

VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR CRAVAÇÃO DE ESTACAS: MODELAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Vibrations induced by pile driving: numerical modelling and experimental validation

Aires Colaço^a, Pedro Alves Costa^a, Cristiana Ferreira^a, Cecília Parente^a, António Silva Cardoso^a

^aCONSTRUCT-FEUP, Universidade do Porto, Porto, Portugal

RESUMO – As soluções de fundações indiretas são frequentemente utilizadas em edifícios localizados em cenários geotécnicos desfavoráveis. A cravação de estacas é uma possibilidade interessante para a sua materialização, com vantagens do ponto de vista económico e técnico. Contudo, é necessário assegurar que as questões ambientais, nomeadamente as vibrações geradas no meio envolvente, sejam devidamente acauteladas. Desta forma, os autores propõem uma ferramenta numérica para uma previsão atempada dos níveis de vibração induzidos. Esta ferramenta corresponde a um modelo axissimétrico FEM-PML, no qual os efeitos de não linearidade do comportamento do solo são considerados através de uma metodologia linear equivalente. Dada a complexidade do problema em apreço, foi desenvolvido e caracterizado um campo experimental para a validação da ferramenta numérica. O trabalho experimental desenvolvido incorpora ensaios laboratoriais e in-situ para a caracterização do solo e o registo das vibrações ocorridas durante a cravação das estacas. Foi alcançada uma concordância muito elevada entre resultados numéricos e experimentais, permitindo aferir a adequabilidade da ferramenta na previsão dos níveis de vibração induzidos pela cravação de estacas por impacto.

ABSTRACT – Deep foundations are frequently used for buildings founded over soils with weak geotechnical characteristics. From the economic and technical point of view, impact pile driving is one interesting possibility for its materialization. However, it is necessary to ensure that environmental requirements, namely ground-borne vibrations, are adequately met. For such purpose, the authors propose a numerical prediction tool for a prior prediction of the expected ground-borne vibrations levels. This tool corresponds to an axisymmetric FEM-PML approach, where the non-linear behavior of the soil is described by an equivalent linear methodology. Given the complexity of the problem, an experimental test site was developed and fully characterized for validation purposes. The experimental work comprises laboratory and in-situ soil characterization and measurement of vibrations induced during pile driving. A very good agreement was achieved in the comparison between numerical and experimental results, from which the proposed numerical approach can be considered a suitable tool for the prediction of ground-borne vibrations induced by impact pile driving.

Palavras Chave – Vibrações induzidas pela cravação de estacas; modelo numérico axissimétrico FEM-PML; Validação experimental.

Keywords – Ground-borne vibrations induced by pile driving; Axisymmetric FEM-PML approach; Experimental validation.

E-mails: aires@fe.up.pt (A. Colaço), pmbcosta@reit.up.pt (P. Costa), cristiana@fe.up.pt (C. Ferreira), cparente@fe.up.pt (C. Parente), a título póstumo (A. Cardoso)

ORCID: orcid.org/0000-0002-2224-8977 (A. Colaço), orcid.org/0000-0003-1237-0108 (P. Costa), orcid.org/0000-0001-5998-6220 (C. Ferreira), -, orcid.org/0000-0002-6025-4681 (C. Parente)

1 – 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, e de acordo com dados das Nações Unidas, a população mundial é estimada em cerca de 7,3 mil milhões de pessoas, com cerca de 55% a viver em áreas urbanas. As projeções até ao ano de 2050 apontam para uma mudança gradual da população a viver em áreas rurais para áreas urbanas, o que, combinado com o crescimento geral que se verifica, significa um acréscimo de 2,5 mil milhões de pessoas a viver em áreas urbanas naquele ano horizonte (Nações Unidas, 2022). Esta evolução demográfica é responsável por uma elevada pressão sobre a indústria da construção, existindo uma crescente necessidade de ocupação do solo, muitas vezes com características geotécnicas precárias. Consequentemente, o dimensionamento das fundações dos edifícios tende a apresentar uma maior complexidade, recorrendo-se, frequentemente, a fundações indiretas.

A sustentabilidade do processo construtivo está intrinsecamente ligada ao incremento das exigências de qualidade, diminuição do tempo de execução e redução do impacto ambiental. O recurso a soluções pré-fabricadas pode desempenhar um papel fundamental para atingir estes objetivos. No caso específico das fundações indiretas, a implementação de soluções pré-fabricadas implica a cravação de estacas. Esta técnica milenar tem sido alvo de melhorias substanciais ao longo do tempo, sendo agora possível a cravação de estacas de elevado comprimento e secção, mesmo em solos medianamente competentes (FHWA, 2016). Contudo, a sua aplicação em larga escala e em ambiente urbano pode ser condicionada, não pela componente técnica, mas essencialmente pelas potenciais consequências nefastas no meio envolvente. De facto, a cravação de estacas requer uma considerável transferência de energia para o solo, o que, necessariamente, origina vibrações que podem interferir no funcionamento de equipamentos sensíveis, bem como na qualidade de vida das pessoas ou, em casos extremos, causar danos em edifícios próximos. Assim, a previsão, monitorização e controlo das vibrações são passos essenciais para a redução de efeitos perniciosos induzidos pelo processo de construção destas estacas.

No que respeita ao processo de previsão de vibrações no contexto descrito, e dada a complexidade do problema em causa, os primeiros estudos realizados foram baseados em métodos empíricos (Cleary e Steward, 2016; Massarsch e Fellenius, 2008; Attewell e Farmer, 1973; Attewell et al., 1992; Massarsch e Fellenius, 2015; Whyley e Sarsby, 1992; Grizi et al., 2018a). Recentemente, alguns autores abordaram este problema do ponto de vista numérico: Ramshaw et al. (2001) e Khoubani e Ahmadi (2014) propuseram um modelo axissimétrico baseado na combinação de elementos finitos e infinitos para a simulação do sistema estaca-solo. Uma técnica semelhante foi apresentada por Homayoun Rooz e Hamidi (2019), na qual os limites de truncatura do domínio foram tratados com base num aumento gradual do amortecimento do solo, de modo a obedecer à condição de Sommerfeld, isto é, a energia que lhe é transmitida não poderá regressar ao domínio de análise. Esta foi também a estratégia seguida por Sofiste et al. (2021) para lidar com as limitações do domínio discretizado, sendo que o modelo proposto diferencia-se do anterior por se tratar de um modelo formulado no domínio do tempo. Tendo em consideração que os níveis de deformação induzidos no solo nas proximidades do local de cravação são consideráveis, Masoumi et. al. (2009) apresentou um modelo de análise não linear baseado no acoplamento entre o método dos elementos finitos e o método dos elementos de contorno para a previsão dos níveis de vibração à superfície do maciço geotécnico. Incluindo igualmente a simulação do comportamento não linear do solo, Grizi et al. (2018b) tirou partido do programa comercial Plaxis 3D para estimar os níveis de vibração induzidos pela cravação de estacas por impacto.

A partir da literatura disponível, é evidente que o comportamento não linear do solo nas proximidades da estaca desempenha um papel relevante no campo de vibrações gerado. No entanto, a realização de análises não lineares com recurso a modelos no domínio da frequência não é possível, exigindo para o efeito modelos formulados no domínio do tempo, usualmente desafiantes do ponto de vista da eficiência computacional. Assim, existe a necessidade de uma abordagem alternativa de forma a dar resposta às exigências de análise e computacionais. Para tal, no presente trabalho é proposto um modelo formulado no domínio da frequência e baseado no Método dos Elementos

Finitos (MEF) com as seguintes especificidades: i) acoplamento do MEF com o método das camadas de absorção perfeita (PML - do inglês *Perfectly Matched Layer*) de forma a evitar reflexões espúrias para o domínio de análise; ii) definição das propriedades do solo em função do nível de distorção, ou seja, a realização de uma análise linear equivalente de modo a incorporar, ainda que de uma forma simplificada, o impacto do comportamento não linear do solo na resposta do sistema. A combinação destas duas características permite o desenvolvimento de uma ferramenta de previsão eficiente e robusta, evitando o recurso a modelos constitutivos avançados para a simulação do solo e a técnicas de análise complexas para resolver o sistema de equações de equilíbrio dinâmico no domínio do tempo.

Dada a complexidade do problema em apreço, a validação experimental da metodologia numérica proposta (exposta na Secção 2) é uma etapa obrigatória. Para tal, foi desenvolvido um extenso conjunto de atividades experimentais, descritas na Secção 3, as quais podem ser agrupadas da seguinte forma: i) caracterização geotécnica *in situ* e laboratorial; ii) medição de vibrações durante as operações de cravação de estacas. A secção 4 é dedicada à validação experimental do modelo numérico, na qual os resultados provenientes da simulação numérica são comparados com os avaliados por via experimental. O presente artigo é finalizado com a Secção 5, na qual as principais conclusões são sumarizadas. De acordo com esta exposição geral, fica claro que existe um objetivo duplo no presente trabalho de investigação: a formulação e validação experimental de um modelo numérico integrado e a abrangente caracterização de um campo experimental. O último representa um relevante contributo para a comunidade técnica e científica que abordam o tema de vibrações induzidas por cravação de estacas, uma vez que os dados experimentais expostos podem ser usados na validação dos seus próprios modelos.

2 – MODELO DE PREVISÃO NUMÉRICO

2.1 – Generalidades

A previsão dos níveis de vibração induzidos por cravação de estacas envolve a modelação de um sistema complexo, composto por meios muito distintos, como são o caso do martelo, da estaca ou o solo. Dadas as notórias diferenças na mecânica dos vários meios, a escolha de um modelo numérico modular constitui uma opção atrativa para a modelação da globalidade do sistema. O modelo proposto é estruturado em dois módulos principais: o primeiro compreende o sistema estaca-solo, para o qual é considerado o método MEF-PML axissimétrico; o segundo diz respeito à simulação dinâmica do martelo. Existindo um problema de interação dinâmica entre o martelo e o

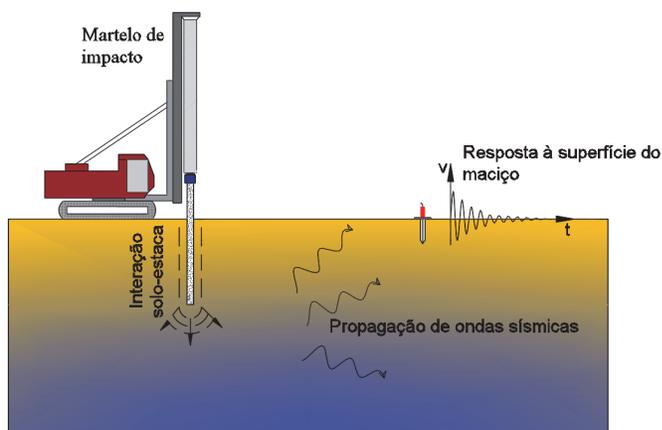


Fig. 1 – Ilustração esquemática do sistema martelo-estaca-solo.

sistema remanescente, os dois modelos são acoplados, atendendo aos requisitos de equilíbrio e compatibilidade. A ilustração do problema em apreço é apresentada na Figura 1.

2.2 – Modelação numérica do sistema estaca-solo

2.2.1 – Formulação geral

A resposta dinâmica induzida no sistema por meio de um impacto é tida em conta através do acoplamento do método dos elementos finitos (MEF) e do método das camadas de absorção perfeitas (PML) de forma a garantir, adequadamente, a condição de radiação de Sommerfeld (Kausel, 1988; Mesquita e Pavanello, 2005). Por uma questão de eficiência computacional, foi adotada uma formulação axissimétrica, permitindo obter a resposta tridimensional do problema sem a necessidade de uma discretização 3D. Esta abordagem apenas é possível dadas as particularidades do problema, nomeadamente no que concerne à existência de condições de simetria do fenómeno e do modelo em relação ao eixo da estaca. De acordo com a notação clássica de elementos finitos, a resposta dinâmica do sistema estaca-solo, no domínio da frequência, é obtida através da formulação matricial apresentada pela equação seguinte:

$$\{([K] + [K^*(\omega)]) - \omega^2([M] + [M^*(\omega)])\}\{u(\omega)\} = \{p(\omega)\} \quad (1)$$

Uma descrição detalhada da formulação matemática associada a estes dois métodos pode ser encontrada em Parente et al. (2019) e Colaço et al. (2021a). Nesta equação, $[K]$ e $[K^*]$ correspondem às matrizes de rigidez das regiões MEF e PML, respetivamente; $[M]$ e $[M^*]$ representam as matrizes de massa associadas às regiões MEF e PML, respetivamente. $\{u\}$ é o vetor que colige as diferentes componentes dos deslocamentos nodais e ω representa a frequência angular.

Uma vez que o problema é formulado no domínio da frequência, é possível a definição de funções de transferência entre a resposta de um dado ponto de observação e a condição de carregamento unitária. Esse tipo de procedimento é atraente, pois a resposta pode então ser facilmente escalada em função da solicitação introduzida pelo martelo.

2.2.2 – Formulação linear-equivalente

A hipótese de um comportamento (visco-) elástico e linear do sistema estaca-solo é condição necessária para o desenvolvimento de um modelo no domínio da frequência, como o definido anteriormente. No entanto, a adoção de tal metodologia corresponde a uma simplificação do comportamento real do solo, o qual é fortemente dependente do nível de deformação induzida. De facto, com o aumento do nível de deformação a rigidez do solo tende a diminuir e a dissipação de energia tende a aumentar, tal como ilustrado na Figura 2 (de uma forma meramente esquemática), referente à resposta do solo para duas situações de solicitação cíclica simétrica com amplitude distinta (Hardin e Drnevich, 1972a; Hardin e Drnevich, 1972b).

No âmbito da cravação de estacas por impacto é expectável a indução de deformações superiores ao limite compatível com a resposta em regime elástico e linear. Assim, na gama de deformações (distorcionais) expectável, da ordem de 10^{-4} a 10^{-3} , o comportamento mecânico do solo pode ser aproximado por uma formulação linear-equivalente, permitindo incorporar de uma forma simplificada os efeitos do comportamento não linear do solo (Ishihara, 1996). Esta metodologia envolve um método iterativo, ao longo do qual se ajustam os parâmetros elásticos em função do nível de distorção experimentado pelo solo. Para tal, são necessárias leis de evolução da rigidez e amortecimento em função da distorção experienciada. Idealmente, essas leis devem ser obtidas através da realização de ensaios laboratoriais ou, na sua ausência, através de correlações com alguns dos parâmetros físicos do solo, tal como tem vindo a ser advogado por diversos autores (Vucetic e Dobry, 1991; Ishibashi e Zhang, 1993).

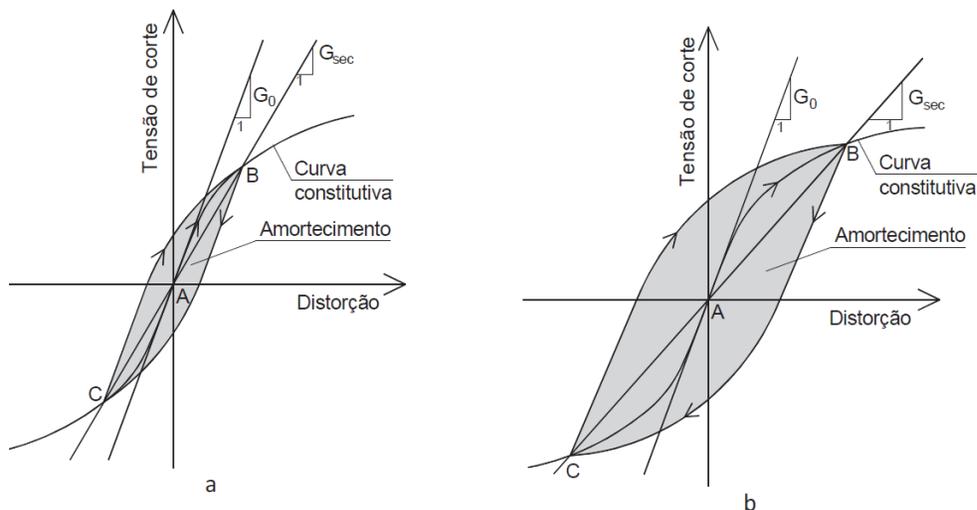


Fig. 2 – Trajetória de tensão-deformação para solitação cíclica simétrica: a) ciclo de pequena amplitude; b) ciclo de grande amplitude.

Assim, está implícito que a avaliação do nível de distorção do solo é fundamental. A grande maioria de ensaios laboratoriais é efetuada atendendo a trajetórias de tensão/deformação relativamente simples e nem sempre representativas das trajetórias efetivamente verificadas em problemas reais. Desse modo, e seguindo em linha com o que vem sendo praticado na Engenharia Sísmica (Lysmer et al., 1974; Halabian e Nagggar, 2002), nomeadamente no âmbito da análise da resposta dinâmica do solo, o nível de distorção de referência para um estado tridimensional é aqui definido pela distorção octaédrica efetiva, a qual é dada por:

$$\gamma_{eff} = \alpha \frac{1}{3} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + 6(\gamma_{zr})^2} \quad (2)$$

em que ε_i e γ_{zr} representam as componentes do tensor das deformações e α corresponde a um parâmetro de ponderação situado no intervalo [0,5-0,7]. A consideração do parâmetro α tem como finalidade a introdução de uma ponderação no nível de distorção, tendo em atenção o facto de, na generalidade dos eventos, a solitação não ser cíclica e simétrica, o que implica que a história temporal de distorção não se apresente com configuração harmónica. Neste trabalho foi assumido um valor de 0,65, à semelhança com o que é habitualmente considerado na análise da resposta dinâmica do solo em Engenharia Sísmica (Lysmer et al., 1974; Halabian e Nagggar, 2002).

Em termos do procedimento numérico, o modelo axissimétrico MEF-PML é devidamente adaptado de modo a acomodar a realização de análises lineares equivalentes. Assim, através de um processo iterativo, os níveis de distorção em cada elemento são avaliados e as respetivas propriedades mecânicas (módulo de distorção ou o módulo de Young e amortecimento) são atualizadas em cada iteração, até que se obtenha uma concordância aceitável entre essas propriedades e o nível de distorção induzido em cada elemento finito. No esquema computacional adotado, considera-se que o nível de distorção no ponto central de cada elemento é representativo das deformações experimentadas no interior desse mesmo elemento. O procedimento pode ser resumido da seguinte forma:

1. Admitir as propriedades correspondentes a muito pequenas deformações para todo o domínio;

2. Efetuar uma análise linear, com base em tais propriedades, e calcular as deformações de cada elemento e o respetivo valor máximo γ_{eff}^i ;
3. Através das curvas de degradação, selecionar valores de G_{sec}^{i+1} e ξ_{sec}^{i+1} compatíveis com o valor máximo de γ_{eff}^i calculado em cada elemento;
4. Repetir os passos 2 e 3 até que a diferença entre os valores das propriedades mecânicas entre duas iterações sucessivas seja inferior, para todos os elementos finitos, à tolerância de convergência admitida.

O número de iterações necessárias à convergência do problema depende, como é evidente, da tolerância admitida. Na opinião dos autores não se justifica a imposição de níveis de tolerância muito exigentes, sugerindo-se o valor de 3% como aceitável, visto que o próprio método em si não é mais do que uma aproximação ao problema físico.

2.3 – Modelação do martelo e interação dinâmica martelo-estaca

A determinação da força de impacto na cabeça da estaca pressupõe a modelação do martelo de impacto. Para tal, foi adotado um modelo analítico, inicialmente proposto por Deeks e Randolph (1993), no qual o sistema de impacto é simulado através de um modelo de dois graus de liberdade, tal como ilustrado na Figura 3.

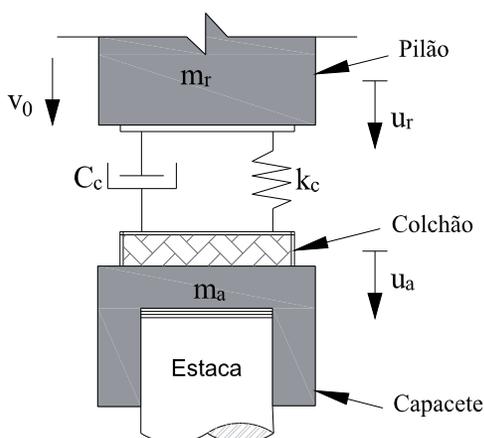


Fig. 3 – Modelo de dois graus de liberdade usado na modelação do sistema martelo-estaca.

O deslocamento nos dois graus de liberdade indicados, em correspondência com o pilão (u_r) e o colchão (u_a) pode ser descrito, no domínio da frequência, através do sistema de equações a seguir apresentado, no qual a força exterior aplicada corresponde a uma pseudo-força cujo valor é igual a $m_r v_0$, sendo v_0 a velocidade de impacto do pilão na cabeça da estaca e m_r a massa do pilão. m_a , c_c , e k_c correspondem, respetivamente, à massa do capacete, coeficiente de amortecimento e rigidez do colchão:

$$\left(-w^2 \begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} + iw \begin{bmatrix} c_c & -c_c \\ -c_c & c_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c + k_p \end{bmatrix}\right) \times \begin{bmatrix} u_r \\ u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_r v_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Após a resolução do sistema de equações anterior, a força de impacto na cabeça da estaca é obtida através do quociente entre a rigidez dinâmica da estaca k_p , calculada por intermédio do modelo axissimétrico MEF-PML, e o deslocamento do colchão, u_a .

No momento em que o pilão atinge a superfície do colchão, a resistência do solo suaviza o movimento da estaca, originando o ressalto do pilão. Uma vez que a força na cabeça da estaca é obtida através de um modelo elástico linear, são geradas forças de tração no momento do ressalto. Obviamente, estas forças apenas se verificam dada a simplicidade do modelo utilizado, uma vez que o mesmo não permite atender à perda de contacto entre os dois elementos. De forma a ultrapassar esta limitação, é efetuada uma operação adicional, na qual as forças de tração verificadas no domínio do tempo são truncadas (Parente et al., 2019).

Após o cálculo da força de impacto, a resposta dinâmica do sistema estaca-solo é obtida, no domínio da frequência, através do produto das funções de transferência obtidas através do modelo MEF-PML pela força de impacto calculada. A resposta no domínio do tempo é facilmente determinada através de uma operação de transformada inversa de Fourier. Detalhes sobre este procedimento podem ser encontrados em publicações anteriores dos autores (Alves Costa et al., 2012; Colaço et al., 2021b).

3 – CAMPO EXPERIMENTAL

3.1 – Descrição geral

As atividades de cariz experimental expostas ao longo desta seção foram desenvolvidas num campo experimental localizado próximo do centro da cidade do Porto, no qual um edifício fundado em estacas se encontrava em início de construção. Genericamente, o edifício residencial em questão consiste numa estrutura de betão armado de 10 pisos, totalizando uma área de implementação de cerca de 1200 m². A vista do local de construção, no momento da cravação das estacas, pode ser observada na Figura 4.



Fig. 4 – Vista geral do local de implementação do futuro edifício residencial no momento de cravação das estacas.

No que diz respeito ao projeto de fundações, foram dimensionadas 156 estacas, com duas secções distintas de 350 x 350 mm e 400 x 400 mm e um comprimento variável entre 8 a 15 metros, em função das condições geotécnicas do local de cravação. A vista geral da planta de fundações é apresentada na Figura 5. As estacas pré-fabricadas em betão armado pré-esforçado são caracterizadas por um módulo de elasticidade, E , de 30 GPa, massa volúmica, ρ , de 2500 kg/m³ e coeficiente de Poisson de 0,15. O coeficiente de amortecimento histerético deste elemento é admitido igual a 0,01 (é assumido um modelo de amortecimento histerético na modelação numérica dos sistema estaca-solo).

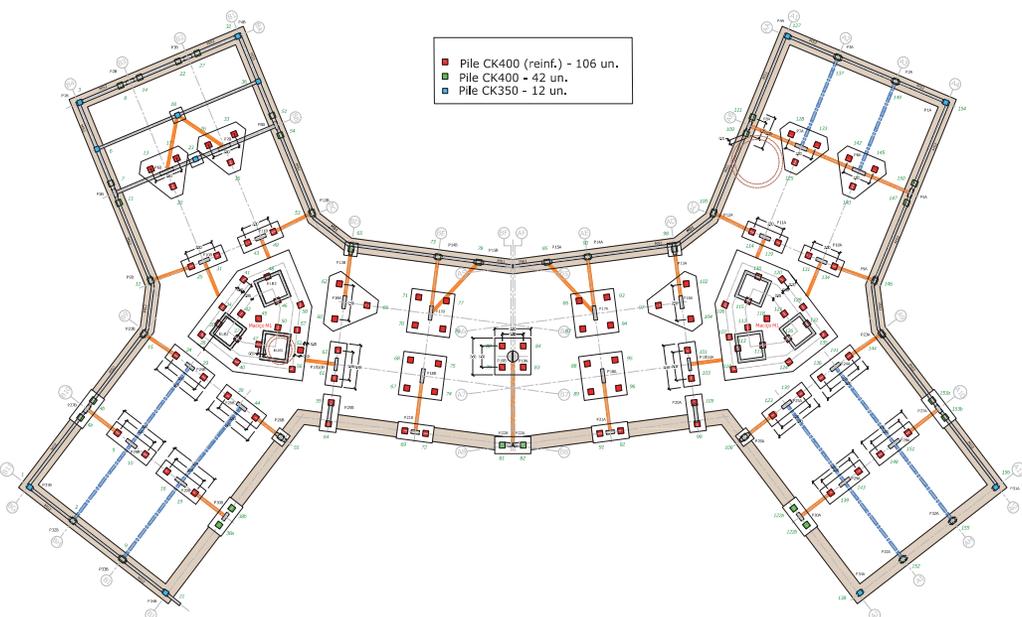


Fig. 5 – Planta de fundações.

3.2 – Caracterização geotécnica

3.2.1 – Testes *in-situ*

No âmbito do reconhecimento geológico-geotécnico realizado no local, foi efetuada uma campanha de sondagens, composta por sete furos com recolha de amostras, ao longo dos quais foram realizados ensaios SPT de 1,50 m em 1,50 m em profundidade. Adicionalmente, foram instalados piezómetros em três furos de sondagem, de forma a monitorizar o posicionamento do nível freático. As sondagens foram realizadas num momento anterior à escavação entretanto realizada para acomodar o piso -1 do edifício, de aproximadamente 3 metros, pelo que a interpretação dos resultados do perfil geológico-geotécnico apresentados, a título de exemplo, na Figura 6 deve ser cuidada. Genericamente, as sondagens realizadas revelaram a existência de uma formação geológica constituída por solo residual de granito, com melhoria das propriedades geomecânicas em profundidade. Relativamente ao ambiente hidrogeológico do local, foi detetada a presença de água a uma profundidade de aproximadamente 8 metros da base da escavação (11 metros a partir da superfície inicial).

Apesar da relevância dos resultados recolhidos a partir do relatório citado para o projeto de fundações, a informação é tratada de uma forma mais qualitativa do que quantitativa para os propósitos do presente trabalho. De facto, em problemas que envolvam a propagação de vibrações induzidas pela cravação de estacas (e outros), os ensaios realizados não são compatíveis com os reduzidos níveis de deformação expectáveis durante a operação de cravação de estacas, particularmente para maiores distâncias em relação ao local de cravação. Assim, foram realizados ensaios geofísicos não intrusivos para a avaliação das propriedades elastodinâmicas, nomeadamente ensaios de refração (RT) e ensaios SASW. Estes testes incluem uma componente experimental e uma componente numérica. O procedimento experimental consiste na aplicação e registo de uma força de impacto na superfície do solo e a medição do sinal gerado por intermédio de acelerómetros colocados num alinhamento de pontos com início no local de impacto, tal como ilustrado na Figura 7.

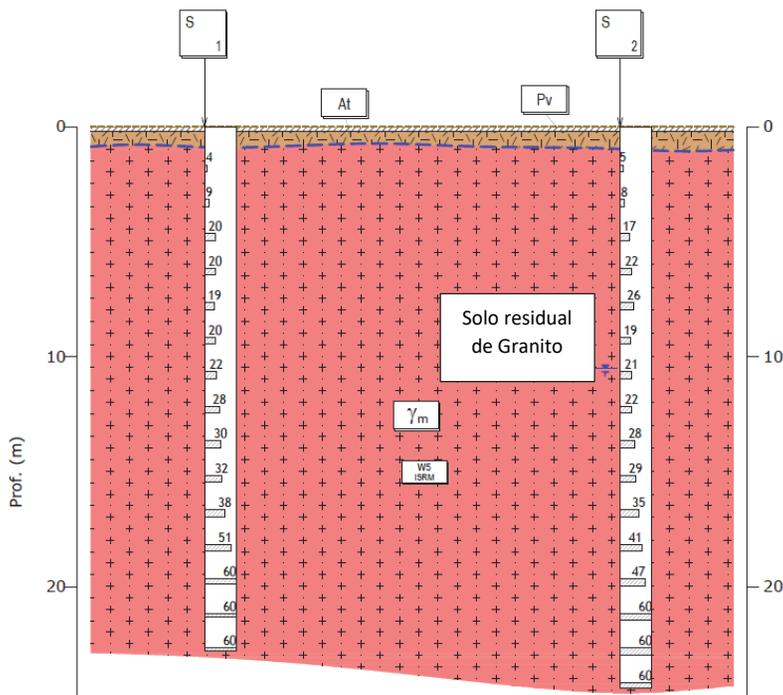


Fig. 6 – Exemplo de perfil geológico-geotécnico.

Com base nos ensaios de refração, a velocidade de propagação das ondas P é avaliada diretamente a partir de uma análise, no domínio do tempo, do sinal recolhido para cada posição. A velocidade de propagação das ondas S é obtida a partir de um procedimento de inversão que caracteriza o ensaio SASW, o qual tem em consideração a relação de dispersão P-SV representada na Figura 7c. Detalhes adicionais acerca da formulação matemática dos métodos podem ser encontrados em Degrande et al. (2008).

Os perfis de velocidade das ondas S e P obtidos através dos ensaios descritos estão representados na Figura 8. Apenas uma nota relacionada com os elevados valores de velocidade das ondas P abaixo dos 8 metros, estando estes relacionados com a presença do nível freático. A caracterização laboratorial das amostras de solo recolhidas estimam a massa volumica do solo em 1900 kg/m^3 . De acordo com um estudo de sensibilidade realizado num trabalho prévio dos autores, em Colaço et al. (2022), um valor de amortecimento histerético de 5% é admitido para a primeira camada de solo e um valor de 2,5% para as restantes.

Em complemento aos ensaios geofísicos não intrusivos, são igualmente apresentados na Figura 8 os resultados de dois ensaios Cross-Hole (CH) anteriormente realizados no mesmo local de estudo e no âmbito de um anterior projeto de investigação com objetivo de caracterização dos solos residuais do granito do Porto.

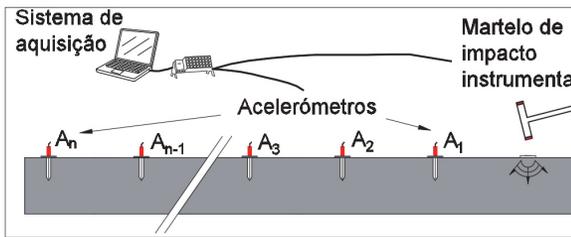
A comparação dos resultados provenientes das diferentes tipologias de testes evidencia algumas diferenças. Estas, expectáveis, podem ser atribuídas à diferente localização de realização dos testes, heterogeneidade local do solo e ao volume do solo afetado por cada ensaio. De facto, os ensaios de refração e SASW envolvem um vasto volume de solo, enquanto que os ensaios Cross-Hole envolvem um volume mais restrito. Contudo, uma eventual razão que melhor justifica as diferenças encontradas prende-se com o facto de os ensaios Cross-Hole terem sido efetuados num momento anterior à escavação de cerca de 3 metros entretanto realizada. Esta operação induz um alívio de tensões no solo com conseqüente redução da sua rigidez nas camadas mais superficiais.



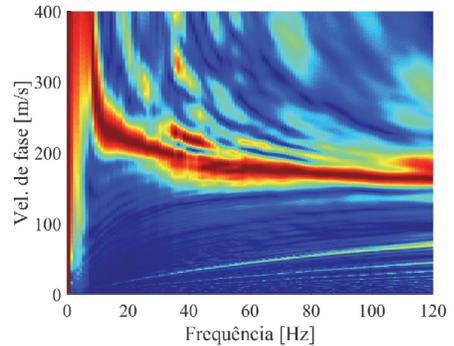
a)



b)

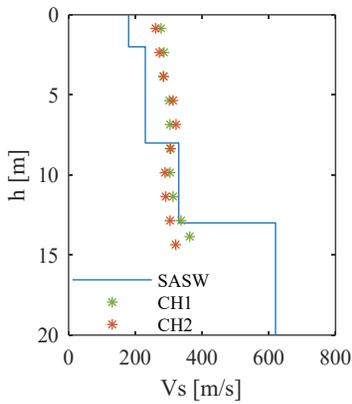


c)

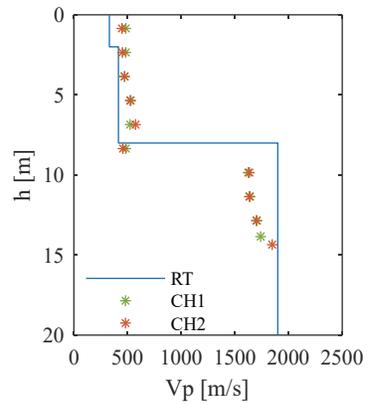


d)

Fig. 7 – Caracterização dinâmica do solo: a) registo fotográfico da instalação dos acelerómetros à superfície do terreno; b) registo fotográfico do martelo de impactos instrumentado; c) configuração experimental das atividades experimentais; d) espectro de resposta.



a)



b)

Fig. 8 – Evolução das propriedades dinâmicas do solo em profundidade: a) velocidade das ondas S; b) velocidade das ondas P.

3.2.2 – Caracterização laboratorial

Como complemento aos ensaios *in-situ*, a modelação dinâmica da propagação de ondas sísmicas induzidas por cravação de estacas exige o conhecimento de informação relacionada com a relação tensão-deformação do solo quando as deformações induzidas não são compatíveis com o limite elástico, como anteriormente discutido. Informação dessa natureza apenas pode ser obtida através da aplicação de metodologias laboratoriais avançadas sobre amostras de elevada qualidade.

Este aspeto foi igualmente alvo de análise num projeto de investigação anterior, no qual diversas amostras indeformadas de solo foram recolhidas no campo experimental sob análise (Ferreira, 2009; Fonseca et al., 2006; Ferreira et al., 2007). A atividade laboratorial desenvolvida inclui numerosos ensaios triaxiais com medição das ondas sísmicas e ensaios de coluna ressonante (RC). A Figura 9 apresenta o exemplo de uma amostra de solo recolhida e a sua preparação para a realização de um ensaio RC. O equipamento de ensaio utilizado neste trabalho corresponde a um oscilador tipo Hardin, existente nas instalações do Laboratório de Geotecnia do Instituto Superior Técnico.

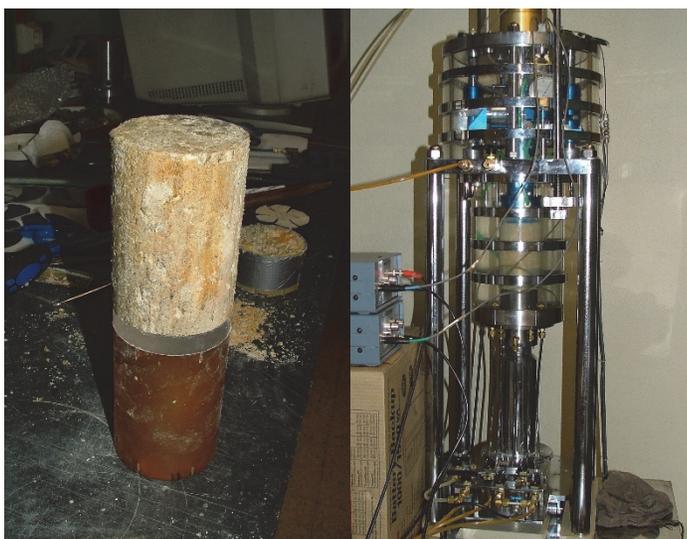


Fig. 9 – Amostra de solo sujeita a um ensaio de coluna ressonante.

Nos ensaios de coluna ressonante realizados, é aplicada uma vibração torsional à amostra cilíndrica na forma de uma função sinusoidal contínua. A cada escalão de carga, a frequência adotada é continuamente aumentada até se verificar a condição de ressonância. Sob esta condição, os principais parâmetros do ensaio são registados, nomeadamente a frequência de ressonância, amplitude e deslocamento da amostra. A partir destes registos, a distorção, amortecimento e índice de vazios são facilmente calculados.

Os ensaios RC foram realizados sob condições de consolidação isotrópica e anisotrópica, em diferentes estágios, aplicadas às amostras de solo intactas recolhidas do campo experimental. Todos os ensaios foram realizados sob condições drenadas, tendo presente o teor em água original para uma comparação direta com as condições *in-situ*. Para cada escalão de carga, as medições efetuadas nos ensaios RC são efetuadas após consolidação. As propriedades físicas principais das amostras são apresentadas no Quadro 1, incluindo o peso volúmico (γ), teor em água (w), índice de vazios inicial (e_0) e coeficiente de impulso em repouso (K_0). As condições de ensaio para as diferentes amostras encontram-se igualmente incluídas no Quadro 1, nomeadamente a tensão média efetiva (p') e o valor máximo de distorção ($\max \epsilon_s$).

Quadro 1 – Condições de teste e características físicas das amostras sob análise.

| Amostra | z [m] | γ [kN/m ³] | w [%] | e_0 | K_0 | p' [kPa] | G_{max} [MPa] | $\epsilon_{s\ min}$ [%] | $\epsilon_{s\ max}$ [%] |
|---------|----------|----------------------------------|----------|-------|-------|---------------|--------------------|----------------------------|----------------------------|
| S5-1-RC | 4,10 | 20,0 | 13,8 | 0,497 | 0,5 | 53,3 | 79,4 | $3,8 \times 10^{-4}$ | $2,5 \times 10^{-2}$ |
| S5-2-RC | 8,60 | 19,0 | 19,7 | 0,663 | 0,5 | 106,7 | 85,2 | $4,1 \times 10^{-4}$ | $3,9 \times 10^{-2}$ |
| B5-1-RC | 4,15 | 15,4 | 16,9 | 0,994 | 0,35 | 283,3 | 200,4 | $3,0 \times 10^{-4}$ | $6,7 \times 10^{-2}$ |
| B5-2-RC | 4,15 | 15,4 | 16,9 | 0,994 | 0,35 | 60,0 | 39,5 | $5,5 \times 10^{-4}$ | $8,0 \times 10^{-2}$ |

Após a etapa de consolidação, as amostras foram sujeitas a sucessivos incrementos de deformação, de modo a determinar as curvas associadas à degradação de rigidez (G/G_{max} , onde G_{max} corresponde ao módulo de distorção elástico) e aumento de amortecimento em função do nível de distorção. As curvas obtidas para as várias amostras são apresentadas na Figura 10.

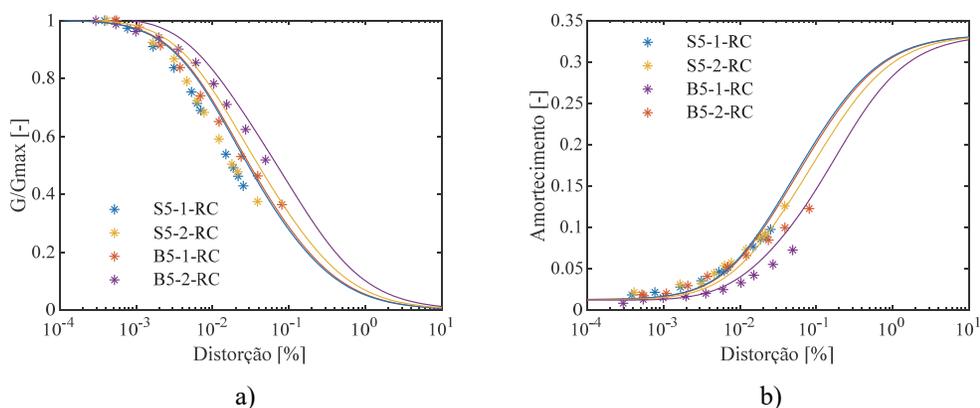


Fig. 10 – Evolução das propriedades dinâmicas do solo residual de granito em função da distorção: a) degradação de rigidez; b) aumento de amortecimento (linhas a cheio correspondem às curvas propostas por Ishibashi e Zhang (1993)).

Em termos de implementação da metodologia linear equivalente anteriormente apresentada, a existência de uma lei matemática que traduza corretamente o comportamento dos solos em termos de evolução da rigidez e amortecimento em função do nível de distorção associado corresponde à situação ideal. Deste modo, as leis propostas por Ishibashi e Zhang (1993) são igualmente representadas na Figura 10. Como se pode observar, a aplicação destas curvas no presente trabalho é uma opção viável, dada a sua proximidade aos dados experimentais.

3.3 – Avaliação experimental de vibrações induzidas pela cravação de estacas

Os registos de vibração do solo apresentados no decorrer da presente secção foram obtidos a partir da cravação de quatro estacas com um comprimento total de 12 m: três delas com uma secção transversal de 400 x 400 mm e uma quarta com secção de 350 x 350 mm. Durante a cravação, a altura de queda do martelo é variável num intervalo de 15 cm a 60 cm, evoluindo do menor valor para o maior com o aumento da profundidade de penetração da estaca. O equipamento de cravação corresponde a um veículo Junttan PMx25, equipado com um martelo de impacto hidráulico SHK110-7, com uma massa do pilão igual a 7 toneladas.

O registo de vibração da superfície do solo é adquirido num número alargado de pontos de observação, localizados ao longo de um alinhamento recto que se desenvolve desde o local de cravação até uma distância máxima de 32 metros. O registo fotográfico do equipamento de cravação e de aquisição da resposta é apresentado na Figura 11.

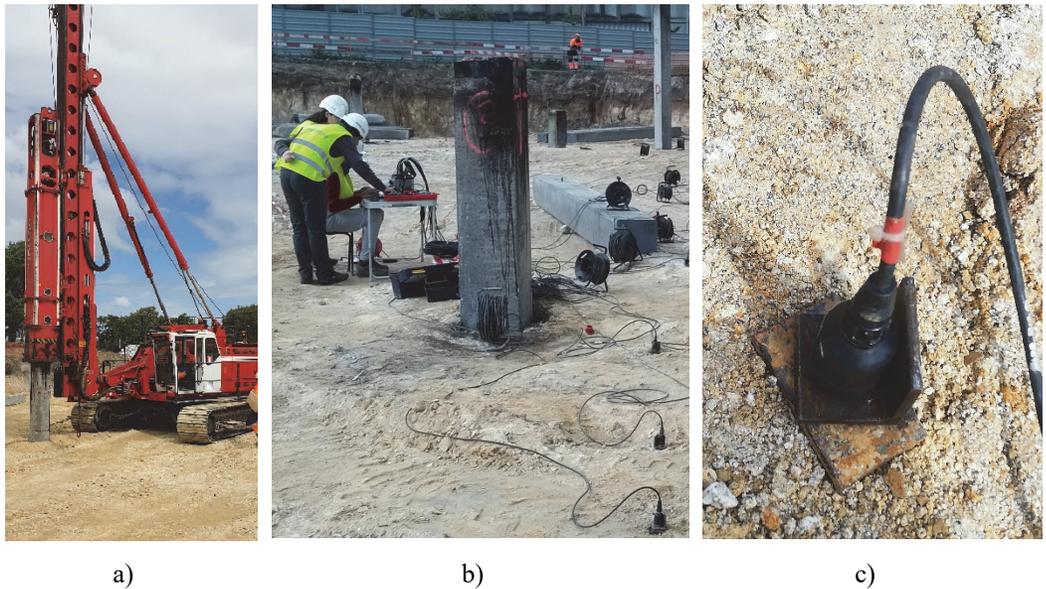


Fig. 11 – Registo fotográfico do campo experimental: a) Equipamento de cravação Junttan PMx25 equipado com martelo de impacto hidráulico SHK110-7; b) vista geral da posição dos acelerómetros unidireccionais; c) acelerómetro unidirecional.

De forma a sistematizar o extenso conjunto de dados adquiridos, é utilizado um gráfico de atenuação, no qual a velocidade de vibração de pico (componente vertical) é representada em função da distância ao local de cravação. Este tipo de informação tem um elevado valor prático, permitindo uma rápida identificação do nível de vibração máximo expectável ao nível das fundações de um qualquer edifício localizado nas proximidades. Desta forma, os valores de vibração do solo avaliados para o conjunto de pontos de medição e para cada metro de penetração da estaca no solo são representados na Figura 12.

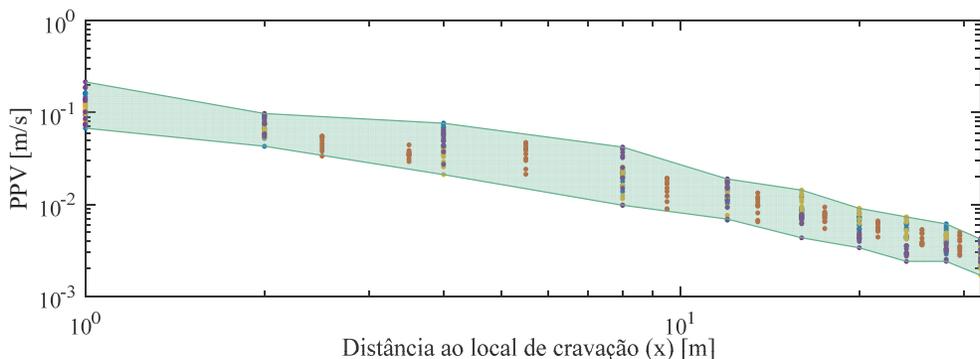


Fig. 12 – Resultados experimentais: velocidade de vibração vertical de pico (PPV – do inglês Peak Particle Velocity) em função da distância à estaca.

A partir dos resultados alcançados, é possível identificar valores de pico da velocidade de vibração vertical em torno dos 200 mm/s na zona próxima à estaca, sendo que este valor é rapidamente reduzido para cerca de 20 mm/s para uma distância de 10 metros da estaca. Para distâncias superiores a 30 m, o valor de vibração medido é inferior a 5 mm/s.

Apesar do interesse da informação agora apresentada, qualquer ilação a retirar não deve ser dissociada de uma análise do conteúdo em frequência. De facto, as normas internacionais que versam sobre a temática impõem limites na velocidade de pico avaliada junto das fundações dos edifícios, sendo estes limites variáveis em função da gama de frequências mais relevante para a resposta. Assim, e considerando os resultados durante a cravação de uma das estacas de seção 400 x 400 mm², o conteúdo em frequência em três pontos de observação, a uma distância da estaca de 8, 20 e 32 metros, é apresentado na Figura 13. Na mesma figura, são igualmente apresentados os registos de vibração no domínio do tempo.

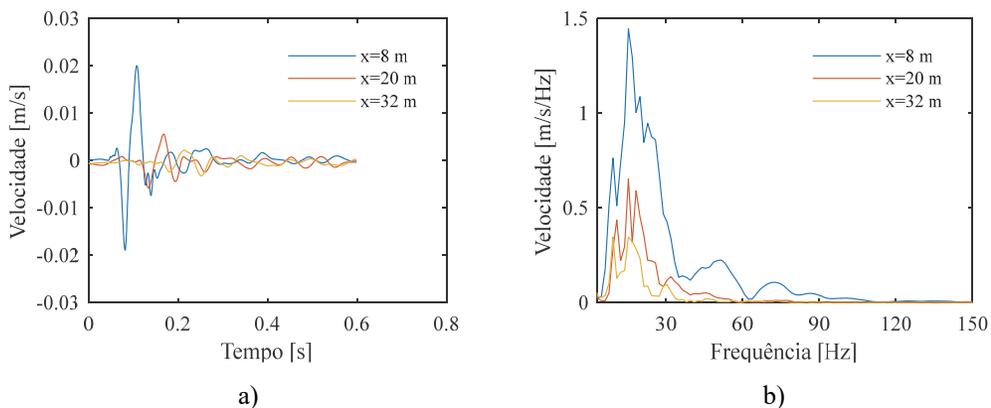


Fig. 13 – Velocidade vertical de vibração medida a diferentes distâncias da estaca e para uma profundidade de penetração da estaca no solo compreendida no intervalo 5-6 m: a) registo temporal; b) conteúdo em frequência.

Como ilustrado pelos registos da Figura 13, e complementarmente com a expetável atenuação dos valores de vibração de pico em função do aumento da distância à fonte de impacto, verifica-se uma atenuação da resposta nas frequências mais elevadas. Este fenómeno deriva essencialmente da maior influência do amortecimento material no conteúdo da resposta associado às frequências mais elevadas.

Um outro aspeto relevante corresponde à análise da evolução do conteúdo em frequência da resposta em função da profundidade de cravação. Embora a altura de queda do martelo seja variável ao longo do processo de cravação, o foco de análise em relação às curvas apresentadas na Figura 14 corresponde à gama de frequências com maior prevalência e não à amplitude de vibração. Deste modo, nesta figura estão representadas três curvas avaliadas para uma profundidade de cravação nos intervalos [2-3] m, [5-6] m e [8-9] m para dois pontos de observação, a uma distância da estaca de 8 e 24 metros. Como se pode observar, não existe uma variação significativa do conteúdo em frequência com a variação da profundidade de cravação.

A atividade experimental realizada permitiu ainda a medição da componente radial da velocidade de vibração em dois diferentes pontos, localizados a 4 e 12 metros da estaca. Estes registos são importantes para uma análise da trajetória das partículas, onde as componentes vertical e radial da velocidade de vibração são representadas sobre o mesmo gráfico, como ilustrado na Figura 15. A análise das trajetórias de movimento permite verificar que a principal componente de vibração corresponde à direção vertical, embora a diferença não seja muito significativa. Isto significa que para este evento em particular, no qual a ponta da estaca se encontra a uma

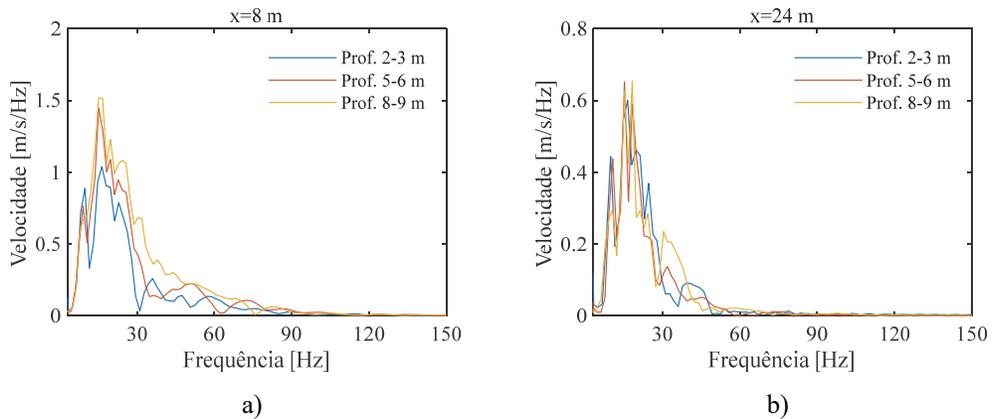


Fig. 14 – Conteúdo em frequência da velocidade vertical de vibração considerando diferentes profundidades de penetração da estaca no solo: a) ponto de medição a 8 m; b) ponto de medição a 24 m.

profundidade de cerca de 2 a 3 m, a resposta do solo registada a 4 m e 12 m é dominada por ondas de superfície P-SV (Massarsch e Fellenius, 2008).

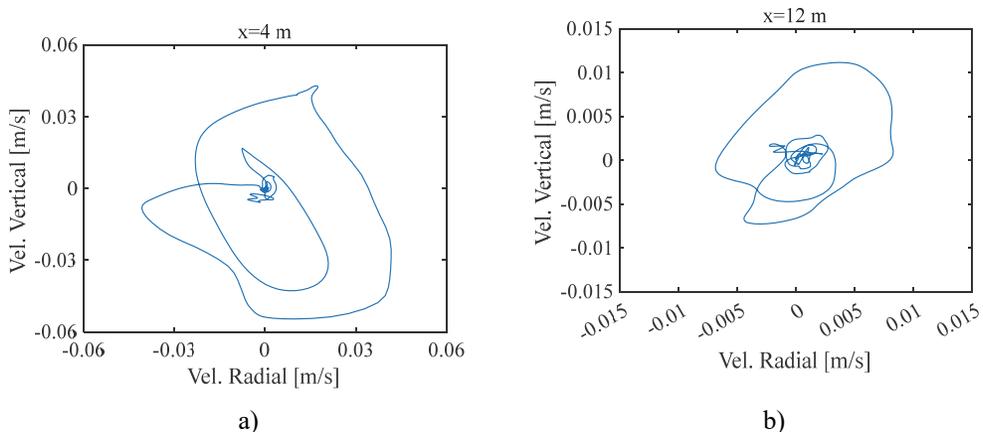


Fig. 15 – Trajetória da velocidade das partículas para um ponto de medição localizado a: a) $x=4$ m; b) $x=12$ m (profundidade de penetração da estaca no solo compreendida no intervalo 2-3 m).

4 – VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO NUMÉRICO

Como inicialmente estabelecido, a validação experimental do modelo numérico desenvolvido corresponde a um dos principais objetivos do presente trabalho. Assim, a caracterização geotécnica e mecânica estabelecida para o sistema solo-estaca é fundamental na simulação numérica, mais concretamente na definição das propriedades elasto-mecânicas. Dadas as especificidades de um modelo axissimétrico, no qual não é possível atender à verdadeira geometria da secção transversal da estaca (secção quadrada), foi considerada um secção circular equivalente.

Em termos de discretização do sistema solo-estaca, e de uma forma genérica, a malha MEF-PML é composta por um total de 36639 elementos finitos triangulares de 6 nós (total de 71665 nós),

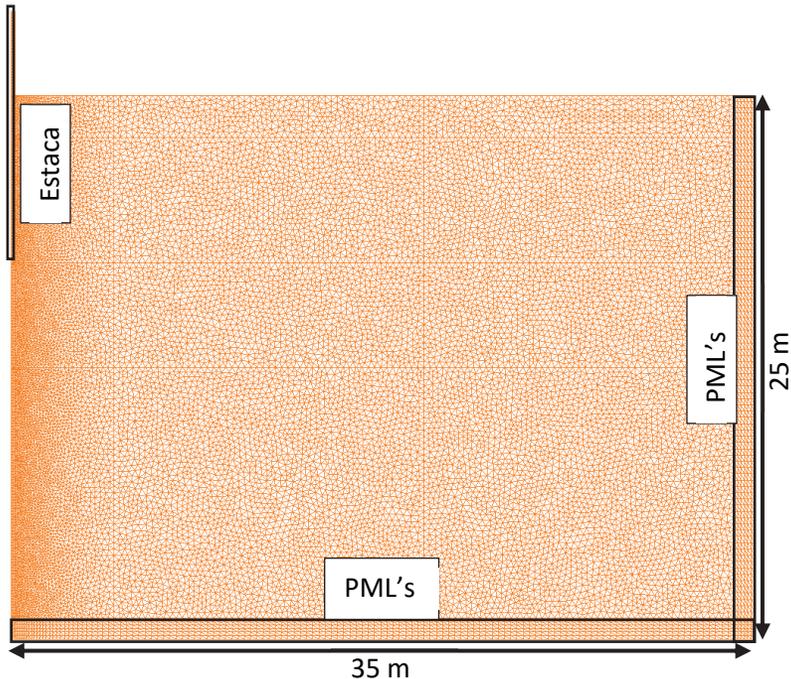


Fig. 16 – Malha MEF-PML adotada na modelação do sistema estaca-solo.

correspondendo a uma área discretizada de $35 \times 25 \text{ m}^2$. A Figura 16 ilustra a malha de elementos finitos adotada.

No que diz respeito ao martelo de impacto, foram adotados os seguintes valores para os diferentes parâmetros: $m_a = 850 \text{ kg}$; $m_r = 7000 \text{ kg}$, $k_c = 2 \times 10^6 \text{ kN/m}$ e $c_c = 6 \times 10^5 \text{ kNs/m}$. Em termos de velocidade de impacto do pilão, v_0 , torna-se necessária uma pequena nota: teoricamente, é assumida a igualdade entre a energia potencial, $E_p = m_r g h$, e a energia cinética, $E_c = m_r v_0^2 / 2$. A partir desta relação, é possível relacionar a altura de queda (dado avaliado experimentalmente) com a velocidade de impacto. Contudo, é ainda necessário atender a perdas de energia ocorridas durante o processo de queda das massas, pelo que foi admitido um coeficiente de eficiência, α , de cerca de 0,75: $E_c = \alpha E_p$.

De forma a obter uma razoável representatividade dos resultados numéricos, foram simuladas 4 profundidades de cravação, variando a altura de queda das massas de acordo com os dados experimentais: 2 m (altura de queda de 20 cm); 5 m (altura de queda de 40 cm); 8 m (altura de queda de 50 cm) e 12 m (altura de queda de 60 cm). A envolvente dos valores de velocidade de vibração de pico em função da distância, obtida através da aplicação da metodologia de análise linear equivalente, encontra-se representada na Figura 17 (sombreado a azul). Na mesma figura é igualmente possível visualizar a envolvente de resultados experimentais (a verde) e, ainda, a envolvente de resultados obtida pela aplicação do modelo de cálculo linear (a vermelho), aspecto este que será oportunamente discutido.

A partir da análise da Figura 17, é possível salientar uma boa aproximação entre resultados numéricos e experimentais. De facto, os resultados alcançados pela aplicação da metodologia linear equivalente podem ser interpretados como um limite superior da envolvente experimental. Este resultado é particularmente importante para os propósitos da metodologia, onde se pretende uma estimativa realista, mas prudente, dos níveis máximos de vibração expectáveis.

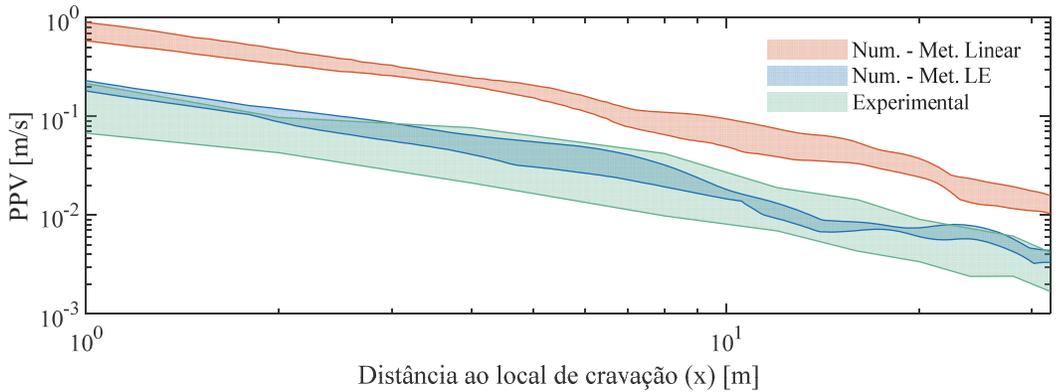
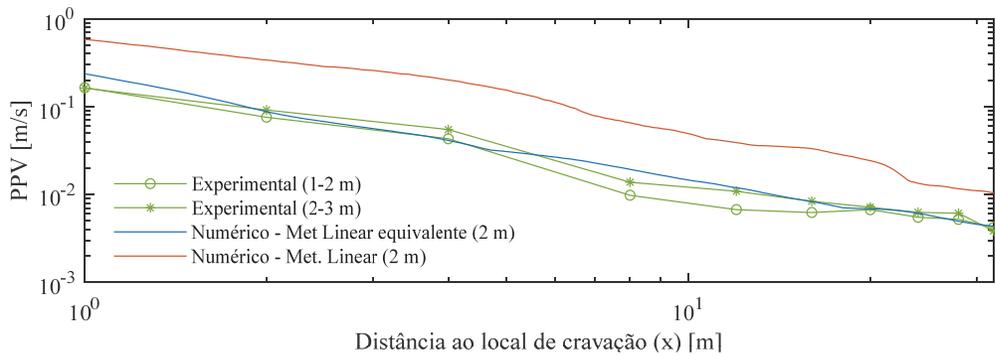
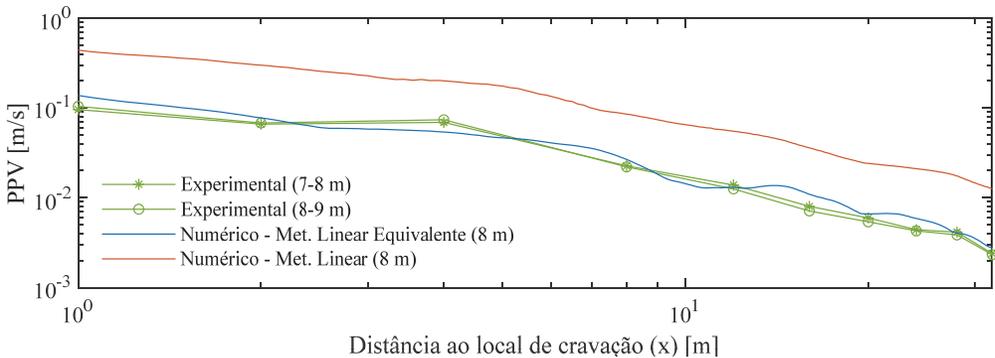


Fig. 17 – Comparação dos valores de velocidade de vibração de pico em função da distância ao local de cravação para as diferentes metodologias de análise.

Adicionalmente, e apenas de uma perspectiva puramente teórica, os casos de análise anteriores foram repetidos usando o modelo elástico-linear, isto é, negligenciando a degradação do solo e o incremento de amortecimento. Tal proposta corresponde a uma simplificação da realidade, uma vez que os elevados níveis de deformação induzidos pelo processo de cravação não são compatíveis com



a)



b)

Fig. 18 – Comparação dos valores de velocidade de vibração de pico em função da distância ao local de cravação para uma profundidade de penetração da estaca no solo de: a) 2 m; b) 8 m.

tal hipótese. Como anteriormente referido, a envolvente obtida está representada a vermelho na Figura 17.

Através de uma análise cuidada desta figura, é possível observar que os valores de vibração de pico conferidos pela análise linear equivalente são cerca de 3 vezes inferiores aos determinados pela análise linear. Esta relação pode ser uma característica importante para uma primeira estimativa de níveis de vibração esperados, tirando partido da maior simplicidade e eficiência da análise linear.

No sentido de apresentar uma análise mais detalhada, e considerando os casos particulares de uma profundidade de cravação de 2 e 8 metros, a Figura 18 apresenta a comparação entre resultados experimentais e numéricos para uma das estacas de secção $400 \times 400 \text{ mm}^2$. No que concerne aos resultados experimentais, são apresentadas duas curvas, para cada profundidade de cravação, em correspondência com profundidades de cravação no intervalo [1-2] m e [2-3] m, para a primeira profundidade indicada, e [7-8] m e [8-9] m, para o segundo caso.

A partir da análise dos resultados ilustrados na Figura 18, é possível salientar a excelente concordância obtida para este caso em particular. De facto, o comportamento geral do sistema é representado de forma muito satisfatória pelo modelo numérico. Analisando as histórias temporais presentes na Figura 19, e centrando a análise apenas na profundidade de cravação de 2 m, verifica-se igualmente uma concordância satisfatória entre as curvas numéricas e as experimentais. Neste

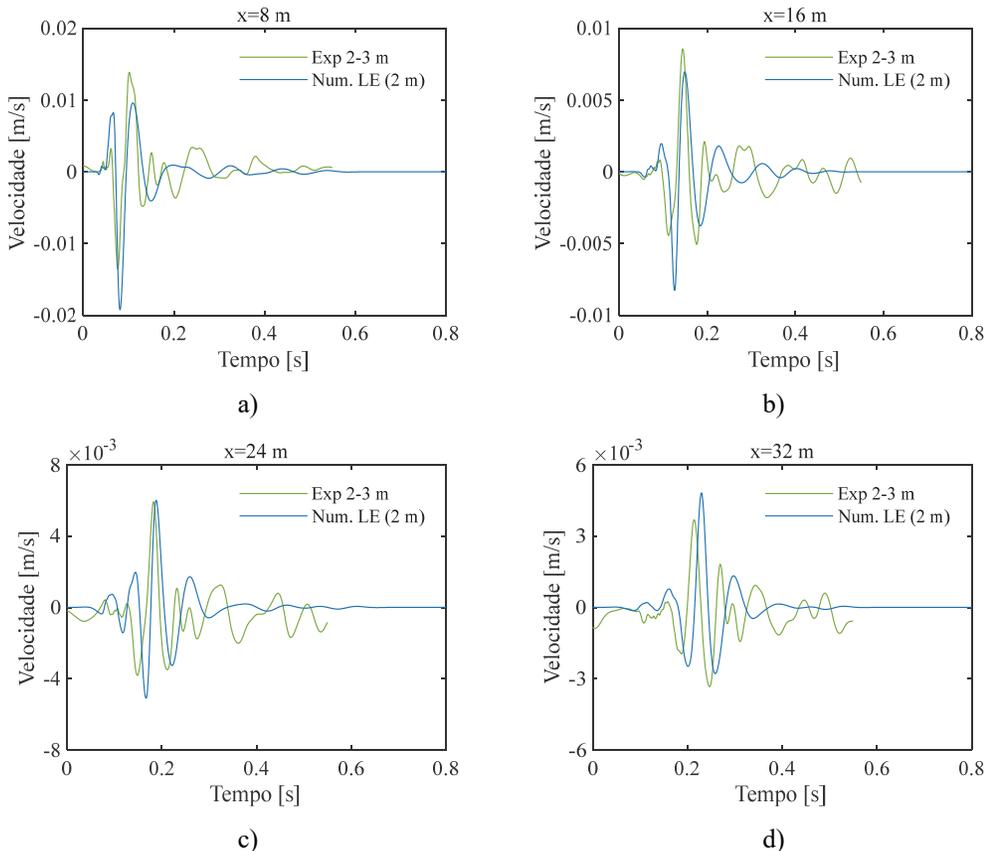


Fig. 19 – Comparação, no domínio do tempo, de resultados numéricos e experimentais para pontos de observação localizados à superfície do maciço e a uma distância à estaca de: a) 8 m; b) 16 m; c) 24 m; d) 32 m.

caso em particular e de modo a facilitar a visualização, apenas é apresentada a curva experimental obtida do intervalo de profundidade de cravação [2-3] m.

Apesar dos resultados satisfatórios alcançados no domínio do tempo, a comparação no domínio da frequência é igualmente essencial. A ferramenta de previsão numérica deve ser capaz de, realisticamente, prever o conteúdo em frequência dominante da resposta. A comparação de resultados é apresentada na Figura 20. Como se pode observar, a metodologia linear-equivalente é capaz de simular adequadamente a resposta do solo para diferentes distâncias à fonte. Uma chamada de atenção para os resultados conferidos por uma abordagem linear, os quais estão completamente fora da gama de interesse avaliada experimentalmente.

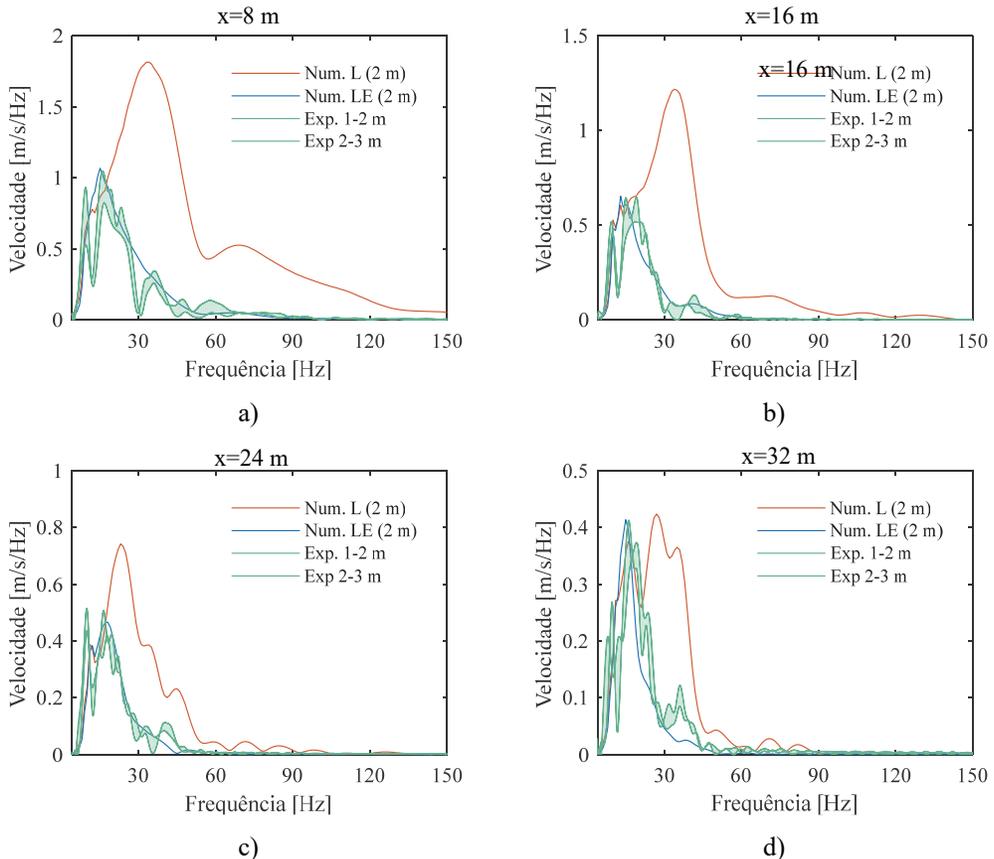


Fig. 20 – Comparação, no domínio da frequência, de resultados numéricos e experimentais para pontos de observação localizados à superfície do maciço e a uma distância à estaca de: a) 8 m; b) 16 m; c) 24 m; d) 32 m.

5 – CONCLUSÕES

O presente artigo apresenta um modelo numérico para a previsão dos níveis de vibração à superfície do solo devidos à cravação de estacas por impacto. O modelo axissimétrico FEM-PML desenvolvido é formulado no domínio da frequência, sendo o comportamento não linear do solo assegurado através de uma metodologia linear equivalente. Dada a complexidade do problema sob análise, procedeu-se à validação experimental da ferramenta numérica, tendo como base um campo experimental desenvolvido nos solos residuais de granito do Porto.

A comparação dos resultados avaliados experimentalmente com os preconizados pelo método numérico evidencia uma concordância muito elevada para a generalidade dos casos avaliados. Esta conclusão genérica aplica-se quer aos registos de vibração no domínio do tempo, quer ao conteúdo em frequência da resposta. Das análises efetuadas, salienta-se ainda que os níveis de deformação induzidos no solo pela cravação das estacas não são compatíveis com uma análise linear do meio. De facto, é necessário atender à degradação da rigidez e aumento do amortecimento do solo para garantir uma previsão realista dos níveis de vibração expetáveis e respetiva gama de frequências mais relevante. Os valores de velocidade de pico resultantes de uma análise linear correspondem, grosso modo, a cerca de três vezes os medidos experimentalmente.

Em conclusão, o modelo computacional apresentado é capaz de prever os níveis de vibração induzidos pela cravação de estacas de forma satisfatória, constituindo uma metodologia adequada para lidar com este tipo de problemas.

6 – AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado por: Financiamento Base - UIDB/04708/2020 e Financiamento programático - UIDP/04708/2020 da Unidade de Investigação CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC); Projeto PTDC/ECI-CON/29634/2017 - POCI-01-0145-FEDER-029634- financiado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do COMPETE2020 – Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI) e com o apoio financeiro da FCT/MCTES através de fundos nacionais (PIDDAC).



7 – REFERÊNCIAS

- Alves Costa, P.; Calçada, R.; Silva Cardoso, A. (2012). *Track-ground vibrations induced by railway traffic: In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 32: 111-28.
- Attewell, P. B.; Farmer, I. W. (1973). *Attenuation of ground vibrations from pile driving*, Ground Engineering, 6.
- Attewell, P. B.; Selby, A. R.; O'Donnell, L. (1992). *Tables and graphs for the estimation of ground vibration from driven piling operations*, Geotechnical and Geological Engineering, 10: 61-85.
- Cleary, J. C.; Steward, E. J. (2016). *Analysis of ground vibrations induced by pile driving and a comparison of vibration prediction methods*, DFI Journal - The Journal of the Deep Foundations Institute, 10: 125-34.
- Colaço, A.; Alves Costa, P.; Mont'Alverne Parente, C.; Silva Cardoso, A. (2021a). *Ground-borne noise and vibrations in buildings induced by pile driving: An integrated approach*, Applied Acoustics, 179: 108059.
- Colaço, A.; Alves Costa, P.; Amado-Mendes, P.; Calçada, R. (2021b). *Vibrations induced by railway traffic in buildings: Experimental validation of a sub-structuring methodology based on 2.5D FEM-MFS and 3D FEM*, Engineering Structures, 240.
- Colaço, A.; Alves Costa, P.; Parente, C.; Moustafa, A. (2022). *Vibrations induced by pile driving: prediction, experimental validation and phenomenological analysis*, Vibration, (under review).

- Deeks, A.; Randolph, M. (1993). *Analytical modeling of hammer impact for pile driving*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics Vol. 17(5). pp. 279-302
- Degrande, G.; Badsar, S. A.; Lombaert, G.; Schevenels, M.; Teughels, A. (2008). *Application of the coupled local minimizers method to the optimization problem in the spectral analysis of surface waves method*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 134: 1541-53.
- Ferreira, C. (2009). *The use of seismic wave velocities in the measurement of stiffness of a residual soil*, PhD thesis in Civil Engineering, University of Porto.
- Ferreira, C.; Viana. da Fonseca, A.; Santos, J. A. (2007). *Comparison of simultaneous bender elements and resonant column tests on porto residual soil*. In Solid Mechanics and its Applications, 523-35.
- FHWA (2016). *Design and Construction of Driven Pile Foundations*.
- Fonseca, A. V. D.; Carvalho, J.; Ferreira, C.; Santos, J. A.; Almeida, F.; Pereira, E.; Feliciano, J.; Grade, J.; Oliveira, A. (2006). *Characterization of a profile of residual soil from granite combining geological, geophysical and mechanical testing techniques*, Geotechnical and Geological Engineering, 24: 1307-48.
- Grizi, A.; Athanasopoulos-Zekkos, A.; Woods, R. D. (2018a). *Pile Driving Vibration Attenuation Relationships: Overview and Calibration Using Field Measurements*. In Geotechnical Special Publication, 435-44.
- Grizi, A.; Athanasopoulos-Zekkos, A.; Woods, R. D. (2018b). *H-Pile Driving Induced Vibrations: Reduced-Scale Laboratory Testing and Numerical Analysis*. In Geotechnical Special Publication, 165-75.
- Halabian, A.; Naggar, M. (2002). *Effect of non-linear soil-structure interaction on seismic response of tall slender structures*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 22: 639-58.
- Hardin, B.; Drnevich, V. (1972a). *Shear modulus and damping in soils: design equations and curves*, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, 98: 667-92.
- Hardin, B.; Drnevich, V. (1972b). *Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects (Terzaghi Lecture)*, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, 98: 603-24.
- Homayoun Rooz, A. F.; Hamidi, A. (2019). *A numerical model for continuous impact pile driving using ALE adaptive mesh method*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 118: 134-43.
- Ishibashi, I.; Zhang, X. (1993). *Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay*, Soils and Foundations, 33: 182-91.
- Ishihara, K. (1996). *Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics* (Clarendon Press).
- Kausel, E. (1988). *Local transmitting boundaries*, Journal of Engineering Mechanics, 114: 1011-27.
- Khoubani, A.; Ahmadi, M. M. (2014). *Numerical study of ground vibration due to impact pile driving*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Geotechnical Engineering, 167: 28-39.
- Lysmer, J.; Udaka, T.; Seed, H.B.; Hwang, R. (1974). *FLUSH: a computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems*. In, edited by Report EERC 75-30. Berkeley: University of California.

- Masoumi, H. R.; François, S.; Degrande, D. (2009). *A non-linear coupled finite element-boundary element model for the prediction of vibrations due to vibratory and impact pile driving*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 33: 245-74.
- Massarsch, K. R.; Fellenius, B. H. (2015). *Engineering assessment of ground vibrations caused by impact pile driving*, Geotechnical Engineering, 46: 54-63.
- Massarsch, K.R, Fellenius, B. H. (2008). *Ground vibrations induced by impact pile driving*. In 6th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, 1-38. Arlington.
- Mesquita, E.; Pavanello, R. (2005). *Numerical methods for dynamics of unbounded domains*, Computational & Applied Mathematics, 24: 1-26.
- Nações Unidas (2022). *United Nations - Population Division*, Available from: <<https://population.un.org/wpp/>>, Accessed 10-07-2022.
- Parente, C.; Alves Costa, P.; Cardoso, A. S. (2019). *Ground-borne vibrations induced by pile driving: Prediction based on numerical approach*. In Advances in Engineering Materials, Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications - Proceedings of the 7th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 2019, 97-102.
- Ramshaw, C. L.; Selby, A. R.; Bettess, P. (2001). *Ground Waves Generated by Pile Driving, and Structural Interaction*. In International Conferences on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics.
- Sofiste, T. V.; Godinho, L.; Costa, P. A.; Soares, D.; Colaço, A. (2021). *Numerical modelling for prediction of ground-borne vibrations induced by pile driving*, Engineering Structures, 242.
- Vucetic, M.; Dobry, R. (1991). *Effect of soil plasticity on cyclic response*, Journal of Geotechnical Engineering Division, 117: 89-117.
- Whyley, P.J.; Sarsby, R. W (1992). *Ground borne vibration from piling*, Ground Engineering, 25: 32-37.