

UM MODELO REOLÓGICO DO COMPORTAMENTO DAS ROCHAS E DOS MACIÇOS ROCHOSOS*

A rheological model of the behaviour of rocks and rock masses

por

J. Loureiro Pinto**

RESUMO — Neste trabalho apresentam-se os modelos reológicos do corpo de fechamento de fissuras, do corpo de fluência, do corpo de cedência e um modelo reológico representativo das rochas e dos maciços rochosos, suas equações reológicas, e o seu comportamento em fluência e a velocidade de carga constante. Apresentam-se também os resultados de dois ensaios de rochas diferentes, os valores das constantes reológicas, os valores das extensões medidas e calculadas, e os respectivos desvios.

SYNOPSIS — This work presents rheological models of fissure closure body, creep body, yielding body and one body that are representative of rocks and rock masses, their rheologic equations, and their behaviour in creep and under constant load velocity. Lastly results of tests on two specimens of different rocks are given, and values of their rheologic constants are determined as well as deviation of unit strains calculated with reference to those measured.

1 — INTRODUÇÃO

O comportamento real das rochas e dos maciços rochosos conduziu ao estudo de vários modelos reológicos que pretendem representar com bastante aproximação as curvas tensões-extensões obtidas em função do tipo de actuação a que são submetidos.

Contudo os modelos reológicos até agora apresentados não têm representado satisfatoriamente os fenómenos muito comuns de fechamento de fissuras e de fluência acelerada.

Neste trabalho apresentam-se dois novos modelos reológicos, que pretendem representar, de uma maneira aproximada, os dois fenómenos anteriormente indicados.

2 — MODELOS REOLÓGICOS

2.1 — Corpo de fechamento de fissuras

O corpo de fechamento de fissuras, Fig. 1, é formado por duas consolas de secção constante, de comprimento L e curvatura variável de acordo com uma clotóide, unidas no ponto de curvatura nula, actuadas por duas forças (tensões) nas suas extremidades.

*Apresentado ao 6.º Congresso de ISRM, Montreal, 87. A discussão do trabalho está aberta por um período de três meses.

**Engenheiro Civil, Investigador-Coordenador do LNEC.

Devido à sua forma, o vão varia de acordo com o valor de σ , e quanto maior for a tensão menor será o vão, que se torna nulo quando $\sigma = \infty$, atingindo neste caso a extensão o seu valor máximo ε_f . No limite o momento flector máximo atingirá o valor m_f e, para efeitos de cálculo, se pode supor igual a $\sigma_f L$. Em face das hipóteses formuladas, as extensões (flechas) e as tensões serão dadas pelas expressões:

$$\varepsilon = \varepsilon_f \left[1 - \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-2} \right] ; \quad \sigma = \sigma_f \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \right)^{-1/2} - 1 \right] \quad (1)$$

A curva tensões-deformações é a indicada na Fig. 1.

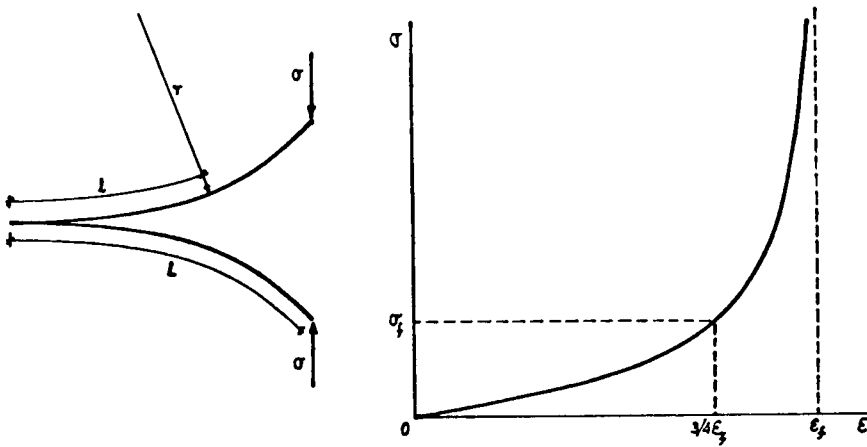


Fig. 1 — Corpo de fechamento de fissuras

2.2 — Corpo de fluência

O corpo de fluência é formado por um amortecedor de secção variável, e corresponde a uma generalização do corpo Newton, Fig. 2. Este corpo é caracterizado por uma zona inicial de comprimento ε_c que se comporta de acordo com o corpo de Newton:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{K_c} \quad (2)$$

seguida de uma outra em que o comportamento é dado por:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{K_c} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^n \quad (3)$$

O expoente n define o tipo de comportamento do corpo:

- se $n < 0$, o corpo apresenta fluência retardada,
- se $n = 0$, o corpo apresenta fluência estacionária,
- se $n > 0$, o corpo apresenta fluência acelerada.

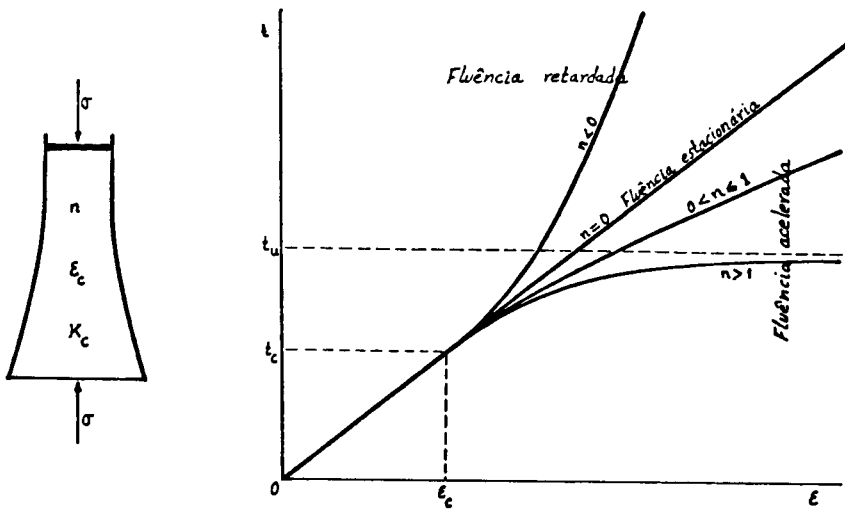


Fig. 2 — Corpo de fluência

Apresentam-se em seguida as expressões que definem o comportamento deste corpo para o caso da fluência, $\sigma = \sigma_0$, sendo a extensão inicial ε_0 .

$$\begin{aligned}
 &— \varepsilon_0 < \varepsilon_c; 0 \leq t \leq t_c = \frac{K_c}{\sigma_0} (\varepsilon_c - \varepsilon_0) \\
 &\varepsilon = \frac{\sigma_0}{K_c} t + \varepsilon_0
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 &— \varepsilon_0 < \varepsilon_c; t \geq t_c; n \neq 1 \\
 &\varepsilon = \varepsilon_c \left[1 + \frac{(1-n) \sigma_0}{K_c \varepsilon_c} (t - t_c) \right]^{1/(1-n)}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 &— \varepsilon_0 < \varepsilon_c; t \geq t_c; n = 1 \\
 &\varepsilon = \varepsilon_c \exp \left[\frac{\sigma_0}{K_c \varepsilon_c} (t - t_c) \right]
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 &— \varepsilon_0 \geq \varepsilon_c; n \neq 1 \\
 &\varepsilon = \varepsilon_0 \left[1 + \frac{(1-n) \sigma_0}{K_c \varepsilon_c} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \right)^n \right]^{1/(1-n)}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 &— \varepsilon_0 \geq \varepsilon_c; n = 1 \\
 &\varepsilon = \varepsilon_0 \exp \left(\frac{\sigma_0}{K_c \varepsilon_c} \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

As curvas extensões-tempos são as da Fig. 2.

O corpo de fluência rompe para extensão infinita, para tempo infinito quando $n \leq 1$, e para um tempo finito t_u quando $n > 1$. As expressões de t_u são as a seguir indicadas:

$$— \varepsilon_0 > \varepsilon_c; t_u = \frac{K_c \varepsilon_c}{(n-1) \sigma_0} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^{n-1} \quad (9)$$

$$— \varepsilon_0 = \varepsilon_c; t_u = \frac{K_c \varepsilon_c}{(n-1) \sigma_0} \quad (10)$$

$$— \varepsilon_0 < \varepsilon_c; t_u = \frac{K_c}{\sigma_0} \left(\frac{n \varepsilon_c}{n-1} - \varepsilon_0 \right) \quad (11)$$

2.3 — Corpo de cedência

O corpo de cedência, apresentado na Fig. 3, é formado por uma associação em paralelo de um corpo de fluência e de um corpo de St. Venant. As equações reológicas são as seguintes:

$$— \sigma \leq \sigma_c; \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \quad (12)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \quad (13)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_{0y} > \varepsilon_c; \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^n \quad (14)$$

O comportamento deste corpo depende do tipo de carregamento, e as deformações são irreversíveis.

Quando o corpo é submetido a fluência para uma tensão $\sigma = \sigma_0$, e a sua extensão inicial é ε_{0y} , o comportamento é o a seguir indicado:

$$— \sigma \leq \sigma_c$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \quad (15)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_{0y} \leq \varepsilon_c; t \leq t_y = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_y}{\sigma_0 - \sigma_c} K_c$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{0y} + \frac{\sigma_0 - \sigma_c}{K_c} t \quad (16)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_{0y} \leq \varepsilon_c; t \geq t_y; n \neq 1$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c \left[1 - \frac{(n-1)(\sigma_0 - \sigma_c)}{K_c \varepsilon_c} (t - t_y) \right]^{1/(1-n)} \quad (17)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_{0y} \leq \varepsilon_c; t \geq t_y; n = 1$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c \exp \left[\frac{\sigma_0 - \sigma_c}{K_c \varepsilon_c} (t - t_y) \right] \quad (18)$$

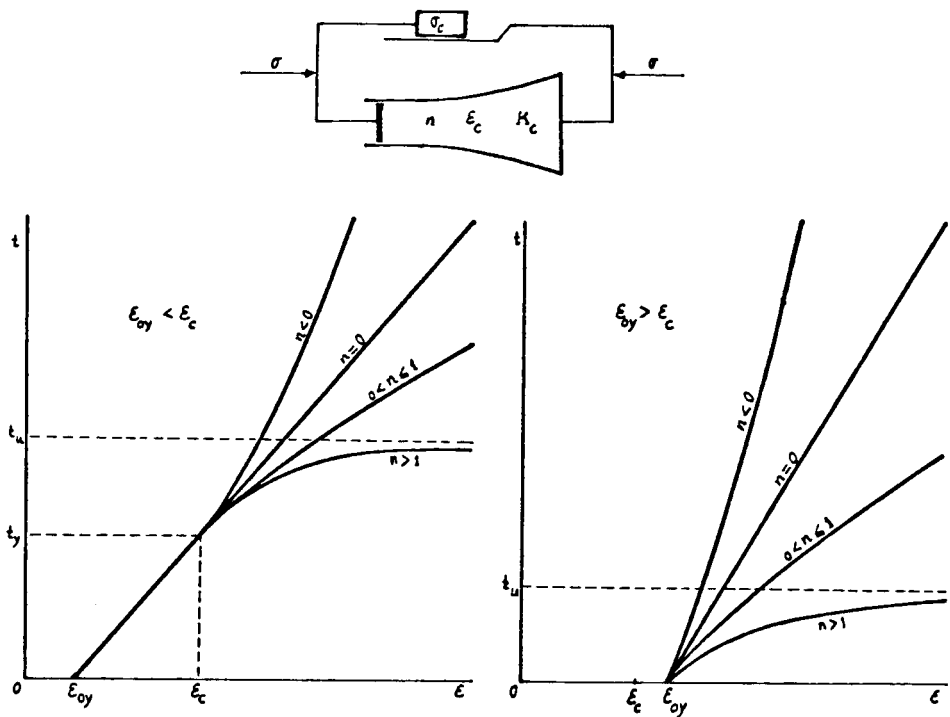


Fig. 3 — Corpo de cedência

Quando $n > 1$ o corpo rompe ao fim do tempo t_u :

$$t_u = \frac{K_c}{(n-1)(\sigma_0 - \sigma_c)} [\epsilon_{0y} + n(\epsilon_c - \epsilon_{0y})] \quad (19)$$

— $\sigma > \sigma_c$; $\epsilon_{0y} \geq \epsilon_c$; $n \neq 1$

$$\epsilon_y = \epsilon_{0y} \left[1 - \frac{(n-1)(\sigma_0 - \sigma_c)}{K_c \epsilon_c} \left(\frac{\epsilon_{0y}}{\epsilon_c} \right)^{n-1} t \right]^{1/(1-n)} \quad (20)$$

— $\sigma > \sigma_c$; $\epsilon_{0y} \geq \epsilon_c$; $n = 1$

$$\epsilon_y = \epsilon_{0y} \exp \left(\frac{\sigma_0 - \sigma_c}{K_c \epsilon_c} t \right) \quad (21)$$

Quando $n > 1$ o corpo rompe para o tempo t_u :

$$t_u = \frac{K_c \epsilon_c}{(n-1)(\sigma_0 - \sigma_c)} \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{0y}} \right)^{n-1} \quad (22)$$

As curvas extensões-tempos são as apresentadas na Fig. 3.

Quando este corpo é submetido a uma variação constante de carga, $\sigma = \sigma_0 + at$, ou seja $\frac{d\sigma}{dt} = a$, o comportamento é:

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a < 0 \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t \leq t_c = \frac{\sigma_c - \sigma_0}{a} \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t_c \leq t \leq t_y = \frac{1}{a} [\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{2aK_c(\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})}] \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} + \frac{a(t - t_c)^2}{2K_c} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t \geq t_y; n \neq 1 \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_c \left[1 - \frac{(n-1)}{K_c \varepsilon_c} [(\sigma_0 - \sigma_c)(t - t_y) + \frac{a}{2}(t^2 - t_y^2)] \right]^{1/(1-n)} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t \geq t_y; n = 1 \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_c \exp \left[\frac{1}{K_c \varepsilon_c} [(\sigma_0 - \sigma_c)(t - t_y) + \frac{a}{2}(t^2 - t_y^2)] \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Quando $n > 1$ a rotura dá-se para o tempo t_u :

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{2aK_c \left(\frac{n}{n-1} \varepsilon_c - \varepsilon_{0y} \right)} \right] \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a < 0; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; t \leq t_y = \frac{\sigma_c - \sigma_0}{a} \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; t \geq t_y; n \neq 1 \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \left[1 - \frac{(n-1)}{K_c \varepsilon_c} \left(\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_c} \right)^{n-1} (\sigma_0 - \sigma_c)(t - t_y) + \frac{a}{2}(t^2 - t_y^2) \right]^{1/(1-n)} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & - \sigma_0 \leq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; t \geq t_y; n = 1 \\ & \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \exp \left[\frac{1}{K_c \varepsilon_c} [(\sigma_0 - \sigma_c)(t - t_y) + \frac{a}{2}(t^2 - t_y^2)] \right] \end{aligned} \quad (31)$$

Quando $n > 1$ o corpo rompe para o tempo t_u :

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{\frac{2aK_c}{n-1} \varepsilon_c \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{0y}} \right)^{n-1}} \right] \quad (32)$$

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t \leq t_y = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + 2aK_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})} \right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{K_c} \left[(\sigma_0 - \sigma_c) t + \frac{a}{2} t^2 \right] + \varepsilon_{0y} \quad (33)$$

$$- \sigma_0 > \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; t > t_y$$

O corpo deforma-se de acordo com as expressões (26) e (27).

Quando $n > 1$ a rotura dá-se para o tempo t_u .

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + 2aK_c \left(\frac{n}{n-1} \varepsilon_c - \varepsilon_{0y} \right)} \right] \quad (34)$$

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; n \neq 1$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \left[1 - \frac{(n-1)}{K_c \varepsilon_c} \left(\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_c} \right)^{n-1} \left[(\sigma_0 - \sigma_c) t + \frac{a}{2} t^2 \right] \right]^{1/(1-n)} \quad (35)$$

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; a > 0; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; n = 1$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{0y} \exp \left[\frac{1}{K_c \varepsilon_c} \left[(\sigma_0 - \sigma_c) t + \frac{a}{2} t^2 \right] \right] \quad (36)$$

Quando $n > 1$ o corpo rompe ao fim do tempo t_u .

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 + \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + \frac{2aK_c}{n-1} \varepsilon_c \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{0y}} \right)^{n-1}} \right] \quad (36a)$$

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; 0 > a < -\frac{(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})}; t < t_0 = \frac{\sigma_c - \sigma_0}{a}$$

O corpo deforma-se de acordo com a lei (33).

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; 0 > a < -\frac{(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})}; t \geq t_0$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{0y} - \frac{1}{K_c} \frac{(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2a} \quad (37)$$

$$- \sigma_0 \geq \sigma_c; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; 0 > a > -\frac{(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})};$$

$$t < t_y = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 - \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + 2aK_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})} \right]$$

O corpo de cedência deforma-se de acordo com a lei (33).

$$-\sigma_0 \geq \sigma_c; \varepsilon_{0y} < \varepsilon_c; 0 > a > -\frac{(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c (\varepsilon_c - \varepsilon_{0y})}; t > t_y$$

O corpo comporta-se de acordo com as leis (26) e (27) até atingir o tempo t_0 . Para $t > t_0$ a extensão mantém-se invariável, mas no caso de $n > 1$ a rotura dá-se para um tempo $t_u < t_0$ dado por:

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 - \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + 2aK \left(\frac{n}{n-1} \varepsilon_c - \varepsilon_{0y} \right)} \right] \quad (38)$$

no caso de:

$$0 > a > \frac{-(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c \left(\frac{n}{n-1} \varepsilon_c - \varepsilon_{0y} \right)}$$

$$-\sigma_0 \geq \sigma_c; \varepsilon_{0y} \geq \varepsilon_c; 0 > a$$

O corpo deforma-se de acordo com as leis (35) e (36). As extensões mantêm-se constantes para $t > t_0$, ou no caso de:

$$0 > a > \frac{(1-n)(\sigma_0 - \sigma_c)^2}{2K_c \varepsilon_c} \left(\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_c} \right)^{n-1}$$

a rotura ocorre para o tempo $t_u < t_0$:

$$t_u = \frac{1}{a} \left[\sigma_c - \sigma_0 - \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_c)^2 + \frac{2aK_c \varepsilon_c}{n-1} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{0y}} \right)^{n-1}} \right] \quad (39)$$

2.4 — Modelo reológico das rochas e dos maciços rochosos

Atendendo ao comportamento real das rochas e dos maciços rochosos, o modelo reológico mais adequado parece ser o representado na Fig. 4.

Este modelo é formado pela associação em série de um corpo de Hooke, de módulo de elasticidade E_h ; um corpo de St. Venant, de tensão de rotura σ_u ; um corpo de fechamento de fissuras, de constantes ε_f e σ_f ; um corpo de Kelvin, de constantes E_k e K_k ; e um corpo de cedência, de constantes n , ε_c , K_c e σ_c .

Designando por:

- ε_h — Extensão do corpo de Hooke,
- ε_a — extensão do corpo de fechamento de fissuras,
- ε_k — extensão do corpo de Kelvin,
- ε_y — extensão do corpo de cedência,
- ε_{0k} — extensão do corpo de Kelvin para $t = 0$,
- ε_{0y} — extensão do corpo de cedência para $t = 0$,
- ε — extensão do modelo reológico,

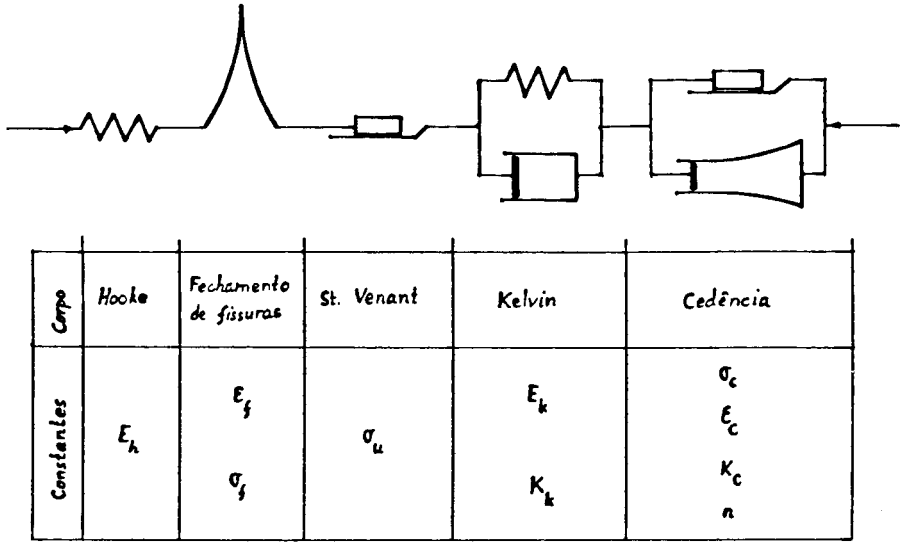


Fig. 4 — Modelo reológico das rochas e dos maciços rochosos

o comportamento deste será dado pelas expressões:

$$\epsilon = \epsilon_h + \epsilon_a + \epsilon_k + \epsilon_y \quad (40)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon_h}{dt} + \frac{d\epsilon_a}{dt} + \frac{d\epsilon_y}{dt} \quad (41)$$

dado que:

$$\epsilon_h = \frac{\sigma}{E_h} \quad ; \quad \frac{d\epsilon_h}{dt} = \frac{1}{E_h} \frac{d\sigma}{dt} \quad (42)$$

$$\epsilon_a = \epsilon_f \left[1 - \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-2} \right] \quad ; \quad \frac{d\epsilon_a}{dt} = \frac{2\epsilon_f}{\sigma_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-3} \frac{d\sigma}{dt} \quad (43)$$

$$\epsilon_k = \frac{1}{E_k} \left(\sigma - K_k \frac{d\epsilon_k}{dt} \right) \quad ; \quad \frac{d\epsilon_k}{dt} = \frac{1}{K_k} (\sigma - \epsilon_k E_k) \quad (44)$$

$$- \sigma \leq \sigma_c; \quad \frac{d\epsilon_y}{dt} = 0 \quad (45)$$

$$- \sigma > \sigma_c; \quad \epsilon_y \leq \epsilon_c; \quad \frac{d\epsilon_y}{dt} = \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \quad (46)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_y > \varepsilon_c; \frac{d\varepsilon_y}{dt} = \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_c} \right)^n \quad (47)$$

a expressão (41) tomará a forma:

$$— \sigma \leq \sigma_c$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \left[\frac{1}{E_h} + \frac{2\varepsilon_f}{\sigma_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-3} \right] \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{K_k} (\sigma - \varepsilon_k E_k) \quad (48)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_y \geq \varepsilon_c$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \left[\frac{1}{E_h} + \frac{2\varepsilon_f}{\sigma_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-3} \right] \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{K_k} (\sigma - \varepsilon_k E_k) + \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \quad (49)$$

$$— \sigma > \sigma_c; \varepsilon_y > \varepsilon_c$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \left[\frac{1}{E_h} + \frac{2\varepsilon_f}{\sigma_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right)^{-3} \right] \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{K_k} (\sigma - \varepsilon_k E_k) + \frac{\sigma - \sigma_c}{K_c} \left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_c} \right)^n \quad (50)$$

A integração destas equações reológicas é simples no caso da fluência, $\sigma = \sigma_0$, e no caso de variação constante de carga, $\frac{d\sigma}{dt} = a$, tornando-se muito complexa na relaxação, $\varepsilon = \varepsilon_0$, e na variação constante de deformação, $\frac{d\varepsilon}{dt} = a$. Nestas dois últimos casos será necessário analisar as curvas (ε, t) , (σ, t) e $(d\sigma/dt)$ para se determinarem as constantes do modelo reológico, por meio de um processo bastante trabalhoso.

Nos dois capítulos seguintes analisar-se-ão os casos da fluência e da velocidade constante de carga.

2.4.1 — Fluência ($\sigma = \sigma_0$, $d\sigma/dt = 0$)

Neste caso cada corpo do modelo reológico deforma-se independentemente dos outros, pelo que serão estudados em separado. Então, os corpos de Hooke, fechamento de fissuras e de Kelvin deformam-se de acordo com:

$$\varepsilon_h = \frac{\sigma_0}{E_h}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_f \left[1 - \left(1 + \frac{\sigma_0}{\sigma_f} \right)^{-2} \right]$$

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_0}{E_k} + \left(\varepsilon_{0k} - \frac{\sigma_0}{E_k} \right) \exp \left(- \frac{E_k}{K_k} t \right) \quad (51)$$

e o comportamento do corpo de cedência é representado pelas expressões (15) a (21).

A extensão total ε será dada pela expressão (40), substituindo os valores das extensões parciais pelas suas expressões em função de σ_0 e de t .

2.4.2 — Velocidade de carga constante ($\sigma = \sigma_0 + at$, $d\sigma/dt = a$)

Tal como no caso da fluência, cada corpo deforma-se independentemente dos outros, pelo que as extensões sofridas pelos corpos de Hooke, fechamento de fissuras e de Kelvin, são:

$$\begin{aligned}\varepsilon_h &= \frac{\sigma_0 + at}{E_h} \\ \varepsilon_a &= \varepsilon_f \left[1 - \left(1 + \frac{\sigma_0 + at}{\sigma_f} \right)^{-2} \right] \\ \varepsilon_k &= \frac{\sigma_0 + at}{E_k} - \frac{aK_k}{E_k^2} + \left(\varepsilon_{0k} - \frac{\sigma_0}{E_k} + \frac{aK_k}{E_k^2} \right) \exp \left(-\frac{E_k}{K_k} t \right)\end{aligned}\tag{52}$$

o corpo de cedência deforma-se de acordo com as expressões (23) a (38).

A extensão total ε obtém-se a partir da expressão (40).

3 — RESULTADOS DE ENSAIOS

3.1 — Ensaio de fluência de um granito

No quadro I apresentam-se os valores das extensões medidas ε_m e calculadas ε_d , para o caso da fluência de um granito, para o qual se obteve:

$\sigma_0 = 152$ MPa; $\varepsilon_h + \varepsilon_a = 3690 \times 10^{-6}$; $E_k = 338$ GPa; $K_k = 3.87 \times 10^{16}$ Ns/m²; $\varepsilon_{0y} = 1673 \times 10^{-6}$; $n = 2,13337$; $t_u = 92$ dias; $\varepsilon = \varepsilon_h + \varepsilon_a + \varepsilon_k + (\varepsilon_y - \varepsilon_{0y})$;

$$\frac{(n-1)(\sigma_0 - \sigma_c)}{K_c \varepsilon_c} \left(\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_c} \right)^{n-1} = 1,25805 \times 10^{-7} / \text{s};$$

$$\varepsilon_y = 1673 \times 10^6 (1 - 0,01087 t)^{-0,46874} \text{ (t em dias)}$$

QUADRO I

Ensaio de fluência de um granito

t (dias)	Extensões calculadas (10^{-6})			Extensões medidas	δ $\varepsilon_d - \varepsilon_m$	δ %
	ε_k	ε_y	ε_d			
0	0	0	3690	3690	0	0
5	439	33	4214	4232	-18	-0,43
10	449	179	4318	4315	3	0,07
15	449	285	4424	4402	22	0,50
20	449	404	4543	4548	-5	-0,09
25	449	541	4680	4680	0	0
30	449	698	4837	4817	20	0,42
35	449	880	5019	4988	31	0,62
40	449	1096	5235	5286	-51	-0,96
45	449	1354	5493	5551	-58	-1,04
50	449	1670	5809	5823	-14	-0,24
55	449	2065	6204	6112	92	1,51
60	449	2576	6715	6715	0	0

As curvas extensões-tempos obtidas no ensaio e as calculadas são as da Fig. 5.

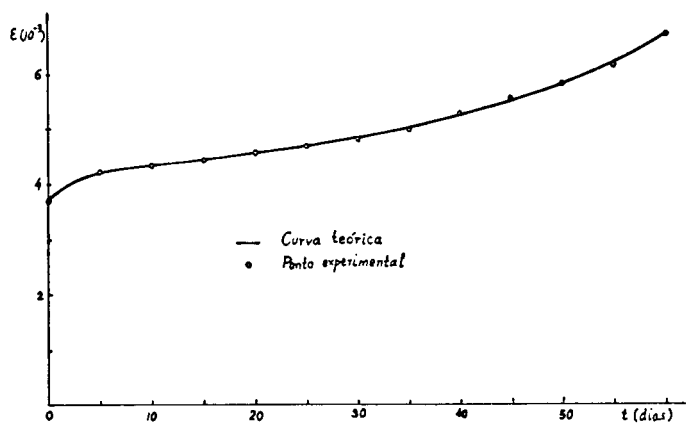


Fig. 5 — Ensaio de fluência de um granito

3.2 — Ensaio de um gnaissse a velocidade de carga constante

No quadro II apresenta-se os valores das extensões medidas ϵ_m e calculadas ϵ_d , no ensaio de um gnaissse, no qual se determinou:

$$\begin{aligned} \sigma &= at = 0,25 \text{ t}; \epsilon_{0k} = \epsilon_{0y} = 0; E_h = 95,8 \text{ GPa}; \sigma_f = 9,25 \text{ MPa}; \epsilon_f = 924 \times 10^{-6}; E_k = 17,6 \text{ GPa}; \\ K_k &= 6141 \text{ GPa.s}; \sigma_c = 18,2 \text{ MPa}; \epsilon_c = 301 \times 10^{-6}; K_c = 26087 \text{ GPa.s}; n = 1,750; t_c = 728 \text{ s}; \\ t_y &= 1521 \text{ s}; t_u = 1939 \text{ s}; \epsilon_h = 0,261 \times 10^{-6} \text{ t}; \epsilon_a = 924 \times 10^{-6} [1 - (1 + 0,0027027 \text{ t})^{-2}]; \\ \epsilon_k &= 1,425 \times 10^{-6} \text{ t} - 0,495626 \times 10^{-6} (1 - \exp(-0,002866 \text{ t})); \epsilon_y = 0,4792 \times 10^{-6} (\text{t} - 728)^2 \\ &\text{para } t_c < t < t_y; \text{ e para } t_y < t < t_u; \\ \epsilon_y &= 301 \times 10^{-6} [1 - 95,515 \times 10^{-6} (0,0125 \text{ t}^2 - 18,2 \text{ t} - 1227,37)]^{-1,3333} \end{aligned}$$

As curvas tensões-extensões obtidas no ensaio e calculadas são as da Fig. 6.

4 — CONCLUSÕES

Em face dos resultados apresentados no capítulo anterior, o modelo reológico idealizado parece preencher os requisitos para que foi estabelecido, dadas as pequenas diferenças entre os valores medidos e calculados. É contudo necessário efectuar para a mesma rocha vários tipos de ensaio, de modo a se verificar a legitimidade do modelo apresentado.

QUADRO II

Ensaio de um gnaíse, a velocidade de carga constante

t (s)	σ (MPa)	Extensões calculadas (10^{-6})						δ	
		ϵ_h	ϵ_a	ϵ_k	ϵ_y	ϵ_d	ϵ_m	$\epsilon_m - \epsilon_d$	σ_o
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80	2	21	299	12	0	332	355	-23	-6,48
160	4	42	474	45	0	561	547	14	2,56
240	6	63	584	94	0	741	720	21	2,92
320	8	84	658	157	0	899	883	16	1,81
400	10	104	711	230	0	1045	1040	5	0,48
480	12	125	749	311	0	1185	1188	-3	-0,25
560	14	146	778	399	0	1323	1330	-7	-0,53
640	16	167	800	492	0	1459	1462	-3	-0,21
720	18	188	818	589	0	1595	1592	3	0,19
800	20	209	832	689	2	1732	1730	2	0,12
880	22	230	843	792	11	1876	1878	-2	-0,11
960	24	251	852	897	26	2026	2023	3	0,14
1040	26	271	860	1004	47	2182	2189	-7	-0,32
1120	28	292	867	1112	74	2345	2354	-9	-0,38
1200	30	313	873	1221	107	2514	2527	-13	-0,52
1280	32	334	878	1331	146	2689	2703	-14	-0,52
1360	34	355	882	1442	191	2870	2870	0	0
1440	36	376	885	1553	243	3057	3048	9	0,29
1520	38	397	889	1664	301	3251	3228	23	0,71
1600	40	418	891	1776	378	3463	3457	6	0,17
1680	42	438	894	1888	516	3736	3741	-5	-0,13
1760	44	459	896	2001	804	4160	4197	-37	-0,89
1800	45	470	897	2057	1102	4526	4508	18	0,40

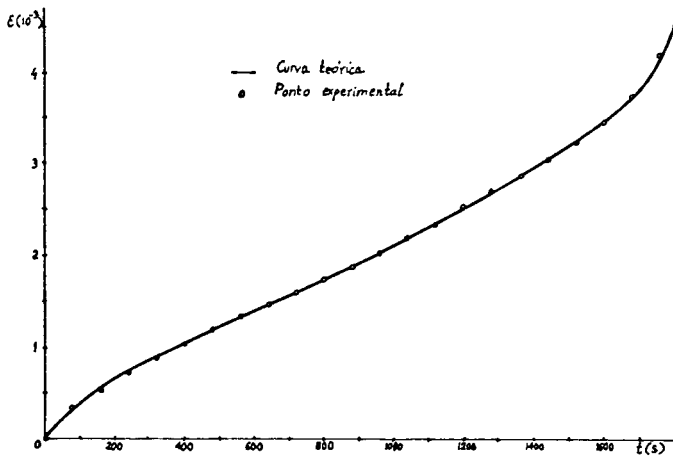


Fig. 6 — Ensaio de um gnaíse a velocidade de carga constante

Dada a grande dificuldade em se obter as constantes reológicas, parecem ser os ensaios de fluência e os de velocidade de carga constante os mais adequados para a sua determinação.

Os ensaios de fluência não permitem determinar todas as constantes reológicas, mas juntamente com os de velocidade de carga constante permitem a sua determinação mais fácil.

Verifica-se também ser difícil nos ensaios de velocidade de carga constante separar os valores de E_h e E_k , pelo que no caso apresentado em 3.2 se considerou o valor de E_h o obtido em ensaio dinâmico.

Os valores de t_u (tempo de rotura) são teóricos, uma vez que a rocha se desagrega e não se comporta como um material homogêneo a partir de valores relativamente grandes de ε_y .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GOODMAN, R. E. 1980 — *Introduction to Rock Mechanics*. New York, John Wiley & Sons.
LAMA, R. D. & V. S. VUTUKURI — *Mechanical Properties of Rocks*. Vol. III. Trans Tech Publications. Clausthal, Germany.