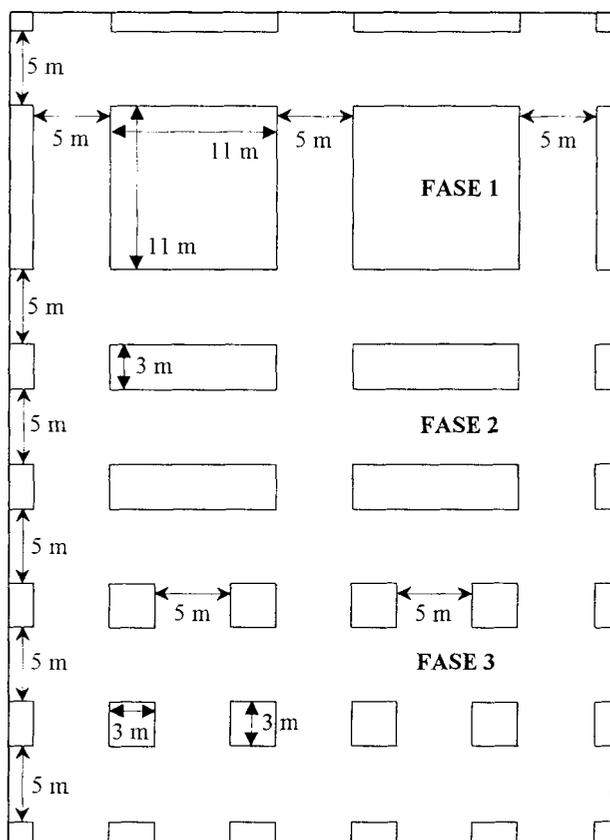


Figura 1 - Evolução da disposição dos desmontes da mina da Panasqueira

Por vezes ocorre o colapso simultâneo de alguns desmontes abandonados, quer por se verificar muita proximidade de desmontes sobrepostos, quer devido a grandes deslocamentos ao longo de falhas subverticais.

Assim, as causas para a ruína de desmontes já explorados são complexas, por envolverem sobreposições de efeitos de diferentes mecanismos de rotura. Com o propósito de otimizar a eficiência da mineração e aumentar a sua segurança, desenvolveram-se análises das distribuições de tensões no interior de pilares e dos tectos das câmaras, por forma a estabelecer as condições de estabilidade dos desmontes da Mina da Panasqueira.

Neste artigo descrevem-se os resultados de análises de tensões efectuadas através dos métodos de elementos finitos e de elementos de contorno. Considerou-se a situação de dois filões horizontais paralelos separados por uma distância variável, de modo a determinar a influência desta distância nas referidas distribuições de tensões. As simulações foram desenvolvidas a duas dimensões, para estados planos de deformação e com o maciço rochoso suposto do tipo CHILE (contínuo, homogéneo, isotropo, linear, elástico). Os dados de *input* para as propriedades do maciço rochoso usados nos programas de cálculo, resultaram de ensaios laboratoriais com modelos reduzidos de pilares de mina e, ainda, de testes dinâmicos sobre provetes cilíndricos, de modo a que as conclusões a obter sejam consideradas válidas para objectivos de aplicação prática.

## 2 - CARACTERIZAÇÃO DO MACIÇO ROCHOSO

### 2.1 - Ensaio geomecânicos

A rocha encaixante da Mina da Panasqueira é essencialmente constituída por um xisto metassedimentar que foi investigado detalhadamente no passado para definição do seu comportamento mecânico (Mendes, 1960). As informações disponíveis sobre as propriedades desta rocha mostram existirem amplas dispersões de valores, devidas à presença de diferentes graus de metamorfismo e a uma anisotropia muito considerável.

Como decorreu bastante tempo e a localização dos desmontes donde foram extraídos os provetes mudou substancialmente, decidiu-se empreender em 1998 uma campanha de ensaios para caracterizar os parâmetros mecânicos do xisto, assim como o seu efeito de escala sobre a resistência e o efeito da esbelteza geométrica dos modelos de pilares.

De acordo com os métodos sugeridos pela ISRM e com o propósito de determinar a resistência, à compressão uniaxial foram extraídos provetes prismáticos com relação altura/largura compreendida entre 2 e 2,5. Para a medição da resistência à tracção realizaram-se ensaios brasileiros (compressão diametral) e de flexão, e com os testes sísmicos avaliaram-se os módulos de deformabilidade dinâmicos.

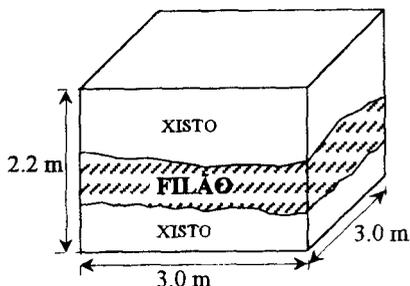


Figura 2 - Geometria dos pilares da Mina da Panasqueira

A dimensão real dos pilares na Mina é em geral de 2,2m de altura por uma secção transversal de 3m x3m, o que lhes dá uma taxa de esbeltez de 0,73 (ver Fig. 2 ).

Nestas circunstâncias, os resultados dos ensaios feitos com a esbeltez padronizada não seriam tão reais quanto os executados com a esbeltez de 0,73 pelo que se prepararam provetes com esta última geometria. Além disso, utilizaram-se modelos de pilares com várias secções (5x5cm, 7x7cm e 10x10cm) e as correspondentes alturas de 3,5cm, 5cm e 7cm, bem como provetes com a taxa de esbeltez padrão de 2,5 para detectar os efeitos da geometria sobre a resistência.

De acordo com cálculos de Yu Xianbin, efectuados com o MEF, a resistência à tracção de amostras prismáticas é cerca de 2,5% menor do que a resistência de cilindros. Por se tratar de diferença pouco significativa, pode ser desprezada para fins práticos, e assim, utilizam-se as expressões de cálculo de tensões para a geometria cilíndrica.

Um resumo dos resultados dos ensaios consta da Tabela 1.

TABELA 1 – Resultados dos ensaios mecânicos sobre xisto da Panasqueira

PROPRIEDADES	VALORES NUMÉRICOS
<b>PARÂMETROS DINÂMICOS</b>	
- Velocidades das ondas sísmicas (m/s)	Laboratório: 6.600 Na mina: 5.540
- Módulo de elasticidade dinâmica (GPa)	Laboratório: 109,1 Na mina: 76,8
<b>RESISTÊNCIA À TRACÇÃO</b>	
- Ensaio brasileiro (MPa)	8,57 (média de 6 ensaios)
- Ensaio de flexão (MPa)	6,67 (média de 4 ensaios)
<b>RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO</b>	
- Para altura/largura de 2	197,8 MPa (média de 4 ensaios)
- Para altura/largura de 0,73 (num total de 21 ensaios)	90,8; 104,06; 125,83 MPa (alturas de 7cm, 5 cm e 3,5cm, respectivamente)

## 2.2 - Efeitos de escala e de geometria

Os resultados dos ensaios de compressão uniaxial efectuados sobre modelos de pilares mostraram uma clara influência de geometria e do volume dos provetes. Com efeito, após análises de regressão realizadas, obtiveram-se as seguintes equações de correlação:

$$\text{Efeito de geometria: } \sigma_c = 136,57 \left(\frac{H}{L}\right)^{-1,11}$$

onde  $\sigma_c$  é a resistência à compressão uniaxial, H e L são a altura e a largura dos pilares (com um coeficiente de correlação de 0,84) e ainda:

$$\text{Efeito de escala: } \sigma_c = 78,74 V^{-0,23}$$

em que V é volume do modelo de pilar (com um coeficiente de correlação de 0,97).

A representação gráfica da variação da resistência do xisto com os dois efeitos consta da Fig. 3.

## 3 - ANÁLISES COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

O método dos elementos de contorno (MEC) é uma técnica numérica que requer a discretização da superfície (contorno) da estrutura de engenharia, de modo que o número de elementos a considerar para a análise é habitualmente menor que os necessários para o método

dos elementos finitos, especialmente para estruturas com baixa relação entre a sua área e o seu volume, como é comum em aberturas subterrâneas.

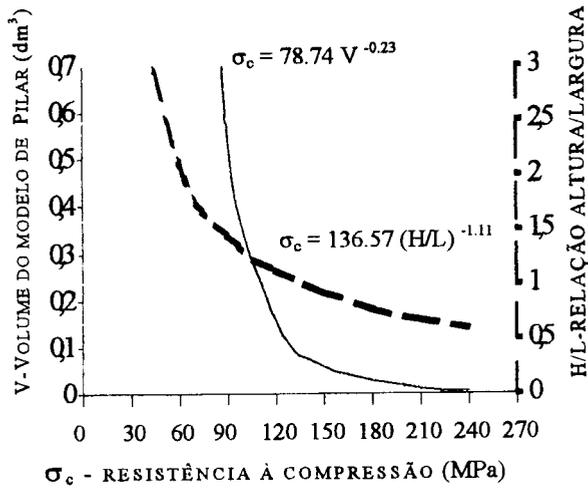


Figura 3 - Variação da resistência à compressão uniaxial com o tamanho e com a geometria dos modelos de pilares de xisto

Dos três tipos de MEC existentes (método do integral directo ou da equação integral de contorno, método dos deslocamentos descontínuos e método das tensões fictícias), o último possui uma vantagem importante, visto que as tensões nos elementos do contorno podem ser calculadas directamente com boa precisão. Para o estudo de escavações subterrâneas este é um aspecto significativo, porque a rotura têm habitualmente início na periferia das aberturas. Por tal motivo, para a presente investigação foi escolhido o método das tensões fictícias.

Um exemplo de cálculo mostra que, quando um túnel de secção circular é escavado no interior de um maciço suposto infinito, mesmo que o número de elementos discretizados em meia secção sejam apenas de 15, a diferença entre os resultados do cálculo e o valor teórico é da ordem de 0,03%.

Para as determinações desta investigação utilizaram-se geralmente 600 a 700 elementos em cada simulação e a comparação entre os resultados dos cálculos para vários números de elementos mostrou que essa ordem de grandeza fornece resultados suficientemente rigorosos.

É sabido que o estado de tensão pré-existente à profundidade da escavação constitui um factor que afecta consideravelmente as distribuições de tensões em torno da mesma, assim como a sua estabilidade. Na Mina da Panasqueira não se efectuaram medições desse estado de tensão, mas a sua componente vertical (representada por  $P$ ) pode ser estimada, sem erro apreciável, pelo peso das rochas sobrejacentes, ou seja,  $P = \gamma H$ , em que  $\gamma$  é o peso específico médio dessas rochas e  $H$  a profundidade dos trabalhos.

A componente horizontal do estado de tensão inicial (representada por  $Q$  e sendo  $Q = k P$ , onde  $k$  é o coeficiente de pressão lateral) considera-se uma variável, com diferentes valores utilizados para avaliar o efeito de  $k$  nas distribuições de tensões e na estabilidade dos desmontes.

O modelo da estrutura apresentado na Fig. 4 mostra dois veios sobrepostos em que foram abertas câmaras, separadas pela distância  $h$ .

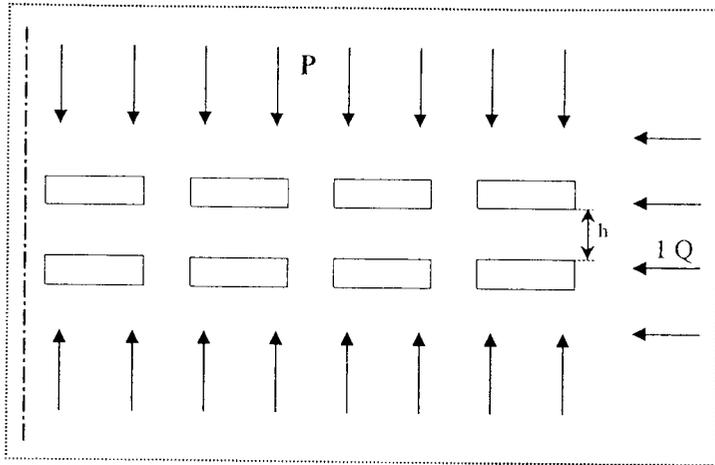


Figura 4 - Seção da mina estudada pelo MEC

Usando a condição de simetria do problema para reduzir a carga de computação, basta utilizar-se apenas  $\frac{1}{4}$  da seção para efectuar as simulações. Como na Mina existem numerosos filões espaçados entre si de distâncias  $h$  variáveis, efectuaram-se simulações para  $h = 0,5m, 1m, 1,5m, etc.$ , a fim de averiguar o efeito deste parâmetro na estabilidade dos desmontes.

No método dos elementos de contorno, a tensão inicial actua directamente sobre a superfície da estrutura (fronteira). Como a altura dos pilares e das câmaras é de  $2,2m$ , ambas as componentes (vertical e horizontal) do estado de tensão inicial podem ser consideradas constantes, em cada simulação, sem causar erros apreciáveis. Dado que a profundidade média dos desmontes na Mina da Panasqueira alcança os  $300m$ , a componente vertical pré-existente seria da ordem de  $8,85MPa$ .

Para os cálculos admitiu-se o factor  $k$  variando de  $0,5$  a  $2$ , com acréscimos de  $0,5$  pelo que as componentes horizontais simuladas foram de  $4,475MPa, 6,4125MPa, 8,55MPa$  e  $17,1MPa$ , respectivamente.

Fazendo variar os dois factores  $k$  e  $h$  obtiveram-se numerosas simulações diferentes, cujos resultados interessa comentar. Por exemplo, para  $k=1$  e  $h = 3m$  resultaram as distribuições de tensões (horizontal  $\sigma_x$  e vertical  $\sigma_y$ ) que constam da Fig.5.

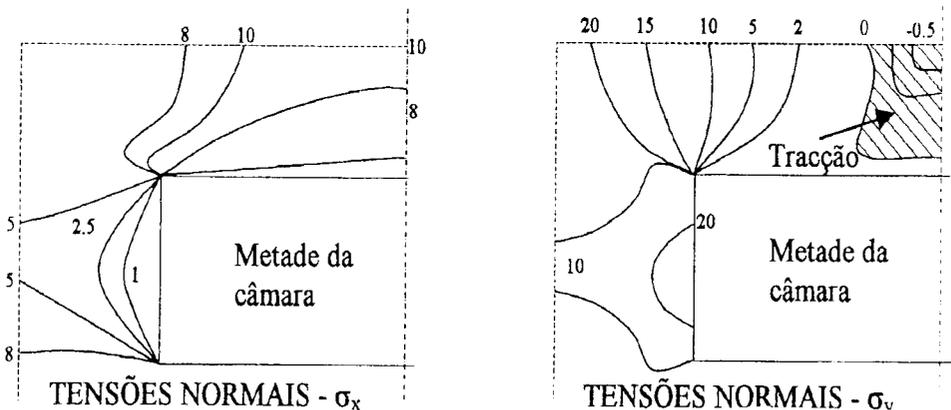


Figura 5 - Distribuição de tensões na rocha encaixante das câmaras e pilares (com  $k = 1$  e  $h = 3m$ )

Observa-se na Fig. 5 que ambas as tensões  $\sigma_y$  e  $\sigma_x$  no interior dos pilares são compressivas sendo  $\sigma_x$  menor que a componente horizontal do estado de tensão pré-existente. Devido às tensões que são transmitidas dos tectos, a componente vertical  $\sigma_y$  no interior do pilar alcança 20,5 MPa, ou seja, 10% mais alta que prevê o respectivo cálculo teórico, baseado na condição de todos os esforços transferidos dos tectos passarem pelos pilares.

Como a resistência à compressão da rocha xistosa é bastante elevada, o pilar com a geometria mencionada não romperá a curto prazo. Também se verificou que a tensão de compressão instalada nos pilares não muda muito em face das modificações do factor  $k$  e da distância  $h$  já referidos.

E como as componentes  $\sigma_y$  e  $\sigma_x$  no interior dos pilares são ambas de compressão, a maioria do volume dos pilares está sujeita a um estado tridimensional de tensão, que é favorável à sua segurança, visto que a resistência à compressão sob confinamento é maior que a sua resistência à compressão uniaxial.

No respeitante ao efeito da forma geométrica dos pilares, por a sua relação altura/largura ser de 0,73, muito menor que a esbeltez dos provetes necessários para a determinação da R. C. U., não se manifestam estados de tensão uniaxial pura, pelo que a sua resistência real é maior que esta.

Para se estimar a resistência dos pilares a partir dos ensaios laboratoriais, o efeito de escala foi considerado, tal como mencionado em 2.2.

Quando a distância  $h$  entre os dois filões e o coeficiente  $k = Q/P$  variam, as tensões de compressão calculadas para o interior dos pilares não sofrem modificações significativas. Por exemplo, para  $h = 3\text{m}$ , quando  $k$  muda de 0,5 para 2 as tensões de compressão aumentam apenas de 6,5%.

Fazendo variar a distância entre filões de 0,5m para 6m verifica-se, por outro lado, que a mudança de tensões de compressão não ultrapassa 0,75MPa, revelando assim que nem  $h$  nem  $k$  têm efeitos importantes sobre a grandeza do estado compressivo que se instala nos pilares.

Um dos resultados mais interessantes obtidos com as simulações do M. E. C. refere-se à ocorrência de tensões de tracção no volume de rocha localizado entre os dois filões, como representa a Fig. 5. Com efeito, o valor máximo da tracção aparece na parte central das duas câmaras contíguas e a sua ordem de grandeza varia naturalmente com a distância  $h$  e o coeficiente  $k$ . Quando  $h$  é pequeno ( $< 2\text{m}$ ) a tracção máxima ocorre em dois pontos, mas para  $h > 2\text{m}$  existe apenas um só ponto. Ao mesmo tempo, verifica-se que a tensão de tracção cresce com a diminuição do coeficiente  $k$ .

Quando este coeficiente é menor que 0,6 as tensões de tracção deslocam-se para a zona acima dos cantos das câmaras e para  $k = 0,5$  o valor da tensão de tracção atinge 2,2 MPa. Como a rocha nesse local está submetida a um estado de tensão unidimensional, tal valor é suficiente para provocar a rotura nessa mesma zona. Contudo, dado que tais ocorrências não se verificaram na Mina, pode deduzir-se que o coeficiente  $k$  para a Panasqueira será maior que 0,5.

Outro resultado interessante é esquematizado na Fig. 6, que mostra a variação da tensão máxima de tracção ocorrente na laje entre câmaras com a distância entre estas e para vários valores do coeficiente  $k$ .

Verifica-se que os maiores valores de  $\sigma_{\max}$  ocorrem quando a distância entre filões é  $h = 3\text{m}$  (igual à largura dos pilares) para todos os valores de  $k$ . Quando a distância  $h$  é maior que 5m, não se geram tracções entre as duas câmaras, indicando que para distâncias  $h$  iguais ou maiores que o vão das câmaras não há efeitos de vizinhança entre as mesmas, tudo se passando como se apenas existisse uma só câmara.

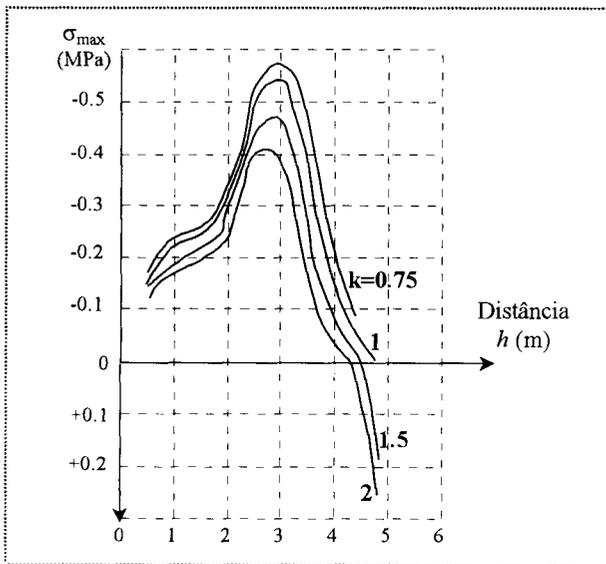


Figura 6 - Variação da tensão de tracção máxima instalada no volume da rocha entre duas câmaras sobrepostas

Dado que a resistência à tracção do xisto é muito menor que a R.C.U., deve ser atribuída atenção especial às tracções induzidas entre câmaras sobrepostas, mesmo que se trate de valores baixos, devido à presença frequente de fracturas naturais e falhas.

De acordo com o parágrafo 2.1, a resistência à tracção média do xisto da Panasqueira regula pelos 6,7MPa, pelo que a simulação com o M.E.C. ao fornecer tensões de tracção muito menores que esse valor, parece sugerir que não haverá efeitos sensíveis na estabilidade dos desmontes. Contudo, não deverá esquecer-se que se trata de uma resistência medida em laboratório sobre pequenas amostras, sendo provável que o maciço rochoso *in situ* apresente resistências inferiores à indicada, mesmo na ausência de descontinuidades naturais. Além disso, os resultados calculados correspondem a estados bidimensionais de tensão e, de acordo com estimativas teóricas, a tensão de compressão que ocorreria no interior dos pilares alcançaria 60MPa num estado tridimensional, cerca de três vezes mais que o calculado a 2 - D.

Por isso, nos desmontes reais a tensão de tracção deverá também ser várias vezes maior que os resultados bidimensionais e atinge cerca de 2MPa. Isso significa que as tensões de tracção que ocorrem na rocha podem ter importantes reflexos na estabilidade dos desmontes, não devendo ser menosprezadas. Assim, é provável que as tensões de tracção que ocorrerem entre filões contíguos constituam uma das principais causas que conduzem à rotura dos desmontes. Devido às implicações que este facto tem para o futuro da exploração será conveniente entender as análises de estabilidade para situações tridimensionais que simulem ainda com maior rigor a realidade da Mina.

#### 4 - ANÁLISES COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As simulações efectuadas com o método dos elementos de contorno, já descritas, foram baseadas na hipótese de o maciço rochoso ser um sólido infinito. Contudo, apesar de os desmontes serem muito extensos em volume, a hipótese de meio infinito pode causar alguns erros, pelo que é preferível usar a geometria semi-infinita para este problema. Além disso, o programa de cálculo com o M. E. C. não considerava os efeitos da gravidade, pelo que se

desenvolveram simulações adicionais com o método dos elementos finitos, que também serviram para validar os resultados do M. E. C.

Para formular o modelo de elementos finitos utilizou-se um comprimento de desmorte com 61m (incluindo pilares), tal como no M. E. C. Em planta, a área ocupada é de 240m x 240m e usando elementos do tipo quadrado obteve-se uma estrutura com 4.634 pontos nodais e um número total de elementos de 1080 em cada simulação.

Em suma, os resultados demonstraram que:

- a) As distribuições de tensões obtidas com o M. E. F. foram muito parecidas com as do M. E. C., sendo os valores máximos das tensões de compressão e de tracção, para os diferentes valores de  $h$  (distância entre duas câmaras consecutivas e sobrepostas) e para os coeficientes  $k$  utilizados, semelhantes nos dois casos. Por exemplo, quando se faz  $h = 3\text{m}$  e  $k = 3$ , a tensão de compressão máxima no interior dos pilares é de 20,16MPa com o M. E. C. e de 20,45MPa com o M. E. F., ou seja, 1,5% maior.
- b) As tensões de tracção geradas na rocha entre os dois desmontes são superiores às obtidas pelo M. E. C. e para a citada situação ( $h = 3\text{m}$  e  $k = 3$ ) obteve-se 0,67MPa em vez de 0,45MPa, isto é um acréscimo de 24%. Estas diferenças explicam-se pela geometria semi-infinita e pela aplicação do peso próprio, que acompanharam o M. E. F. Assim, as análises tridimensionais com este último método confirmaram as anteriormente efectuadas e ampliaram o âmbito das interpretações em termos de estabilidade dos desmontes da Mina da Panasqueira.

## 5 - CONCLUSÕES

A – Os resultados das simulações realizadas com métodos de análise numérica aplicadas às câmaras e pilares da Panasqueira revelaram que os pilares possuem no seu interior tensões de compressão, quer na componente vertical quer na horizontal, significando que os mesmos suportam um estado de compressão tridimensional. Como a relação entre altura e largura dos pilares é de 0,73 este resultado concorda com os dados de observação na prática.

B – Quer o M.E.C. quer o M. E. F. levaram a concluir que, quando os desmontes contíguos sobrepostos se aproximam, se geram tracções no volume de rocha situado entre eles, as quais atingem o valor máximo para uma separação de desmontes da ordem de 3m, valor coincidente com a largura dos pilares. Quando essa distância ultrapassa os 5m (dimensão do vão das câmaras) não se formam tensões de tracção naquele volume de rocha, deixando de haver interacção directa entre ambos os desmontes. Embora as tensões de tracção máximas calculadas para este caso sejam inferiores a 1MPa na análise 2 – D, elas são consideravelmente maiores a partir da análise 3 – D, que é mais realística. Assim, é provável que a concentração de tensões de tracção no tecto imediato das câmaras dos desmontes seja o principal mecanismo da respectiva instabilização na Mina da Panasqueira.

C – Nas análises efectuadas, a tensão vertical pré-existente foi considerada equivalente ao peso das rochas sobrejacentes aos desmontes, mas para a componente horizontal, por não existirem medições *in situ*, foram simuladas diversas hipóteses com o coeficiente  $k$  (quociente entre as componentes horizontal e vertical) variando entre 0,5 e 2. Em todos os casos, a forma geométrica da concentração de tensões pouco variou, assim como os valores das tensões de tracção geradas. Isto significa que o estado de tensão pré-existente tem pouca influência na distribuição de tracções nos tectos das câmaras, afectando pouco a estabilidade dos desmontes.

D – Quando o valor do coeficiente  $k$  é menor que 0,6, verificou-se a ocorrência de tracções nos cantos das câmaras. Para  $k = 0,5$  essas tracções atingiam 2MPa, o que seria suficiente para provocar roturas nessas zonas das aberturas. No entanto, como tais circunstâncias são pouco frequentes na Mina da Panasqueira, conclui-se que o estado de tensão pré-existente deverá em geral ser caracterizado por um  $k$  maior que 0,5.

E – Os resultados das análises com o M. E. F. mostraram ainda que as distribuições de tensões para a máxima compressão a diferentes distâncias entre duas câmaras consecutivas, e para qualquer valor do coeficiente  $k$ , são praticamente iguais às obtidas com o M. E. C. Já as concentrações de trações correspondentes são de maior grandeza do que as provenientes da análise com o M. E. C., por incorporarem condições mais realísticas de geometria semi-infinita e de inclusão de carga gravítica.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Ministério da Ciência e Tecnologia de Portugal e à Comissão Científica e Tecnológica da Província de Yunnan (China) os apoios financeiros concedidos para a realização da investigação descrita.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BREBBIA, C.A. e VENTURINI, W.S. - *Boundary element techniques: Applications in stress analysis and heat transfer*. Berlin, 1987.
- CROUCH S.L. e Starfield A.M. - *Boundary element methods in solid mechanics*. George Allen & Unwin, London, 1983.
- DINIS DA GAMA, C. - *Correlation between rock mass classes, convergence rates and support densities for underground mines*. EUROCK'96, Torino, Vol. 2. pp. 825-832., Balkema, 1996.
- MELLO MENDES, F. - *Mechanical behaviour of schistous rocks* (in Portuguese). Tese de Doutoramento, I.S.T., Lisboa, 1960.
- MELLO MENDES, F. e DINIS DA GAMA, C. - *Laboratory simulation of mine pillars mechanical behaviour*. Proc 14<sup>th</sup> U.S. Symp. on Rock Mechanics, Penn State Univ. AIME, New York, 1972.
- SIRIWARDANE, H.J. e ZAMAN, M.M. - *Proceedings of the Eighth international Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Edited by Morgantown, West Virginia, USA, 22-28 Maio, 1994.
- ZIENKIEWICZ, O.C. - *The finite element method*. McGraw- Hill, London, 1977.