APLICAÇÃO DA ANÁLISE DIMENSIONAL AO ESTUDO DO EFEITO DE ESCALA EM ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL DE ROCHA

The dimensional analysis applied to the scale effect investigation in rock uniaxial compressive tests

M. J. LEAL GOMES*

RESUMO – Sugere-se o uso da análise dimensional como um instrumento do estudo do efeito de escala em maciços rochosos, introduzindo hipóteses simplificadoras nos cálculos e sujeitando os especimens estudados a criteriosa escolha das dimensões. Apresenta-se o exemplo do uso do processo na análise do efeito de escala sobre a deformação uniaxial dos provetes e refere-se a possibilidade de se obterem nestes estudos valores de parâmetros típicos dos diferentes maciços rochosos relacionados com o efeito de escala.

SYNOPSIS – We suggest the use of the dimensional analysis as a tool for the study of the scale effect in rock masses, introducing simplifying hypotheses in the calculations and using sample sizes under adequate criteria. We show an example of the method on the uniaxial deformation of samples. We refer the possibility of obtaining typical constants for the diferent rock masses, related with the scale effect.

1 – INTRODUÇÃO

A análise dimensional, ao permitir exprimir qualquer grandeza em função das restantes que intervêm num fenómeno através de coeficientes adimensionais, favorece uma abordagem do problema do efeito de escala em maciços rochosos que parece prometedora. Introduzindo certas hipóteses simplificadoras que necessitam de cuidadosa aferição experimental, se se conseguirem determinar esses valores adimensionais, será possível estudar a evolução dumas grandezas em relação às outras.

Parte-se do princípio de que se podem fazer evoluir os valores adimensionais com os valores das grandezas em apreço desde que o estudo seja convenientemente dirigido nesse sentido, conseguindo reflectir o andamento do efeito de escala.

Apresenta-se em seguida um exemplo que sugere o tipo de análise a fazer num caso típico de concepção bastante simples.

* Eng.º de Minas da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.

2 – ESTUDO DO EFEITO DE ESCALA NA DEFORMAÇÃO UNIAXIAL PELA ANÁLISE DIMENSIONAL

Tomando-se o exemplo de simples ensaios de compressão uniaxial de rochas para determinação de módulos de deformabilidade, verifica-se que o fenómeno é descrito no campo elástico pela lei de Hooke. Se se pretender estudar a deformação em função do comprimento do provete, supondo insignificante a deformação na direcção normal ao carregamento e eventuais distorções e encurvadura, conclui-se que a variação do comprimento Δl do provete segundo a direcção de aplicação da força se relaciona com as restantes grandezas daquela lei por

$$\Delta l = F\, \sigma\, l\, E^{-1} \qquad (1)$$

onde σ é o valor da tensão aplicada, l o comprimento do provete e E o módulo de elasticidade.

Se o comportamento dos provetes for rigorosamente elástico, então $F = 1$. F, que é um número puro, destina-se a descrever a evolução das deformações em materiais rochosos cuja matriz tem comportamento elástico mas a que as imperfeições, heterogeneidades e anisotropias conferem outra reologia. Parece-nos assim ter certa legitimidade prática a associação deste factor à lei de Hooke pois o comportamento dos provetes se afasta do teórico. É de admitir que o coeficiente F também seja uma função do efeito de escala que é o que se pretende avaliar, pois este também depende das imperfeições, da heterogeneidade e da anisotropia.

Assim, para se fazer o estudo da função que representa a evolução do efeito de escala vamos escrever a relação (1) na forma sugerida pelo teorema de Buckingham

$$\Delta l = F_l \sigma^{\alpha_1} l^{\alpha_2} E^{\alpha_3} \qquad (2)$$

onde F_l é o coeficiente adimensional que substitui F e os α_i são expoentes que garantem a homogeneidade da expressão. Se se exprimirem l, Δl, σ e E em função apenas das dimensões força e comprimento, pondo os α_i em função de α_1, obtém-se

$$\Delta l = F_l \sigma^{\alpha_1}\; l\, E^{-\alpha_1} \qquad (3)$$

donde

$$F_l = \varepsilon \left(\frac{\sigma}{E}\right)^{-\alpha_1} = \varepsilon^{1-\alpha_1} \qquad (4)$$

onde ε é a deformação do provete dada por $\Delta l/l$, o que mostra que os valores adimensionais variam exponencialmente. Deste modo o efeito na deformação causado pela variação do comprimento do provete pode ser conhecido desde que se obtenha o valor de α_1.

À relação (4) pode-se dar a forma

$$\ln \Delta l = \ln F_l^{\frac{1}{1-\alpha_1}} + \ln l \qquad (5)$$

que num sistema de eixos logarítmicos (Fig. 1) é a equação de uma recta de abcissas $\ln l$, ordenadas $\ln \Delta l$, coeficiente angular 1 e ordenada na origem A, tal que

$$A = \ln F_l^{\frac{1}{1-\alpha_1}} \qquad (6)$$

Deste modo se obtém o andamento do adimensional F_l que parece poder ser associado à evolução do efeito de escala, em deformação uniaxial, com o comprimento l, ou seja

$$F_l = e^{A(1-\alpha_l)} \tag{7}$$

O coeficiente angular da recta é modificado devido ao efeito de escala não sendo na verdade igual a 1. Depende da média dos valores dos ensaios para os diferentes l.

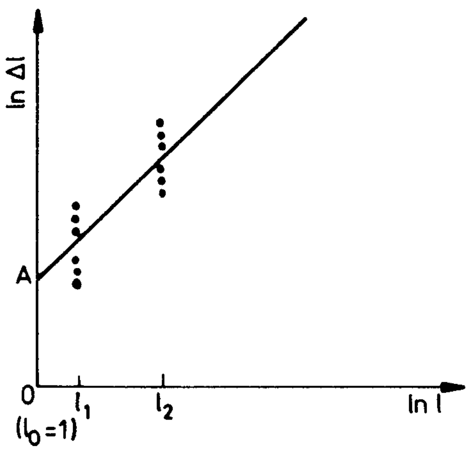

Fig. 1 – Relação entre a deformação em compressão uniaxial e o comprimento da amostra (efeito de escala)

Salienta-se que estes cálculos dependem das médias dos valores das nuvens de pontos obtidas com os ensaios de amostras com diferentes comprimentos e que estes terão de ter entre si importante relação para no gráfico da figura surgirem destacados e conduzirem a resultados fiáveis. Mas é de considerar a possibilidade de a definição da tendência poder ser extrapolada com facilidade para grandes dimensões pois se baseia no conhecimento de uma recta e não de curvas de difícil ajustamento.

Para valores de l muito grandes outra ordem de circunstâncias passa a intervir nos ensaios, como por exemplo valores acentuados da flambagem dos provetes, que podem alterar o quadro inicial dos factores condicionantes do ensaio. Neste caso não se pode falar propriamente em efeito de escala mas em modificação das condições dos ensaios, não se tratando já somente de condições intrínsecas à Mecânica de Rochas. O problema não se porá se a base e o comprimento variarem na mesma relação respeitando condições de homotetia.

Na vizinhança de A o efeito de escala é importante porque se pressupõe que o provete que lhe corresponderia tem dimensões reduzidas e iguais a 1 (usaremos o artifício de medir os comprimentos dos outros provetes em função do comprimento considerado unitário deste). Ora, como se disse, verifica-se que é entre as pequenas dimensões que o efeito de escala é mais acentuado, pois quando elas são grandes a curva F_l (l) tende para valores assimptóticos.

Chamemos a este valor de F_l na origem F_{l_0}. Ele é por hipótese o que corresponde ao maior efeito de escala dentre as dimensões consideradas no gráfico da figura. A condição mais severa é pois a relativa à menor de todas as escalas em estudo. Pressupõe-se que, dentro de certos limites a investigar, enquanto no efeito de escala não intervêm outros factores além da heterogeneidade, imperfeições, anisotropias e reologia da amostra, o efeito de escala é maior para os menores comprimentos. Assim ficar-se-á ainda a favor da segurança fazendo

$$F_{l_1} \approx F_{l_0} \tag{8}$$

sobretudo se os provetes de comprimento l_1 tiverem dimensões próximas da unitária.

Tomando como ponto de partida a equação (4) e impondo idênticos carregamentos na fronteira sobre dois provetes do mesmo material com comprimentos diferentes, obter-se-ão deformações diferentes se se verificar o efeito de escala. Ter-se-á deste modo um sistema indeterminado de duas equações

$$\begin{aligned} F_{l_1} &= \varepsilon_1^{(1-\alpha_1)} \\ F_{l_2} &= \varepsilon_2^{(1-\alpha_1)} \end{aligned} \tag{9}$$

O sistema indeterminado (9) transformar-se-á em

$$\begin{aligned} F_{l_1} &\approx F_{l_0} = e^{A(1-\alpha_1)} = \varepsilon_1^{(1-\alpha_1)} \\ F_{l_2} &= \varepsilon_2^{(1-\alpha_1)} \end{aligned} \tag{10}$$

onde as deformações são fornecidas pelos ensaios, A se obtém pelo método indicado na figura e F_{l_0}, F_{l_2} e α_1 são as soluções do sistema (10). Deste modo se pode obter a curva $F_l(l)$.

Assim, em princípio, ficar-se-á em condições de se prever a evolução do efeito de escala a partir de alguns ensaios ainda realizáveis em laboratório a dimensões diferentes, bem escolhidas.

Estes procedimentos, que são extensíveis a outro tipo de ensaios e de grandezas e respectivas hipóteses simplificadoras, resultam de um bom conhecimento das condições dos ensaios e pressupõem uma certa noção prévia das características da evolução do efeito de escala. Note-se que a precisão destes resultados poderá ser muito beneficiada pela interpolação de ensaios a dimensões entre l_1 e l_0, seguindo-se um processo iterativo visando uma melhor definição do valor de A e do ajustamento da recta da figura.

Também só é possível usar a análise dimensional para este fim quando o número de variáveis envolvidas é reduzido.

Provavelmente para cada tipo de terreno verificar-se-á certa permanência dos valores das constantes envolvidas nestes estudos, o que poderá ser da maior importância na extrapolação de valores entre maciços de características análogas.

Evidentemente que todos estes aspectos só poderão ser convenientemente apurados submetendo o processo à imprescindível prova experimental.

3 – CONCLUSÃO

Deste modo, a partir de alguns ensaios a escalas diferentes mas ainda exequíveis em laboratório, será possível interpolar curvas credíveis da evolução dos efeitos de escala em certas circunstâncias e certos tipos de ensaios.

O exemplo apresentado permite verificar que além das numerosas aproximações e simplificações que é preciso introduzir, exigindo cuidadosa fundamentação, o maior inconveniente deste método, baseado no estudo das equações de dimensões das grandezas, está em que, quase sempre, o número de variáveis que é necessário fazer intervir em análises de maior rigor (embora algumas dessas variáveis com incidência desprezável que é necessário estabelecer) é muito grande, o que torna o recurso a este processo impossível. E continua indispensável um tratamento estatístico, não sendo por vezes fácil o estabelecimento de médias representativas dos valores dos ensaios.

É preciso também estar-se atento a que as leis e condições de ensaio, tomadas no início dos estudos para as escalas em análise, continuem válidas para outras, isto é, que noutras dimensões os fenómenos físicos que se pretendem testar continuem a ser controlados pelas mesmas relações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CUNHA, A. P. — *Scalle Effects in Rock Mechanics*, Proceedings of the First International Workshop on Scale Effects, Loen. 1990.

GOMES, M. J. LEAL — *Sugestões para Uma Abordagem do Efeito de Escala em Maciços Rochosos*, Geotecnia n.º 62, Sociedade Portuguesa de Geotecnia, Lisboa. 1991.

MENDES, F. MELLO — *Mecânica das Rochas*, AEIST, Lisboa. 1968.

QUINTELA, ANTÓNIO DE CARVALHO — *Hidráulica*, Fundação Calouste Gulbenkian. 1981.

ROCHA, M. — *Mecânica das Rochas*, LNEC, Lisboa. 1973.