

TEORIA DE INTERPRETAÇÃO DE ENSAIOS COM PRESSIÓMETRO AUTOPERFURADOR*

Interpretation theory of selfboring pressuremeter tests

por

ANTÓNIO GABRIEL F. DE SOUSA COUTINHO**

RESUMO – Situa-se o **Pressiómetro Autoperfurador** no contexto dos **ensaios de campo** e de laboratório associados às linhas de dimensionamento com base em teorias físico-matemáticas e com base em correlações empíricas ou semi-empíricas. Apresenta-se a **teoria básica de interpretação de ensaios de expansão** com pressiómetro autoperfurador e sua aplicação a **solos argilosos e solos arenosos**.

SYNOPSIS – The Selfboring Pressuremeter is placed in the context of field and laboratory tests which are associated to physics and mathematical theories and to empirical correlations for geotechnical design. The basic theory of interpretation of the Selfboring Pressuremeter expansion tests and its application to clays and sands is presented.

1 – INTRODUÇÃO

O dimensionamento de obras geotécnicas tem passado invariavelmente pela realização de ensaios, sejam ensaios laboratoriais sejam ensaios “in situ”. Basicamente existem duas vias distintas de dimensionamento. A via teórica, onde se elabora um modelo de comportamento baseado em considerações geométricas e físicas descritas matematicamente de uma forma mais ou menos complexa e a via empírica onde a relação entre o comportamento da obra a dimensionar e os ensaios realizados é puramente estatística e baseada na experiência adquirida. Não deve pensar-se, porém, que um dos métodos deve ser utilizado preferencialmente ao outro. De facto, cada um deles tem o seu lugar próprio. Lembre-se a propósito que, pelo menos até à data, não existe nenhuma forma satisfatória de, através de um procedimento teórico, calcular a capacidade de carga de estacas numa areia, ao passo que existem métodos razoavelmente precisos de o fazer baseados em correlações empíricas de ensaios executados com um cone de penetração estática. Por outro lado, o cálculo de impulsos de terra ou de estabilidade de taludes é quase exclusivamente baseado em considerações de índole teórica.

* Trabalho recebido em Outubro de 1986. A discussão do trabalho está aberta por um período de três meses.

** Engenheiro Civil (IST), do DG/NF do LNEC.
Mestre em Mecânica dos Solos (UNL).

De um modo geral os ensaios "in situ" conduzem à via empírica de dimensionamento ao passo que os ensaios laboratoriais têm como objectivo determinar certas características mecânicas dos solos com vista à sua utilização em modelos físico-matemáticos. No entanto, esta dissociação não é tão linear. Como exemplo, imagine-se que se pretende calcular a capacidade de carga limite de uma sapata num solo arenoso pela equação de Terzaghi. Como é sabido, esta equação baseia-se nos conceitos de estado activo e passivo de Rankine e em considerações teóricas. A determinação do ângulo de atrito da areia pode ser feita, eventualmente, à custa da realização de ensaios triaxiais ou caixa de corte. Porém, se o ângulo de atrito interno tivesse sido estimado à custa de uma relação empírica com um ensaio tipo CPT. (situação relativamente vulgar), ir-se-ia usar esse valor numa equação deduzida teoricamente.

No cenário enunciado a utilização do pressiómetro autopercussor tem cabimento em qualquer das situações. No que respeita à via empírica, há imenso trabalho a fazer na modificação e adaptação das regras de dimensionamento de fundações, válidas para o ensaio pressiométrico clássico. Neste ponto, o pressiómetro autopercussor está a atravessar uma fase muito árida. Na via teórica os progressos têm sido animadores. De facto, o pressiómetro autopercussor permite obter determinadas características mecânicas à custa de ensaios em terrenos virtualmente imperturbados pela sua inserção: o solo não sofre deslocamentos laterais, não tem libertação de extensões e não sofre alterações do teor em água. Eliminam-se assim, alguns dos efeitos indesejáveis inerentes à recolha de amostras (mesmo à recolha de amostras ditas "intactas") e também à sua posterior preparação para ensaios laboratoriais que tenham como objectivo a caracterização mecânica do solo amostrado. Os resultados dos ensaios laboratoriais reflectirão, obviamente, tais alterações. Acresce ainda que o pressiómetro autopercussor pode realizar ensaios em terrenos cuja amostragem é, senão impossível, pelo menos muito deficiente. Nesta categoria de solos podem citar-se os lodos, os depósitos arenosos abaixo do nível freático e as areias que apresentem um certo grau de cimentação entre os seus grãos.

As características mecânicas que se obtêm a partir de ensaios executados com pressiómetros autopercussores, podem ser utilizados em modelos de comportamento dos solos, quer eles se destinem ao dimensionamento de fundações quer não. A proliferação nestes últimos anos de métodos numéricos de dimensionamento exige cada vez mais um maior rigor na caracterização mecânica dos materiais e dos solos em particular. A obtenção de características "in situ" nas condições acima indicadas é um trunfo bem grande do pressiómetro autopercussor.

2 – TIPOS DE ENSAIOS

O ensaio pressiométrico consiste em provocar a expansão radial de uma cavidade cilíndrica aplicando incrementos de pressão, seja a intervalos de tempo regulares, seja

a uma taxa constante de deformação. Actualmente com o advento de microprocessadores e de unidades de controlo computadorizadas a par de outras observações adicionais, como seja a medição das pressões intersticiais da água do solo, surgem outras possibilidades como, por exemplo, o ensaio de consolidação horizontal ("holding test"). Neste trabalho abordar-se-ão apenas os ensaios de expansão.

No actual estado dos pressiómetros autoperturadores não há possibilidade de controlar as trajectórias de tensão total e de tensão efectiva. Na prática, apenas as trajectórias correspondentes a um ensaio não drenado ou a um ensaio completamente drenado são passíveis de aplicação.

De um modo geral é costume atribuir-se às areias um comportamento drenado durante um ensaio pressiométrico, do mesmo modo que se admite a condição de não drenagem para as argilas. Se realmente no caso das areias – pelo menos para areias "lavadas" praticamente sem siltes e sem argilas – o ensaio, qualquer que seja a velocidade de expansão da cavidade, é um ensaio drenado, ou seja, não há acréscimos de pressão intersticial, no caso dos siltes, argilas e de um modo geral todos os solos de baixa e média permeabilidade, só será possível, pelo menos teoricamente, executar um ensaio drenado se se tiver o cuidado de incrementar a pressão muito lentamente. Não obstante esta possibilidade, em argilas executam-se ensaios não drenados porque, geralmente, a situação crítica da capacidade de carga de uma fundação neste tipo de solo é a situação a curto prazo, ou seja, quando o solo responde com a sua resistência não drenada. Por outro lado, a execução de um ensaio drenado em argilas não seria económica pois cada ensaio seria muitíssimo demorado com a consequente imobilização de todos os dispositivos e da equipa que com eles trabalha.

A cada um dos tipos de ensaio corresponde um modelo reológico. Antes de abordar este assunto em detalhe começar-se-á por enunciar a teoria de expansão de uma cavidade cilíndrica, que constitui a base de interpretação de qualquer ensaio pressiométrico de expansão*, e em seguida admitir-se-á para o solo um comportamento elástico-linear. Não sendo uma hipótese realista, este modelo permite pôr em evidência determinadas vicissitudes ligadas ao ensaio, permitindo ainda a determinação de diversos módulos de distorção.

As propostas de teorias de interpretação dos ensaios de expansão pressiométrica têm tido quase sempre como referência a proposta de Gibson e Anderson (1961). Na sua análise do ensaio não drenado admitiram que o solo era incompressível e que tinha um comportamento elástico linear-plástico perfeito, caracterizado por um módulo de distorção e por uma resistência não drenada. O ensaio drenado, aplicado a materiais puramente friccionais, admitia que o solo se comportava elasticamente até ser atingida

(*) As teorias de interpretação dos ensaios pressiométricos baseiam-se sempre na hipótese de que a cavidade cilíndrica tem comprimento infinito, ou seja, desprezam os efeitos de fronteira devidos ao comprimento finito da célula. Os modelos de pressiómetro clássico tentavam minimizar este efeito à custa de células de guarda, enquanto nos pressiómetros autoperturadores – particularmente no Camkometer – se utiliza uma única célula de grandes dimensões em relação à zona onde são lidas as deformações.

a cedência. Na fase plástica o solo deformar-se-ia sob um estado de tensão que obedecesse ao critério de Mohr-Coulomb, ou seja, a razão entre as tensões (efectivas) principais manter-se-ia constante. Admitiram, também, a invariância de volume do solo o que no entender dos próprios autores era bastante discutível.

Qualquer das duas análises de Gibson e Anderson foi melhorada ao longo dos anos seguintes. Em particular, Palmer (1972), Ladanyi (1972) e Baguelin, Jézéquel, Lemée e Le Méhauté (1972), levantaram a restrição do comportamento reológico elástico linear-plástico perfeito no caso do ensaio não drenado, permitindo esta análise a determinação da curva das tensões de corte não drenadas ao longo de toda a gama de deformações induzidas no solo. A análise dos ensaios drenados foi modificada por Hughes, Wroth e Windle (1977) para ter em conta as variações volumétricas do solo, permitindo determinar um ângulo de atrito e um ângulo de dilatância.

3 – TEORIA BÁSICA

3.1 – Hipóteses gerais. Geometria

Seja uma cavidade cilíndrica de comprimento infinito e eixo axial vertical, em meio ilimitado, isotrópico e homogêneo sujeito a uma pressão horizontal uniforme de valor Ψ_0 e a uma pressão vertical, também uniforme, de valor σ_{v0} ; admita-se que inicialmente existe na cavidade uma pressão interna radial de valor Ψ_0 (Fig. 1).

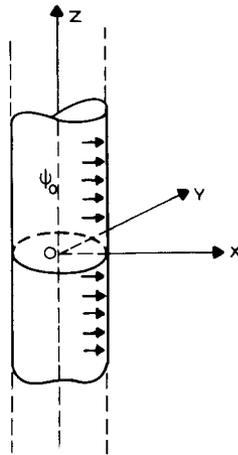


Fig. 1 — Geometria do problema.

Incrementando a pressão interna da cavidade em $\Delta\Psi$ será atingido um outro estado de equilíbrio, sob a acção da pressão

$$\Psi = \Psi_0 + \Delta\Psi \quad (\Delta\Psi > 0), \quad (1)$$

ao qual estará associada uma expansão radial da cavidade, se o meio não for infinitamente rígido, tal que um ponto inicialmente à distância radial r do eixo axial, será deslocado para uma distância radial ρ em relação ao mesmo eixo:

$$\rho = r + u \quad (2)$$

sendo u a distância que o ponto se desloca na direcção radial. Ocorrendo este movimento apenas em planos perpendiculares ao eixo axial da cavidade conclui-se:

- a) que está associado um estado de deformação plano à expansão da cavidade;
- b) que basta estudar o que se passa num plano horizontal arbitrário para resolver o problema da expansão da cavidade cilíndrica;
- c) que o meio infinito pode ser transversalmente isotrópico com o plano de isotropia perpendicular ao eixo da cavidade, sem que isso altere a solução a que se chegue.

3.2 – Compatibilidade. Deformações e deslocamentos

As direcções radial e circunferencial contidas num plano horizontal são direcções principais de deformação e tensão. É fácil concluir, por razões de simetria, que as deformações segundo aquelas direcções dão-se sem rotações associadas; havendo deformações sem rotação segundo determinadas direcções, estas são direcções principais de deformação e de tensão.

Convencionando serem positivas as deformações por tracção, as deformações radiais e circunferenciais, respectivamente ϵ_r e ϵ_θ , estão relacionadas com o campo de deslocamentos $u = u(r)$ pelas seguintes expressões (Fig. 2):

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (3)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (4)$$

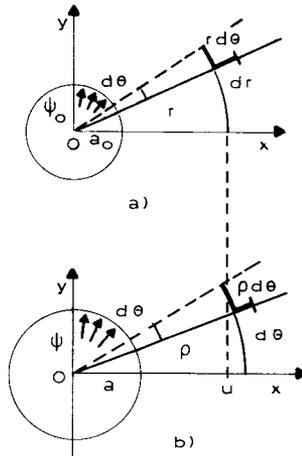


Fig. 2 — Elementos lineares no a) estado inicial b) estado deformado.

Por sua vez, a distorção, Γ , está relacionada com a variação de ângulo, γ , de duas fibras inicialmente ortogonais (Fig. 3) sendo a sua relação dada por:

$$1 + \Gamma = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2} \right) \quad (5)$$

ou

$$1 + \Gamma = \frac{1 + \epsilon_{\theta}}{1 + \epsilon_r} \quad (6)$$

A deformação volumétrica, μ , pode determinar-se recorrendo à variação de área entre o estado inicial e o estado final do elemento quadrangular da figura 3 (dz não varia com a expansão da cavidade). Tem-se:

$$\mu = \frac{A_1 - A_0}{A_0} \quad (7)$$

ou

$$1 + \mu = \frac{\rho \, d\rho}{r \, dr} \quad (8a)$$

$$1 + \mu = (1 + \epsilon_\theta) (1 + \epsilon_r) \quad (8b)$$

Não foi imposta qualquer restrição à magnitude das variáveis na obtenção das expressões anteriores. Tais expressões foram obtidas com base na bem conhecida definição de deformação de Cauchy

$$\epsilon = \frac{dl - dl_0}{dl_0} \quad (9)$$

(onde dl_0 é o comprimento inicial de um pequeno elemento linear no estado de equilíbrio inicial e dl é o comprimento do mesmo elemento no estado de equilíbrio deformado) não sendo, porém, utilizáveis na formação de tensores de deformação, salvo na hipótese das pequenas deformações. Neste último caso, os termos de ordem superior ou igual à segunda são desprezáveis e as expressões (5), (6) e (8) transformam-se em

$$\Gamma = \gamma = \epsilon_\theta - \epsilon_r \quad (10)$$

$$\mu = \epsilon_\theta + \epsilon_r \quad (11)$$

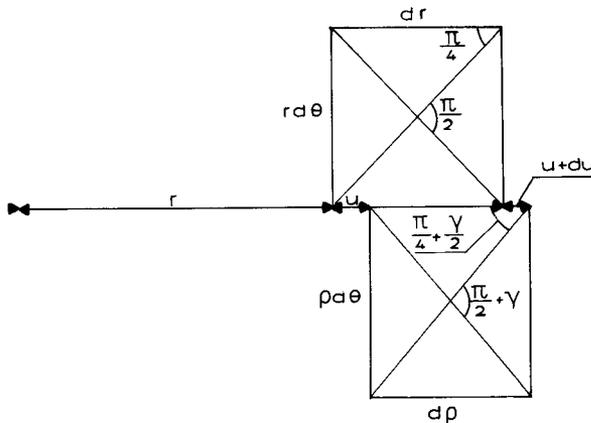


Fig. 3 — Definição de distorção.

Uma outra definição de deformação terá que ser usada se a hipótese das pequenas deformações não for verificada. Baguelin e Frank (1976) concluíram que a definição de deformação de Almansi, α , era apropriada a este tipo de problema:

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{dl^2 - dl_0^2}{dl^2} . \quad (12)$$

Esta definição de deformação pode ser relacionada com a definição de deformação de Cauchy:

$$\frac{1}{1 - 2\alpha} = (1 + \epsilon)^2 . \quad (13)$$

Para finalizar esta abordagem da compatibilidade considerem-se as condições limites – pontos onde a deformação é conhecida. Seja a_0 o raio inicial da cavidade. Após o incremento de pressão, $\Delta\Psi$, o raio aumenta para $a = a_0 + \Delta a$. Então ter-se-á

$$\epsilon_0 = \frac{\Delta a}{a_0} \quad (14)$$

por ser

$$\begin{aligned} u &= \Delta a \\ r &= a_0 \\ \epsilon_\theta &= \epsilon_0 \end{aligned}$$

Conclui-se da equação (14) que a expansão da cavidade é expressa através da deformação circunferencial na sua parede. O valor de ϵ_0 é lido directamente pelo pressiómetro autoperfurador. Nos ensaios pressiométricos clássicos a expansão da cavidade era contabilizada à custa da variação volumétrica da célula de medida. É por esta razão que na literatura da especialidade as pressões impostas são relacionadas com uma relação de volumes da célula; a relação mais utilizada é:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V - V_0}{V}$$

onde V é o volume da célula no estado deformado e V_0 é o volume da célula no estado inicial. A definição de deformação de Almansi é muito útil visto que pode ser directamente relacionada com a expressão anterior. Se for Z o comprimento da célula tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{V - V_0}{V} &= \frac{\pi a^2 Z - \pi a_0^2 Z}{\pi a^2 Z} \\ &= \frac{a^2 - a_0^2}{a^2} \\ &= 2\alpha_0 , \end{aligned}$$

ou seja

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{V} . \quad (15)$$

Tem-se ainda uma outra condição limite:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u = 0 . \quad (16)$$

3.3 – Equilíbrio

No estado inicial todo o meio está em equilíbrio. Após o incremento de pressão, $\Delta\Psi$, o meio sofre uma mudança de geometria, e o equilíbrio de um pequeno elemento planar (Fig. 4) estará assegurado se for verificada a equação:

$$\Sigma F_r = 0 \quad (17)$$

uma vez que, por simetria, é a única equação não identicamente nula. A equação (17) assume a forma (considerando, como habitualmente em Mecânica dos Solos, as tensões de compressão positivas):

$$\sigma_r \rho \, d\theta + 2 \sigma_\theta \operatorname{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) \, d\rho = (\sigma_r + d\sigma_r) (\rho + d\rho) \, d\theta . \quad (18)$$

Simplificando termos semelhantes, desprezando o infinitésimo $d\sigma_r, d\rho, d\theta$ que é da ordem superior a todos os outros e como $\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \approx \frac{d\theta}{2}$ obtém-se:

$$\frac{d\sigma_r}{d\rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} = 0. \quad (19)$$

É esta a equação de equilíbrio a que o campo de tensões, que se instala no meio infinito por expansão radial de uma cavidade cilíndrica, tem que obedecer.

Na parede da cavidade a tensão radial, σ_r , é, evidentemente, igual à pressão aplicada, Ψ , em cada instante.

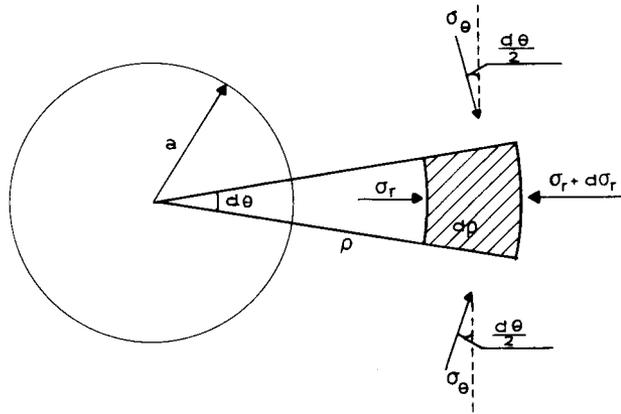


Fig. 4 — Tensões actuantes num pequeno elemento planar.

3.4 — Balanço de Equações e Incógnitas

O problema tal como está equacionado até este ponto, mantém-se indeterminado. De facto existem duas equações de compatibilidade e uma equação de equilíbrio para a determinação de cinco incógnitas:

a) Equações de compatibilidade entre deformações e deslocamentos

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (3 \text{ bis})$$

$$\epsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \quad (4 \text{ bis})$$

cujas incógnitas são $\epsilon_r(r)$, $\epsilon_{\theta}(r)$ e $u(r)$.

b) Equação de equilíbrio:

$$-\frac{d\sigma_r}{d\rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{\rho} = 0 \quad (19 \text{ bis})$$

sendo as suas incógnitas $\sigma_r(r)$, $\sigma_{\theta}(r)$ e $\rho(r)$. Note-se que a incógnita $\rho(r)$ é redundante em relação a $u(r)$ uma vez que existe uma relação entre ambas:

$$\rho(r) = r + u(r) . \quad (2 \text{ bis})$$

Torna-se óbvia a necessidade de considerar duas equações suplementares (que não introduzam novas incógnitas). Tais equações são as equações constitutivas que descrevem o comportamento reológico do meio.

4 – REOLOGIA

4.1 – *Comportamento Elástico-Linear*

A solução do problema de expansão radial de uma cavidade cilíndrica de comprimento infinito em meio ilimitado, elástico-linear, isotrópico e homogêneo é conhecida desde os meados do século passado (Lamé, 1852). O meio – no caso em análise, um solo – é caracterizado por dois parâmetros:

E – Módulo de Young
 ν – Coeficiente de Poisson,

sendo as equações dos campos elásticos as que a seguir se apresentam:

— Campo de deslocamentos

$$u = \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r} \quad (20)$$

— Campo de deformações

$$\epsilon_r = - \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (21)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (22)$$

— Campo de tensões

$$\sigma_r = \Psi_0 + \frac{E}{1 + \nu} \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (23)$$

$$\sigma_\theta = \Psi_0 - \frac{E}{1 + \nu} \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (24)$$

De acordo com a teoria da elasticidade é possível substituir os parâmetros E e ν por uma só constante elástica:

$$2G = \frac{E}{1 + \nu} \quad (25)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal. Como o meio estava inicialmente sujeito a uma pressão horizontal uniforme de valor Ψ_0 é fácil concluir que as tensões que se instalam no meio em virtude do acréscimo de pressão no furo, $\Delta\Psi$, são dadas por:

$$\sigma_r(\Delta\Psi) = 2G \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (26)$$

$$\sigma_\theta(\Delta\Psi) = - 2G \frac{\epsilon_0 a_0^2}{r^2} \quad (27)$$

Das expressões anteriores é possível concluir que a componente hidrostática do campo de tensões gerado por $\Delta\Psi$ é nula. Deste modo, a deformação do meio é da responsabilidade da componente distorcional do campo de tensões

$$q = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \quad (28)$$

que, como a seguir se demonstra, cresce com $\Delta\Psi$.

Represente-se num diagrama de Mohr o estado de tensão inicial de um ponto qualquer do meio (Fig. 5a) e noutro diagrama o estado de tensão do mesmo ponto após a aplicação de $\Delta\Psi$ (Fig. 5b). Pode concluir-se desses diagramas que a tensão distorcional passa de $q = 0$ para

$$q = 2G\epsilon_0 \frac{a_0^2}{r^2}. \quad (29)$$

No caso do ensaio pressiométrico, os pontos a considerar são os pontos da parede da cavidade, onde são feitas as medidas. Neste caso tem-se $r = a_0$ e $\sigma_r = \Psi$; a equação (23) assumirá a forma:

$$\Psi = \Psi_0 + 2G\epsilon_0 \quad (30)$$

ou seja

$$\Delta\Psi = 2G\epsilon_0. \quad (31)$$

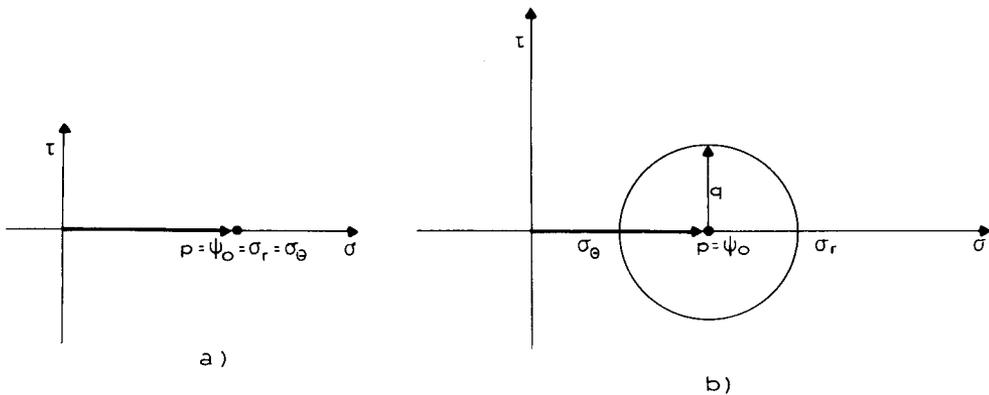


Fig. 5 — Diagramas de Mohr representativos de um estado de tensão de um ponto qualquer do meio: a) inicial; b) deformado.

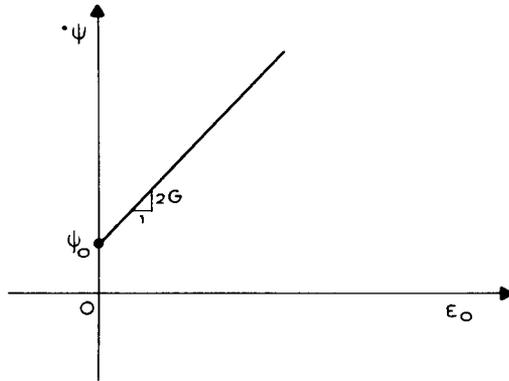


Fig. 6 — Curva característica de um ensaio pressiométrico em meio elástico-linear.

A tensão distorcional na parede da cavidade é dada por (29) para $r = a_0$:

$$q = 2G\epsilon_0 \quad (32)$$

concluindo-se que

$$q(r = a_0) = \Delta\Psi, \quad (33)$$

o que confirma o que foi escrito anteriormente.

A expressão (30) põe em evidência que o único parâmetro reológico necessário para relacionar pressões aplicadas com deformações induzidas no meio, é o módulo de distorção, G . Isto era evidente atendendo a que o meio apenas está sujeito a variações de tensão distorcional. Note-se que, tanto Ψ como ϵ_0 são medidos directamente pelo pressiómetro autoperfurador.

Sendo o solo elástico-linear, a curva característica de um ensaio é a que se apresenta na figura 6. A experiência mostra que tal é irrealista, embora no início de certos ensaios seja detectável um pequeno troço onde a pressão aplicada está linearmente relacionada com as deformações induzidas no meio. À medida que as pressões vão sendo aumentadas acentua-se a curvatura do gráfico em consequência, provavelmente, de um fenómeno de cedência pelo que a interpretação do ensaio pressiométrico por modelos elasto-plásticos será mais realista. Se a um dado nível de deformação se efectuar uma descarga e sequente recarga, o solo responderá elástica e linearmente o que mostra que existe uma parcela elástica sobreposta com uma parcela plástica no

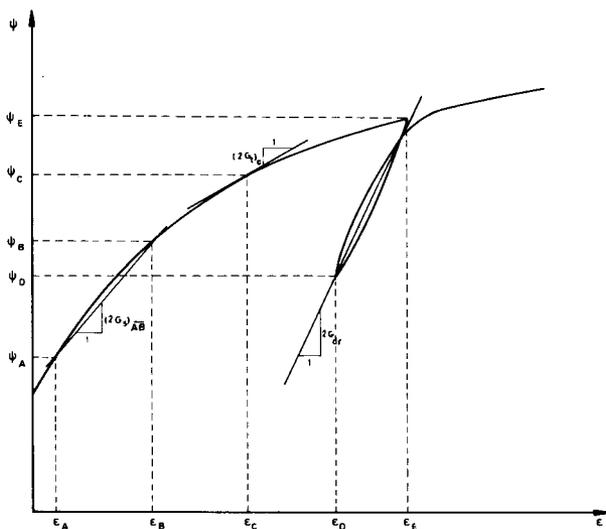


Fig. 7 — Módulos de distorção obteníveis a partir de um ensaio pressiométrico.

fenômeno de expansão radial da cavidade cilíndrica. Assim, fará fisicamente sentido a obtenção de módulos G através de expressões do tipo da equação (30). Na figura 7 apresentam-se essas situações:

a) Módulo secante entre dois níveis quaisquer de deformação

$$G_s = \frac{1}{2} \frac{\Psi_B - \Psi_A}{\epsilon_B - \epsilon_A} \quad (34)$$

b) Módulo tangente num ponto genérico C

$$G_t = \frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\epsilon} \right)_{\epsilon = \epsilon_c} \quad (35)$$

c) Módulo de descarga e recarga

$$G_{dr} = \frac{1}{2} \frac{\Psi_E - \Psi_D}{\epsilon_E - \epsilon_D} \quad (36)$$

Este último módulo é o módulo de distorção associado à parcela elástica do solo ensaiado. Na prática a sua determinação deve ser feita utilizando todos os pontos do ciclo de descarga e recarga à custa de um método numérico qualquer, como seja o método dos mínimos quadrados.

4.2 – Comportamento Não-Drenado

A teoria aplicável à interpretação de ensaios não drenados, realizados em meio coesivo e saturado, é exacta – tanto quanto o solo for homogéneo e os efeitos do comprimento finito da célula forem desprezáveis – sendo válida para qualquer magnitude de deformação e não apenas para as pequenas deformações. De facto as duas hipóteses reológicas necessárias para a completa resolução do problema derivam directamente das condições geométricas e físicas em que o ensaio é realizado:

- a) a incompressibilidade do meio infinito, coesivo e saturado;
- b) a curva representativa das tensões de corte é única para todo o meio.

Considere-se primeiro a incompressibilidade do meio. Esta situação ocorre porque o meio infinito é um meio coesivo e saturado e durante o corte não lhe é permitida a drenagem. Assim, a equação (8b) assume a forma

$$(1 + \epsilon_\theta) (1 + \epsilon_r) = 1 \quad (37)$$

porque $\mu = 0$. Esta equação mostra de imediato que é possível conhecer o campo de deformações a partir de uma só variável. Na realidade, combinando (6) com (37) obtém-se:

$$(1 + \Gamma) = (1 + \epsilon_\theta)^2 \quad (38)$$

ou seja, o conhecimento de uma das componentes do campo de deformações permite que este seja completamente definido. Em termos de deformação de Almansi, a equação (38) assume a forma:

$$\Gamma = \frac{2\alpha_\theta}{1 - 2\alpha_\theta} \quad (39)$$

A relação entre o campo de deformações e o campo de deslocamentos é dada partindo da equação (8a) considerando, como é óbvio, $\mu = 0$:

$$\frac{\rho d\rho}{r dr} = 1 \quad (40)$$

que, uma vez integrada, resulta em

$$\rho^2 - r^2 = C'''. \quad (41)$$

Combinando a equação anterior com a definição de deformação de Almansi dada por (12)

$$\alpha_\theta = \frac{1}{2} \frac{\rho^2 - r^2}{\rho^2} \quad (42)$$

e diferenciando o resultado, chega-se à já referida relação entre deformações e deslocamentos:

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{1}{2} \frac{d\alpha_\theta}{\alpha_\theta}. \quad (43)$$

A segunda hipótese reológica está estritamente ligada às condições de carregamento: o solo está sujeito em qualquer ponto ao mesmo tipo de acção, isto é, está carregado biaxialmente num estado de deformação plano e onde não ocorrem rotações das direcções principais. Constata-se assim, que todo o acréscimo de tensão é acréscimo de tensão principal, ou dito de outro modo, o corte dá-se sem rotação das direcções principais de tensão, além de não haver variações volumétricas associadas. Conclui-se, então, que o campo de tensões induzido no meio devido ao acréscimo de pressão $\Delta\Psi$, pode ser descrito pela tensão distorcional que é unicamente função da distorção, sendo essa função única para todo o meio (desde que o solo seja homogéneo):

$$q_u = f(\Gamma). \quad (44)$$

Atendendo a (39),

$$q_u = f\left(\frac{2\alpha_\theta}{1 - 2\alpha_\theta}\right) \quad (45)$$

ou

$$q_u = \Omega(\alpha_\theta) . \quad (46)$$

As equações (43) e (46) exprimem as propriedades reológicas do meio. Combinando estas com a equação de equilíbrio (19) e lembrando a definição de tensão distorcional dada por (28) (com $q = q_u$ porque o ensaio é não drenado e portanto o solo responde a acções exteriores com a sua resistência não drenada) obtém-se:

$$d\sigma_r = \Omega(\alpha_\theta) \frac{d\alpha_\theta}{\alpha_\theta} . \quad (47)$$

Como

$$\frac{d\alpha_\theta}{\alpha_\theta} = d \ln \alpha_\theta , \quad (48)$$

conclui-se que

$$\Omega(\alpha_\theta) = \frac{d\sigma_r}{d \ln \alpha_\theta} . \quad (49)$$

Na parede da cavidade $\sigma_r = \Psi$ e $\alpha_\theta = \alpha_o$, donde

$$q_u = \frac{d\Psi}{d \ln \alpha_o} . \quad (50)$$

Esta equação foi obtida por Palmer (1972) sob a forma

$$q_u = \frac{d\Psi}{d \ln \frac{\Delta V}{V}} , \quad (51)$$

uma vez que $\alpha_o = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{V}$ e portanto $d \ln \alpha_o = d \ln \frac{\Delta V}{V}$ — ver equação (15). No entanto, a dedução de Palmer segue uma via diferente da que foi aqui apresentada.

A equação (50) exprime que a tensão de corte não drenada a cada nível de deformação do ensaio, é dada pelo gradiente local de um gráfico onde sejam representadas, em ordenadas as pressões aplicadas Ψ e em abcissas o logaritmo neperiano da deformação circunferencial de Almansi na parede da cavidade, $\ln \alpha_o$. Uma inflexão nesse gráfico corresponderá a um pico na curva tensões-deformações. A resistência residual corresponde ao declive do gráfico quando as deformações forem muito elevadas (Palmer, 1972). A figura 8 ilustra esta situação.

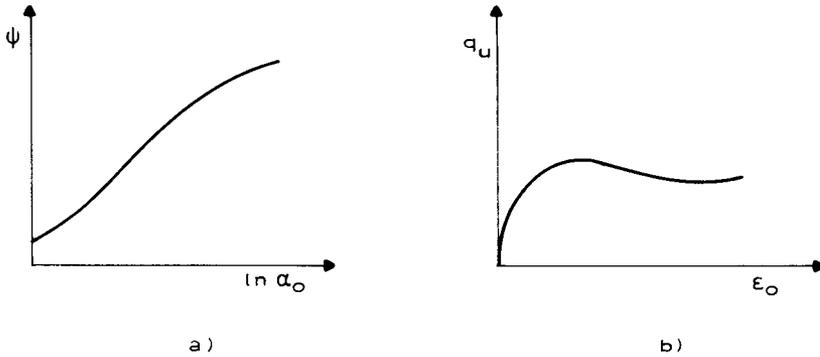


Fig. 8 — Curvas obtidas a partir de um ensaio pressiométrico: a) curva pressões/deformações; b) curva tensões/deformações.

Este tipo de análise é muito sensível à escolha dos pontos onde vai ser calculado o gradiente da curva (Ψ , $\ln \alpha_o$). Por essa razão Wroth (1984), observando que o gráfico (Ψ , $\ln \alpha_o$) é praticamente uma linha recta acima de um certo nível de deformação e invocando a experiência adquirida em numerosos ensaios pressiométricos realizados em diversos locais, concluiu que, para efeitos de projecto geotécnico, bastava considerar o gradiente dessa linha recta. Assim, esse gradiente representaria a resistência ao corte não drenada, S_u . Esta maneira de proceder tem duas grandes desvantagens:

- a) pode ser necessário conhecer a tensão de corte não drenada a um nível de deformação inferior ao de rotura (onde se verifica q_u^{max}); neste caso a equação (50) terá que ser usada;
- b) pode ser necessário conhecer a resistência residual; o ensaio será levado a grandes deformações e a curva (Ψ , $\ln \alpha_o$) terá um ponto de inflexão.

Por outro lado, este procedimento tem a vantagem de ser um método rápido e expedito. De facto, não sendo conhecida a expressão analítica da função $\Psi(\epsilon_o) = 0$ ou $\Psi(\ln \alpha_o) = 0$, a equação (50) só pode ser resolvida gráfica ou numericamente. Os

métodos gráficos são morosos e bastante sensíveis à escolha dos pontos; os métodos numéricos terão que passar pela leitura das coordenadas de diversos pontos o que também não deixa de ser pouco prático.

Sem entrar em detalhes, refira-se que no LNEC o processamento do resultado dos ensaios é feito à custa de métodos numéricos uma vez que o seu Centro de Informática dispõe de uma mesa digitalizadora a qual permite registar numerosos pontos de uma curva qualquer percorrendo a linha com o cursor da mesa. (Num trabalho posterior este assunto será abordado detalhadamente).

4.3 – *Comportamento Drenado*

4.3.1 – *Considerações Prévias*

A verificação experimental de variações volumétricas associadas a distorções sucessivamente crescentes aplicadas a solos arenosos inviabiliza a hipótese da invariância volumétrica do solo quando se realiza um ensaio pressiométrico numa areia. Um modelo reológico realista terá que contemplar as variações volumétricas associadas ao corte, isto é, terá que incorporar o comportamento dilatante do material. A proposta de Hughes, Wroth e Windle (1977) baseia-se na interpretação de ensaios de corte executados em condições drenadas num aparelho de corte simples em estado plano de deformação em termos de Teoria da Dilatância de Rowe (1962, 1963, 1971). A pertinência desta análise foi confirmada por Fahey (1980) à custa de uma série de ensaios laboratoriais em condições cuidadosamente controladas (Wroth, 1984).

As conclusões de Hughes, Wroth e Windle (1977) podem ser ilustradas pela figura 9. As linhas a cheio ORQP representam esquematicamente o comportamento real de areias em "corte plano" tal como foi observado por Stroud (1971) e também por outros autores no Aparelho de Corte Simples de Cambridge. Para a interpretação de um ensaio pressiométrico foi admitido o comportamento ideal representado pelas linhas tracejadas SRT após a rotura ter sido induzida. Deste modo o solo era modelado com comportamento elasto-plástico, assumindo-se que após a rotura se deformaria a uma razão constante entre os invariantes das tensões* tal que:

(*) Nos ensaios de corte simples os invariantes considerados são, muitas vezes, t e s' e não q e p' . Por definição $p' = 1/3 (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$ e $s' = 1/2 (\sigma'_1 - \sigma'_3)$, enquanto $t = q = 1/2 (\sigma'_1 - \sigma'_3)$. Como se está a tratar de um caso de deformação plana, é preferível a utilização de t e s' (o facto de usar t em vez de q é para não haver confusão: ou se usa o par (q, p') ou o par (t, s')).

$$\frac{t}{s'} = \text{sen } \phi' \quad (52)$$

ou

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \frac{1 + \text{sen } \phi'}{1 - \text{sen } \phi'} \quad (53)$$

e ainda a uma taxa de dilata\u00e7\u00e3o constante que podia ser expressa em termos do \u00e2ngulo de dilata\u00e7\u00e3o de Hansen (1958), ν , cuja defini\u00e7\u00e3o s\u00f3 \u00e9 v\u00e1lida para estados planos de deforma\u00e7\u00e3o:

$$\frac{\mu}{\Gamma} = \text{sen } \nu \quad (54)$$

A liga\u00e7\u00e3o das equa\u00e7\u00f5es anteriores \u00e9 feita pela equa\u00e7\u00e3o da Teoria da Dilata\u00e7\u00e3o de Rowe aplicada a estados planos de deforma\u00e7\u00e3o e em termos dos \u00e2ngulos de atrito e dilata\u00e7\u00e3o:

$$\frac{1 + \text{sen } \phi'}{1 - \text{sen } \phi'} = \frac{1 + \text{sen } \phi'_{cv}}{1 - \text{sen } \phi'_{cv}} \cdot \frac{1 + \text{sen } \nu}{1 - \text{sen } \nu} \quad (55)$$

onde ϕ'_{cv} representa o \u00e2ngulo de atrito no estado cr\u00edtico (nesta situa\u00e7\u00e3o o solo deforma-se a volume constante).

Faz-se notar que em toda esta an\u00e1lise est\u00e1 subjacente a hip\u00f3tese das pequenas deforma\u00e7\u00f5es; com efeito, para deforma\u00e7\u00f5es maiores ϕ' tender\u00e1 para ϕ'_{cv} tal como ν tender\u00e1 para zero. Por esta raz\u00e3o, os seus autores utilizaram as seguintes rela\u00e7\u00f5es simplificadas:

$$\mu = \epsilon_\theta + \epsilon_r \quad (11, \text{ bis})$$

$$\Gamma = \epsilon_\theta - \epsilon_r \quad (10, \text{ bis})$$

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} = 0 \quad (56)$$

A legitimidade da equa\u00e7\u00e3o (56) resulta directamente da hip\u00f3tese das pequenas deforma\u00e7\u00f5es: n\u00e3o se comete um grande erro ao admitir-se que um ponto qualquer do meio permanecer\u00e1 na sua posi\u00e7\u00e3o inicial durante e ap\u00f3s o processo de deforma\u00e7\u00e3o.

4.3.2 – Determinação de ϕ' e de ν

Seja σ'_R a tensão radial efectiva associada ao início da rotura do meio arenoso suposto isotrópico e homogéneo. As condições geométricas inerentes à expansão radial de uma cavidade cilíndrica de comprimento infinito em meio ilimitado, isotrópico e homogéneo obrigam a que todos os elementos do meio estejam sujeitos ao mesmo caminho de tensões, embora em cada instante atinjam diferentes fases desse caminho, consoante a sua distância ao eixo axial do furo. Se a pressão radial aplicada no interior da cavidade, $\Psi = \Psi_o + \Delta\Psi$, for sucessivamente incrementada acima de $(\sigma'_R + U_o)$ — onde U_o é a pressão intersticial “in situ” — formar-se-á uma coroa circular em volta da cavidade cilíndrica (vista no plano das deformações) cujo raio exterior é R e cuja proporção das tensões é a da rotura (Fig. 9) e que se vai expandindo para o interior do maciço; porém, na fronteira exterior ($r = R$) a tensão efectiva radial σ'_R bem como as deformações correspondentes manter-se-ão inalteradas qualquer que seja o valor de R .

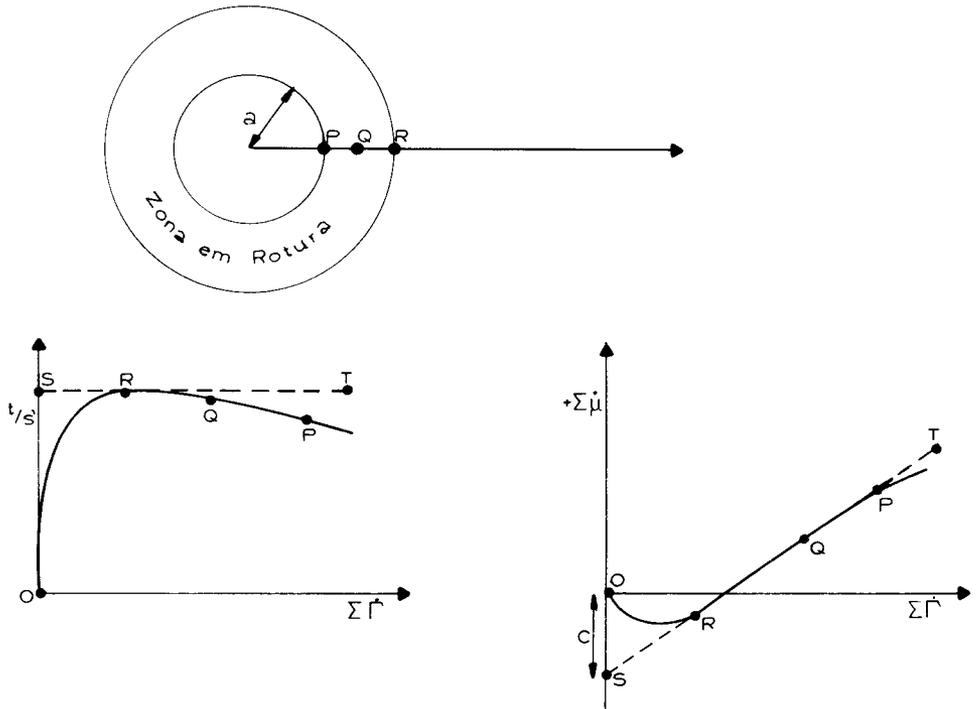


Fig. 9 — Comportamento real (ORQP) e ideal (SRT) de uma areia em ensaio de corte simples. Associação ao ensaio pressiométrico.

Esta situação resulta de estar assumido implicitamente um comportamento elástico e linear do material antes da rotura. De facto o ponto R é um ponto onde o solo acaba de entrar em rotura, devendo por isso verificar ainda as equações do campo elástico simultaneamente com as condições de rotura. Recordando que

$$\sigma'_{,r} (\Delta\Psi) = - 2G \epsilon_r, \quad (21 + 26)$$

então quando $\sigma'_{,r} = \sigma'_{,R}$,

$$\epsilon_r = - \frac{\sigma'_{,R} (\Delta\Psi)}{2G},$$

ou seja, ϵ_r ($\sigma'_{,r} = \sigma'_{,R}$) é constante independentemente do valor de R (G é constante visto ter-se assumido um comportamento linear — além de elástico — para o solo). Como $\epsilon_\theta = - \epsilon_r$ e $\sigma'_{,r} (\Delta\Psi) = - \sigma'_{,\theta} (\Delta\Psi)$ o valor das tensões e das deformações em pontos situados à distância radial R do eixo da cavidade cilíndrica só depende de $\sigma'_{,R}$.

Na zona em rotura, $a < r < R$, admite-se que o material tem comportamento segundo o observado por Stroud (1971). Deste modo, a equação (53) toma a forma:

$$\frac{\sigma'_{,\theta}}{\sigma'_{,r}} = N, \quad (57)$$

com

$$N = \frac{1 - \text{sen } \phi'}{1 + \text{sen } \phi'}. \quad (58)$$

Por sua vez, a equação (54) associada à fig. 9c conduz a:

$$\Sigma\mu = (\text{sen } \nu) \Sigma\Gamma - c. \quad (59)$$

As equações (57) e (59) são as equações constitutivas do material. Substituindo (57) em (56) tem-se

$$- \frac{d\sigma'_{,r}}{\sigma'_{,r}} = (1-N) \frac{dr}{r}. \quad (60)$$

A integração da equação anterior é imediata: na fronteira exterior $r = R$ e $\sigma'_{r'} = \sigma'_{R'}$, donde

$$\frac{\sigma'_{r'}}{\sigma'_{R'}} = \frac{R}{r}^{(1-N)} \quad (61)$$

obtendo-se assim a equação da distribuição das tensões na zona de rotura.

A equação (59) pode ser posta em termos de deformações principais ϵ_r e ϵ_θ . De facto, não havendo rotação dos eixos principais de deformação tem-se $\Sigma\mu = \delta_\theta = \mu$ e $\Sigma\Gamma = \Gamma$. Recordando (10) e (11) ter-se-á $\Sigma\mu = \epsilon_\theta + \epsilon_r$ e $\Sigma\Gamma = \epsilon_\theta - \epsilon_r$. A equação (59) assume a forma:

$$\epsilon_\theta + \epsilon_r = (\epsilon_\theta - \epsilon_r) \operatorname{sen} \nu - c \quad (62)$$

ou

$$\epsilon_r = -m\epsilon_\theta - c \frac{m+1}{2} \quad (63)$$

onde

$$m = \frac{1 - \operatorname{sen} \nu}{1 + \operatorname{sen} \nu} \quad (64)$$

Recorrendo às definições de ϵ_r e ϵ_θ dadas pelas equações (3) e (4) obtém-se a equação diferencial:

$$\frac{du}{dr} + m \frac{u}{r} + c \frac{m+1}{2} = 0, \quad (65)$$

a qual, uma vez integrada, fornece

$$u = -\frac{c}{2} r + \frac{A}{r^m} \quad (66)$$

sendo A uma constante arbitrária que depende das condições aos limites.

Na fronteira exterior a deformação circunferencial é dada por:

$$\epsilon_{\theta R} = \left(\frac{u}{r} \right)_{r=R} \quad (67)$$

ou

$$u(R) = R\epsilon_{\theta R} . \quad (68)$$

Substituindo (68) em (66) obtém-se o valor da constante A:

$$A = (\epsilon_{\theta R} + \frac{c}{2}) R^{m+1} \quad (69)$$

O campo de deslocamentos assume a forma

$$u = -\frac{c}{2} r + (\epsilon_{\theta R} + \frac{c}{2}) \frac{R^{m+1}}{r^m} \quad (70)$$

ou

$$\frac{u}{r} + \frac{c}{2} = (\epsilon_{\theta R} + \frac{c}{2}) (\frac{R}{r})^{m+1} \quad (71)$$

A equação anterior combinada com a equação (61) fornece (por eliminação de R/r):

$$\frac{u}{r} + \frac{c}{2} = (\epsilon_{\theta R} + \frac{c}{2}) (\frac{\sigma'_r}{\sigma'_R})^{\frac{m+1}{1-N}} \quad (72)$$

Logaritimizando (72)

$$\ln (\frac{u}{r} + \frac{c}{2}) = \ln (\epsilon_{\theta R} + \frac{c}{2}) + \frac{m+1}{1-N} (\ln \sigma'_r - \ln \sigma'_R) \quad (73)$$

Finalmente diferenciando (73)

$$d \ln (\frac{u}{r} + \frac{c}{2}) = \frac{m+1}{1-n} d \ln \sigma'_r \quad (74)$$

Na fronteira interior onde são feitas as leituras do ensaio pressiométrico, $\frac{u}{r} = \epsilon_o$ e $\sigma'_r = \Psi - U_o$, donde

$$\frac{d \ln (\Psi - U_o)}{d \ln (\epsilon_o + \frac{c}{2})} = \frac{1-N}{1+m} . \quad (75)$$

Conclui-se da equação anterior que a representação gráfica de $f \ln(\Psi - U_o)$, $\ln(\epsilon_o + c/2) = 0$ para valores de $(\Psi - U_o) > \sigma'_R$ é uma recta (porque N e m são constantes) cujo gradiente é dado por:

$$s = \frac{1 - N}{1 + m} \quad (76)$$

Esta situação está ilustrada na figura 10.

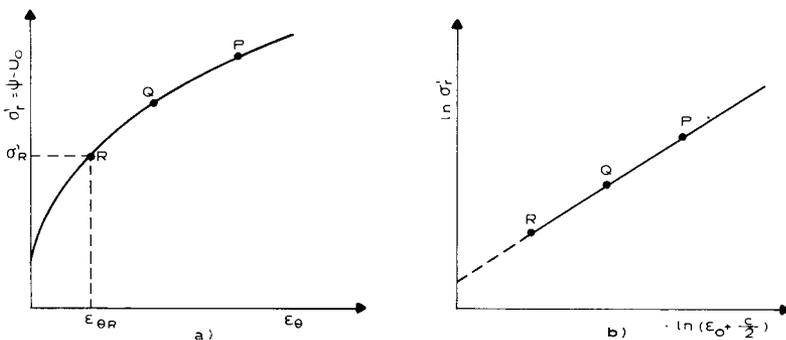


Fig. 10 — Resultados de um ensaio pressiométrico na zona em rotura: a) curva em escala aritmética; b) curva em escala logarítmica.

A expressão (76) juntamente com a equação (55) sob a forma

$$N = \frac{1}{K} m \quad (77)$$

onde

$$K = \frac{1 + \text{sen } \phi'_{cv}}{1 - \text{sen } \phi'_{cv}} \quad (78)$$

leva à obtenção directa de

$$\text{sen } \phi' = \frac{(K + 1)s}{(K - 1)s + 2} \quad (79)$$

$$\text{sen } \nu = \frac{2Ks - (K - 1)}{K + 1} \quad (80)$$

Para que o problema seja perfeitamente determinado torna-se necessário conhecer o valor da constante c que não é medida experimentalmente e o valor do ângulo de atrito no estado crítico, ϕ'_{cv} .

Através de uma análise teórica muito simples e do estudo dos dados de ensaios pressiométricos em areias é possível mostrar que o valor de c é desprezável* (Hughes, Wroth e Windle, 1977). Neste caso, o gradiente s será dado por um gráfico bilogárítmico onde se representem em ordenadas as pressões efectivas aplicadas ao solo, $\Psi - U_o$, e em abcissas as deformações induzidas, ϵ_o . Como exemplo, observe-se a figura 11. Acima da deformação $\epsilon_o = 1,4\%$ o gráfico da relação entre $\ln(\Psi - U_o)$ e $\ln \epsilon_o$ é uma recta bem definida.

Ao contrário de c o valor de ϕ'_{cv} pode ser determinado experimentalmente. De facto ϕ'_{cv} não depende nem do caminho de tensões nem do estado inicial da areia, sendo uma propriedade intrínseca do solo. Assim, é possível obter o seu valor à custa de ensaios triaxiais em amostras remexidas — conquanto sejam representativas da granulometria da areia. Hughes, Wroth e Windle (1977), tendo seguido essa via e fazendo considerações sobre a angulosidade de solos ensaiados, aconselham a tomar $\phi'_{cv} = 35^\circ$ para cálculos de engenharia, sempre que não seja possível a obtenção de ϕ'_{cv} do solo ensaiado.

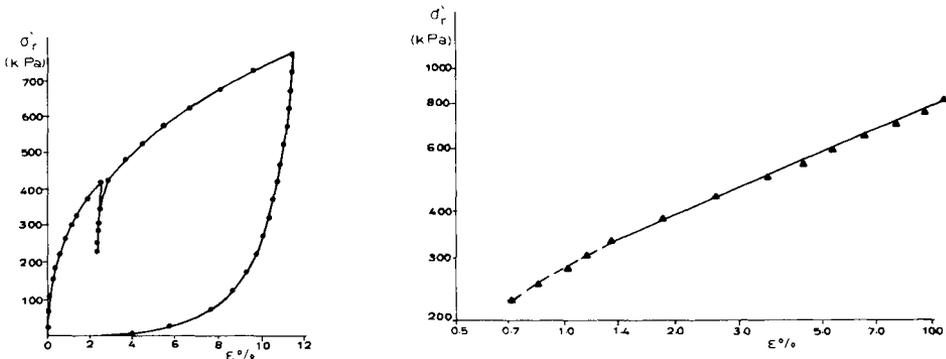


Fig. 11 — Resultados de um ensaio pressiométrico numa areia (segundo Hughes, Wroth e Windle, 1977).

* Esta análise encontra-se pormenorizada e comentada em "Teoria e Prática do Pressiómetro Autoperfurador" pags. 105, 106, 107 (Sousa Coutinho, 1985).

5 – CONCLUSÕES

Apresentou-se a teoria básica de interpretação de ensaios pressiométricos de expansão com pressiómetro autoperfurador. Procurou-se resumir os seus aspectos mais relevantes de modo a facilitar a percepção ao modo como o ensaio “reage” sem discutir as suas vantagens e limitações. Este aspecto encontra-se detalhado em “Teoria e Prática do Pressiómetro Autoperfurador” (Sousa Coutinho, 1985). Como nota final retenha-se o seguinte:

O pressiómetro autoperfurador permite ensaiar terrenos virtualmente imperturbados pela inserção da célula pressiométrica sendo, pois, o ensaio que permite obter certas características mecânicas dos terrenos mais próximos do seu estado natural. É possível obter para qualquer tipo de solo:

a) Tensão total horizontal “in situ” (parâmetro extremamente importante para o dimensionamento da abertura de túneis e de escavações e que não foi objecto de discussão neste trabalho pois que a sua obtenção é directa, quer dizer, não depende de qualquer teoria reológica. É simplesmente o valor da pressão aplicada no interior da célula quando esta começa a expandir).

b) Diversos tipos de Módulos de Distorção — ver parágrafo 4.1.

Para solos argilosos:

Curva das tensões de corte não-drenadas, incluindo a resistência não drenada de pico e a resistência residual (se existir) — ver parágrafo 4.2.

Para solos arenosos:

Ângulo de atrito (para níveis de deformação admissíveis em engenharia de fundações) e o ângulo de dilatação respectivo — ver parágrafo 4.3.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAGUELIN, F., J.F. JÉZÉQUEL, E. LEMÉE e A. LE MÉHAUTE (1972) — *Expansion of cylindrical probes in cohesive soils*. Journal of the Soil Mech. and Found. Div. ASCE. Vol. 98, n.º SM11, Nov. pag 1129-1142.
- BAGUELIN, F., R. FRANK (1976) — *Choix des variables de déformation pour l'analyse de l'essai pressiométrique*. Rapport interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris. Não publicado.
- FAHEY, M. (1980) — *A Study of the pressuremeter test in dense sand*. PhDthesis, University of Cambridge.
- GIBSON, R.E., W.F. ANDERSON (1961) — *In situ measurements of soil properties with the Pressuremeter*. Civil Engineering Pub. Wks Review. Vol. 56 n.º 658, May, pag. 615-618.

- HANSEN, B., (1958) – *Lines ruptures regarded as narrow rupture zones. Basic equations based on kinematic considerations.* Proc. Conf. Earth Pressure Problems, Brussels Vol. 1 pg 39-49.
- HUGHES, J.M.O., C.P. WROTH, D. WINDLE (1977) – *Pressuremeter tests on sands.* Geotechnique Vol. 30, n.º 4 pg 507-531.
- LADANYI., B. (1972) – *In situ determination of undrained stress-strain behavior of sensitive clays with the Pressuremeter.* Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9 n.º 3 August, pg 313-319.
- LAMÉ, G. (1852) – *Leçons sur la théorie mathématique de l'elasticité des corps solides.* Bachelier, Paris, France.
- PALMER, A.C. (1972) – *Undrained plane-strain expansion of a cylindrical cavity in clay: a simple interpretation of the Pressuremeter test.* Géotechnique, Vol. 22, n.º 3 September, pag 451-457.
- ROWE, P.W. (1962) – *The Stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact.* Proceedings of the Royal Soc. London, Serie A, Vol. 269, pg 500-527.
- ROWE, P.W. (1963) – *Stress-dilatancy, earthpressures and slopes.* Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division ASCE, Vol. 89, SM3, May, pg 37-61.
- ROWE, P.W. (1971) – *Theoretical meaning and observed values of deformation parameters of soil.* Proc. Roscoe Mem. Symp. pg 143-194.
- SOUSA COUTINHO, A.G. (1985) – *Teoria e Prática do Pressiómetro Autoperfurador.* Tese de Mestrado em Mecânica dos Solos, Universidade Nova de Lisboa.
- STROUD, M.A. (1971) – *Sand at low stress levels in the simple shear apparatus,* PhDthesis, University of Cambridge.
- WROTH, C.P. (1984) – *The interpretation of in situ soil tests,* Geotechnique, Vol. 34 n.º 4, December, pg 449-489.

ERRATA (Geotecnia n.º 49)

Página	Linha	Onde se lê	Deve ler-se
72	5	$\Sigma\mu = \delta_\theta = \mu$	$\Sigma\dot{\mu} = \mu$
72	6	$\Sigma\Gamma = \Gamma$	$\Sigma\dot{\Gamma} = \Gamma$
72	6	$\Sigma\mu = \epsilon_\theta + \epsilon_r$	$\Sigma\dot{\mu} = \epsilon_\theta + \epsilon_r$
72	6	$\Sigma\Gamma = \epsilon_\theta - \epsilon_r$	$\Sigma\dot{\Gamma} = \epsilon_\theta - \epsilon_r$
72	14	circunferencial	circunferencial
74	1	$f \ln (\Psi - U_0)$	$f [\ln (\Psi - U_0)]$

Página	Equação	Onde se lê	Deve ler-se
69	54	$\frac{\mu}{\Gamma}$	$\frac{\dot{\mu}}{\dot{\Gamma}}$
71	59	$\Sigma\mu = (\text{sen } \nu) \Sigma\Gamma - c$	$\Sigma\dot{\mu} = (\text{sen } \nu) \Sigma\dot{\Gamma} - c$
72	61	$\frac{R^{(1-N)}}{r}$	$\left(\frac{R}{r}\right)^{(1-N)}$
73	74	$\frac{m+1}{1-n}$	$\frac{m+1}{1-N}$