

ACERCA DA ÁREA MÉDIA DE UMA FAMÍLIA DE DIACLASES*

About the mean area of a joint set

por

Nuno Feodor Grossmann**

José J. R. D. Muralha***

RESUMO — A expressão geral que permite calcular a área média duma família de diaclases em função do comprimento médio da intersecção dessa família com uma superfície de observação, bem como as fórmulas para os tipos usuais de superfícies de observação — superfície fechada convexa geral (testemunho de sondagem colhido pela técnica ISM), superfície plana convexa geral (rectângulo, quadrado, círculo) e troço limitado de uma galeria com uma secção transversal rectangular — são deduzidas, admitindo que as áreas das diaclases seguem uma distribuição de Bessel. Apresenta-se um caso de obra, respeitante a um local onde foram realizadas sucessivamente três amostragens diferentes de diaclases — em troços limitados de galeria, em sondagens ISM e em superfícies circulares —, que mostra uma boa concordância entre os três valores independentes da área média, obtidos para cada família de diaclases. Finalmente, apresentam-se algumas considerações acerca de uma tentativa de deduzir essas áreas médias, baseada na amostragem efectuada em três sondagens vizinhas e paralelas.

SYNOPSIS — The general expression, giving the mean area of a joint set as a function of the mean trace length of that set on an observation surface, as well as the formulas for the usual types of observation surfaces — general closed convex surface (ISM borehole core), general plane convex surface (rectangle, square, circle), and limited stretch of an adit with a rectangular cross-section — are deduced, assuming that the joint areas follow a Bessel distribution. A case history, concerning a location where three different joint samplings — on limited adit stretches, on ISM boreholes, and on circular surfaces — were successively carried out, is presented, showing a good agreement between the three independent mean area values obtained for each joint set. Finally, some remarks about an attempt to deduce those mean areas, based on the sampling performed in three neighbour parallel boreholes at the same location, are made.

1 — INTRODUÇÃO

Dos quatro parâmetros geométricos básicos que caracterizam uma família de diaclases — atitude, espaçamento, abertura e área —, a área é aquele de que menos se fala, porque na maioria dos casos é praticamente impossível realizar uma amostragem directa das áreas das diaclases. No entanto, como a extensão em superfície das diaclases é um factor de grande influência em muitos problemas de engenharia, um parâmetro de amostragem mais simples — a intersecção, traço ou persistência — é habitualmente estudado, a fim de se obter uma ideia sobre o tamanho relativo das diaclases.

No que se segue, irá ser deduzida uma relação entre a área média das diaclases de uma dada família, e a intersecção média dessas diaclases com a superfície de observação escolhida, e será

* Apresentado ao 6.º Congresso da ISRM, Montreal, 1987. A discussão do trabalho está aberta por um período de três meses.

** Engenheiro de Minas, Investigador-Coordenador do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (DB/NFR).

*** Engenheiro Civil, Assistente de Investigação do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (DB/NFR).

apresentado um exemplo prático, que mostra a boa concordância entre os resultados obtidos para várias amostragens independentes, em diferentes superfícies de observação do mesmo maciço rochoso.

2 — INTERSECÇÃO MÉDIA

Consideremos a diaclase j , com uma atitude (σ, δ) (sendo σ a direcção, e δ a inclinação) e uma área A . Consideremos, ainda, que, quando o centro da diaclase j se situa no elemento de volume dV , se obtém uma intersecção i com a superfície de observação S . A intersecção média $\bar{i}$ da diaclase j com a superfície S , para todas as localizações possíveis do centro, é, então, dada por

$$\bar{i} = \frac{\iiint i \, dV}{\iiint dV} \tag{1}$$

desde que o domínio de integração de ambos os integrais esteja limitado àqueles elementos de volume para os quais

$$i > 0 \tag{2}$$

O integral do numerador na expressão (1) pode ser facilmente calculado (Grossmann 1967), e conduz a

$$\iiint i \, dV = A \iint_S \sin \alpha \, dS \tag{3}$$

representando α o ângulo entre a normal à diaclase j , e a normal ao elemento de superfície dS da superfície de observação S . O integral do denominador na expressão (1) corresponde ao volume $V_A(\sigma, \delta)$ na vizinhança da superfície S , que é o lugar geométrico de todos os centros possíveis para uma diaclase, com uma atitude (σ, δ) e uma área A , que intersecte aquela superfície.

Embora não seja possível escrever a expressão analítica para o volume $V_A(\sigma, \delta)$ no caso geral, vários limites superiores (e algumas soluções exactas, para casos especiais) puderam ser deduzidos com o auxílio da noção de raio equivalente R (Grossmann 1984), que é definido por

$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \tag{4}$$

Por exemplo, para uma só superfície de observação fechada e convexa S , que delimita o volume V , e com uma distância d entre os seus dois planos tangentes que têm a atitude (σ, δ) , podemos afirmar que

$$V_A(\sigma, \delta) \leq V + R \iint_S \sin \alpha \, dS + \pi R^2 d \tag{5}$$

Até aqui, examinámos a intersecção média $\bar{i}$ de uma só diaclase j (com uma atitude (σ, δ) e uma área A) com a superfície de observação S . Os resultados obtidos são, no entanto, igualmente válidos para a intersecção média $\bar{i}$ de todas as diaclases de uma família de diaclases J (que tenham todas aquela mesma atitude (σ, δ) e aquela mesma área A), com aquela mesma superfície de observação S .

3 — DISTRIBUIÇÃO DAS ÁREAS DAS DIACLASES

Se quisermos eliminar a condição de que as diaclases da família de diaclases J apresentem uma distribuição das áreas constante, teremos que substituir ambos os termos da fracção na expressão (1) pela correspondente esperança matemática para a distribuição das áreas.

O novo numerador será

$$\int_0^\infty \left(\iiint i \, dV \right) f(A) \, dA = \bar{A} \iint_S \sin \alpha \, dS \quad (6)$$

em que $\bar{A}$ representa o valor espectável (média) da distribuição das áreas da família de diaclases J . O novo denominador corresponderá ao volume $V(\sigma, \delta)$, dado por

$$V(\sigma, \delta) = \int_0^\infty V_A(\sigma, \delta) f(A) \, dA \quad (7)$$

Todos os limites superiores ou soluções exactas para $V_A(\sigma, \delta)$ conhecidos até agora, obedecem à expressão geral

$$V_A(\sigma, \delta) \leq a + b R + c \pi R^2 \quad (8)$$

em que a , b e c representam três valores diferentes, que só dependem da geometria da superfície de observação, e da atitude (σ, δ) . Usando as expressões (4), (7) e (8), podemos, pois, escrever

$$V(\sigma, \delta) \leq a + b R + c \bar{A} \quad (9)$$

em que R representa o valor espectável do raio equivalente, para a distribuição das áreas.

4 — DISTRIBUIÇÃO DE FUNÇÃO DE BESSEL

Até aqui, assumimos uma distribuição das áreas geral. Há, no entanto, razões para crer que as áreas das diaclases de uma família de diaclases seguem uma distribuição de função de Bessel.

Para começar, a experiência tem mostrado que a maioria das diaclases termina em outras diaclases. Kikuchi, Kobayashi, Inoue e Izumiya (1985), por exemplo, apresentam um caso de obra, no qual, de 616 extremidades de diaclase, só 11,5% foram consideradas como "evanescentes", este número sendo ainda um limite superior, visto que é possível que algumas dessas diaclases se prolongassem como microfissuras "não-visíveis". Como uma primeira aproximação, iremos, pois, supor que todas as diaclases terminam de encontro a outras diaclases.

Esta suposição implica que as diaclases tenham forma poligonal, pelo que a sua área depende basicamente do produto de duas distâncias entre lados "opostos" do polígono. Estas distâncias, no entanto, correspondem a distâncias entre diaclases sucessivas ao longo de linhas rectas, para as quais já Priest e Hudson (1976) mostraram que elas, habitualmente, seguem uma distribuição exponencial negativa. A distribuição das áreas das diaclases pode, por isso, ser obtida por multiplicação de duas distribuições exponenciais negativas, um exercício que conduz a uma distribuição de função de Bessel (Grossmann 1985).

Por outro lado, Hudson e Priest (1979) já mostraram uma boa concordância entre dados de áreas de 10 maciços rochosos diferentes, e distribuições de função de Bessel.

Em termos da área média $\bar{A}$ das diaclases, a função de densidade de probabilidade $f(A)$ da área A das diaclases de uma família de diaclases J , com uma distribuição de função de Bessel das áreas, é

$$f(A) = \frac{2}{\bar{A}} K_0 \left(2 \sqrt{\frac{A}{\bar{A}}} \right) \tag{10}$$

em que $K_0 (2\sqrt{A/\bar{A}})$ representa a função de Bessel modificada de 2.^a espécie e ordem zero, com o argumento $(2\sqrt{A/\bar{A}})$.

O valor espectável $\bar{R}$ do raio equivalente, para a distribuição de função de Bessel das áreas, será, usando a expressão (4)

$$\bar{R} = \int_0^\infty \sqrt{\frac{A}{\pi}} \cdot \frac{2}{\bar{A}} K_0 \left(2 \sqrt{\frac{A}{\bar{A}}} \right) dA = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sqrt{\bar{A}} \tag{11}$$

5 — EXPRESSÃO GERAL

Usando as expressões (6), (9) e (11), podemos agora escrever

$$\bar{i} = \frac{\bar{A} \iint_S \text{sen } \alpha \, dS}{a + \frac{\sqrt{\pi}}{4} b \sqrt{\bar{A}} + c \bar{A} - \Delta} \tag{12}$$

em que Δ representa a quantidade não-negativa que tem que ser adicionada ao 1.º membro da expressão (9), a fim de transformar essa desigualdade numa igualdade.

Da expressão (12), podemos finalmente obter

$$\bar{A} = \pi \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\pi} (a - \Delta) \left(\frac{8}{b} \right)^2 \left(\frac{1}{\bar{i}} \iint_S \text{sen } \alpha \, dS - c \right)}}{\frac{8}{b} \left(\frac{1}{\bar{i}} \iint_S \text{sen } \alpha \, dS - c \right)} \right]^2 \tag{13}$$

6 — CASOS ESPECIAIS

Para a superfície de observação isolada, fechada e convexa S , correspondente à expressão (5), a expressão (13) transforma-se em

$$\bar{A} = \pi \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{64(V - \Delta)}{\pi \iint_S \sin \alpha dS} \cdot \left(\frac{1}{i} - \frac{d}{\iint_S \sin \alpha dS} \right)}}{8 \left(\frac{1}{i} - \frac{d}{\iint_S \sin \alpha dS} \right)} \right]^2 \quad (14)$$

com

$$\Delta < V \quad (15)$$

e para uma amostra ISM, com um diâmetro $\varnothing$ e um comprimento L , e para a qual ε é o ângulo entre o eixo da sondagem e qualquer normal às diaclases da família de diaclases J (Grossmann 1977), podemos obter

$$A = \pi \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{16 \varnothing L}{2 E(\varepsilon) L + \frac{\pi}{2} \varnothing \sin \varepsilon} \cdot \left(\frac{1}{i} - \frac{L \cos \varepsilon + \varnothing \sin \varepsilon}{\varnothing \left[2 E(\varepsilon) L + \frac{\pi}{2} \varnothing \sin \varepsilon \right]} \right)}}{8 \left(\frac{1}{i} - \frac{L \cos \varepsilon + \varnothing \sin \varepsilon}{\varnothing \left[2 E(\varepsilon) L + \frac{\pi}{2} \varnothing \sin \varepsilon \right]} \right)} \right]^2 \quad (16)$$

em que $E(\varepsilon)$ representa o integral elíptico completo (entre 0 e $\pi/2$) de 2.^a espécie, com o ângulo modular ε .

A dedução desta última expressão assume

$$\Delta \cong 0 \quad (17)$$

e, como para a maioria dos casos práticos é

$$L \gg \varnothing \operatorname{tg} \varepsilon \quad (18)$$

a expressão (16) pode ainda ser simplificada, dando

$$\bar{A} = \pi \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \frac{8 \varnothing}{E(\varepsilon)} \cdot \left[\frac{1}{i} - \frac{\cos \varepsilon}{2 \varnothing E(\varepsilon)} \right]}}{8 \left[\frac{1}{i} - \frac{\cos \varepsilon}{2 \varnothing E(\varepsilon)} \right]} \right]^2 \quad (19)$$

Deve notar-se que a quantidade $2 \varnothing E(\varepsilon)/\cos \varepsilon$ corresponde ao comprimento de uma intersecção total na zona central da amostra integral, por uma diaclase da família de diaclases J .

Para uma só superfície de observação plana e convexa S , a expressão (13) reduz-se (Grossmann 1984) para

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4 \left(\frac{1}{i} - \frac{d}{S \sin \alpha} \right)^2} \quad (20)$$

que fornece para uma superfície de observação rectangular, com lados m e n , e para a qual ω é o ângulo entre as projecções no plano da superfície de observação das normais às diaclases da família de diaclases J , e um lado m do rectângulo (Grossmann 1977)

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4 \left(\frac{1}{i} - \frac{m |\cos \omega| + n |\sin \omega|}{m n} \right)^2} \quad (21)$$

para uma superfície de observação quadrada, com lados m

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4 \left(\frac{1}{i} - \frac{|\cos \omega| + |\sin \omega|}{m} \right)^2} \quad (22)$$

e para uma superfície de observação circular, com um raio R_0 (Grossmann 1977)

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4 \left(\frac{1}{i} - \frac{2}{\pi R_0} \right)^2} \quad (23)$$

A análise das expressões (20) a (23) mostra que para qualquer superfície de observação isolada, plana e convexa

$$\bar{A} \geq \pi \left(\frac{i}{2} \right)^2 \quad (24)$$

A diferença entre a solução exacta e este limite inferior diminui com o aumento da superfície de observação.

Para um troço limitado de uma galeria, com uma altura h , um comprimento l , e uma largura w , e que permite o estudo das diaclases só em ambos os hasteais e no tecto, podemos escrever (Grossmann 1977)

$$\bar{A} = \frac{\pi}{16 \left[\frac{1}{i(1+\Delta)} - \frac{h |\cos \psi_h| + l |\cos \psi_l| + w |\cos \psi_w|}{(2 h |\sin \psi_w| + w |\sin \psi_h|) l} \right]^2} \quad (25)$$

com

$$0 \leq \Delta \leq 1 \quad (26)$$

se o ângulo definido pelas normais às diaclases da família de diaclases J , com as normais ao tecto do troço, com o eixo da galeria e com as normais aos hasteais do troço, for representado, respectivamente, por ψ_h , ψ_l e ψ_w .

7 — CASO DE OBRA

Num maciço rochoso granítico no Norte de Portugal, os estudos para a melhor localização de uma barragem abóbada realizaram-se em sucessivas fases, tendo algumas delas incluído a caracterização do diaclasamento.

O diaclasamento da zona inferior da margem direita (Fig. 1) foi estudado em três dessas fases, usando-se de cada vez uma técnica de amostragem diferente. Alguns dos resultados das três caracterizações do diaclasamento da zona considerada, cada uma das quais foi realizada de modo independente, estão resumidos no quadro 1.

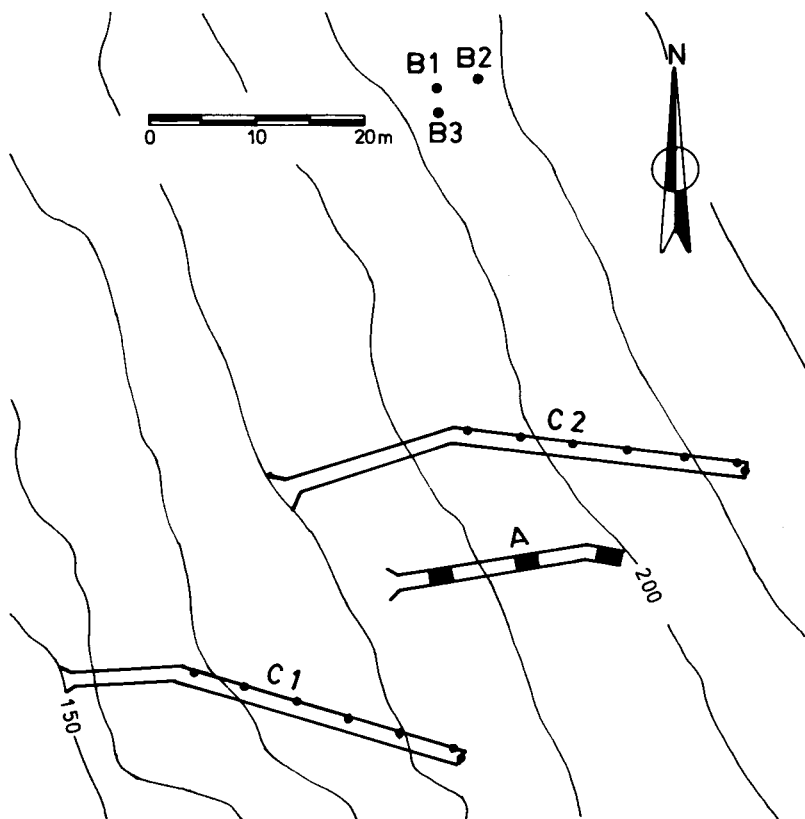


Fig. 1 — Localização das diferentes amostragens das diaclases: A — troços limitados de galeria ($h \approx 1,85$ m; $l = 1,80$ m; $w = 1,35$ m); B — sondagens ISM (verticais; $\varnothing = 71,5$ mm; $L \approx 35$ m); C — superfícies de observação circulares ($R_o = 0,75$ m)

QUADRO 1
Parâmetros das famílias de diaclases

Família	Amostragem	Direcção (°)	Inclinação (°)	Espaçamento (m)	Área média (m ²)
H_{160}^{13}	Troço	167	25	1,47	3,16
	Sondagem	144	11	0,62	1,48
	Círculo	164	12	0,27	0,50
	Média	160	13	0,50	1,07
H_{313}^{38}	Troço	325	32	0,88	1,01
	Sondagem	307	45	1,18	4,21
	Círculo	307	40	1,09	0,32
	Média	313	38	1,03	1,73
V_{336}^{75}	Troço	334	79	2,36	7,02
	Sondagem	332	67	1,01	1,02
	Círculo	338	78	0,51	0,40
	Média	336	75	0,89	1,41
V_{213}^{79}	Troço	209	78	2,05	∞
	Sondagem	215	78	0,87	4,79
	Círculo	212	81	1,32	15,61
	Média	213	79	1,25	> 10,84
V_{86}^{82}	Troço	83	86	1,39	0,69
	Sondagem	91	79	0,72	1,75
	Círculo	85	83	0,34	0,86
	Média	86	82	0,59	1,08

A análise do quadro 1 mostra que as diaclases que ocorrem neste local pertencem principalmente a 5 famílias de diaclases diferentes, que não diferem de modo significativo no que respeita à sua intensidade (os espaçamentos variam entre 0,50 m e 1,25 m). A sua área média, no entanto, apresenta uma diferença nítida entre a família de diaclases V_{213}^{79} (um valor de mais de 10,84 m²) e as 4 outras famílias (valores no intervalo 1,07-1,73 m²). A análise dos dados referentes aos três estudos independentes do diaclasamento mostra ainda que para todos eles a família de diaclases V_{213}^{79} possui a maior área média.

Embora uma primeira observação do quadro 1 dê a impressão que os três valores, calculados a partir das três amostragens do diaclasamento para um mesmo parâmetro das famílias de diaclases, diferem muito uns dos outros, uma análise de variabilidade mostrou que a dispersão desses três valores é da mesma magnitude que, p. ex., a dispersão para os três valores correspondentes, calculados usando só os dados de uma sondagem ISM de cada vez.

Um outro aspecto interessante do diaclasamento neste local é que todas as 5 famílias de diaclases fazem um ângulo de cerca de 55° com a atitude P (direcção -36° ; inclinação -48°), e que, para cada uma dessas famílias de diaclases, a direcção de dispersão mínima é aproximadamente paralela (desvios de menos de 20°) ao círculo máximo que contém os pólos da atitude P , e os pólos da atitude média da família de diaclases considerada.

8 — TRÊS SONDAGENS VIZINHAS PARALELAS

Devido ao facto de as três sondagens ISM do caso de obra acima referido serem paralelas, e se situarem muito próximas umas das outras (distâncias de cerca de 5 m), foi feita uma tentativa para deduzir a área média das famílias de diaclases presentes, através de uma via diferente. Ela consistiu em determinar, para cada família de diaclases ocorrente, a proporção de diaclases que cortava só uma, quaisquer duas, ou todas as três sondagens, e comparar estes valores com os valores teóricos, calculados a partir de distribuições conhecidas das áreas.

A decisão sobre se dois traços de diaclase que aparecessem em duas sondagens diferentes, pertenceriam ou não a uma mesma diaclase, era estabelecida, garantindo que, em ambos os sentidos, a intersecção com a segunda sondagem do prolongamento do plano, definido por um desses traços de diaclase, caísse numa certa vizinhança do outro traço. A vizinhança correspondeu ao lugar geométrico de todas as intersecções com a segunda sondagem, obtidas admitindo uma imprecisão de 5° na definição da atitude do plano atrás referido.

A fim de se considerar que três traços de diaclase, que aparecessem em três sondagens diferentes, pertenceriam a uma mesma diaclase, o critério acima mencionado tinha que ser satisfeito por todos os três pares de traços de diaclase.

As proporções teóricas de diaclases de uma dada família, que cortam só uma, quaisquer duas, ou todas as três sondagens, foram calculadas, em primeiro lugar, sob a hipótese de a família de diaclases possuir uma distribuição constante das áreas, estabelecendo os volumes ao redor das três sondagens, que são os lugares geométricos de todos os centros possíveis das diaclases com uma dada área, e pertencentes à família de diaclases considerada, que cortam só uma, quaisquer duas, ou todas as três sondagens. Com o auxílio dessas proporções, os valores para as diferentes proporções de diaclases daquela família, que cortam só uma, quaisquer duas, ou todas as três sondagens, sob a hipótese de a família de diaclases possuir uma distribuição de função de Bessel das áreas, foram obtidas através de

$$p_{Bi}(\bar{A}) = \int_0^\infty p_{ci}(A) \cdot \frac{2}{\bar{A}} K_0 \left(2\sqrt{\frac{A}{\bar{A}}} \right) dA \quad (27)$$

em que $p_{ci}(A)$ representa a proporção de i cortes de sondagem, no caso de uma distribuição constante das áreas, com uma área A , e $p_{Bi}(\bar{A})$ a proporção de i cortes de sondagem, no caso de uma distribuição de função de Bessel das áreas, com uma área média $\bar{A}$.

A comparação entre estas proporções teóricas e aquelas que se obtiveram no campo, forneceu, para a família de diaclases H_{160}^{13} , uma área média menor que $7,8 \text{ m}^2$, e, para a família de diaclases V_{336}^{75} , uma área média menor que $6,7 \text{ m}^2$.

Estes valores são muito mais elevados que aqueles que são apresentados no quadro 1, mas há que ter em mente que, quando o espaçamento de uma família de diaclases é pequeno em comparação com o comprimento de sondagem, no qual se procura a intersecção de uma

diacalse, detectada numa outra sondagem, a simples existência de um traço de uma diacalse com uma atitude semelhante não é evidência suficiente de que se esteja a lidar com a mesma diacalse. Assim, os valores atrás referidos devem ser considerados só como limites superiores para a área média, visto que qualquer diminuição nas proporções de diacalases que cortam duas ou três sondagens, conduziria, a um valor menor da área média.

A única maneira de evitar este problema num futuro estudo semelhante é diminuir a distância entre as sondagens o suficiente, de modo que a existência de traços fortuitos de diacalases da mesma família nos comprimentos inspeccionados das sondagens, se torne improvável. A diminuição das distâncias das sondagens irá, no entanto, implicar também uma diminuição na precisão das determinações da área média.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GROSSMANN N. F. 1967 — *Intervenção na Discussão do Tema 2 (Descrição de Rochas e Maciços Rochosos Tendo em Vista o Seu Comportamento Físico e Mecânico)*. In Proceedings of the 1st Congress of the ISRM (Lisboa Portugal, 1966 Setembro 25-30), Vol. 3, p. 232-234. Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- GROSSMANN N. F. 1977 — *Contribuição para o Estudo da Compartimentação dos Maciços Rochosos*. Tese para especialista. Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- GROSSMANN N. F. 1984 — *The Sampling Quality, a Basic Notion of the Discontinuity Sampling Theory*. In E. T. Brown & J. A. Hudson (eds.), ISRM Symposium Design and Performance of Underground Excavations (Cambridge RU, 1984 Setembro 03-06), p. 207-212. Londres, British Geotechnical Society.
- GROSSMANN N. F. 1985 — *About the Volume of the Blocks in a Rock Mass*. In ISRM Int. Symp. on the Role of Rock Mechanics in Excavations for Mining and Civil Works (Zacatecas México, 1985 Setembro 02-04), comunicação I.20. México, Sociedad Mexicana de Mecánica de Rocas.
- HUDSON J. A. & S. D. PRIEST 1979 — *Discontinuities and Rock Mass Geometry*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 16: 339-362.
- KIKUCHI K., T. KOBAYASHI, M. INOUE & Y. IZUMIYA 1985 — *A Study on the Quantitative Estimation of the Joint Distribution and the Modelling of Jointed Rock Masses*. Tóquio, Tokyo Electric Power Services Co., Ltd.
- PRIEST S. D. & J. A. HUDSON 1976 — *Discontinuity Spacings in Rock*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 13: 135-148.