

ESTUDO ESTATÍSTICO DE AREIAS PARÂMETROS Cu e MG

Statistical Study of Sands. Cu and MG Parameters

por

H. NOVAIS FERREIRA*

JORGE M. C. MACHADO**

RESUMO — Utilizaram-se no estudo os resultados de ensaios de granulometria de 219 amostras provenientes de duas zonas diferentes da China, uma na margem de um grande rio (Zhong Shan) e outra de praia marítima próxima da foz (Zhu Hai).

Utilizaram-se dois parâmetros numéricos:

- Cu, coeficiente de uniformidade;
- MG, módulo granulométrico.

Foi possível separar as duas origens e mostrar a independência dos parâmetros Cu e MG, o que aconselha a usar ambos os parâmetros na definição de areias.

SUMMARY — In this study the Particle Size Distribution test results of 219 samples, coming from two different sources in China, were used. One at the shore of a big river (Zhong Shan) and the other at a sea beach (Zhu Hai) close to the estuary.

Two numerical parameters were used:

- Cu, uniformity coefficient;
- MG, granulometric modulus.

It was viable to split the two sources and to demonstrate the Cu and MG parameters independence, which recommends the use of both parameters when defining sands.

1 — INTRODUÇÃO

Na construção da Área Terminal do Aeroporto Internacional de Macau têm sido utilizadas areias, das quais foram colhidas 219 amostras desde o início da obra até 90.12.31.

O controlo foi realizado com base nas curvas granulométricas, com as quais se calcularam dois parâmetros numéricos (coeficiente de uniformidade, Cu, e módulo granulométrico, MG). Foi ainda efectuado o estudo dos parâmetros de resistência, designadamente do ângulo de atrito interno.

Pareceu conveniente efectuar-se uma apreciação global, estatística, dos resultados da granulometria, com o objectivo de se ter uma ideia da dispersão de valores, e, se possível, do reconhecimento do número de origens significativamente diferentes. Esta análise só pode ser

* Investigador-Coordenador do LNEC e Consultor do LECM.

** Chefe de Divisão do LECM.

efectuada com base em valores numéricos que correspondam a uma propriedade global da granulometria.

Por essa razão foram escolhidas as duas propriedades Cu (exigida no Caderno de Encargos) e MG. Na presente nota procede-se a esse estudo, discutindo-se a sua distribuição estatística e dispersão. Analisou-se ainda a correlação entre as duas propriedades, com o objectivo de mostrar a sua independência e consequentemente a necessidade da sua consideração simultânea.

2 — RESULTADOS DOS ENSAIOS

2.1 — Conjunto total de amostras

Os valores de Cu e MG dizem respeito a um conjunto de 219 amostras de areia utilizada na construção da Área Terminal do Aeroporto Internacional de Macau.

O coeficiente de uniformidade, Cu, é definido como a razão entre os diâmetros equivalentes a que correspondem 60% e 10%, respectivamente, de material de dimensões inferiores: $Cu = D_{60}/D_{10}$. O módulo granulométrico, MG, é definido como a soma das percentagens do material passado nos peneiros 1" (25.0 mm), 3/4" (19.0 mm), 1/2" (12.5 mm), 3/8" (9.5 mm), n.º 4 (4.75 mm), n.º 10 (2.0 mm), n.º 40 (0.425 mm) e n.º 200 (0.75 mm) da série ASTM. Este módulo é similar ao módulo de finura usado nos estudos de betões como definidor da granulometria dos materiais. Corresponde a um valor relacionado com a área da curva granulométrica limitada inferiormente pelo eixo das abcissas, lateralmente pelas ordenadas correspondentes aos dois peneiros extremos (1" e n.º 200) e superiormente pela curva granulométrica. É portanto um número global característico da curva granulométrica.

Com base nestes dois parâmetros é possível estimar não só a "extensão granulométrica" (uniformidade) de uma areia mas também a sua "dimensão" (finura).

Para o conjunto das 219 amostras calcularam-se as frequências de ocorrência, Quadro 1, traçando-se os respectivos diagramas na Fig. 1.

2.2 — Separação em dois subconjuntos

Observando a Fig. 1a — Cu, diagrama de frequências, pode admitir-se a sobreposição de dois subconjuntos:

- a1) Cu de 1,5 a 3,25 (ou 3,5)
- a2) Cu de 3 a 5.

Pode ainda considerar-se haver um outro pequeno subconjunto com a moda em $Cu = 5$ (a3).

Na Fig. 1b — MG, diagrama de frequências, é clara a existência de dois subconjuntos:

- b1) MG de 505 a 574
- b2) MG de 582 a 670.

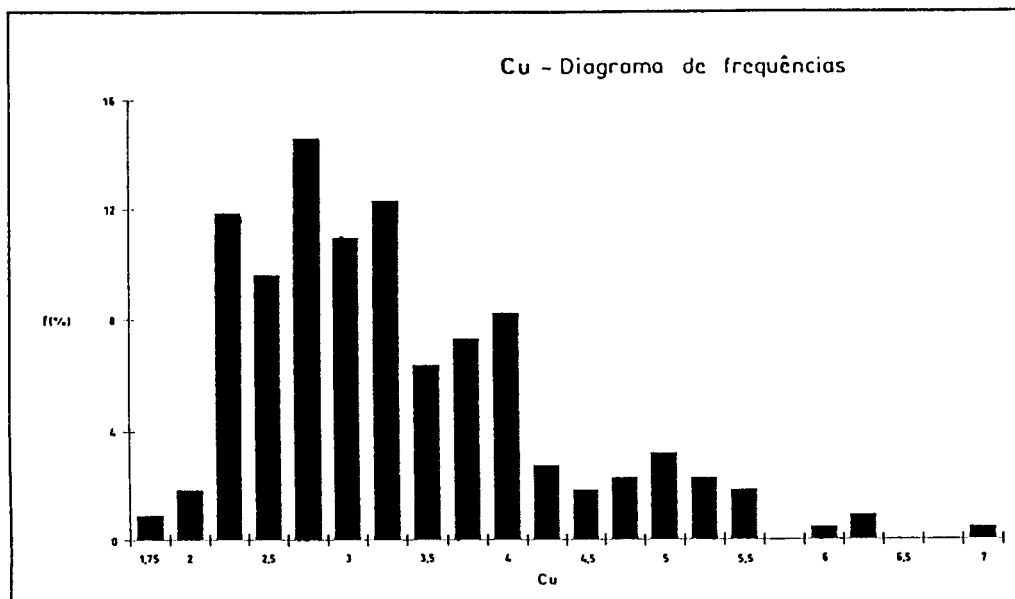


Figura 1a

Fig. 1a — Cu: Diagrama de frequências

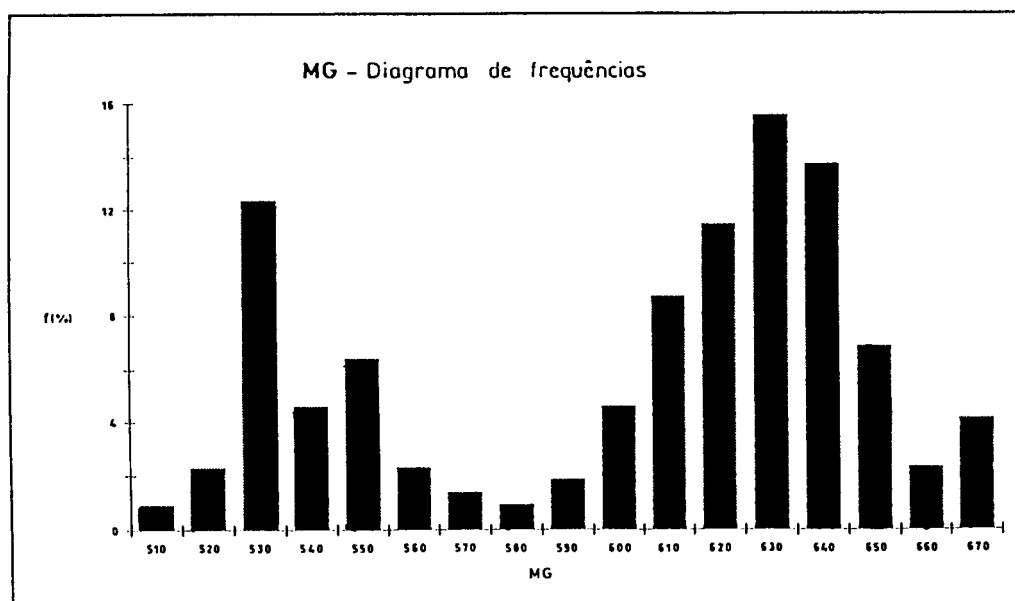


Figura 1b

Fig. 1b — MG: Diagrama de frequências

QUADRO 1

Cu, MG – Frequências. Conjunto total das amostras

Cu m	Cu M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 1,5	< 1,75	2	0,91%	2	0,91%
> = 1,75	< 2	4	1,83%	6	2,74%
> = 2	< 2,25	26	11,87%	32	14,61%
> = 2,25	< 2,5	21	9,59%	53	24,20%
> = 2,5	< 2,75	32	14,61%	85	38,81%
> = 2,75	< 3	24	10,96%	109	49,77%
> = 3	< 3,25	27	12,33%	136	62,10%
> = 3,25	< 3,5	14	6,39%	150	68,49%
> = 3,5	< 3,75	16	7,31%	166	75,80%
> = 3,75	< 4	18	8,22%	184	84,02%
> = 4	< 4,25	6	2,74%	190	86,76%
> = 4,25	< 4,5	4	1,83%	194	88,58%
> = 4,5	< 4,75	5	2,28%	199	90,87%
> = 4,75	< 5	7	3,20%	206	94,06%
> = 5	< 5,25	5	2,28%	211	96,35%
> = 5,25	< 5,5	4	1,83%	215	98,17%
> = 5,5	< 5,75	0	0,00%	215	98,17%
> = 5,75	< 6	1	0,46%	216	98,63%
> = 6	< 6,25	2	0,91%	218	99,54%
> = 6,25	< 6,5	0	0,00%	218	99,54%
> = 6,5	< 6,75	0	0,00%	218	99,54%
> = 6,75	< = 7	1	0,46%	219	100,00%
		219	100,00%		

MG m	MG M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 500	< 510	2	0,91%	2	0,91%
> = 510	< 520	5	2,28%	7	3,20%
> = 520	< 530	27	12,33%	34	15,53%
> = 530	< 540	10	4,57%	44	20,09%
> = 540	< 550	14	6,39%	58	26,48%
> = 550	< 560	5	2,28%	63	28,77%
> = 560	< 570	3	1,37%	66	30,14%
> = 570	< 580	2	0,91%	68	31,05%
> = 580	< 590	4	1,83%	72	32,88%
> = 590	< 600	10	4,57%	82	37,44%
> = 600	< 610	19	8,68%	101	46,12%
> = 610	< 620	25	11,42%	126	57,53%
> = 620	< 630	34	15,53%	160	73,06%
> = 630	< 640	30	13,70%	190	86,76%
> = 640	< 650	15	6,85%	205	93,61%
> = 650	< 660	5	2,28%	210	95,89%
> = 660	< = 670	9	4,11%	219	100,00%
		219	100,00%		

Poderia ainda considerar-se um pequeno subconjunto incluindo as classes 660 e 670 (b3).

Em face da informação sobre a origem dos materiais, não parece de interesse considerar os subconjuntos (a3) e (b3) mas incluí-los nos subconjuntos (a2) e (b2) respectivamente. Por outro lado, os valores de Cu parecem não separar origens, mas a localização de colheitas de amostras na mesma origem: possivelmente zonas de margem côncava e convexa, montante e jusante de curva do rio, o que não foi possível confirmar. Assim, considerou-se somente a separação com base em MG. Os valores das frequências de Cu e MG para areias com $MG < 580$ e $MG > 580$ são apresentados nos Quadros 2 e 3. Nas Figs. 2 e 3 estão desenhados os respectivos diagramas de frequências para Cu e MG.

A separação efectuada (por $MG = 580$) conduziu a diagramas com uma moda bem acentuada.

2.3 — Gráficos de Henry

Como se sabe, os gráficos de Henry são gráficos de frequências acumuladas da variável aleatória (x em abscissas) em que a escala das ordenadas (frequências acumuladas de x) é proporcional às ordenadas das frequências acumuladas da curva normal de Gauss. Num gráfico de Henry uma curva de Gauss é representada por uma recta. O aparecimento de dois segmentos de recta indicará a existência de duas curvas de Gauss sobrepostas.

Na Fig. 4a traçou-se o diagrama de Henry para Cu (totalidade das 219 amostras). É possível observar-se a existência dos dois subconjuntos (a1) e (a2) — ver 2.2 — sobrepondo-se.

Na Fig. 4b traçou-se o diagrama de Henry para MG (totalidade das 219 amostras). É nítida a existência dos dois subconjuntos (b1) e (b2).

A Fig. 5a (gráficos de Henry para Cu) mostra que a separação das amostras pelo valor de MG não conduz a subconjuntos estatísticos normais de Cu, enquanto a Fig. 5b (gráficos de Henry para MG) mostra, pelo contrário, que os dois subconjuntos (b1) e (b2) seguem praticamente a lei Normal no que se refere aos valores de MG, em especial o subconjunto $MG > 580$.

3 — CORRELAÇÃO ENTRE CU E MG

Procurou-se a possibilidade de correlação entre os parâmetros Cu e MG. Para o conjunto total das amostras desenhou-se o diagrama Cu *versus* MG (Fig. 6).

QUADRO 2

Cu, MG – Frequências (MG < 580)

Cu m	Cu M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 2,5	< 2,75	0	0,00%	0	0,00%
> = 2,75	< 3	5	7,35%	5	7,35%
> = 3	< 3,25	9	13,24%	14	20,59%
> = 3,25	< 3,5	9	13,24%	23	33,82%
> = 3,5	< 3,75	12	17,65%	35	51,47%
> = 3,75	< 4	12	17,65%	47	69,12%
> = 4	< 4,25	4	5,88%	51	75,00%
> = 4,25	< 4,5	2	2,94%	53	77,94%
> = 4,5	< 4,75	1	1,47%	54	79,41%
> = 4,75	< 5	4	5,88%	58	85,29%
> = 5	< 5,25	3	4,41%	61	89,71%
> = 5,25	< 5,5	4	5,88%	65	95,59%
> = 5,5	< 5,75	0	0,00%	65	95,59%
> = 5,75	< 6	1	1,47%	66	97,06%
> = 6	< 6,25	2	2,94%	68	100,00%
> = 6,25	< 6,6	0	0,00%	68	100,00%
> = 6,5	< 6,75	0	0,00%	68	100,00%
> = 6,75	< = 7	0	0,00%	68	100,00%
		68	100,00%		

MG m	MG M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 500	< 510	2	2,94%	2	2,94%
> = 510	< 520	5	7,35%	7	10,29%
> = 520	< 530	27	39,71%	34	50,00%
> = 530	< 540	10	14,71%	44	64,71%
> = 540	< 550	14	20,59%	58	85,29%
> = 550	< 560	5	7,35%	63	92,65%
> = 560	< 570	3	4,41%	66	97,06%
> = 570	< 580	2	2,94%	68	100,00%
		68			

QUADRO 3

Cu, MG – Frequências (MG > = 580)

Cu m	Cu M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 1,5	< 1,75	2	1,32%	2	1,32%
> = 1,75	< 2	4	2,65%	6	3,97%
> = 2	< 2,25	26	17,22%	32	21,19%
> = 2,25	< 2,5	21	13,91%	53	35,10%
> = 2,5	< 2,75	32	21,19%	85	56,29%
> = 2,75	< 3	19	12,58%	104	68,87%
> = 3	< 3,25	18	11,92%	122	80,79%
> = 3,25	< 3,5	5	3,31%	127	84,11%
> = 3,5	< 3,75	4	2,65%	131	86,75%
> = 3,75	< 4	6	3,97%	137	90,73%
> = 4	< 4,25	2	1,32%	139	92,05%
> = 4,25	< 4,5	2	1,32%	141	93,38%
> = 4,5	< 4,75	4	2,65%	145	96,03%
> = 4,75	< 5	3	1,99%	148	98,01%
> = 5	< 5,25	2	1,32%	150	99,34%
> = 5,25	< 5,5	0	0,00%	150	99,34%
> = 5,5	< 5,75	0	0,00%	150	99,34%
> = 5,75	< 6	0	0,00%	150	99,34%
> = 6	< 6,25	0	0,00%	150	99,34%
> = 6,25	< 6,5	0	0,00%	150	99,34%
> = 6,5	< 6,75	0	0,00%	150	99,34%
> = 6,75	< = 7	1	0,66%	151	100,00%
		151	100,00%		

MG m	MG M	freq.	%	freq. acum.	% acum.
> = 570	< 580	0	0,00%	0	0,00%
> = 580	< 590	4	2,65%	4	2,65%
> = 590	< 600	10	6,62%	14	9,27%
> = 600	< 610	19	12,58%	33	21,85%
> = 610	< 620	25	16,56%	58	38,41%
> = 620	< 630	34	22,52%	92	60,93%
> = 630	< 640	30	19,87%	122	80,79%
> = 640	< 650	15	9,93%	137	90,73%
> = 650	< 660	5	3,31%	142	94,04%
> = 660	< 670	9	5,96%	152	100,00%
		151	100,00%		

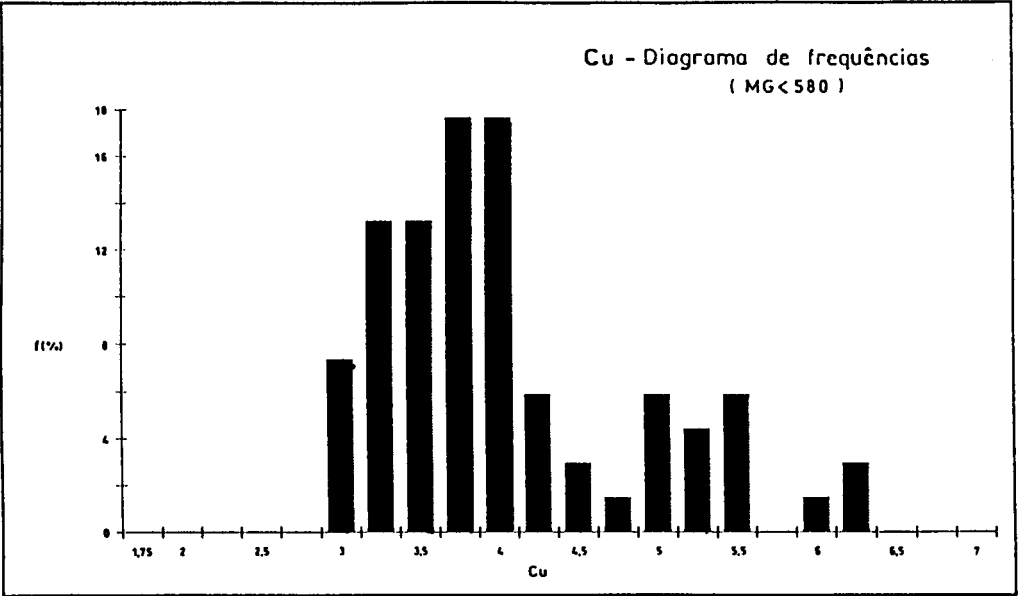


Fig. 2a — Cu: Diagrama de frequências (MG < 580)

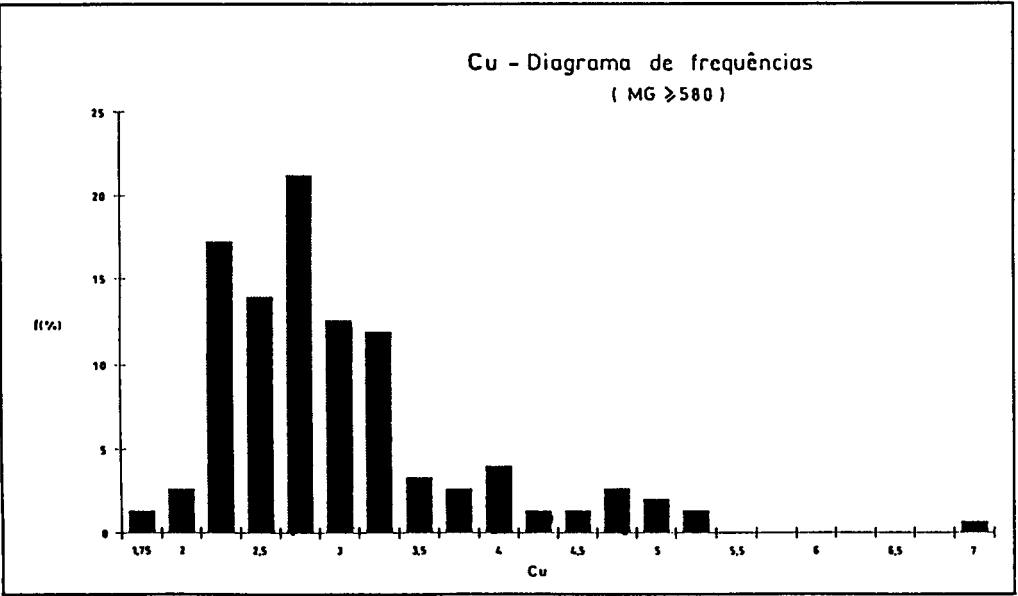


Fig. 2b — Cu: Diagrama de frequências (MG ≥ 580)

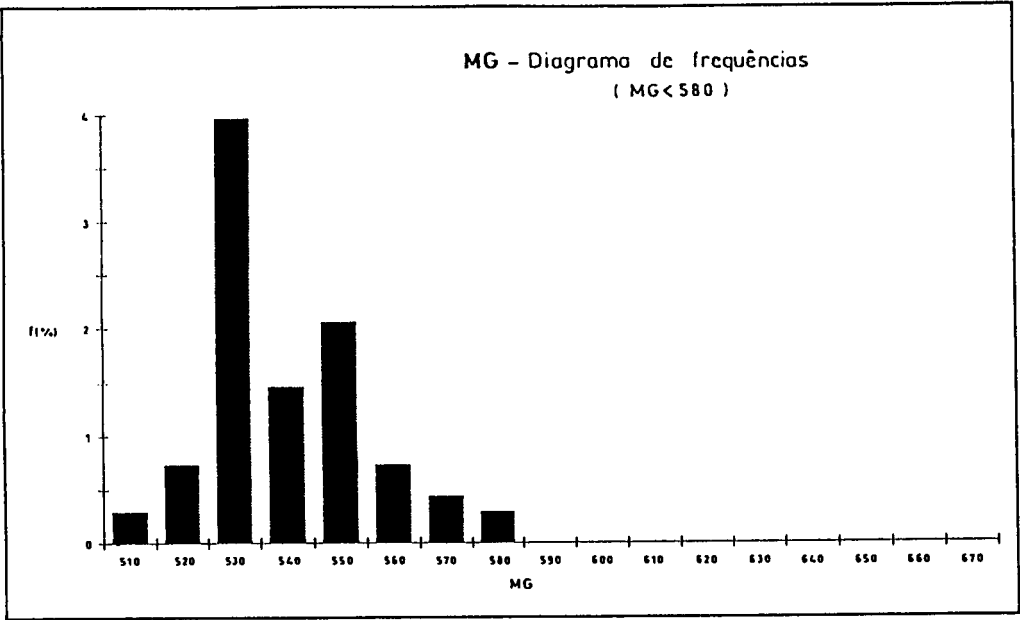


Fig. 3a — MG: Diagrama de frequências ($MG < 580$)

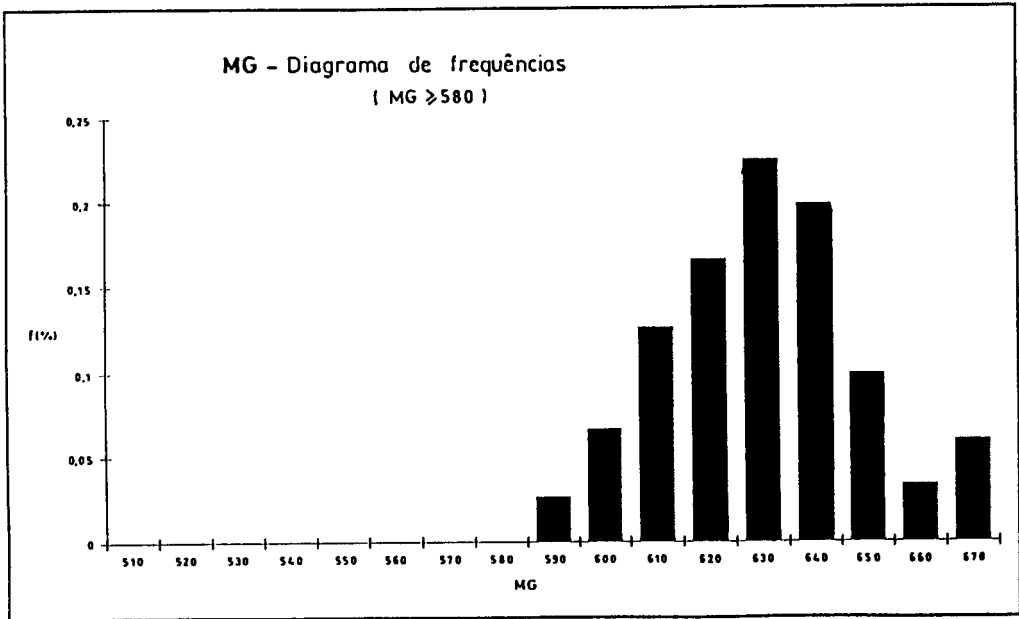


Fig. 3b — MG: Diagrama de frequências ($MG \geq 580$)

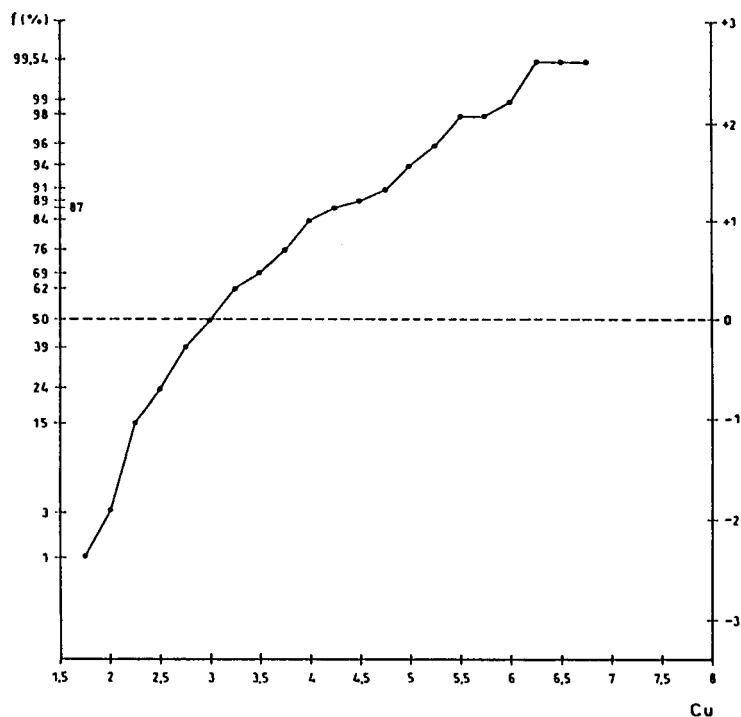


Fig. 4a — CU: Diagrama de frequências acumuladas (gráfico de Henry)

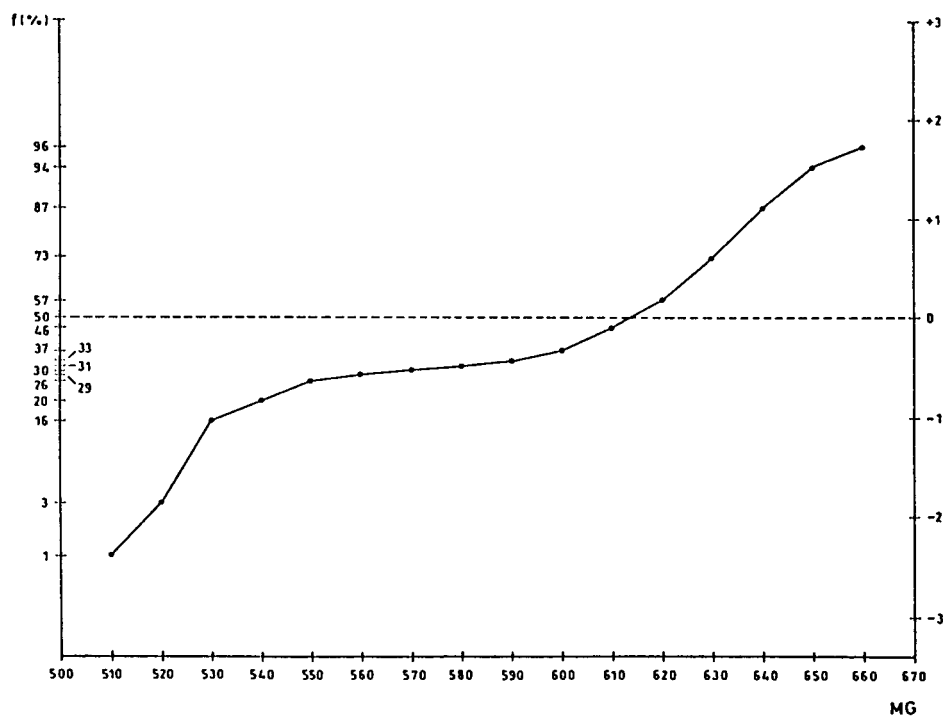


Fig. 4b — MG: Diagrama de frequências acumuladas (gráfico de Henry)

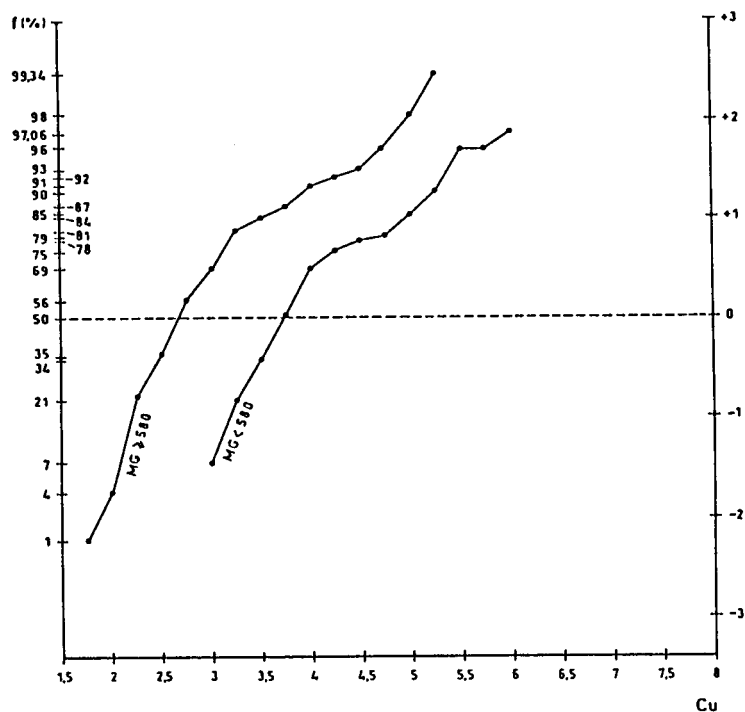


Fig. 5a — CU: Diagrama de frequências acumuladas (gráfico de Henry)

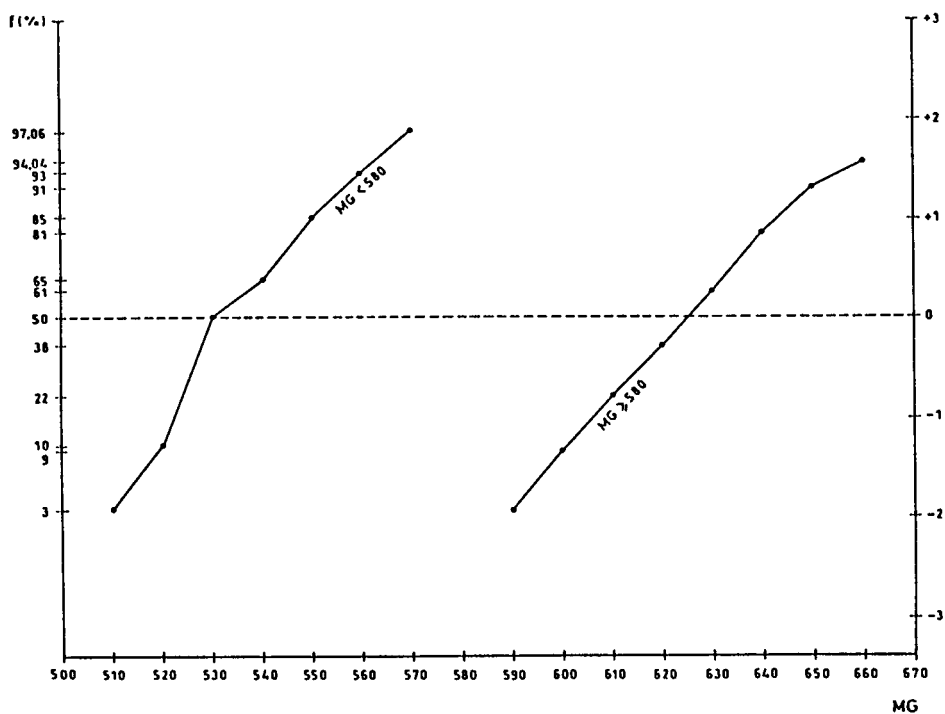


Fig. 5b — MG: Diagrama de frequências acumuladas (gráfico de Henry)

Diagrama Cu/MG

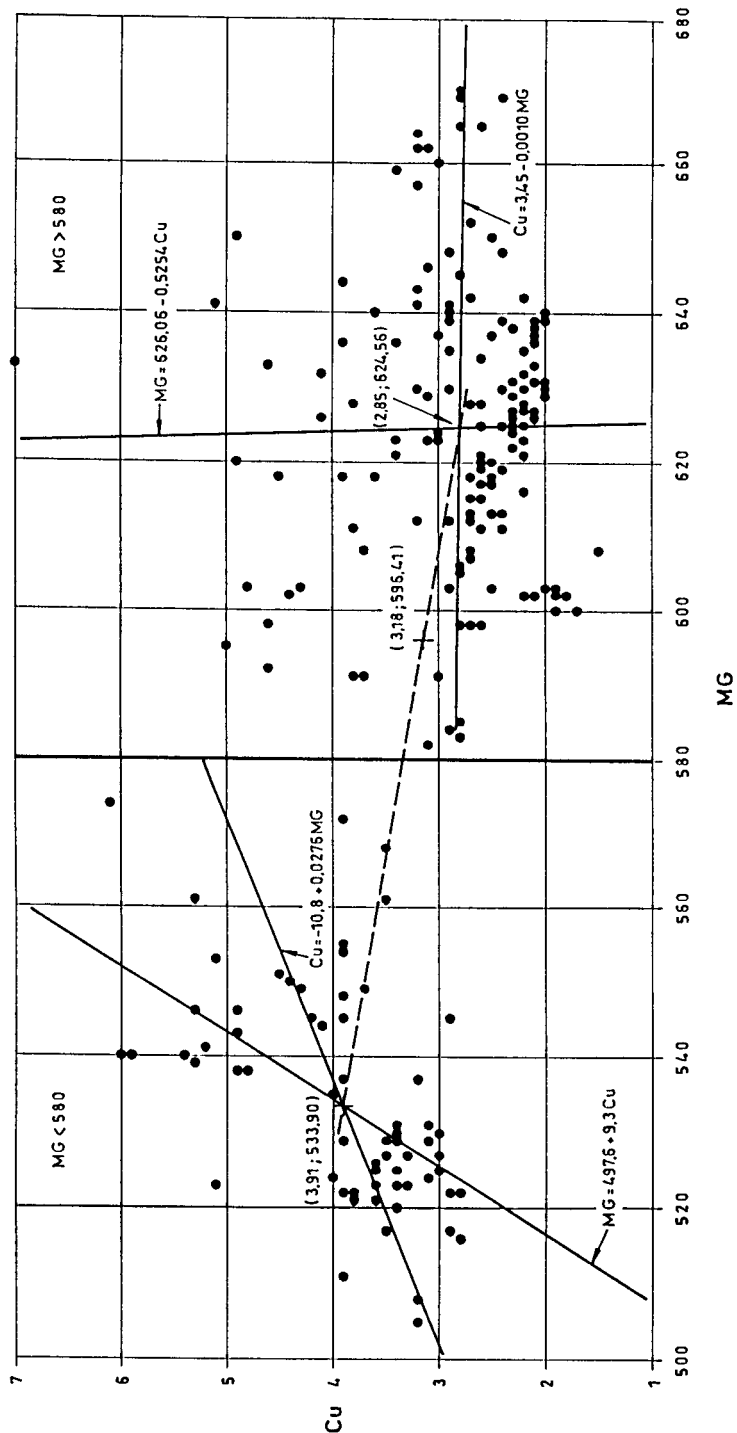


Fig. 6 — Diagrama Cu/MG

Confirma-se a existência de dois subconjuntos com a fronteira aparente de $MG = 580$.
Para os subconjuntos $MG < 580$ e $MG > 580$ obtiveram-se as rectas de regressão,

$MG < 580$

$$Cu = -10,8 + 0,0276 MG$$

$$MG = 497,6 + 9,3 Cu \quad r = 0,5061$$

$MG > 580$

$$Cu = 3,45 - 0,0010 MG$$

$$MG = 626,06 - 0,5254 Cu \quad r = -0,0225$$

Verifica-se assim que:

- a) para a areia mais grosseira, MG e Cu cresceram no mesmo sentido, embora a correlação seja fraca ($r = 0,5061$); de facto obteve-se Cu maior para areias mais finas (MG maior);
- b) para a areia mais fina, MG e Cu não apresentam correlação ($r = -0,0225$) embora possa supor-se que Cu crescerá se MG decresce.

Esta diferença de comportamentos entre as areias dos dois subconjuntos é mais uma justificação da separação de subconjuntos efectuada.

Com as equações de regressão estabelecidas calcularam-se as diferenças ΔCu entre valores de Cu reais (Cu_r) e valores de Cu calculados (Cu_c),

$$\Delta Cu = (Cu_r) - (Cu_c)$$

Os diagramas ΔCu versus MG mostraram que os valores de Cu se distribuem de modo praticamente aleatório em torno da ordenada $\Delta Cu = 0$. Este facto informa que ou a regressão é praticamente linear ou ela não existe.

No Quadro 4 são apresentados os valores mínimo, médio, máximo e desvio padrão dos parâmetros Cu e MG para o conjunto das 219 amostras e para os dois subconjuntos ($MG < 580$ e $MG > 580$).

A observação do Quadro 4 mostra que as areias mais finas ($MG > 580$) apresentam, relativamente às areias mais grosseiras ($MG < 580$):

- gama de variação de Cu mais ampla (1,5 a 7, contra 2,8 a 6,1);
- valor médio de Cu menor (2,85 contra 3,91).

Fazendo a correlação entre valores médios de MG e Cu obtém-se:

$$Cu = 10,1524 - 0,011692 MG$$

$$MG = 868,316 - 85,523 Cu$$

Esta correlação não tem outro interesse que não seja mostrar que, para areias diferentes, MG e Cu têm tendência a variar em sentido inverso.

QUADRO 4

Cu, MG – Valores (mínimo, máximo e médio) e desvio padrão

	Cu			MG		
	Total	Amostras com		Total	Amostras com	
		MG < 580	MG > 580		MG < 580	MG > 580
N.º Amostras	219	68	151	219	68	151
Mínimo	1,5	2,8	1,5	505	505	582
Médio	3,18	3,91	2,85	596,41	533,90	624,56
Máximo	7	6,1	7	670	574	670
Desvio padrão	0,95	0,82	0,81	45,57	15,06	18,91
Cu = 10,1524 – 0,011692 MG						

4 — CONCLUSÕES

4.1 — A apreciação estatística aponta para a existência de pelo menos duas origens de areia, o que foi confirmado por informação directa.

4.2 — O estudo da correlação entre os dois parâmetros Cu e MG mostra uma dependência muito fraca, variável com a origem da areia, o que significa praticamente independência entre os parâmetros.

4.3 — A independência dos dois parâmetros aconselha o seu uso simultâneo no controlo de recepção de areias.

4.4 — O parâmetro MG mostrou-se mais sensível para distinguir a origem das areias recebidas. A sua curva de frequências é mais próxima da lei Normal do que a curva de frequências de Cu.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- NOVAIS FERREIRA; CORREIA, J. Anacoreta — *The hardness of lateritic concretions and its influence in the performance of soil mechanics Tests*. 6th Int. Conf. SMFE, vol. I (1/19) 82 – 86 Montreal, Canada 1965.
- MACHADO, Jorge M. C.; NOVAIS FERREIRA, H. — *Estudo estatístico (Cu, MG) de areias*. Relatório n.º 123, Laboratório de Engenharia Civil de Macau, Macau, 1991.
- CROW, E. L.; DAVIS, E. L.; DAVIS, F. A.; MAXFIELD, M. W. — *Statistics Manual*. Dover Publications, N. Y., USA, 1960.