

UM MODELO PROBABILÍSTICO PARA A COMPRESSÃO NORMAL DE DESCONTINUIDADES DE ROCHA*

A probabilistic model for the normal compliance of rock joints

José Muralha**

RESUMO - Esta comunicação apresenta um modelo probabilístico baseado nos resultados de um conjunto de 11 ensaios de carga normal de descontinuidades de rocha. Este modelo resulta das conclusões de investigações anteriores em outros conjuntos de descontinuidades, compreendendo 17 e 21 ensaios, que procuraram modelar o comportamento experimental de descontinuidades de rocha sob compressão normal usando diferentes modelos numéricos (incluindo os modelos de Goodman e de Bandis). O modelo probabilístico apresentado considera que o modelo de Bandis se ajusta bem à relação entre o deslocamento normal médio e a tensão normal, tanto para a 1ª carga como para as restantes cargas e descargas.

SYNOPSIS - This paper presents a probabilistic model based on results from normal compliance tests on a set of 11 discontinuities. It follows the conclusions of previous research on other joint sets (comprising 17 and 21 discontinuity tests), which tried to model the experimental behaviour of those rock joints under a normal stress using different numerical models (including Goodman's and Bandis' models). The probabilistic model presented considers that for the mean normal stress - normal displacement relation the Bandis' model fits adequately the experimental data for the 1st loading and also for the unloadings or subsequent loadings.

1 - INTRODUÇÃO

Só recentemente é que o comportamento de descontinuidades de rocha sob carga normal foi considerado como um tópico de investigação relevante no campo da Mecânica das Rochas. Todavia, a importância da deformabilidade de juntas era um facto bem estabelecido. A definição precoce de rigidez normal e tangencial (Goodman *et al.* 1968) apoia esta ideia. Contudo, estudos teóricos e experimentais relativamente à definição de modelos mais elaborados para o comportamento normal de juntas de rocha somente se iniciou uma década mais tarde (Bandis *et al.* 1983, Swan 1983, Sun 1985). O comportamento hidro-mecânico de descontinuidades em rocha foi um factor significativo para o desenvolvimento desses modelos.

O presente artigo apresenta a abordagem, correntemente em prática no LNEC, para a análise dos resultados de um conjunto de ensaios laboratoriais de carga normal de descontinuidades de rocha.

Este tipo particular de ensaio é usualmente efectuado como parte de um ensaio completo de descontinuidades, que compreende os seguintes passos:

- um ensaio de carga normal, consistindo num conjunto de ciclos de carga-descarga, geralmente, pelo menos 4 ciclos são realizados, cada qual até cada uma das tensões normais que serão aplicadas durante os ensaios de deslizamento;
- um conjunto de 4 ensaios de deslizamento sob 4 tensões normais distintas, mantidas constantes durante todo o deslizamento; a menor tensão normal é a primeira a ser aplicada e para cada ensaio de deslizamento subsequente a tensão normal é aumentada para o valor

* Comunicação apresentada ao 9º Congresso da ISRM, Paris, 1999

** Investigador Auxiliar do LNEC

seguinte: a descontinuidade é sempre posicionada na mesma posição inicial (concordante ou *in situ*) previamente a cada deslizamento.

Por definição, as descontinuidades são consideradas incapazes de resistir a tensões normais de tracção. Sob tensões normais compressivas, o seu comportamento é fortemente não-linear, tendendo assintoticamente para um valor de fecho δ_{nf} (limite máximo) com o aumento da tensão normal. Este valor do deslocamento normal corresponde ao contacto integral entre as duas paredes das descontinuidades.

Assim, os modelos para a descrição do comportamento normal de descontinuidades de rocha devem incluir uma rigidez normal inicial (com um valor superior a 0) e uma assíntota vertical correspondente ao máximo deslocamento normal para um valor infinito de tensão normal.

2 - MODELOS DE COMPORTAMENTO DO FECHAMENTO DE DESCONTINUIDADES

2.1 - Considerações gerais

Tal como em todos os processos de modelação, os modelos de fechamento de descontinuidades podem ser classificados em dois grandes grupos: os modelos dedutivos e os indutivos.

Os primeiros são baseados em hipóteses, associadas aos princípios físicos do problema em questão, sobre as quais são deduzidas expressões numéricas. No caso do comportamento normal de descontinuidades, podem ser encontrados alguns exemplos que consideram modelos baseados em diversos tipos de contactos entre as paredes das juntas: descontinuidades consideradas como um conjunto de vazios (Tsang e Witherspoon 1981), a rugosidade descrita como um sistema de dentes ou pilares confinados (Billiaux *et al.* 1984), a rugosidade como um conjunto de contactos elásticos de Hertz (Brown and Scholz 1986). Apesar de apresentarem considerações físicas pertinentes, a maioria destes modelos possuem parâmetros difíceis de definir ou de determinar experimentalmente.

Por outro lado, os modelos indutivos, como se baseiam nos resultados de ensaios, apresentam a vantagem de se adaptarem, algumas vezes de forma bastante aproximada, ao comportamento que se pretende caracterizar. Para atingir este propósito, as funções matemáticas que definem o modelo devem estar de acordo com os princípios físicos do problema em estudo. No caso do fechamento de juntas rochosas, estes princípios são:

- a inexistência de tensões de tracção;
- o aumento do deslocamento normal com o aumento da tensão normal;
- à medida que o deslocamento normal aumenta, o incremento de tensão normal necessários para produzir a mesma variação do deslocamento normal também aumenta;
- o deslocamento normal não pode aumentar indefinidamente, existindo um limite superior para o seu valor.

Considerando as convenções mais habituais em Mecânica das Rochas (os deslocamentos normais de fecho e a tensões compressivas são consideradas positivas) a relação deslocamento normal – tensão normal (ou a respectiva função matemática) deve revelar estes conceitos físicos, que podem ser traduzidos em linguagem matemática da seguinte forma:

- a relação $\delta_n - \sigma_n$ apresenta valores somente no primeiro quadrante;
- trata-se de uma função crescente;
- apresenta uma primeira derivada (rigidez normal K_n) crescente ou, de forma equivalente, uma curvatura positiva;
- apresenta uma assíntota vertical (ou deslocamento normal de fecho δ_{nf}).

Alguns modelos podem não cumprir todas estas restrições matemáticas mas, todavia, ainda se conseguem adaptar bem aos resultados dos ensaios.

Análises anteriores estudaram um conjunto de ensaios de modelos de fechamento de descontinuidades, que serão apresentados nas secções seguintes.

2.2 - Modelo de Bandis

Este modelo pode ser facilmente referenciado na literatura (Bandis *et al.* 1993). Ele apresenta uma formulação matemática muito simples consistindo numa hipérbola

$$\delta_n = \frac{\sigma_n}{a + b\sigma_n} \quad (1)$$

Uma simples análise mostra que este modelo é representado por uma curva, que passa na origem e cresce indefinidamente até atingir uma assíntota vertical.

As constantes **a** e **b** possuem um significado físico preciso: **a** é a rigidez normal (tangente) na origem K_{n0} e o deslocamento de fecho é o inverso de **b**.

2.3 - Modelo de Loureiro Pinto

Com a finalidade de descrever o comportamento mecânico de rochas e maciços rochosos, Loureiro Pinto (1987) desenvolveu novos modelos reológicos. Um deles consiste num par consolas curvas em forma de clotóides, com secções transversais constantes, unidas numa das extremidades e actuadas nas outras duas por uma força ou tensão. Esta tensão provoca o fechamento do modelo, reduzindo o comprimento das consolas até ambas estarem totalmente unidas e o modelo completamente fechado. Esta descrição física reproduz o comportamento de descontinuidades de rocha, apesar de a formulação matemática deduzida para o modelo não o demonstrar de forma explícita

$$\delta_n = \delta_{nf} \left(1 - \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_f} \right)^{-2} \right) \quad (2)$$

Os parâmetros deste modelo são o deslocamento normal de fecho δ_{nf} e σ_f , a tensão necessária para atingir o fechamento da descontinuidade até $\frac{3}{4}$ do seu máximo fechamento.

2.4 - Modelo de Loureiro Pinto generalizado

Ambos os modelos anteriores requerem, a partir dos resultados dos ensaios, a determinação de 2 parâmetros para serem totalmente definidos. Com a finalidade de alcançar uma melhor adaptação dos resultados experimentais, o modelo de Loureiro Pinto foi melhorado com a introdução de um terceiro parâmetro. Consiste, esta alteração, simplesmente em permitir que o expoente da equação (2) possa variar (substituindo -2 por $-n$).

$$\delta_n = \delta_{nf} \left(1 - \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_f} \right)^{-n} \right) \quad (3)$$

Tal como no modelo anterior, a equação não denuncia que se trata de uma função hiperbólica. Da mesma forma, a equação (3) não se adequa à demonstração de que o modelo de Bandis é, simplesmente, uma equação particular de um conjunto de funções matemáticas de natureza hiperbólica. Contudo, não é difícil demonstrar que as equações (1) e (3) são equivalentes para $n=1$.

2.5 - Modelo de Goodman

Este modelo, proposto por Goodman (1976), é definido pela seguinte equação

$$\frac{\sigma_n - \sigma_{n0}}{\sigma_{n0}} = s \left(\frac{\delta_n}{\delta_{nf} - \delta_n} \right)^t \quad (4)$$

Ele também compreende 3 parâmetros: δ_{nf} , s e t . Poderia pensar-se que σ_{n0} fosse um quarto parâmetro, mas, de facto, trata-se unicamente de uma tensão normal de valor baixo, usada para iniciar a sequência dos ensaios. Este valor é utilizado para ultrapassar a dificuldade de aplicar uma tensão normal nominalmente nula.

A fórmula anterior, equação (4), apresenta uma dificuldade matemática relativa à rigidez normal tangente na origem (K_{n0}), que pode ser determinada usando a equação seguinte

$$K_{n0} = st \frac{\sigma_{n0}}{\delta_{nf}} 0^{t-1} \quad (5)$$

Tal como pode ser visto, a rigidez normal na origem toma valores particulares consoante o parâmetro t seja superior, igual ou inferior a 1.

$$\begin{aligned} t < 1 & \quad K_{n0} = +\infty \\ t = 1 & \quad K_{n0} = s \frac{\sigma_{n0}}{\delta_{nf}} \\ t > 1 & \quad K_{n0} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Esta peculiaridade matemática coloca dois tipos de consequências distintos. Em primeiro lugar, somente para $t=1$ é que a rigidez normal na origem apresenta um valor consequente. Em segundo, a estimação dos parâmetros mais prováveis por técnicas de mínimos quadrados não-lineares pode revelar-se extremamente instável e, em alguns casos, mesmo impossível.

Para além da translação devida a σ_{n0} , a equação (4) pode ser transformada numa fórmula mais simples.

$$\delta_n = \frac{\sigma_n^m}{c + d\sigma_n^m} \quad (7)$$

Este tipo de apresentação do modelo de fechamento de juntas de Goodman mostra que todos os 4 modelos descritos até esta altura podem ser incluídos na mesma família de funções hiperbólicas.

2.6 - Modelo de Lamas

Para a interpretação de um conjunto de 10 ensaios de descontinuidades de granito, Lamas (1993) estudou diversos destes modelos. Considerando os resultados não aceitáveis, propôs um modelo próprio definido por uma função logarítmica com somente 2 parâmetros: o deslocamento normal de fecho δ_{nf} e um expoente n' . A definição matemática deste modelo é representada pela equação seguinte:

$$\sigma_n = \left(-\log_{10} \left(\frac{\delta_{nf} - \delta_n}{10\delta_{nf}} \right) \right)^{-n'} - 1 \quad (8)$$

Este modelo cumpre as hipóteses físicas já mencionadas relativamente ao comportamento mecânico de descontinuidades de rocha.

2.7 - Modelo de Shehata

O modelo de Shehata é uma relação linear entre o deslocamento normal e o logaritmo da tensão normal

$$\delta_n = p + q \ln \sigma_n \quad (9)$$

Esta lei foi testada por diversos autores para modelar o comportamento de juntas não-concordantes (Goodman 1976) ou os ramos de descarga de ensaios (Bandis *et al.* 1983). Estes últimos creditaram este modelo a Shehata (1971).

Esta função não cumpre com as hipóteses físicas já mencionadas: a curva não intersecta a origem e não existe um deslocamento normal de fecho, visto que o deslocamento normal aumenta indefinidamente com a tensão normal.

2.8 - Modelo de Detournay

Detournay (1979) propôs uma ligeira transformação ao modelo de Shehata, de modo a que este intersectasse a origem. Sugeriu uma lei de tipo potência com dois parâmetros (u e v).

$$\sigma_n = u(e^{v\delta_n} - 1) \quad (10)$$

2.9 - Modelo de Zhao

Zhao (1987) usou o modelo definido pela equação seguinte.

$$\frac{\delta_{nf} - \delta_n}{\delta_{nf}} = 1 - r \ln\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{n0}}\right) \quad (11)$$

Aí, σ_{n0} é, também, uma tensão normal inicial de valor baixo, como no caso do modelo de Goodman. Todavia, esta função não revela mais que um relação de proporcionalidade entre o deslocamento normal e a tensão normal normalizada por σ_{n0} . Como consequência, não foi utilizado na análise da qualidade do ajuste dos modelos.

2.10 - Ajuste dos modelos

Com a finalidade de estudar a capacidade de ajuste dos modelos apresentados aos resultados experimentais de ensaios laboratoriais, foram empregues dois conjuntos de descontinuidades (com 21 e 17 elementos).

Em primeiro lugar, deve ser realçada a importância da forma como os parâmetros de cada modelo são calculados. Na maioria dos casos, a determinação dos parâmetros é efectuada por técnicas de mínimos quadrados. Neste caso particular, em que os modelos são funções curvilíneas, devem ser usados mínimos quadrados não-lineares, apesar de algumas funções poderem ser transformadas com facilidade em equações lineares.

Este comentário é particularmente relevante para o modelo de Bandis. Ele permite duas formas de linearização: uma delas, que consiste na inversão da equação (1), pode levar a resultados erróneos em alguns casos, o que a torna bastante inapropriada.

Assim, considerando as melhores estimativas para os parâmetros dos modelos precedentes, as seguintes condições foram retiradas. Os modelos com 3 parâmetros (Goodman e Loureiro

Pinto generalizado), apresentam os melhores ajustes aos resultados experimentais, na maioria dos casos. Todavia, em algumas situações, os parâmetros conduzem a resultados sem significado físico. O modelo de Shehata, em regra, os piores ajustes. Os modelos logarítmicos ou exponenciais (Lamas, Detournay e Shehata) revelam um comportamento bastante errático: em alguns casos pouco frequentes, apresentam os melhores ajustes aos dados experimentais, contudo, noutros casos apresentam resultados bastante deficientes. O modelo de Bandis apresenta um conjunto de resultados bastante consistente, sem valores fisicamente inadequados para a rigidez normal na origem ou para o deslocamento normal de fecho. Em alguns casos, apresenta mesmo os melhores ajustes. Estas conclusões levaram a escolher o modelo de Bandis para a modelação probabilística apresentada na análise que se segue.

3 - MODELO PROBABILÍSTICO

O modelo probabilístico foi usado para reproduzir os resultados de um conjunto de 11 ensaios de carga normal de descontinuidades de um granito porfiróide de grão grosseiro. Os ensaios consistiram em 8 ciclos de carga-descarga até às seguintes tensões normais: 0,3; 0,6; 0,9 e 1.2 MPa. Em cada ciclo, a tensão normal e o deslocamento normal foram medidos em diversas ocasiões, que chegaram a 19 conjuntos de leituras nos últimos ciclos até à tensão normal mais elevada.

Tal como nos estudos anteriores, o comportamento normal é fortemente influenciado pelo caminho das tensões. Assim, 3 tipos de carga foram considerados separadamente: a primeira carga (primeira vez que um dado valor de tensão normal é atingido), outros ciclos de carga e os ciclos de descarga.

Uma análise do ajuste dos diferentes modelos foi realizada e conduziu a conclusões similares às já apresentadas. Em conformidade, foi considerado apropriado o uso do modelo de Bandis.

O modelo probabilístico considera que, para um dado valor de tensão normal, o deslocamento normal segue uma simples distribuição normal ou de Gauss. Assim, a análise inicia-se com a determinação da média e do desvio padrão do deslocamento normal, para todos os valores de tensão normal em que foram executadas leituras. Foram realizados os gráficos relacionando estes valores e a tensão normal, que mostraram que:

- o deslocamento normal médio apresenta uma curva que pode ser ajustada com facilidade pelo modelo de Bandis;
- a relação entre o desvio padrão do deslocamento normal e a tensão normal pode ser representada por curvas hiperbólicas;
- as relações desvio padrão do deslocamento normal vs tensão normal, para os ramos de descarga e de recarga pode, igualmente, ser considerada linear.

Com base na primeira destas conclusões, é possível determinar, por meio de mínimos quadrados não-lineares, os parâmetros do modelo hiperbólico de Bandis para o deslocamento normal médio. Estes resultados conduziram às seguintes equações, que se referem, respectivamente, à primeira carga $\bar{\delta}_{n1}$, descarga $\bar{\delta}_{nu}$ e recargas $\bar{\delta}_{nr}$.

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{n1} &= \frac{\sigma_n}{5,916 + 1,013\sigma_n} \\ \bar{\delta}_{nu} &= \frac{\sigma_n}{6,456 + 12,622\sigma_n} \\ \bar{\delta}_{nr} &= \frac{\sigma_n}{11,629 + 6,917\sigma_n} \end{aligned} \tag{12}$$

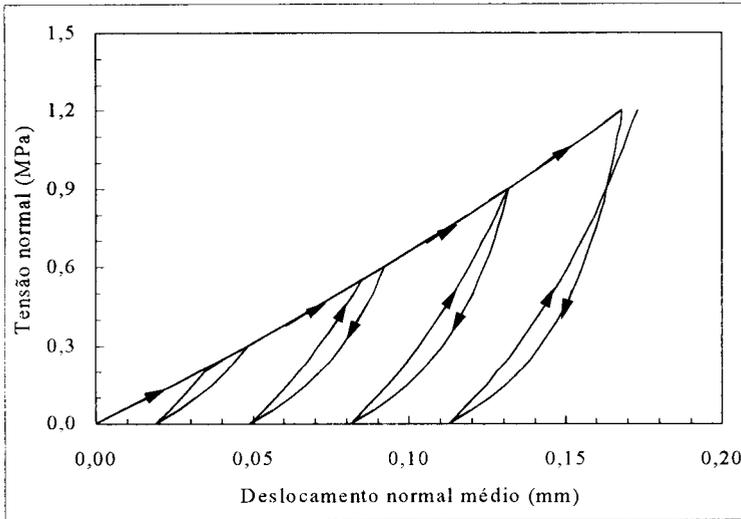


Figura 1 - Modelo de Bandis para o deslocamento normal médio dos ciclos de primeira carga, descarga e restantes cargas

A Figura 1 apresenta um gráfico com a evolução do deslocamento normal médio, seguindo os ciclos de carga-descarga até às mesmas tensões normais usadas nos ensaios. Estas curvas são deduzidas directamente das equações apresentadas em (12).

O desvio padrão do deslocamento normal s_{δ_n} foi considerado como uma função hiperbólica, similar ao modelo de Bandis para o ramo de primeira carga. A partir dos dados experimentais, foi deduzida a equação seguinte.

$$s_{\delta_n} = \frac{\sigma_n}{9,673 + 9,384\sigma_n} \quad (13)$$

Usando a equação anterior e a primeira das equações apresentadas em (12) para calcular o deslocamento normal médio $\bar{\delta}_{n1}$, é possível definir, para qualquer valor da tensão normal, os parâmetros da função de distribuição normal referente ao ramo de primeira carga. A Figura 2 apresenta as curvas destas funções para alguns valores de σ_n .

Para os ramos de descarga e restantes ramos de carga (ou recargas) foram usadas relações lineares entre o desvio padrão e a tensão normal.

Para o caso das descargas, esta relação é apresentada na equação (14).

$$s_{\delta_n} = 0,01174 + 0,00980\sigma_n \quad (14)$$

Usando a segunda das equações referidas como (12), para determinar o deslocamento normal médio $\bar{\delta}_{nu}$, e a equação (14), para calcular o desvio padrão, encontram-se totalmente definidas as funções de distribuição normais para qualquer tensão normal. Para certos valores de σ_n , algumas dessas distribuições são apresentadas na Figura 3.

No caso das recargas (ramos de aumento de tensão de qualquer ciclo, desde que a tensão normal seja inferior ao valor máximo já ocorrido), o procedimento para a definição das distribuições de Gauss é semelhante. A terceira das equações em (12) permite a determinação do deslocamento normal médio $\bar{\delta}_{nr}$ e o respectivo desvio padrão pode ser obtido a partir da equação (15).

$$s_{\delta_n} = 0,01008 + 0,00942\sigma_n \quad (15)$$

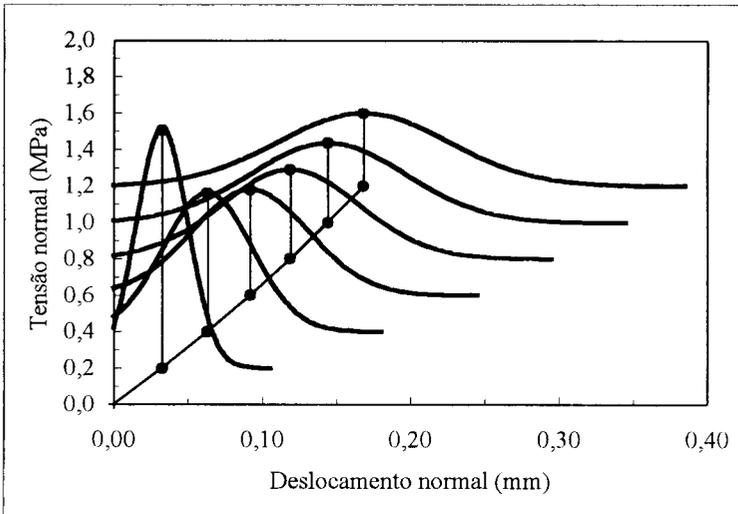


Figura 2 - Distribuições normais para a primeira carga

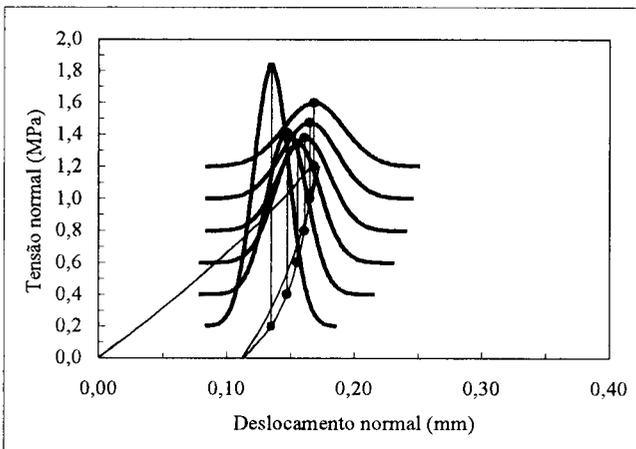


Figura 3 - Funções de distribuição normais para as descargas

A Figura 4 apresenta um conjunto de funções de distribuição normais definidas de acordo com este procedimento.

Estas figuras e as equações apresentadas permitem concluir que a dispersão para a primeira carga é significativamente superior do que para os restantes ramos (caso das descargas e recargas).

Com conclusão final, pode salientar-se que este simples modelo probabilístico pode ser facilmente implementado em computações e programas numéricos, por forma a levar em conta com a não-linearidade e com a variabilidade do comportamento mecânico de discontinuidades de rocha sob carregamento normal.

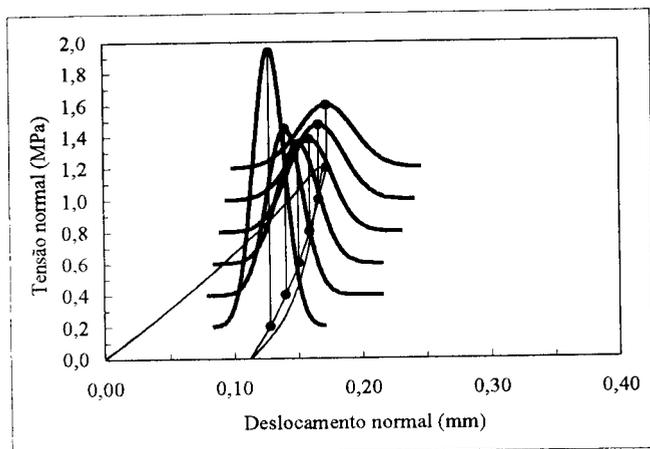


Figura 4 - Funções de distribuição normais para as recargas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BANDIS, S.; LUMSDEN, A. e BARTON, N. - *Fundamentals of rock joint deformation*. Int. J. Rock Mechanics Min. Sci. 20, nº 6:249-268, 1983.
- BILLAUX, D.; FEUGA, B. e GENTIER, S. - *Étude théorique et en laboratoire du comportement d'une fracture rocheuse sous contrainte normale*. Revue Française de Géotechnique 26: 21-29, 1984.
- BROWN, S.R. e SCHOLZ, C.H. - *Closure of rock joints*. Journal Geophysical Research 91, B1: 4939-4948, 1986.
- DETOURNAY, T. - *The interaction of deformation and hydraulic conductivity in rock fractures*. Improved stress determination procedures by hydraulic fracturing. Final Report, Vol. 2, Universidade de Minnesota, 1979.
- GOODMAN, R.E.; TAYLOR, R.L. e BREKKE, T. - *A model for the mechanics of jointed rock*. Proc. American Society of Civil Engineers, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division 94 SM3:637-659, 1968.
- GOODMAN, R.E. - *Methods of geological engineering in discontinuous rock*. Minnesota: West Publishing, 1976.
- LAMAS, L.M.N. - *Contributions to understanding the hydro-mechanical behaviour of pressure tunnels*. PhD Thesis, Imperial College, Universidade de Londres, 1993.
- LOUREIRO PINTO, J. - *A rheological model of the behaviour of rocks and rock masses*. 6th Congress of the International Society for Rock Mechanics, Montreal (Canada). Rotterdam: Balkema, 1987.
- MURALHA, J. - *Abordagem probabilística do comportamento mecânico de descontinuidades de maciços rochosos*. Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 1995.
- SHEHATA, W.M. - *PhD Thesis*, 1971.
- SUN, Z. - *Asperity models for closure and shear*. Simpósio Int. sobre *Fundamentals of Rock Joints*. Bjorkliden (Sweden). Lulea: Centek, 1985.
- SWAN, G. - *Determination of stiffness and other joint properties from roughness measurements*. Rock Mechanics and Rock Engineering 18: 183-212, 1983.

- TSANG, Y.W. e WITHERSPOON, P.A. - *Hydromechanical behavior of a deformable rock fracture subject to normal stress*. Journal Geophysical Research 86, B10: 9287-9298, 1981.
- ZHAO, J. - *Experimental studies of the hydro-thermal-mechanical behaviour of rocks in granite*. PhD Thesis, Imperial College, Universidade de Londres, 1987.