

# UM MODELO DE FLUÊNCIA FRICCIONAL APLICÁVEL EM GEOTECNIA E SISMOTECTÓNICA\*

A Model of Frictional Creep Applicable in Geotechnique and Seismotectonic

por

ÚLPPIO NASCIMENTO\*\*

**SUMÁRIO** — Apresenta-se um quadro das viscosidades dos geomateriais, desde a fase fluída (gases, água e betumes) até à fase sólida (solos e rochas) cuja viscosidade plástica inclui a viscosidade friccional dos materiais particulados e a viscosidade do estado sólido, dos cristais e blocos de rocha. Nesse quadro tais viscosidades são relacionadas com dimensões desde as moleculares até às litosféricas.

Recordam-se sumariamente as leis e constatações experimentais relativas à fricção, bem como alguns modelos propostos para as interpretar.

Propõe-se um modelo de fluência friccional em que o deslizamento entre saliências em contacto é traduzida pela função deduzida por Mindlin (1948) para o delizamento elastoplástico de esferas elásticas em contacto.

Descreve-se um modelo físico, miriápode, para determinação experimental da referida função de fluência e apresentam-se alguns resultados que apontam para uma função do tipo passo-a-passo ("rate process").

Exemplifica-se a aplicabilidade do modelo em Geotecnica confrontando-o com alguns resultados experimentais sobre fluência de solos e de enrocamentos, disponíveis na bibliografia.

A aplicabilidade em Sismotectónica é também exemplificada em casos de litosfera inclinada e horizontal, considerando, neste último, estados de tensão hidrostática e não hidrostática. Mediante algumas hipóteses, calcula-se também a viscosidade da Litosfera Atlântica ao largo de Portugal.

Apuram-se algumas conclusões e indicam-se pistas para o prosseguimento de investigações.

**SYNOPSIS** — Viscosities of geomaterials are dealt with from the fluid phase (gases, water and bitumens) to the solid phase (soils and rocks). Within the plastic viscosity are included the frictional viscosity of particulate materials and the solid state viscosity of cristals and rock blocks.

Such viscosities are herein related to sizes from molecular to lithospheric ones.

A brief reference is made to laws and experimental evidences relating friction as well as to some models proposed to interpret them.

A model of frictional creep was proposed in which sliding of saliences in contact is expressed by the function deduced by Mindlin (1948) for elastoplastic sliding of elastic spheres in contact.

A description is made of a physical model, myriapod, for the experimental determination of that creep function, and some results are presented which point to a rate process.

The applicability of the model in Geotechnique is illustrated by comparison with some experimental results on creep of soils and rockfills that are found in the literature.

The applicability in Seismotectonics is also exemplified for cases of inclined or horizontal lithosphere; in the latter case hydrostatic and non-hydrostatic states of stress were considered.

Based on some hypotheses, an attempt is made to calculate also the viscosity of the Atlantic lithosphere in Portuguese offshore.

Some conclusions are drawn and lines suggested for future research.

---

\* Conferência realizada em 20/2/90 no LNEC, em Lisboa.

\*\* Investigador pelo LNEC. Eng.º Consultor.

# 1 — INTRODUÇÃO

Na Fig. 1 apresenta-se um quadro da viscosidade dos geomateriais em função do tamanho das suas partículas ou dos respectivos maciços. Para a sua elaboração consideraram-se, entre outros, valores indicados por Artyushkov (1973), Vyalov (1986) e Melosh (1990).

Tais materiais dividem-se em duas classes: os gases e líquidos que constituem a fase fluída da litosfera; e os solos e rochas, constituintes da fase sólida.

Enquanto que nos primeiros a viscosidade é bem definida teórica e experimentalmente, isso não acontece com os segundos.

A distinção fundamental entre tais viscosidades é a de que, nos fluídos, a viscosidade é independente da pressão, contrariamente ao que acontece com os sólidos particulados nos quais a viscosidade é originada na fricção entre partículas. Nos sólidos não particulados, cuja viscosidade tem origem em modificações da rede cristalina, a influência da pressão perde importância à medida que aumenta a temperatura.

Como dos regimes de deformação de tais materiais, geralmente designados, respectivamente, por frágeis e por dúcteis (Ranalli *et al.*, 1987), resultam viscosidades consideradas plásticas, distinguir-se-á a primeira designando-a por *viscosidade friccional*, e é dela que se tratará no presente trabalho.

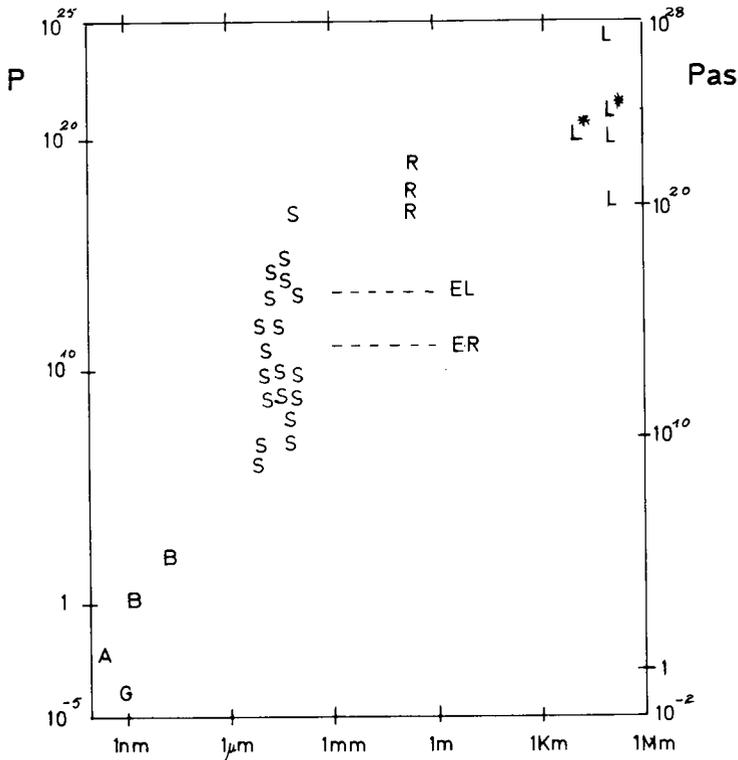


Fig. 1 — Viscosidade dos geomateriais. A — água. G — gases. B — betumes. S — solos. R — rochas. ER — escorregamentos rápidos. EL — escorregamentos lentos. L — litosfera. L\* — Litosfera Atlântica ao largo de Portugal

## 2 — RECORDATÓRIO SOBRE A FRICÇÃO (Nascimento, 1978)

### *Leis e outras constatações experimentais*

- A resistência à fricção é proporcional à carga normal à superfície de contacto;
- e é independente da área dessa superfície (Amontons, 1699).
- Deve distinguir-se a fricção estática, a força requerida para iniciar o deslizamento, da fricção cinemática, por vezes apreciavelmente menor, necessária para manter esse deslizamento (Coulomb, 1781).
- Dentro dos limites de velocidades de deslizamento adoptadas nos ensaios, a fricção é pouco ou mesmo nada afectada por essa velocidade.
- O ângulo de fricção diminui quando aumenta a carga normal;
- e depende de numerosos outros factores e condições: natureza dos materiais, irregularidade das superfícies, humidade, polaridade do líquido que as banha, etc. (Horn *et al.*, 1962)
- O deslizamento sacudido (“stick-slip”) manifesta-se em certos materiais e condições: máquinas de ensaio pouco rígidas, elevadas tensões normais, baixas velocidades de deslizamento, etc. (Byerlee, 1967) (Lajtai *et al.* 1989).
- Uma paragem do deslizamento, mantendo a carga normal, aumenta temporariamente a resistência quando o deslizamento é retomado. Uma diminuição da velocidade também aumenta a resistência ao deslizamento (“time-strengthening”);
- após deslizamento, superfícies artificialmente lisas tornam-se numa “superfície característica” mais áspera e resistente (“displacement-strengthening”);
- Na superfície de deslizamento formam-se por vezes sulcos devidos ao corte e fragmentação de saliências, “lisos” (“slicken-siding”) e pequenas fissuras de rotura (Lajtai *et al.*, 1989).

### *Modelos de fricção propostos na bibliografia*

Na Fig. 2 esquematizam-se alguns desses modelos propostos para a fricção, na bibliografia.

- a) Modelo de imbricamento atribuído a Coulomb (Bowden *et al.*, 1971).  
A fricção é atribuída ao imbricamento das saliências de uma das superfícies nas reentrâncias da outra, de tal forma que a resistência representa o trabalho de elevação da carga sobre as cristas dessas saliências. A proporcionalidade entre  $T$  e  $N$  resulta assim, por efeito de cunha ou de plano inclinado, da inclinação das saliências.
- b) Modelo de adesão de Terzaghi (1925).  
A resistência friccional é atribuída à adesão molecular que se estabelece, não entre toda a área  $A$  de contacto aparente entre as superfícies, mas apenas entre a área  $\bar{A}$ , muito menor, de contacto efectivo dessas superfícies, área essa determinada, em materiais de durezas diferentes, pela plastificação das saliências do material menos duro como

consequência de aí se atingir a respectiva resistência à compressão. A lei da proporcionalidade resultaria assim da relação entre as resistências ao corte e à compressão do material menos duro.

Terzaghi nota porém que há uma aparente contradição neste mecanismo: se a resistência ao corte é devida à adesão, então deveria também manifestar-se uma certa resistência à tracção quando se separam os corpos, e não é isso que sucede. A explicação dada por Terzaghi é a de que, à medida que diminui a carga normal, dá-se uma certa recuperação elástica das saliências, o que faz reduzir a área de contacto efectivo, de tal forma que praticamente se anula quando termina a descarga.

c) Modelo de rotura frágil de Byerlee (1967).

As saliências são assimiladas a diedros (ou cones) em cujas arestas (ou vértices) são aplicadas as cargas  $T$  e  $N$ . A resistência friccional corresponde à rotura frágil desses diedros e é dada por uma expressão que depende apenas das tensões de rotura à tracção e à compressão do material, e do ângulo do diedro.

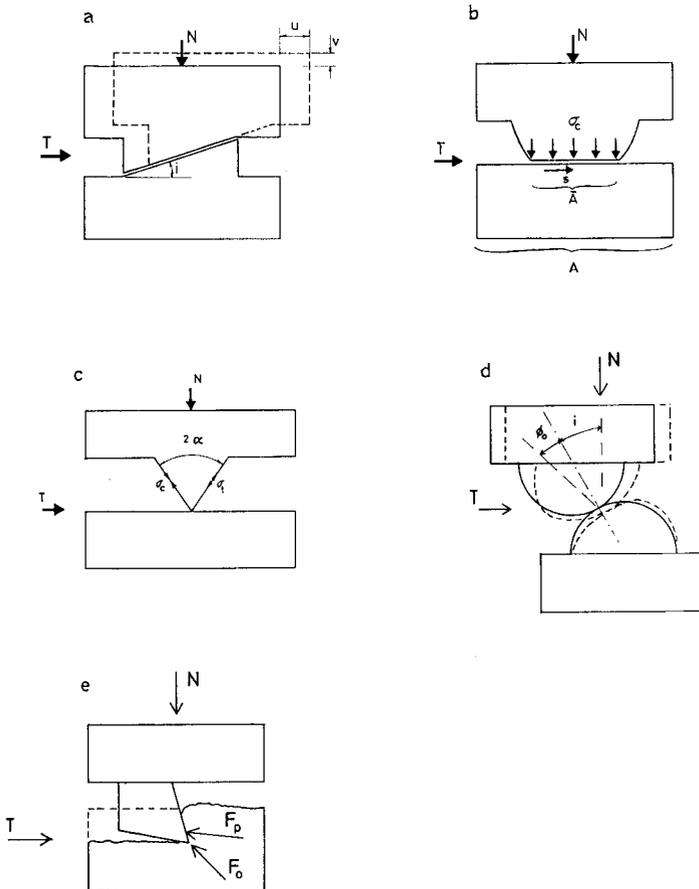


Fig. 2 — Modelos propostos na bibliografia para os mecanismos de fricção. a – Coulomb, 1781. b – Terzaghi, 1925. c – Byerlee, 1967. d, e – Nascimento, 1979 e 1982

d) Modelo elástico (Nascimento, 1979)

Modelo físico em que as saliências são formadas por arcos de fita de aço. O ângulo de fricção resultaria assim da soma entre o ângulo de fricção entre as fitas e o ângulo de imbricamento entre as saliências. A diferença entre fricções estática e cinemática, bem como o deslizamento sacudido também seriam explicados.

e) Modelo de sulcagem (Nascimento, 1982)

Modelo baseado na analogia com o mecanismo de sulcagem, perfeitamente identificado nos metais e no corte de rochas pelas máquinas de perfuração de túneis. A resistência é a soma de duas parcelas: uma independente da sulcagem, que satisfaz as leis de Amontons, e outra proporcional à secção transversal dos sulcos, que não satisfaz à referida lei.

### 3 — MODELO PROPOSTO

#### *Os contactos entre saliências e o princípio de Saint-Venant.*

Na Fig. 3a esquematizam-se dois blocos comprimidos um contra o outro contactando entre si por intermédio de saliências, nas quais por consequência se geram concentrações de tensões. Tais concentrações de tensões diminuem rapidamente para o interior do bloco, de modo que, a partir de uma certa distância, tendem para uma tensão uniforme, estaticamente equivalente (Princípio de Saint-Venant).

Quando os blocos são submetidos ao corte, essas concentrações de tensões geram concentrações de deslocamentos que, como corolário do referido princípio, tendem para o deslocamento uniforme entre os blocos.

#### *As saliências como corpos de Mindlin.*

Nas Fig. 3b e 3c assimilam-se as saliências a esferas elásticas em contacto, cujo deslizamento é traduzido pela função deduzida por Mindlin (1948).

Em 3b, onde não há imbricamento entre as esferas, o ângulo de fricção  $\varnothing_0$  corresponde à fricção entre superfícies lisas, cujo valor limite, para a máxima lisura, será a fricção molecular.

Em 3c, onde há imbricamento entre as esferas, o ângulo de fricção será a soma  $\varnothing_0 + i$ .

Os diagramas de  $\tan \varnothing$  em função do deslizamento  $u$ , esquematizados nas mesmas figuras, e que traduzem a função de Mindlin de que adiante se tratará, são caracterizados pelos valores máximos do ângulo de fricção e do correspondente deslizamento, relativos à altura em que se rompe o contacto entre as esferas. Com tal rotura liberta-se a energia elástica indicada a tracejado nos diagramas.

#### *A função de conformação (“compliance”) de Mindlin*

O problema do contacto entre duas esferas elásticas foi resolvido por Hertz (1922), para esferas submetidas a carga normal à superfície de contacto, e por Mindlin (1948), para carga tangencial a essa superfície.

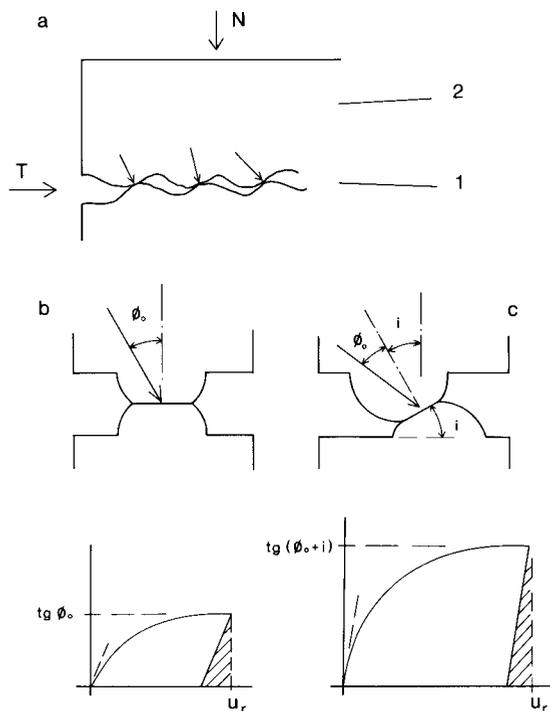


Fig. 3 — Modelo proposto. a — segundo o princípio de Saint-Venant, a uma certa distância da zona (1) de contacto entre saliências, onde há concentração de tensões e deslocamentos, entra-se noutra zona (2), onde há uniformidade de tensões e deslocamentos. b — Saliências contactando sem imbricamento, e respectivo diagrama da função de Mindlin. c — Idem, com imbricamento

Por efeito da carga normal  $N$ , as esferas deformam-se localmente de modo a contactarem por intermédio de uma superfície plana circular de raio  $a$  (Fig. 4 a e b), na qual a tensão de contacto se distribui segundo um hemisfério, com valor máximo  $q_0$  dado por

$$q_0 = \frac{3N}{2\pi a^2} \quad (1)$$

No caso de esferas de igual raio, iguais propriedades elásticas e de coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ , será

$$a = 0,88 \left( \frac{N}{E} \cdot R \right)^{1/2} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtem-se

$$q_0 = 0,62 \left( \frac{E}{R} \right)^{2/3} \cdot N^{1/2} \quad (3)$$

Por efeito da deformação junto ao contacto, a distância entre as esferas diminui de

$$v = 1,55 \left( \frac{N}{E} \right)^{2\beta} \cdot R^{-1/\beta} \quad (4)$$

A tensão de corte devida a uma força tangencial  $T$  distribuir-se-ia na superfície de contacto segundo uma lei, indicada a traço largo na Fig. 4a, que daria valores infinitos no bordo de contacto.

No entanto, como haverá deslizamento nas zonas onde a tensão de corte exceda a fricção  $fq$  (sendo  $f$  o coeficiente de fricção) representada a traço curto na mesma figura, a tensão de corte distribuir-se-á efectivamente segundo a curva indicada a cheio.

Tal distribuição define duas zonas: uma coroa circular de raios  $a$  e  $a'$ , a tracejado na Fig. 4b, onde já se deu deslizamento, e o círculo central de raio  $a'$ , onde a deformação é apenas elástica.

A relação entre os diferenciais do deslizamento  $du$  e  $dT$  ("tangencial compliance") é dada por

$$\frac{du}{dT} = \frac{2-v}{4Ga} \left( 1 - \frac{T}{fN} \right)^{-1/\beta} \quad (5)$$

Atendendo ao valor de  $a$  dado por (2), obtém-se a seguinte expressão para a conformação tangencial

$$\frac{du}{d\left(\frac{T}{fN}\right)} = 0,483 \frac{fN}{G} \left( \frac{E}{NR} \right)^{1/\beta} \left( 1 - \frac{T}{fN} \right)^{-1/\beta} \quad (6)$$

na qual apenas o último factor varia com a solitação.

Integrando esta expressão sob a forma

$$\frac{G}{0,483 fN \left( \frac{E}{NR} \right)^{1/\beta}} \cdot \int du = \left( 1 - \frac{T}{fN} \right)^{-1/\beta} d \left( 1 - \frac{T}{fN} \right)^{-1/\beta} \quad (7)$$

e fazendo

$$U = \frac{0,483 fN \left( \frac{E}{NR} \right)^{1/\beta}}{G} \quad (8)$$

obtem-se o resultado representado na Fig. 4c e no quadro junto.

Nessa mesma figura esquematiza-se o corpo de Prandtl, bem como, a tracejado, o diagrama do seu comportamento, segundo o qual o deslizamento plástico só ocorreria após uma primeira deformação elástica.

No comportamento elastoplástico do corpo de Mindlin, pelo contrário, as deformações elásticas e plásticas são simultâneas e inseparáveis.

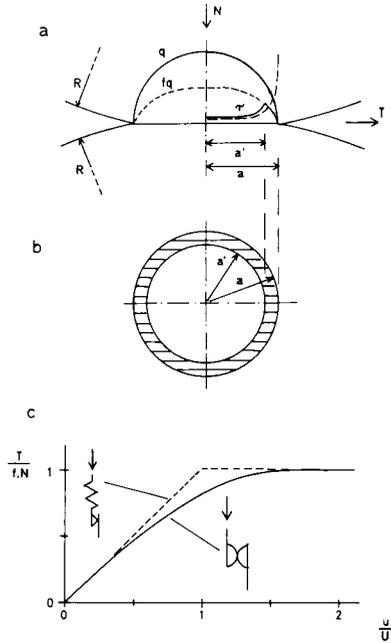


Fig. 4 — Problema de Hertz — Mindlin. a — Tensões desenvolvidas no contacto entre esferas elásticas submetidas às cargas normal  $N$  e tangencial  $T$ . b — Partes do contacto ainda em fase elástica (círculo de raio  $a'$ ) e em fase de deslizamento plástico (coroa a tracejado). c — A cheio, deformação elastoplástica do corpo de Mindlin sob forma adimensional. A tracejado, deformação elastoplástica do corpo de Prandtl.

### Mecanismo de fluência

A fluência entre dois blocos resultaria assim da fricção de uma população de contactos assimiláveis a corpos de Mindlin.

Quando um deles rompe, a sua carga distribui-se pelos outros que, deformando-se, contribuem para o deslizamento dos blocos.

Mantendo-se a tensão e a distribuição estatística dos contactos, dar-se-ão novas roturas, e assim sucessivamente.

A duração média dessa distribuição de cargas e o correspondente deslizamento médio são constantes características do material.

Uma dada taxa de fluência  $u'$  é assim proporcional ao número  $N$  de contactos que se rompem num certo tempo, e a sua probabilidade é dada por

$$P = \frac{N}{N_m} = \frac{u'}{u'_m} \quad (9)$$

sendo  $u'_m$  a taxa de fluência quando se rompem os  $N_m$  contactos da população.

A taxa de fluência  $u'$  e a obliquidade da tensão  $\alpha$  que  $a$  gera estão relacionadas por uma função característica do material

$$u' = f(\alpha) \quad (10)$$

1	2	3	4	5	6
$\frac{T}{fN}$	$\Delta\left(\frac{T}{fN}\right)$	$\left(1 - \frac{T}{fN}\right)^{-1/E}$	$2 \times 4$ $\frac{\Delta u}{U}$	$\frac{u}{U}$	
0		1,0000			0
	0,05		1,0086	0,0504	
0,05		1,0172			0,0504
	0,05		1,0265	0,0513	
0,10		1,0357			0,1017
	0,05		1,0457	0,0523	
0,15		1,0557			0,1540
	0,05		1,0665	0,0533	
0,20		1,0772			0,2073
	0,05		1,0889	0,0544	
0,25		1,1006			0,2617
	0,05		1,1134	0,0557	
0,30		1,1262			0,3174
	0,05		1,1403	0,0570	
0,35		1,1544			0,3744
	0,05		1,1700	0,0585	
0,40		1,1856			0,4329
	0,05		1,2031	0,0602	
0,45		1,2205			0,4931
	0,05		1,2402	0,0620	
0,50		1,2599			0,5551
	0,05		1,2825	0,0641	
0,55		1,3050			0,6192
	0,05		1,3311	0,0666	
0,60		1,3572			0,6858
	0,05		1,3881	0,0694	
0,65		1,4190			0,7552
	0,05		1,4564	0,0728	
0,70		1,4938			0,8280
	0,05		1,5406	0,0770	
0,75		1,5874			0,9050
	0,05		1,6487	0,0824	
0,80		1,7100			0,9874
	0,05		1,7961	0,0898	
0,85		1,8821			1,0772
	0,05		2,0183	0,1009	
0,90		2,1544			1,1781
	0,05		2,4344	0,1217	
0,95		2,7144			1,2998
	0,025		3,0672	0,0767	
0,975		3,4200			1,3765

### Modelo físico

Para se ter uma ideia sobre o tipo da função (10), construíram-se alguns modelos físicos, constituídos essencialmente por uma placa onde estão encastrados numerosos fios elásticos para simular as saliências.

Assentando-se o modelo num plano, o contacto é realizado por numerosos “pés”, como se fosse um miriápode.

Sendo o plano inclinado, verifica-se que a velocidade  $u'$  com que ele desliza é sensivelmente constante, e que essa velocidade é tanto maior quanto mais inclinado for o plano (Fig. 5).

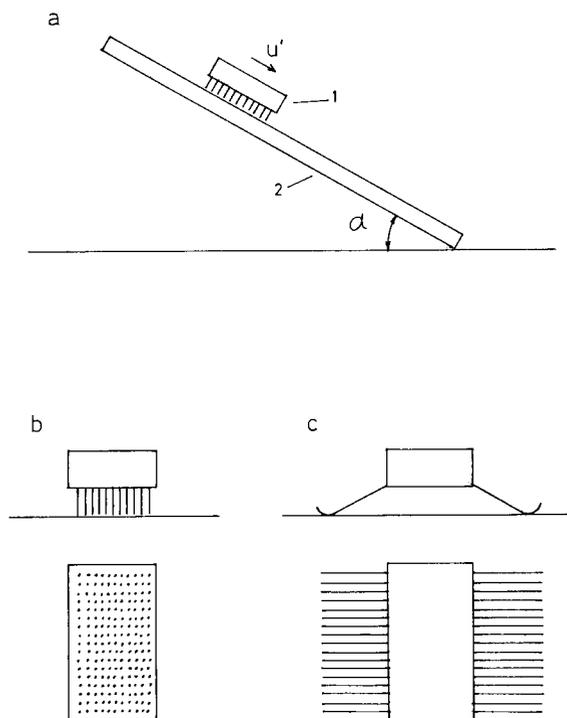


Fig. 5 — Modelo físico. a — Conjunto constituído por um bloco com fios elásticos encastrados, formando uma espécie de miriápode (1), deslizando num plano inclinado (2). b — Modelo com fios de plástico. c — Modelo com fios de aço.

Nos quadros seguintes apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios com dois modelos: um constituído por fios de plástico, outro por fios de arame de aço dispostos lateralmente formando consolas (Fig. 5 b e c). Em ambos os casos o plano de deslizamento era constituído por uma prancheta de desenho, de plástico.

O segundo modelo foi ensaiado de duas maneiras: deslizando normalmente aos fios ( $n$ ) e paralelamente aos fios ( $p$ ).

Na Fig. 6 representam-se em gráfico semi-logarítmico os referidos resultados. Verifica-se que o logaritmo de  $u'/u'_m$  varia com  $\text{tg } \alpha_m/\text{tg } \alpha$  de forma aproximadamente linear:

$$\log (u'/u'_m) = -L (\text{tg } \alpha_m/\text{tg } \alpha - 1) \tag{11}$$

ou

$$\frac{u'}{u'_m} = 10^{-L (\text{tg } \alpha_m/\text{tg } \alpha - 1)} \tag{12}$$

em que  $L$  é um coeficiente característico do modelo cujos valores são aproximadamente 3, 2 e 1, para o modelo de plástico e para o modelo de fios de aço,  $n$  e  $p$ , respectivamente.

Como  $L$  é tanto maior quanto mais lento é o modelo, designar-se-á por coeficiente de lentidão.

Supondo que  $\alpha_m$  é o ângulo de fricção  $\emptyset$  entre os blocos, a relação

$$\text{tg } \alpha_m / \text{tg } \alpha = \text{tg } \emptyset / \text{tg } \alpha = F \tag{13}$$

será igual ao coeficiente de segurança  $F$ . E atendendo a (12):

$$P = \frac{u'}{u'_m} = 10^{-L(F-1)} \tag{14}$$

A taxa de fluência será pois tanto menor quanto maior for o coeficiente de segurança e, para a mesma segurança, quanto maior for o coeficiente de lentidão.

A natureza do coeficiente de lentidão é evidenciada no segundo modelo.

Quando o deslizamento se faz normalmente aos fios ( $n$ ), estes apresentam-se muito flexíveis, porque se deformam como consolas, e mobilizam maior fricção sobre o plano, o que torna os seus movimentos mais lentos. Quando desliza paralelamente aos fios ( $p$ ), estes apresentam-se com grande rigidez, porque se deformam longitudinalmente, e com menor fricção, porque contactam o plano com maior raio de curvatura.

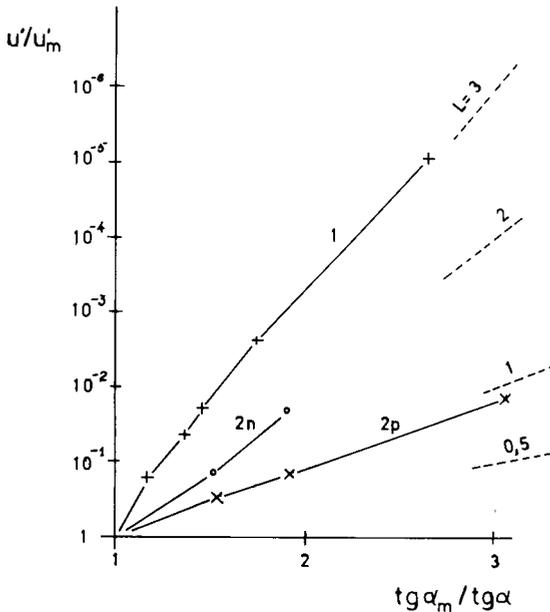


Fig. 6 — Resultados dos ensaios. 1 — Modelo com fios de plástico. 2n — Modelo com fios de aço deslizando normalmente aos fios. 2p — Idem, deslizando paralelamente aos fios.

### Modelo com fios de plástico

$\alpha$	$\text{tg } \alpha_m / \text{tg } \alpha$	$u'$ cm/min	$u'/u'_m$
10	2,65	$5 \times 10^{-4}$	$9,6 \times 10^{-6}$
15	1,74	$2 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-3}$
18	1,44	1,7	$1,9 \times 10^{-2}$
19	1,35	4	$4,4 \times 10^{-2}$
22	1,15	14	$1,6 \times 10^{-1}$
$25(\alpha_m)$	1,00	$90(u'_m)$	1,00

### Modelo com Fios de Aço

$\alpha$	$\text{tg } \alpha_m / \text{tg } \alpha$	$u'$ (cm/min)		$u'/u'_m$	
		$P$	$n$	$P$	$n$
5	3,06	7,5	—	$1,4 \times 10^{-2}$	—
8	1,91	79	8,7	$1,4 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-2}$
10	1,52	158	67	$2,9 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$
$15(\alpha_m)$	1,00	551	$519(u'_m)$	1,00	1,00

## 4 — VISCOSIDADE FRICCIONAL DE TERRENOS

### *Atrito interno de terrenos*

A fricção em materiais granulares, designadamente areias, seixos, enrocamentos, etc., manifesta-se por via do atrito interno; e entre este e a fricção entre partículas pode estabelecer-se uma relação envolvendo o ângulo de imbricamento e o coeficiente  $K' = \sigma_2 / \sigma$  ( $\sigma_2$  e  $\sigma$  tensões intermédia e normal) (Nascimento *et al.* 1971; 1989)

Na Fig. 7 representa-se graficamente a referida relação para  $\phi_f = 20^\circ$  e  $i = 45^\circ$ . Com efeito, como se esquematiza na Fig. 8, o contacto e deslizamento entre partículas (a) pode ser assimilado ao deslizamento de quatro cunhas entre si apertadas pelas tensões  $\sigma$  e  $\sigma_2$  (b) em vez de apenas dois blocos (c).

O modelo de fricção entre dois blocos (c) pode assim ser generalizado para os solos e maciços rochosos, desde que em vez de blocos paralelos se considerem blocos em cunha (b).

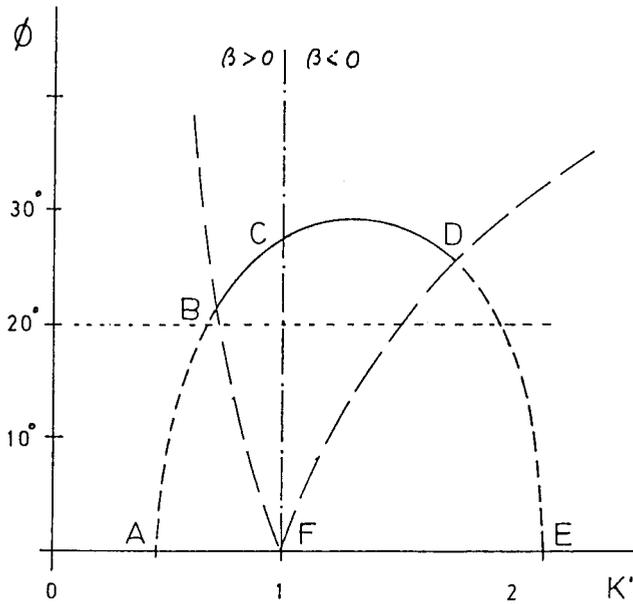


Fig. 7 — Ângulo de atrito interno em função do ângulo de fricção entre partículas (20°), do ângulo de imbricamento (45°) e da relação  $K' = \sigma_2/\sigma$  entre a tensão intermédia e a tensão normal. B — compressão triaxial. C — Corte directo. D — estrição triaxial. A e E — Coeficientes mínimo e máximo de impulso de repouso. F — compressão isotrópica.

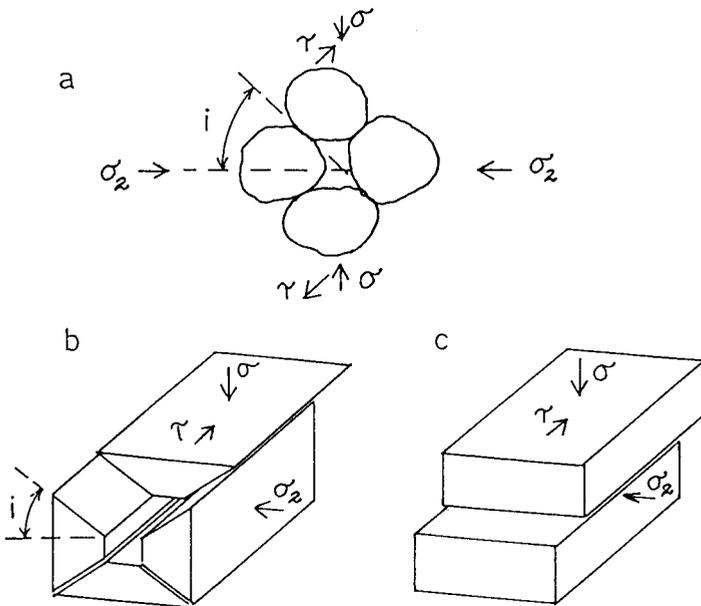


Fig. 8 — Papel do imbricamento entre partículas (a) na influência da tensão intermédia  $\sigma_2$  na resistência friccional. Enquanto que essa resistência entre blocos em cunha é influenciada por  $\sigma_2$  (b), em blocos paralelos (c) não o é.

### Viscosidade

A viscosidade, como se sabe, é dada por

$$\eta = \frac{\tau}{\gamma'} \quad (15)$$

No caso de terrenos dar-se-á a (15) a forma

$$\eta = \frac{\sigma \operatorname{tg} \alpha}{\gamma'} \quad (16)$$

para se evidenciar os papéis da tensão normal e da obliquidade da tensão  $\alpha$ .

Se for  $D$  a distância entre dois planos cuja velocidade relativa é  $u'$ , a taxa de distorção será

$$\gamma' = \frac{u'}{D} \quad (17)$$

e portanto

$$\frac{\gamma'}{\gamma'_m} = \frac{u'}{u'_m} \quad (18)$$

A expressão (14) pode pois escrever-se

$$\frac{\gamma'}{\gamma'_m} = 10^{-L(F-1)} \quad (19)$$

que, substituindo em (16) e atendendo a (13), dará

$$\eta = \frac{\sigma \operatorname{tg} \alpha}{\gamma'_m F} \cdot 10^{L(F-1)} \quad (20)$$

que é a expressão da viscosidade friccional de um terreno.

### Processo passo-a-passo ("rate process")

A expressão (20) da viscosidade friccional tem uma forma semelhante à da expressão da viscosidade de um líquido não-Newtoniano

$$\eta = \frac{\kappa \theta}{j_0 V} e^{U/k\theta} \quad (21)$$

deduzida por Eyring (1936), citado por Vyalov (1986), a partir da teoria do "rate process", que se poderá traduzir por processo passo-a-passo, onde:

$\theta$  — Temperatura absoluta

$j_0$  — frequência das oscilações moleculares

$V$  — volume molecular

$U_0/k\theta$  — energia de activação

$k$  — constante de Boltzman.

Kirbi (1983) (citado por Ranalli *et al.*, 1987) propõe também um lei exponencial do mesmo tipo para a taxa de fluência dos materiais litosféricos tornados dúcteis por efeito de altas temperaturas. Quer dizer, assimilam-se tais materiais a líquidos não-Newtonianos.

Note-se porém que, enquanto que em (20) o expoente varia de 0 a  $\infty$  e a representação gráfica semi-logarítmica é linear, como na Fig. 9a; em (21) o expoente varia de 0 a 1 e a representação gráfica não é linear, como se vê na Fig. 9b. No entanto, para valores de  $x$  próximos da unidade, mesmo esta última expressão é aproximadamente linear.

A razão de tal semelhança entre (20) e (21) está, segundo parece, em que a viscosidade friccional resulta também de um processo passo-a-passe.

Enquanto que em (20) as partículas envolvidas no processo são moléculas, nos modelos miriápodes as “partículas” são os respectivos “pés”.

Nada impede, com efeito, que o processo passo-a-passo possa envolver unidades fluentes (“flow units”) de maiores dimensões (Fedá, 1989).

O coeficiente de lentidão traduz a influência do tamanho das unidades fluentes, das suas características elásticas, da rapidez dos seus movimentos, etc.

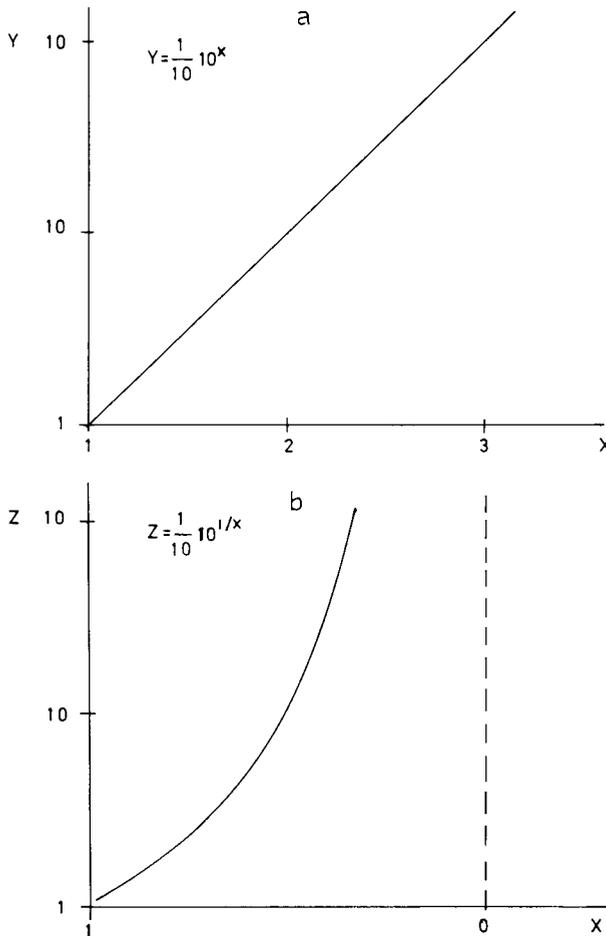


Fig. 9 — Diagramas semilogarítmicos linear (a) e não linear (b).

*Tempo de rotura de solos*

Saito e Wezawa (1961) verificaram, em ensaios de fluência de solos submetidos à compressão simples, que era constante o produto da taxa de extensão  $\epsilon'$  pelo tempo de fluência até à rotura  $t_r$ , isto é, até à passagem da fluência secundária para a terciária.

Isso significa que a extensão de rotura é constante, sensivelmente igual a 2% no caso dos solos ensaiados. Quer dizer, o processo de fluência não é ilimitado; o terreno tem uma capacidade limitada de se deformar mantendo uma certa resistência. Ultrapassada essa extensão, dá-se uma queda dessa resistência (Nascimento, 1969).

Note-se que Vyalov e Folque referem haver já previsto teoricamente tal extensão, em 1956 e 1962, respectivamente.

Da expressão que traduz a constância referida

$$\dot{\gamma}' \cdot t_r = \gamma_r \quad (22)$$

e da função de fluência (14), pode deduzir-se o tempo de rotura

$$t_r = \frac{\dot{\gamma}_r}{\dot{\gamma}_m} 10^{L(F-1)} \quad (23)$$

Designando por

$$t_{rm} = \frac{\dot{\gamma}_r}{\dot{\gamma}_m} \quad (24)$$

que seria o tempo de rotura se a taxa de fluência fosse a máxima, isto é, o tempo de rotura mínimo, (23) toma a forma

$$\frac{t_r}{t_{rm}} = 10^{L(F-1)} \quad (25)$$

Quer dizer, de acordo com este modelo, o tempo de rotura cresce exponencialmente com o coeficiente de segurança, de tal forma que, por maior que seja  $F$ , há sempre um tempo de rotura finito.

Isto significa que, se uma dada zona de um maciço de terreno sobre fluência a taxa constante, ao fim de certo tempo entrará em rotura, isto é, a sua resistência sofrerá uma quebra.

Haverá conseqüentemente uma redistribuição de tensões por outras zonas do maciço, cuja taxa de fluência será por isso acelerada.

Instala-se assim um processo passo-a-passo semelhante ao anteriormente descrito para a fricção entre blocos, mas com unidades fluentes de dimensões e tempos de rotura superiores em várias ordens de grandeza.

Fluência de solos

Na Fig. 10a apresentam-se os resultados de ensaios de fluência realizados por Casagrande e Wilson (1950), citado por Vyalov (1986) e Folque (1988).

$\sigma_0$  e  $\sigma_{(t)}$  são as resistências determinadas em ensaios com a duração um minuto e  $t$  minutos, respectivamente, sendo de 30 dias o valor máximo de  $t$ .

Na Fig. 10b apresentam-se algumas dessas curvas, mas em função do coeficiente de segurança  $F = \sigma_0 / \sigma_{(t)}$ , em vez de  $1/F = \sigma_{(t)} / \sigma_0$ , como em *a*.

Verifica-se que essas curvas pouco se desviam da linearidade e que correspondem a coeficientes de lentidão (indicados na figura) entre 6 e 20.

Trata-se portanto de processos bastante lentos, o que pode ser devido a tratar-se de argilas.

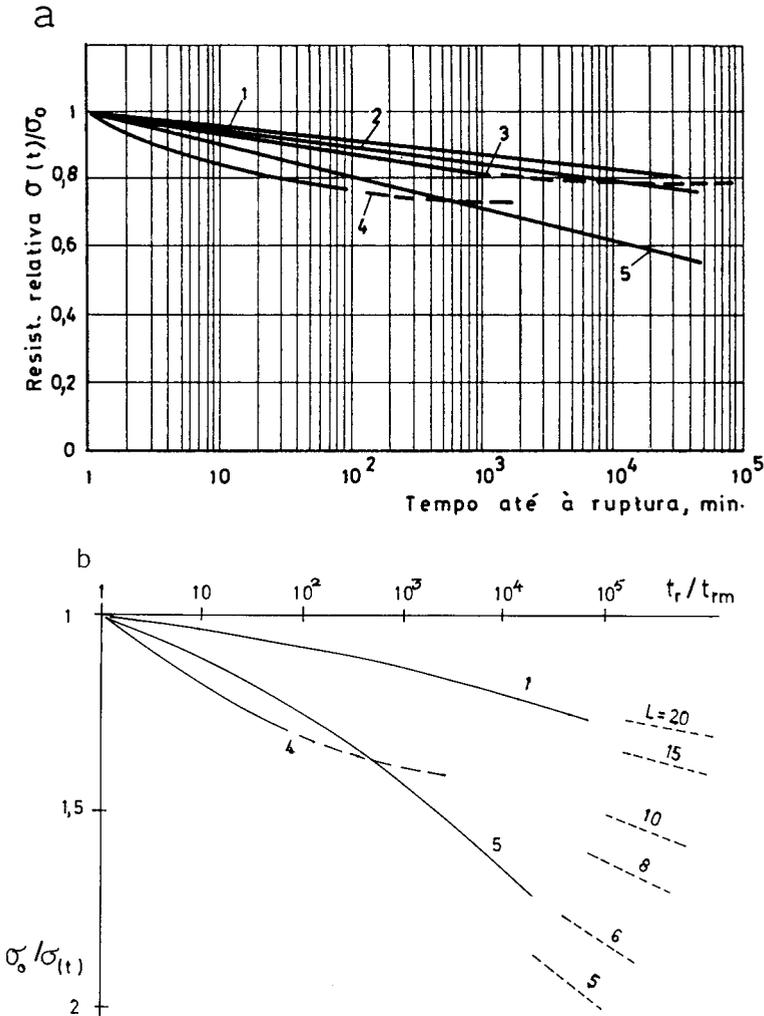


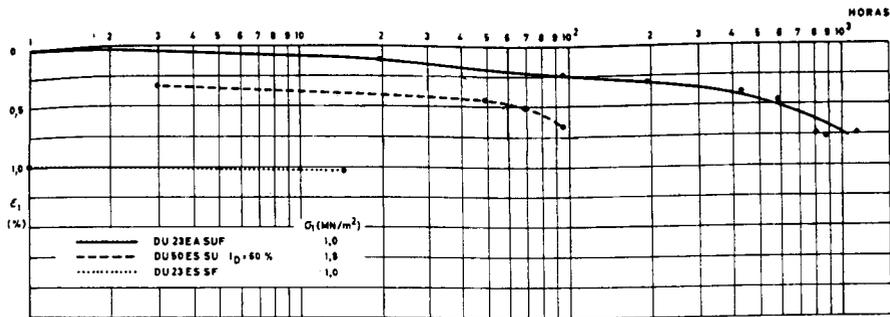
Fig. 10 — Resistência a longo prazo de solos. a — Curvas de resistência a longo prazo obtidas em compressão uniaxial de alguns solos. 1 — Argila da Cidade do México. 2 — Argila de Cambridge. 3 — Argilite de Berno. 4 — "Gumbo" do Mississipi. 5 — Bentonite de Oahu. (Casagrande *et al.*, 1950). b — Idem, dos solos 1, 4 e 5, mas em função de  $\sigma_0$  e  $\sigma_{(t)}$

*Fluência de enrocamentos*

Na Fig. 11 apresentam-se, em *a*), resultados de ensaios de fluência de enrocamentos (V. Pinto, 1983) e, em *b*), assentamentos a longo prazo de barragens de enrocamento (Sowers *et al.*, 1965, citado por V. Pinto).

Relativamente à Fig. 11a, nota-se que se trata de ensaios edométricos, portanto sem deformação lateral, e que em tais condições a obliquidade da tensão vai diminuindo de tal forma que, nos solos, tais diagramas são aproximadamente lineares, como na consolidação secundária (Taylor, 1948).

a



b

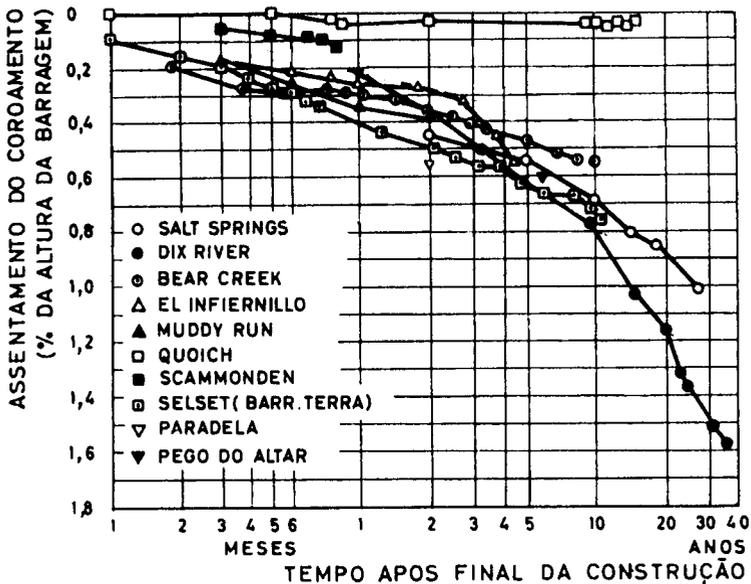


Fig. 11 – Fluência de enrocamentos. a – Resultados de ensaios de fluência de enrocamentos (V. Pinto, 1983). b – Assentamentos de algumas barragens de enrocamento (Sowers *et al.* 1965, citado por V. Pinto)

Na Fig. 12a compara-se o resultado do ensaio DU23EASUF da Fig. 11a com duas curvas do processo passo-a-passo sob tensão constante, para taxas de fluência  $10^{-3}/h$  e  $2,5 \times 10^{-3}/h$ .

Verifica-se que o enrocamento ensaiado não tem um comportamento linear, como nos solos. Mas também não flui com taxa constante como o faria sob um simples processo passo-a-passo: a sua taxa de fluência vai diminuindo com o tempo, como se vê na figura.

Na Fig. 12b comparam-se os resultados das barragens de enrocamento Dix River e de terra Selset com curvas de processo passo-a-passo sob tensão constante, para taxas de fluência de  $5 \times 10^{-5}/a$  e  $8 \times 10^{-4}/a$ .

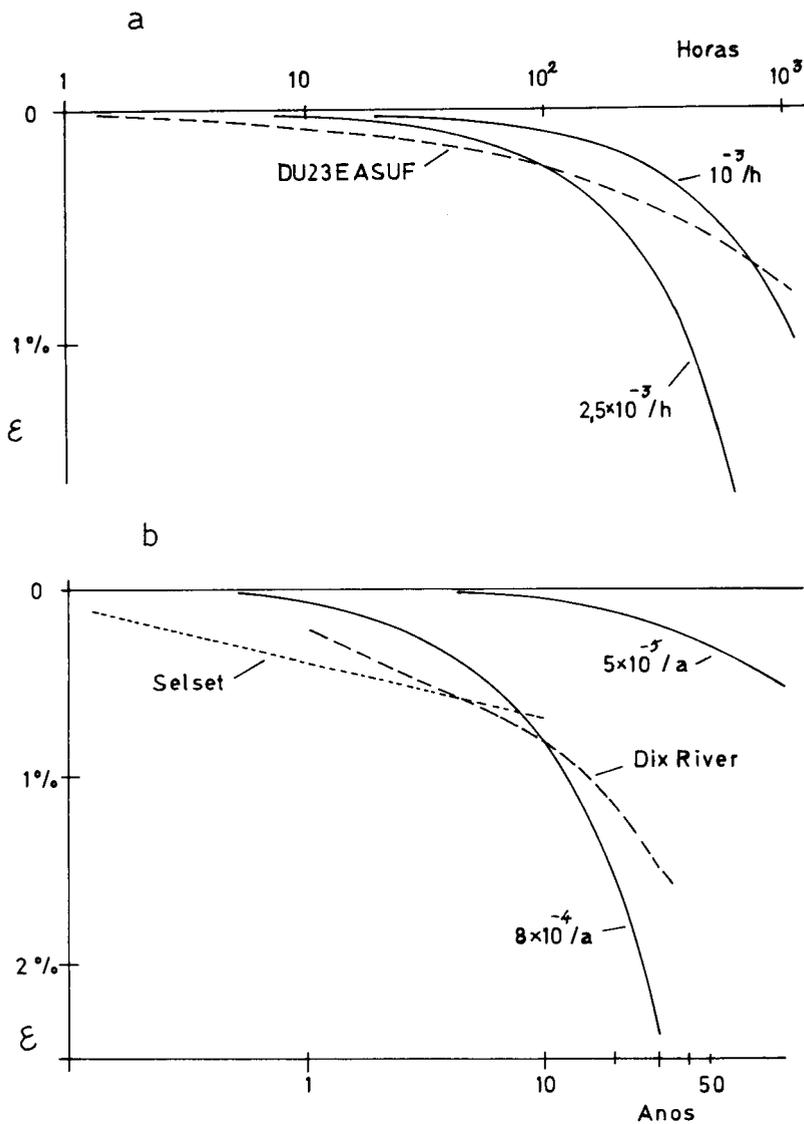


Fig. 12 — Fluência de enrocamentos. a — Comparação do ensaio edométrico DU23EASUF com o processo passo-a-passo. b — Comparação dos assentamentos das barragens de Dix River (enrocamento) e Selset (terra) com o processo passo-a-passo

Verifica-se, também aqui, que o diagrama da barragem Dix River também não é linear e que a sua taxa de fluência diminui com o tempo.

Já a barragem de terra Selsset apresenta um diagrama aproximadamente linear, análogo ao de um ensaio edométrico. Mas deve notar-se que os fenómenos numa barragem são mais complexos que num ensaio edométrico e que tal analogia pode ter também outras causas.

Segundo parece, nestes enrocamentos sobrepõem-se dois processos: um linear, como o dos solos, e outro passo-a-passo, mais rápido e que inicialmente prepondera sobre o primeiro.

Este último será provavelmente devido ao esmagamento das partículas (V. Pinto, 1983). Com efeito, deduz-se da fórmula de Hertz (3) que a tensão de contacto entre esferas decresce quando aumenta o seu raio. Portanto, os contactos mais angulares vão-se fragmentando e plastificando até que o seu raio seja suficientemente grande para suportar a tensão.

Se assim for, porém, observações e ensaios mais demorados acabarão por revelar uma tendência para a linearidade.

### *Fluência e viscosidade em placas tectónicas*

Considere-se na Fig. 13a uma placa tectónica constituída por três troços. O troço *A* de talude “infinito” com a inclinação  $\alpha$ , um troço *B*, horizontal de pé de talude, e um troço *C*, horizontal de crista.

Na Fig. 13b apresentam-se os respectivos estados de tensão, com indicação, a tracejado, das direcções de deslizamento por fluência, direcções essas que também se indicam na Fig. 13a.

No talude, a obliquidade da tensão causadora da fluência é igual à própria inclinação do talude (Taylor, 1948).

Nos troços horizontais *B* e *C*, a obliquidade causadora da fluência é dada por

$$\text{sen } \alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sigma_y + \sigma_y} \quad (26)$$

Note-se porém que mesmo numa placa horizontal submetida a pressão hidrostática, como se esquematiza na Fig. 14, dada a heterogeneidade dos geomateriais, a pressão hidrostática  $p$  a uma dada profundidade é equilibrada na placa por um estado de tensão não uniforme. Quer dizer, a placa pode considerar-se constituída por várias “unidades fluentes”, umas que suportam uma tensão horizontal superior em  $\Delta\sigma$  à pressão hidrostática  $p$ , portanto em estado passivo de tensão, e outras com pressão horizontal inferior em  $\Delta\sigma$  à dita pressão, portanto em estado activo de tensão.

Na Fig.14b representam-se esses estados de tensão.

As unidades fluentes estão portanto submetidas a uma tensão com obliquidade dada por

$$\text{sen } \alpha = \frac{\Delta\sigma}{p} = C_c \quad (27)$$

ou seja, uma obliquidade cujo seno é igual ao coeficiente de variação de  $\sigma$ .

As unidades passivas, submetidas a tal obliquidade da tensão, fluirão portando tendendo a redistribuir as suas tensões mais elevadas pelas unidades activas, de menores tensões.

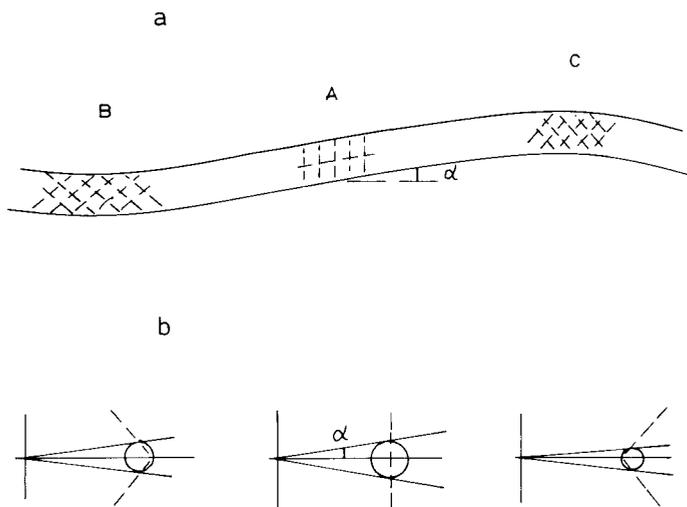


Fig. 13 — Fluência de placas tectónicas. a — Placas com um troço de talude (A), outro de pé de talude (B) e outro de crista (C). b — Respectiveos estados de tensão.

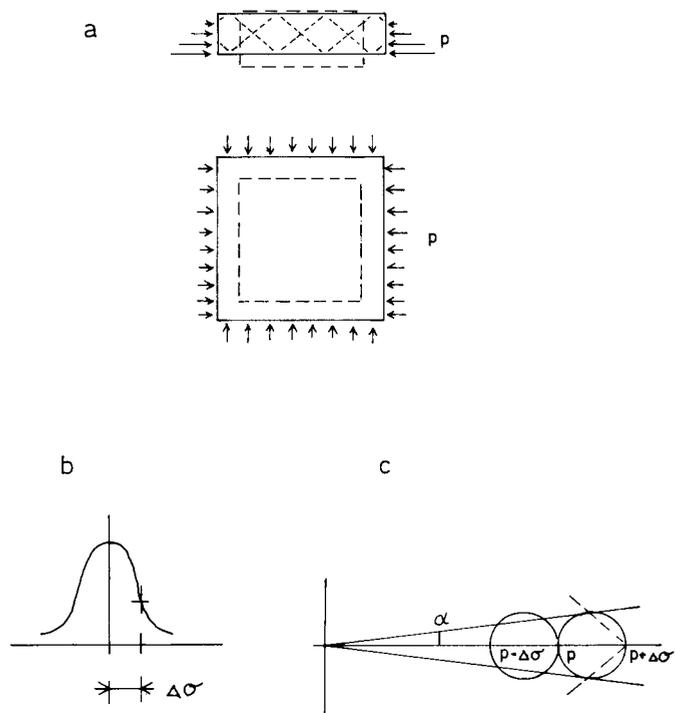


Fig. 14 — Placa horizontal sob pressão hidrostática. a — A placa flui por estricção, espessando-se e afundando-se na astenosfera (a tracejado). b — Distribuição de tensões, devida à heterogeneidade. c — Estados de tensão das respectivas unidades fluentes, passivas e activas.

Instala-se assim um processo passo-a-passo que tem como resultado o encurtamento e espessamento da placa. Isto é, a placa é submetida a uma estricção.

Por efeito da isostasia, simultaneamente com esse espessamento da placa dá-se o seu afundamento na astenosfera (a tracejado na Fig. 14), onde entra em reciclagem (Nascimento, 1988).

A energia de activação do processo provém do trabalho realizado pela pressão hidrostática horizontal, inerente ao encurtamento da placa.

A fluência não se dará pelas unidades activas, porque tendo como efeito o alongamento da placa, a correspondente energia de activação seria negativa.

Note-se que, se a placa além de heterogénea for anisotrópica, a sua deformação será maior numa direcção que noutra.

### *Viscosidade da Litosfera Atlântica ao largo de Portugal*

A cratera Tore, detectada no fundo do Atlântico, cerca de 300 Km ao largo de Portugal, apresenta-se com uma forma elíptica que é considerada como prova de deformação sofrida pela litosfera desde o momento do impacte, há 65 Ma, até ao presente (A. Ribeiro, 1989).

A taxa de fluência deduzida a partir desses dados é de  $\epsilon' = 5 \times 10^{-9}/a$  ou  $2 \times 10^{-16}/s$  (Nascimento, 1989). Portanto,  $\gamma' = 2 \epsilon' = 4 \times 10^{-16}/s$ .

Para uma litosfera com 100 Km de espessura, a tensão média será:

$$\sigma = 0,5 \times 3 \times 10^4 \text{ N/m}^3 \times 10^5 \text{ m} = 1,5 \times 10^9 \text{ Pa}$$

Para calcular a viscosidade pela expressão (16) falta porém conhecer a obliquidade da tensão, isto é, a causa da deformação.

Se, por hipótese, essa causa é um coeficiente de variação da tensão  $C_\sigma = 0,2$ , por efeito da heterogeneidade da litosfera, a obliquidade, dada por (27), será

$$\text{sen } \alpha = 0,2 \qquad \alpha = 11,5^\circ$$

e a viscosidade

$$\eta = \frac{1,5 \times 10^9 \text{ Pa} \times \text{tg } 11,5^\circ}{4 \times 10^{-16}/s} = 0,8 \times 10^{24} \text{ Pas}$$

Para uma espessura de 10 Km, a viscosidade seria  $\eta = 0,8 \times 10^{23} \text{ Pas}$ .

Na Fig. 1 estes dois valores estão assinalados com asterisco.

## 6 — CONCLUSÕES

O corpo de Mindlin parece ser o mais adequado para modelar o contacto entre saliências.

A fluência resulta da roruta, num certo tempo, de alguns desses contatos. Quanto maior for o número dessas roturas relativamente ao número total de contactos, maior será a taxa de fluência bem como a sua probabilidade.

O modelo físico miriápode conduz a uma função de fluência análoga à do processo passo-a-passo (“rate process”).

Na fluência friccional de maciços de terreno, as “unidades fluentes” do processo passo-a-passo podem ter tamanhos correspondentes às heterogeneidades desses maciços.

O modelo parece aplicável em Geotecnia e Sismotectónica, salientando-se porém, a necessidade de prosseguir investigações para o ajustamento dos seus parâmetros: ensaios de laboratório e in situ; observações na natureza e modelação numérica.

## AGRADECIMENTO

Agradece-se ao Prof. António Ribeiro, do Departamento de Geologia da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, o apoio científico dado no âmbito do projecto “Sismotectónica de Portugal Continental”.

## BIBLIOGRAFIA

- ARTYUSHKOV, E.V. (1973) — *Stresses in the lithosphere caused by crustal thickness inhomogeneities*. Jour. Geophy. Res. 78, 32.
- BOWDEN AND TABOR (1971) — *The friction and lubrication of solids*. Oxford at Clarendon Press.
- BYERLEE, J.D. (1967) — *Theory of friction based on brittle fracture*. J. App. Phys. V. 38, N.º 7.
- FEDA, J. (1989) — *Interpretation of creep of soils by rate process theory*. Geotechnique, 39, N.º 4.
- FOLQUE, J. (1962) — *Reologia de solos não saturados*. LNEC, Mem. 176, Lisboa.
- FOLQUE, J. (1987) — *Investigação em Mecânica dos Solos*. Lição Manuel Rocha, 1986. Geotecnia, N.º 50.
- FOLQUE, J. (1988) — *Reologia de solos*. LNEC, Lisboa.
- HORN, H.M. and DEERE, D.U. (1962) — *Frictional characteristics of material*. Geotechnique, XII, N.º 4.
- LAJTAI, E.Z. and GADI, A.M. (1989) — *Friction on a granite to granite interface*. Rock Mech. and Rock Eng. 49.
- MELOUSH, H.J. (1990) — *Mechanical basis for low-angle normal faulting in the Basin and Range province*. Nature, 343, 25 Jan.
- MINDLIN, R.D. (1949) — *Compliance of elastic bodies in contact*. J. App. Mech. (Trans. ASME), V. 16.
- NASCIMENTO, U. (1969) — *Mecânica dos Solos. Conceitos fundamentais. Taludes naturais*. LNEC, Curso 110-1.
- NASCIMENTO, U. e TEIXEIRA, H. (1971) — *Mechanisms of internal friction in soils and rocks*. Symp. Int. S. Rock Mech., Nancy. LNEC, Mem. 398. Geotecnia, N.º 4, 1972.
- NASCIMENTO, U., CASTEL-BRANCO, PINELO, A. e MARQUES, M. (1974) — *Influence of intermediate stress upon internal friction in bloc masses*. Int. Cong. Rock Mech. Denver.
- NASCIMENTO, U. (1978) — *Notas sobre a fricção entre partículas de materiais granulares*. Geotecnia, N.º 22.
- NASCIMENTO, U. (1979) — *Mecanismo elástico de fricção entre partículas de solos granulares*. Geotecnia, N.º 27.
- NASCIMENTO, U. (1981) — *Frictional mechanism of ploughing*. Int. Symp. Weak Rock. Tokio. Geotecnia, N.º 34, 1982.

- NASCIMENTO, U. (1988) — *Contribution to a seismotectonic model*. Unit. Nat. Seminar on the Prediction of Earthquakes. LNEC, Lisbon.
- NASCIMENTO, U. (1989) — *Contribuição para uma teoria da resistência e deformabilidade dos solos*. 3.º Encontro Nac. de Geotecnia. Porto.
- NASCIMENTO, U. (1989) — *Nota sobre a deformabilidade da Litosfera Atlântica ao largo de Portugal*. Encontro sobre Sismologia e Eng.ª Sísmica. LNEC.
- RANALLI, G. and MURPHY, D.C. (1987) — Rheological stratification of the lithosphere. *Tectonophysics*, 132.
- RIBEIRO, A. (1989) — *Global tectonics with a viscoelastic oceanic lithosphere*. EUGV. Strasbourg.
- TAYLOR, D. (1948) — *Fundamentals of Soil Mechanics*. J. Wiley, New York.
- TERZAGHI, K. (1925) — *Erdbaumechanik*, Viena, Translated by Casagrande, A.: "The physical causes of proportionality between pressure and frictional resistance". In "From theory to practice in Soil Mechanics". J. Wiley, New York, 1960.
- TIMOSHENKO, S. and GOODIER, J. N. (1951) — *Theory of Elasticity*. Mc Graw-Hill, New York.
- VEIGA PINTO, A. (1983) — *Previsão do comportamento estrutural de barragens de enrocamento*. LNEC, Lisboa.
- VYALOV, S.S. (1986) — *Rheological fundamentals of Soil Mechanics*. Elsevier, Amsterdam.