ACERCA DOS LIMITES DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS DAS FAMÍLIAS DE DIACLASES*

About the confidence limits of the joint set parameters

NUNO FEODOR GROSSMANN**

RESUMO: Uma família de diaclases é caracterizada por vários parâmetros geométricos - atitude, intensidade, área e abertura -, que têm que ser determinados a partir de medições efectuadas sobre superfícies de observação do maciço rochoso, naturais ou feitas pelo homem. No entanto, muitos problemas de engenharia não podem ser adequadamente resolvidos se só forem conhecidos os valores mais prováveis dos parâmetros envolvidos, uma vez que a procura de soluções seguras requer a análise de todos os cenários desfavoráveis, mas ainda possíveis. O conhecimento dos limites de confiança das estimativas dos diferentes parâmetros das famílias de diaclases permite ao engenheiro determinar que combinações desfavoráveis daqueles parâmetros têm ainda uma razoável probabilidade de ocorrência, e, portanto, devem ser tidas em consideração no projecto da obra. A comunicação fornece informações àcerca dos limites de confiança para algumas estimativas dos diferentes parâmetros das famílias de diaclases.

SYNOPSIS: A joint set is characterised by several geometrical parameters - attitude, intensity, area, and aperture -, which have to be determined from measurements performed on natural or man-made observation surfaces of the rock mass. However, many engineering problems can not be adequately solved if only the most probable values of the involved parameters are known, as the search for safe solutions asks for the analysis of all unfavourable, but still possible scenarios. The knowledge of the confidence limits of the estimates of the different joint set parameters allows the engineer to determine which unfavourable combinations of those parameters have still a reasonable probability of occurrence, and, thus, must be taken into consideration in the design of the work. The paper gives information about the confidence limits for some estimates of the different joint set parameters.

1- INTRODUÇÃO

A compartimentação dum maciço rochoso é geralmente constituída por várias famílias de diaclases e um certo número (menos de 20 % das diaclases ocorrentes) de diaclases com uma orientação aleatória, embora, para fins de engenharia, na maior parte dos casos, só se considerem as famílias de diaclases principais.

---

* Comunicação apresentada ao 8º Congresso da Sociedade Internacional de Mecânica das Rochas, Tóquio, Setembro, 1995

(**)Engenheiro de Minas, Investigador Coordenador, Chefe do Núcleo de Obras Subterrâneas do Departamento de Barragens do Laboratório Nacional de Engenharia Civil

Uma família de diaclases, isto é, um conjunto de diaclases que são aproximadamente paralelas entre si, é caracterizada por vários parâmetros geométricos - atitude, intensidade, área e abertura, que têm que ser determinados a partir de medições efectuadas nas superfícies de observação, naturais ou feitas pelo homem, do maciço rochoso. Estas medições correspondem a uma amostra, geralmente, enviesada das características geométricas das diaclases, que permite, após a devida correcção de qualquer viés de amostragem existente, e, geralmente, usando o princípio da máxima verosimilhança, estimar os diferentes parâmetros mais prováveis das famílias de diaclases.

No entanto, muitos problemas de engenharia não podem ser adequadamente resolvidos se só forem conhecidos os valores mais prováveis dos parâmetros envolvidos, visto que a procura de soluções seguras exige a análise de todos os cenários desfavoráveis, mas ainda possíveis. O conhecimento dos limites de confiança dos valores estimados dos diferentes parâmetros das famílias de diaclases permite ao engenheiro determinar que combinações desfavoráveis daqueles parâmetros ainda têm uma probabilidade de ocorrência razoável, e, portanto, devem ser tidas em consideração no projecto da obra.

2 - ATITUDE

2.1 - Definição

A atitude duma diaclase descreve a sua orientação no espaço, independentemente da sua localização, e assumindo que ela é plana.

A atitude duma diaclase é, em geral, quantificada através dos 2 parâmetros, direcção e inclinação.

2.2 - Distribuição estatística

A distribuição das atitudes das diaclases duma família de diaclases é modelada através duma distribuição bivariada normal no plano tangente à atitude média (Grossmann 1985).

Na superfície esférica, a densidade de probabilidade $f(\omega, \varepsilon)$ desta distribuição é

$$f(\omega, \varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_M\sigma_m\cos^3\varepsilon}\, e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\cos^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_M^2}+\frac{\sin^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_m^2}\right]\tan^2\varepsilon} \qquad (1)$$

em que ω e ε são, respectivamente, a longitude e a co-latitude da atitude da diaclase (num sistema de coordenadas esféricas, cujo eixo de revolução é normal à atitude média da família de diaclases considerada), e σ_M, σ_m e ω_M, 3 parâmetros da distribuição das atitudes, respectivamente, os desvios padrões máximo e mínimo, e a longitude da orientação com a dispersão máxima.

No plano tangente à atitude média, a densidade de probabilidade $f_P(\omega, \varepsilon)$ da distribuição é (Grossmann 1977)

$$f_P(\omega, \varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_M\sigma_m}\, e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\cos^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_M^2}+\frac{\sin^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_m^2}\right]\tan^2\varepsilon} \qquad (2)$$

e, assim, a área naquele plano, limitada por uma linha de igual densidade de probabilidade, para a qual a probabilidade de haver polos das diaclases da família de diaclases considerada dentro daquela área, é igual a P , é a elipse (Grossmann 1977)

$$\left[\frac{\cos^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_M^2}+\frac{\sin^2(\omega-\omega_M)}{\sigma_m^2}\right]\tan^2\varepsilon = \ln\frac{1}{(1-P)^2} \qquad (3)$$

A distribuição bivariada normal no plano tangente à atitude média requer 5 parâmetros diferentes para a sua caracterização completa, a saber, a direcção σ e a inclinação δ da atitude média, e os 3 parâmetros acima referidos σ_M , σ_m e ω_M .

2.3 - Determinação dos parâmetros

A direcção e a inclinação da atitude média são obtidas por uma solução iterativa de (Grossmann 1985)

$$\begin{cases} \sigma = \arctan\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\sin\sigma_i\sin\delta_i}{\cos\varepsilon_i}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\cos\sigma_i\sin\delta_i}{\cos\varepsilon_i}} \\[3em] \delta = \arctan\dfrac{\sqrt{\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\cos\sigma_i\sin\delta_i}{\cos\varepsilon_i}\right)^2+\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\sin\sigma_i\sin\delta_i}{\cos\varepsilon_i}\right)^2}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\cos\delta_i}{\cos\varepsilon_i}} \end{cases} \qquad (4)$$

em que σ_i e δ_i são, respectivamente, a direcção e a inclinação da diaclase i da família de diaclases considerada, N é o número total das suas diaclases, e ε_i é o ângulo entre a diaclase i e a atitude média da família (a co-latitude da atitude daquela diaclase, num sistema de coordenadas esféricas, cujo eixo de revolução é normal à atitude média da família de diaclases).

Os 2 desvios padrões são

$$\left\{\begin{aligned}\sigma_M &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}\tan^2\varepsilon_i + \sqrt{\left\{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\cos(2\omega_i)]\right\}^2 + \left\{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\sin(2\omega_i)]\right\}^2}}{2(N-1)}}\\ \sigma_m &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}\tan^2\varepsilon_i - \sqrt{\left\{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\cos(2\omega_i)]\right\}^2 + \left\{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\sin(2\omega_i)]\right\}^2}}{2(N-1)}}\end{aligned}\right. \tag{5}$$

em que ω_i é a longitude da atitude da diaclase i, num sistema de coordenadas esféricas, cujo eixo de revolução é normal à atitude média da família de diaclases considerada.

Finalmente, o ângulo que identifica a orientação da dispersão máxima, é

$$\omega_M = \frac{1}{2}\arctan\frac{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\sin(2\omega_i)]}{\sum_{i=1}^{i=N}[\tan^2\varepsilon_i\cos(2\omega_i)]} \tag{6}$$

Se os dados da compartimentação do maciço rochoso provêm duma amostragem não uniforme, os parâmetros das distribuições das atitudes das famílias de diaclases ocorrentes têm que ser calculados, não directamente com as atitudes reais das diaclases, mas sim com o auxílio das correspondentes atitudes transformadas na superfície esférica auxiliar de igual probabilidade (Grossmann 1980).

2.4 - Limites de confiança

O cálculo exacto dos limites de confiança para os diferentes parâmetros duma distribuição bivariada normal no plano tangente à atitude média é uma tarefa muito difícil, se todos os parâmetros forem desconhecidos.

Como uma primeira aproximação, a bem conhecida distribuição de Student, usando as estimativas para os desvios padrões máximo e mínimo dadas pela expressão (5), pode dar alguns limites de confiança para a atitude média, enquanto que a distribuição de X^2 dá alguns limites de confiança para aqueles 2 desvios padrões. Se o limite de confiança inferior do desvio padrão máximo é ultrapassado pelo limite de confiança superior do desvio padrão mínimo, os 2 limites de confiança do ângulo ω_M são sempre ±90°.

3 - INTENSIDADE

3.1 - Definição

A intensidade duma família de diaclases descreve o grau de compartimentação que todo o conjunto das diaclases daquela família induziu no maciço rochoso, independentemente da extensão individual de cada diaclase. A intensidade duma família de diaclases é, por isso, quantificada através do somatório das áreas das diaclases da família que ocorrem num volume unitário do maciço rochoso.

3.2 - Distribuição estatística

Num maciço rochoso homogéneo, a ocorrência das diaclases duma família de diaclases pode, em geral, ser modelada através dum processo de Poisson (Grossmann 1988).

Nestes casos, a probabilidade $P(N)$, de que uma dada superfície de observação intersecte N diaclases da família de diaclases escolhida, é descrita pela distribuição de Poisson

$$P(N) = \frac{\overline{N}^{N} e^{-\overline{N}}}{N!} \tag{7}$$

em que $\overline{N}$ é o número médio de diaclases da família, que são intersectadas por aquela superfície de observação, para todas as suas posições possíveis no maciço rochoso.

Por outro lado, aquele número médio $\overline{N}$ é (Grossmann 1988)

$$\overline{N} = \frac{I \iint_S \sin\alpha dS}{\bar{i}} \tag{8}$$

em que I é a intensidade da família de diaclases, α o ângulo entre a normal ao elemento de superfície dS da superfície de observação S e uma qualquer normal à atitude média daquela família de diaclases, e $\bar{i}$ o comprimento médio das intersecções das diaclases da família de diaclases, com a superfície de observação.

A expressão (7), portanto, vem

$$P(N) = \frac{\left(\frac{I \iint_S \sin\alpha dS}{\bar{i}}\right)^{N} e^{-\frac{I \iint_S \sin\alpha dS}{\bar{i}}}}{N!} \tag{9}$$

3.3 - Determinação do parâmetro

Para qualquer superfície de observação, a intensidade duma dada família de diaclases é (Grossmann 1988)

$$I = \frac{i_T}{\int\int_S \sin\alpha dS} \qquad (10)$$

em que i_T é o somatório dos comprimentos das intersecções das diaclases da família de diaclases, com a superfície de observação.

3.4 - Limites de confiança

Para um dado nível de confiança P_L, os limites de confiança $\overline{N}_L$ para a estimativa do parâmetro $\overline{N}$ duma distribuição de Poisson, baseada numa amostra com N elementos, são as soluções de

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{j=N-1} \frac{\overline{N}_L^{\,j}}{j!} = \frac{1-P_L}{2} e^{\overline{N}_L} \\ \\ \sum_{j=0}^{j=N} \frac{\overline{N}_L^{\,j}}{j!} = \frac{1+P_L}{2} e^{\overline{N}_L} \end{cases} \qquad (11)$$

Por outro lado, a expressão (8) mostra que existe uma proporção directa entre o número de diaclases duma família de diaclases, que são intersectadas por uma dada superfície de observação, e a intensidade daquela família de diaclases, e, assim, os limites de confiança I_L da intensidade são, em geral

$$\frac{I_L}{I} = \frac{\overline{N}_L}{\overline{\overline{N}}} \qquad (12)$$

apresentando-se os valores do lado direito desta expressão, para os níveis de confiança habitualmente escolhidos, e qualquer número de diaclases observadas entre 1 e 30, no Quadro I.

No entanto, se nenhuma diaclase da família de diaclases analisada intersecta a superfície de observação, só existe um limite de confiança superior, que não pode ser obtido a partir da expressão (12), dado que ambos os seus denominadores se tornam 0. Usando a definição da intensidade (Grossmann 1988), o único limite de confiança da intensidade da família de diaclases, neste caso, é

$$I_L = \frac{\overline{A}}{V} \ln\left(\frac{2}{1+P_L}\right) \qquad (13)$$

em que $\overline{A}$ é a área média das diaclases da família de diaclases considerada, e V o volume na vizinhança da superfície de observação escolhida, que é o lugar geométrico de todos os centros possíveis para uma diaclase da família de diaclases, que intersectaria aquela superfície de observação.

Para um troço duma galeria, no qual a amostragem da compartimentação é efectuada em ambos os hasteais e no tecto, a expressão (13) vem

$$I_L = \frac{\ln\left(\frac{2}{1+p_L}\right)}{\left[(2h\sin\psi_w + w\sin\psi_h)\frac{l\overline{R}}{\overline{A}} + h|\cos\psi_h| + l|\cos\psi_l| + w|\cos\psi_w|\right](1+\Delta)} \tag{14}$$

em que h, l e w são, respectivamente, a altura, o comprimento e a largura do troço de galeria, ψ_h, ψ_l e ψ_w, respectivamente, o ângulo entre uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases considerada, e uma qualquer normal ao tecto da galeria, à secção transversal da galeria, ou aos hasteais da galeria, $\overline{R}$ é o raio equivalente médio das diaclases da família de diaclases (Grossmann 1984), e Δ um valor correctivo, situado no intervalo

$$0 \leq \Delta \leq 1 \tag{15}$$

que decresce com o aumento de $\overline{A}$.

Para uma superfície de observação plana circular (círculo), a expressão (13) vem

$$I_L = \frac{\ln\left(\frac{2}{1+p_L}\right)}{2\left(\frac{\pi R\overline{R}}{\overline{A}} + 1\right)R\sin\alpha} \tag{16}$$

em que R é o raio do círculo, e α o ângulo entre uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases considerada e uma qualquer normal ao círculo.

Para uma superfície de observação plana rectangular (rectângulo), a expressão (13) vem

$$I_L = \frac{\ln\left(\frac{2}{1+p_L}\right)}{\left(\frac{2\overline{R}ab}{\overline{A}} + a|\cos\omega| + b\sin\omega\right)\sin\alpha} \tag{17}$$

em que a e b são os comprimentos dos 2 lados diferentes do rectângulo, α é o ângulo entre uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases considerada e uma qualquer normal ao rectângulo, e ω o ângulo entre a projecção sobre o rectângulo de uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases e um dos lados com o comprimento a do rectângulo.

Quadro I. Limites de confiança para a intensidade

Nível de confiança (%)	50	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9	99,95	99,98	99,99
Número de diaclases observadas	Limites de confiança da intensidade (em relação à intensidade média)											
1	0,961 1,386	0,532 2,30	0,355 3,00	0,242 3,69	0,1486 4,61	0,1035 5,30	0,0724 5,99	0,0454 6,91	0,0320 7,60	0,0225 8,29	0,01421 9,21	0,01003 9,90
2	0,864 1,346	0,551 1,945	0,409 2,37	0,309 2,79	0,218 3,32	0,1689 3,72	0,1316 4,11	0,0953 4,62	0,0749 5,00	0,0589 5,38	0,0431 5,88	0,0340 6,25
3	0,845 1,307	0,582 1,774	0,455 2,10	0,363 2,41	0,274 2,80	0,224 3,09	0,1840 3,37	0,1429 3,74	0,1184 4,02	0,0984 4,29	0,0773 4,64	0,0645 4,91
4	0,842 1,277	0,608 1,670	0,493 1,938	0,406 2,19	0,320 2,51	0,269 2,74	0,228 2,97	0,1848 3,27	0,1581 3,48	0,1356 3,70	0,1111 3,98	0,0958 4,19
5	0,844 1,255	0,630 1,599	0,523 1,831	0,440 2,05	0,357 2,32	0,307 2,52	0,266 2,71	0,221 2,96	0,1934 3,14	0,1695 3,32	0,1427 3,56	0,1257 3,73
6	0,847 1,237	0,649 1,546	0,548 1,752	0,469 1,945	0,388 2,18	0,340 2,36	0,299 2,53	0,253 2,74	0,225 2,90	0,1999 3,06	0,1717 3,26	0,1535 3,41
7	0,851 1,223	0,665 1,505	0,569 1,692	0,493 1,866	0,415 2,08	0,367 2,24	0,327 2,39	0,282 2,58	0,253 2,72	0,227 2,86	0,1981 3,04	0,1791 3,18
8	0,855 1,211	0,679 1,471	0,587 1,644	0,514 1,803	0,438 2,00	0,392 2,14	0,351 2,28	0,307 2,45	0,277 2,58	0,252 2,71	0,222 2,87	0,203 2,99
9	0,858 1,200	0,691 1,444	0,603 1,604	0,533 1,751	0,459 1,934	0,413 2,06	0,373 2,19	0,329 2,35	0,300 2,47	0,274 2,58	0,244 2,73	0,224 2,84
10	0,862 1,191	0,702 1,421	0,617 1,571	0,549 1,708	0,477 1,878	0,432 2,00	0,393 2,12	0,349 2,27	0,320 2,37	0,294 2,48	0,264 2,62	0,244 2,72
11	0,865 1,184	0,712 1,401	0,629 1,542	0,564 1,672	0,493 1,831	0,449 1,945	0,411 2,05	0,367 2,19	0,339 2,30	0,313 2,40	0,283 2,52	0,263 2,62
12	0,868 1,177	0,720 1,383	0,641 1,517	0,577 1,640	0,508 1,791	0,465 1,898	0,427 2,00	0,384 2,13	0,356 2,23	0,330 2,32	0,300 2,44	0,280 2,53
13	0,871 1,171	0,728 1,368	0,651 1,496	0,589 1,612	0,522 1,755	0,479 1,857	0,442 1,955	0,400 2,08	0,371 2,17	0,346 2,26	0,316 2,37	0,295 2,46
14	0,874 1,165	0,736 1,354	0,660 1,476	0,600 1,588	0,534 1,724	0,492 1,821	0,456 1,914	0,414 2,03	0,386 2,12	0,361 2,20	0,331 2,31	0,310 2,39
15	0,877 1,160	0,742 1,342	0,669 1,459	0,610 1,566	0,545 1,696	0,504 1,789	0,469 1,878	0,427 1,990	0,399 2,07	0,374 2,15	0,344 2,25	0,324 2,33
16	0,879 1,155	0,749 1,331	0,677 1,444	0,619 1,546	0,556 1,671	0,516 1,760	0,480 1,845	0,439 1,953	0,412 2,03	0,387 2,11	0,357 2,21	0,337 2,28
17	0,882 1,151	0,754 1,321	0,684 1,429	0,628 1,528	0,566 1,649	0,526 1,734	0,491 1,816	0,451 1,919	0,424 1,994	0,399 2,07	0,369 2,16	0,349 2,23
18	0,884 1,147	0,760 1,311	0,691 1,417	0,636 1,512	0,575 1,628	0,536 1,711	0,501 1,789	0,461 1,888	0,435 1,961	0,410 2,03	0,381 2,12	0,361 2,19
19	0,886 1,144	0,764 1,303	0,698 1,405	0,643 1,497	0,583 1,610	0,545 1,689	0,511 1,765	0,471 1,861	0,445 1,930	0,421 1,998	0,392 2,08	0,372 2,15
20	0,888 1,140	0,769 1,295	0,704 1,394	0,650 1,484	0,591 1,592	0,553 1,669	0,520 1,742	0,481 1,835	0,455 1,902	0,431 1,968	0,402 2,05	0,382 2,11
21	0,890 1,137	0,774 1,288	0,709 1,384	0,657 1,471	0,599 1,576	0,562 1,651	0,528 1,722	0,490 1,812	0,464 1,877	0,440 1,940	0,411 2,02	0,392 2,08
22	0,891 1,134	0,778 1,281	0,715 1,375	0,663 1,459	0,606 1,562	0,569 1,634	0,537 1,703	0,498 1,790	0,473 1,853	0,449 1,914	0,421 1,993	0,401 2,05
23	0,893 1,132	0,782 1,275	0,720 1,366	0,669 1,448	0,613 1,548	0,576 1,618	0,544 1,685	0,506 1,770	0,481 1,831	0,458 1,890	0,429 1,966	0,410 2,02
24	0,895 1,129	0,785 1,269	0,724 1,358	0,674 1,438	0,619 1,535	0,583 1,604	0,551 1,669	0,514 1,751	0,489 1,810	0,466 1,868	0,438 1,942	0,418 1,997
25	0,896 1,127	0,789 1,263	0,729 1,350	0,679 1,428	0,625 1,523	0,590 1,590	0,558 1,653	0,521 1,733	0,496 1,791	0,473 1,847	0,446 1,919	0,426 1,972
26	0,898 1,124	0,792 1,258	0,733 1,343	0,684 1,419	0,631 1,512	0,596 1,577	0,565 1,639	0,528 1,717	0,503 1,773	0,481 1,828	0,453 1,898	0,434 1,950
27	0,899 1,122	0,795 1,253	0,737 1,336	0,689 1,411	0,636 1,501	0,602 1,565	0,571 1,625	0,535 1,701	0,510 1,756	0,488 1,810	0,460 1,878	0,442 1,928
28	0,900 1,120	0,798 1,249	0,741 1,330	0,694 1,403	0,641 1,491	0,607 1,553	0,577 1,613	0,541 1,687	0,517 1,741	0,494 1,793	0,467 1,859	0,449 1,908
29	0,902 1,118	0,801 1,244	0,745 1,324	0,698 1,395	0,646 1,482	0,613 1,543	0,583 1,600	0,547 1,673	0,523 1,726	0,501 1,777	0,474 1,842	0,455 1,890
30	0,903 1,116	0,804 1,240	0,748 1,318	0,702 1,388	0,651 1,473	0,618 1,533	0,588 1,589	0,553 1,660	0,529 1,712	0,507 1,761	0,480 1,825	0,462 1,872

Para uma superfície de observação que está reduzida a uma linha recta (linha de amostragem, ou furo de sondagem, se puder ser assumido que a área média das diaclases da família de diaclases dada é muito maior que a secção transversal do furo de sondagem, e que o comprimento do furo de sondagem é muito maior que o seu diâmetro), a expressão (13) vem

$$I_L = \frac{\ln\left(\frac{2}{1+P_L}\right)}{l\cos\varepsilon} \tag{18}$$

em que l é o comprimento da linha de amostragem, ou do furo de sondagem, e ε o ângulo entre uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases e a linha de amostragem, ou o eixo do furo de sondagem.

4 - ÁREA

4.1 - Definição

A área de uma diaclase descreve o seu tamanho, independentemente da sua forma.

4.2 - Distribuição estatística

A distribuição das áreas das diaclases duma família de diaclases é modelada através duma distribuição de paralelogramos, para todos os quais os 2 conjuntos de lados paralelos apresentam as mesmas 2 orientações no espaço, e para os quais as distâncias entre os seus lados paralelos com a mesma orientação seguem distribuições exponenciais (Grossmann 1992).

Esta distribuição requer 4 parâmetros diferentes para a sua caracterização, a saber, os 2 ângulos μ e ν no plano das diaclases, que caracterizam, respectivamente, a orientação dos 2 conjuntos de lados paralelos, e as 2 distâncias médias $\overline{s_m}$ e $\overline{s_n}$ entre os 2 lados das diaclases com a orientação definida, respectivamente, pelo ângulo μ e pelo ângulo ν.

A densidade de probabilidade $f(m, n)$ desta distribuição é

$$f(m,n) = \frac{1}{\overline{s_m}\,\overline{s_n}} e^{-\frac{m}{\overline{s_m}}-\frac{n}{\overline{s_n}}} \tag{19}$$

em que m e n são os comprimentos dos lados da diaclase com a orientação definida, respectivamente, pelo ângulo μ e pelo ângulo ν.

Em termos da área média $\overline{A}$ das diaclases da família de diaclases, a densidade de probabilidade $f(A)$ da área da diaclase A é a distribuição de função de Bessel (Grossmann e Muralha 1987)

$$f(A) = \frac{2}{\bar{A}} K_0\left(2\sqrt{\frac{A}{\bar{A}}}\right) \tag{20}$$

em que $K_0(x)$ denota a função de Bessel modificada de 2 espécies e ordem zero, com o argumento x.

4.3 - Determinação dos parâmetros

Os 4 parâmetros da já referida distribuição de paralelogramos, para os quais as distâncias entre os seus lados paralelos seguem distribuições exponenciais, podem ser obtidos no caso dalgumas superfícies de observação planas (μ e ν são, nestes casos, medidos em relação às intersecções das diaclases da família de diaclases considerada com a superfície de observação), usando repetidamente as expressões abaixo indicadas, e resolvendo-as para as 4 incógnitas pelo método dos mínimos quadrados:

- para uma superfície de observação rectangular (rectângulo)

$$\frac{\sin\nu}{\bar{s}_m} + \frac{\sin\mu}{\bar{s}_n} = \frac{1}{\bar{i}} - \left(\frac{|\cos\gamma|}{a} + \frac{\sin\gamma}{b}\right) \tag{21}$$

em que a e b são os comprimentos dos 2 lados diferentes do rectângulo, γ é o ângulo entre uma qualquer intersecção duma diaclase da família de diaclases considerada com o rectângulo, e um qualquer dos seus lados com o comprimento a, e $\bar{i}$ o comprimento médio das intersecções das diaclases da família de diaclases com a superfície de observação;

- para uma superfície de observação circular (círculo)

$$\frac{\sin\nu}{\bar{s}_m} + \frac{\sin\mu}{\bar{s}_n} = \frac{1}{\bar{i}} - \frac{2}{\pi R} \tag{22}$$

em que R é o raio do círculo; e

- para uma superfície de observação infinita (plano)

$$\frac{\sin\nu}{\bar{s}_m} + \frac{\sin\mu}{\bar{s}_n} = \frac{1}{\bar{i}} \tag{23}$$

Para qualquer superfície de observação convexa e fechada S, delimitando o volume V, para a qual a normal ao elemento de superfície dS forma um ângulo α com uma qualquer normal à atitude média da família de diaclases considerada, a área média das diaclases daquela família de diaclases é (Grossmann 1987)

$$\overline{A} = \frac{(V - V') + \overline{R} \int\int_S \sin\alpha dS}{\frac{1}{\overline{i}} \int\int_S \sin\alpha dS - h_N} \tag{24}$$

em que $\overline{R}$ é o raio equivalente médio das diaclases da família de diaclases, h_N a distância entre os 2 planos com a atitude média daquela família de diaclases, que são tangentes à superfície de observação, e V' um termo correctivo do volume V, que obedece às desigualdades

$$0 \leq V' \leq V \tag{25}$$

e depende da forma da superfície de observação, e do tipo da distribuição das áreas das diaclases da família considerada.

4.4 - Limites de confiança

Para um dado nível de confiança P_L, os limites de confiança $\overline{i}_L$ para a estimativa do comprimento médio das intersecções das diaclases duma família de diaclases com uma superfície de observação infinita (plano), baseada numa amostra de N diaclases daquela família de diaclases, cujas intersecções com aquela superfície de observação apresentam um comprimento médio $\overline{i}$, são as soluções de

$$\sum_{j=0}^{j=N-1} \frac{\left(\frac{N\overline{i}_L}{\overline{i}}\right)^j}{j!} = \frac{1 \pm P_L}{2} e^{\frac{N\overline{i}_L}{\overline{i}}} \tag{26}$$

apresentando-se os valores da relação entre os limites de confiança $\overline{i}_L$ e o comprimento médio $\overline{i}$, para os níveis de confiança habitualmente escolhidos, e qualquer número de diaclases observadas entre 1 e 30, no Quadro II.

5 - ABERTURA

5.1 - Definição

A abertura duma diaclase descreve a distância média entre as faces dos 2 blocos de rocha contíguos.

5.2 - Distribuição estatística

A distribuição das aberturas das diaclases duma família de diaclases é modelada através duma distribuição log-normal (Grossmann 1977).

A densidade de probabilidade $f(a)$ desta distribuição é

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma a} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\ln\frac{a}{\xi}\right)^2} \qquad (27)$$

em que a é a abertura da diaclase, e ξ e σ são os 2 parâmetros da distribuição, respectivamente, a mediana e o desvio padrão.

5.3 - Determinação dos parâmetros

Os métodos para a determinação dos 2 parâmetros da distribuição log-normal são apresentados na maioria dos tratados de estatística aplicada.

5.4 - Limites de confiança

A distribuição de Student, usando a estimativa para o desvio padrão, dá os limites de confiança para a mediana, enquanto que a distribuição de X^2 dá os limites de confiança para o desvio padrão.

REFERÊNCIAS

Grossmann, N.F. - *Contribuição para a Discussão do Tema 2.* Proceedings of the First Congress of the International Society for Rock Mechanics/Comptes Rendus du Premier Congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches/Sitzungsberichte des Ersten Kongresses der Internationalen Gesellschaft für Felsmechanik (Lisboa PORTUGAL, 1966 Setembro 26-30) 3:232-234. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1967.

Grossmann, N.F. - *Contribuição para o Estudo da Compartimentação dos Maciços Rochosos*, tese para especialista. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1977.

Grossmann, N.F. - *Das Gefügediagramm im Falle einer Ungleichförmigen Datenerfassung (O Diagrama de Diaclasamento no Caso duma Amostragem Não Uniforme).* 4. Nationale Tagung über Felsmechanik (Relatos da 4 Reunião Alemã de Mecânica das Rochas, Aachen RF ALEMANHA, 1980 Maio 05-06) 207-218. Essen: Deutsche Ge-sellschaft für Erd- und Grundbau., 1980

Grossmann, N.F. - *The Sampling Quality, a Basic Notion of the Discontinuity Sampling Theory.* In E.T. Brown & J.A. Hudson (ed.), *ISRM* Symposium Design and Performance of Underground Excavations (Cambridge RU, 1984 Setembro 03-06) 207-212. Londres: British Geotechnical Society, 1984.

Quadro II. Limites de confiança para a intersecção média

Nível de confiança (%)	0	50	80	90	95	98	99	99,5	99,8	99,9	99,95	99,98	99,99
Número de diaclases observadas	Limites de confiança da intersecção média (em relação à intersecção média observada)												
1	0,693	0,288 1,386	0,1054 2,30	0,0513 3,00	0,0253 3,69	0,01005 4,61	0,00501 5,30	0,00250 5,99	0,001000 6,91	0,000500 7,60	0,000250 8,29	0,0001000 9,21	0,0000500 9,90
2	0,839	0,481 1,346	0,266 1,945	0,1777 2,37	0,1211 2,79	0,0743 3,32	0,0517 3,72	0,0362 4,11	0,0227 4,62	0,01598 5,00	0,01126 5,38	0,00710 5,88	0,00502 6,25
3	0,891	0,576 1,307	0,367 1,774	0,273 2,10	0,206 2,41	0,1453 2,80	0,1126 3,09	0,0878 3,37	0,0635 3,74	0,0499 4,02	0,0393 4,29	0,0287 4,64	0,0227 4,91
4	0,918	0,634 1,277	0,436 1,670	0,342 1,938	0,272 2,19	0,206 2,51	0,1681 2,74	0,1380 2,97	0,1071 3,27	0,0888 3,48	0,0738 3,70	0,0579 3,98	0,0484 4,19
5	0,934	0,674 1,255	0,487 1,599	0,394 1,831	0,325 2,05	0,256 2,32	0,216 2,52	0,1827 2,71	0,1479 2,96	0,1265 3,14	0,1085 3,32	0,0889 3,56	0,0766 3,73
6	0,945	0,703 1,237	0,525 1,546	0,436 1,752	0,367 1,945	0,298 2,18	0,256 2,36	0,222 2,53	0,1845 2,74	0,1612 2,90	0,1412 3,06	0,1190 3,26	0,1047 3,41
7	0,953	0,726 1,223	0,556 1,505	0,469 1,692	0,402 1,866	0,333 2,08	0,291 2,24	0,256 2,39	0,217 2,58	0,1926 2,72	0,1713 2,86	0,1472 3,04	0,1315 3,18
8	0,959	0,745 1,211	0,582 1,471	0,498 1,644	0,432 1,803	0,363 2,00	0,321 2,14	0,286 2,28	0,246 2,45	0,221 2,58	0,1988 2,71	0,1734 2,87	0,1567 2,99
9	0,963	0,760 1,200	0,604 1,444	0,522 1,604	0,457 1,751	0,390 1,934	0,348 2,06	0,312 2,19	0,272 2,35	0,247 2,47	0,224 2,58	0,1975 2,73	0,1801 2,84
10	0,967	0,773 1,191	0,622 1,421	0,543 1,571	0,480 1,708	0,413 1,878	0,372 2,00	0,336 2,12	0,296 2,27	0,270 2,37	0,247 2,48	0,220 2,62	0,202 2,72
11	0,970	0,784 1,184	0,638 1,401	0,561 1,542	0,499 1,672	0,434 1,831	0,393 1,945	0,357 2,05	0,317 2,19	0,291 2,30	0,268 2,40	0,240 2,52	0,222 2,62
12	0,972	0,793 1,177	0,652 1,383	0,577 1,517	0,517 1,640	0,452 1,791	0,412 1,898	0,377 2,00	0,337 2,13	0,311 2,23	0,287 2,32	0,259 2,44	0,241 2,53
13	0,974	0,802 1,171	0,665 1,368	0,592 1,496	0,532 1,612	0,469 1,755	0,429 1,857	0,394 1,955	0,355 2,08	0,328 2,17	0,305 2,26	0,277 2,37	0,258 2,46
14	0,976	0,809 1,165	0,676 1,354	0,605 1,476	0,547 1,588	0,484 1,724	0,445 1,821	0,411 1,914	0,371 2,03	0,345 2,12	0,321 2,20	0,293 2,31	0,274 2,39
15	0,978	0,816 1,160	0,687 1,342	0,616 1,459	0,560 1,566	0,498 1,696	0,460 1,789	0,425 1,878	0,386 1,990	0,360 2,07	0,337 2,15	0,309 2,25	0,290 2,33
16	0,979	0,822 1,155	0,696 1,331	0,627 1,444	0,572 1,546	0,511 1,671	0,473 1,760	0,439 1,845	0,400 1,953	0,374 2,03	0,351 2,11	0,323 2,21	0,304 2,28
17	0,980	0,828 1,151	0,704 1,321	0,637 1,429	0,583 1,528	0,523 1,649	0,485 1,734	0,452 1,816	0,413 1,919	0,388 1,994	0,364 2,07	0,336 2,16	0,317 2,23
18	0,982	0,833 1,147	0,712 1,311	0,646 1,417	0,593 1,512	0,534 1,628	0,497 1,711	0,464 1,789	0,426 1,888	0,400 1,961	0,377 2,03	0,349 2,12	0,330 2,19
19	0,983	0,837 1,144	0,720 1,303	0,655 1,405	0,602 1,497	0,545 1,610	0,508 1,689	0,475 1,765	0,437 1,861	0,412 1,930	0,389 1,998	0,361 2,08	0,342 2,15
20	0,983	0,842 1,140	0,726 1,295	0,663 1,394	0,611 1,484	0,554 1,592	0,518 1,669	0,485 1,742	0,448 1,835	0,423 1,902	0,400 1,968	0,372 2,05	0,353 2,11
21	0,984	0,845 1,137	0,733 1,288	0,670 1,384	0,619 1,471	0,563 1,576	0,527 1,651	0,495 1,722	0,458 1,812	0,433 1,877	0,410 1,940	0,383 2,02	0,364 2,08
22	0,985	0,849 1,134	0,738 1,281	0,677 1,375	0,627 1,459	0,572 1,562	0,536 1,634	0,504 1,703	0,468 1,790	0,443 1,853	0,420 1,914	0,393 1,993	0,374 2,05
23	0,986	0,853 1,132	0,744 1,275	0,683 1,366	0,634 1,448	0,580 1,548	0,544 1,618	0,513 1,685	0,477 1,770	0,452 1,831	0,429 1,890	0,402 1,966	0,384 2,02
24	0,986	0,856 1,129	0,749 1,269	0,690 1,358	0,641 1,438	0,587 1,535	0,552 1,604	0,521 1,669	0,485 1,751	0,461 1,810	0,438 1,868	0,411 1,942	0,393 1,997
25	0,987	0,859 1,127	0,754 1,263	0,695 1,350	0,647 1,428	0,594 1,523	0,560 1,590	0,529 1,653	0,493 1,733	0,469 1,791	0,447 1,847	0,420 1,919	0,402 1,972
26	0,987	0,862 1,124	0,758 1,258	0,701 1,343	0,653 1,419	0,601 1,512	0,567 1,577	0,537 1,639	0,501 1,717	0,477 1,773	0,455 1,828	0,428 1,898	0,410 1,950
27	0,988	0,864 1,122	0,763 1,253	0,706 1,336	0,659 1,411	0,607 1,501	0,574 1,565	0,544 1,625	0,509 1,701	0,485 1,756	0,463 1,810	0,436 1,878	0,418 1,928
28	0,988	0,867 1,120	0,767 1,249	0,711 1,330	0,664 1,403	0,613 1,491	0,580 1,553	0,551 1,613	0,516 1,687	0,492 1,741	0,470 1,793	0,444 1,859	0,426 1,908
29	0,989	0,869 1,118	0,771 1,244	0,715 1,324	0,670 1,395	0,619 1,482	0,586 1,543	0,557 1,600	0,522 1,673	0,499 1,726	0,477 1,777	0,451 1,842	0,433 1,890
30	0,989	0,872 1,116	0,774 1,240	0,720 1,318	0,675 1,388	0,625 1,473	0,592 1,533	0,563 1,589	0,529 1,660	0,506 1,712	0,484 1,761	0,458 1,825	0,440 1,872

Grossmann, N.F. - *The Bivariate Normal Distribution on the Tangent Plane at the Mean Attitude, conferência especial.* In O. Stephansson (ed.), Fundamentals of Rock Joints (Relatos do Simpósio Internacional, Björkliden SUÉCIA, 1985 Setembro 16-18) 3-11. Luleå: Centek, 1985.

Grossmann, N.F. - *As Descontinuidades nos Maciços Rochosos - Características Geométricas e Influência na Deformabilidade dos Maciços,* programa de investigação. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1987.

Grossmann, N.F. - *About the Joint Set Intensity.* In M. Romana (ed.), Rock Mechanics and Power Plants/Mécanique des Roches et Centrales Énergétiques/Felsmechanik und Kraftwerksbau (Relatos do Simpósio da SIMR, Madrid ESPANHA, 1988 Setembro 12-16) 1:41-47. Roterdão: Balkema, 1988.

Grossmann, N.F. - *Joint Statistics - State-of-the-Art and Practical Applications,* conferência especial. *International Workshop on Survey and Testing Methods for Discontinuous Rock Masses* (Relatos, Tóquio JAPÃO, 1990 Dezembro 07) ix+59 p. Tóquio: The Japan Institute of Systems Research, 1990.

Grossmann, N.F. - *About the Distribution of the Trace Lengths of a Joint Set.* In L.R. Myer, Tsang C.-F., N.G.W. Cook & R.E. Goodman (ed.), Fractured and Jointed Rock Masses (Relatos da Conferência, Lake Tahoe CA EUA, 1992 Junho 03-05) 161--169. Roterdão: Balkema, 1992.

Grossmann, N.F. & Muralha, J.J.R.D. - *About the Mean Area of a Joint* Set. In G. Herget & S. Vongpaisal (ed.), Proceedings of the 6th International Congress on Rock Mechanics/Comptes Rendus du 6ème Congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches/Sitzungsberichte des 6. Kongresses der Internationalen Gesellschaft für Felsmechanik (Montreal PQ CANADÁ, 1987 Agosto 31-Setembro 03) 1:373-376. Roterdão: Balkema, 1987.