

# CORRELAÇÕES ENTRE AS ANISOTROPIAS DE DEFORMABILIDADE, DE ROTURA E DE DILATAÇÃO TÉRMICA DE UM GRANITO\*

Correlations between the anisotropies of deformability, rupture and thermal expansion of a granite

por

F. Peres-Rodrigues\*\*

M. Reis e Sousa\*\*\*

RESUMO – Este trabalho teve por objectivo verificar se, à semelhança do que acontece com grande parte das propriedades dos materiais rochosos, nomeadamente o módulo de deformabilidade e a tensão de rotura por compressão uniaxial, também o coeficiente de dilatação térmica podia ser traduzido por leis espaciais e, ainda, correlacionar as superfícies definidoras das anisotropias respeitantes às três propriedades referidas.

Assim, por meio de ensaios realizados em laboratório sobre provetes de rocha granítica, colhidos segundo nove direcções referenciadas no espaço, obtiveram-se os valores que permitiram determinar os parâmetros das anisotropias referentes às três propriedades acima mencionadas.

SYNOPSIS – The scope of this paper was to verify if the thermal expansion coefficient could be expressed by spatial laws, as what happens with the majority of the properties of rock materials, namely the deformability modulus and the ultimate uniaxial compression stress; and also to correlate the surfaces defining the anisotropy of the above mentioned properties.

So, by means of laboratory tests on samples of granitic rock corresponding to nine referenced space directions, the values that made possible to determine the anisotropy parameters of those three properties were obtained.

---

\* Trabalho apresentado ao 3.º Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, I.S.T., Lisboa, Setembro 1983.

\*\* Investigador coordenador do LNEC e professor associado convidado do IST.

\*\*\* Técnico experimentador principal do LNEC.

## 1 – INTRODUÇÃO

A experiência tem mostrado que a maior parte das propriedades dos materiais rochosos apresentam características anisotrópicas que podem ser traduzidas por leis espaciais, variando do 2.º ao 8.º grau. As anisotropias da deformabilidade, da permeabilidade e da tensão de rotura por compressão têm sido largamente estudadas desde há vários anos, e tem-se verificado a existência de correlações, relativamente fortes, entre as direcções principais das superfícies que traduzem aquelas anisotropias, bem como entre os valores dos seus semi-eixos. Por outro lado, tudo indica existir uma correlação apertada entre os parâmetros acima indicados, a fábrica do material em estudo e os eixos de simetria dos cristais que o constituem; desvios encontrados podem ser atribuídos a fenómenos posteriores à formação dos cristais, tais como movimentos tectónicos e tensões internas.

A anisotropia das propriedades térmicas dos materiais tem sido pouco estudada; no sentido de contribuir para o conhecimento desta matéria, o Laboratório Nacional de Engenharia Civil iniciou há tempos alguns estudos com essa finalidade.

As considerações que a seguir são feitas, baseiam-se em resultados obtidos em ensaios de laboratório, efectuados sobre provetes talhados de um bloco de rocha granítica, extraído do local da barragem do Cabril, e dizem respeito ao módulo de deformabilidade, à tensão de rotura por compressão uniaxial e ao coeficiente de dilatação térmica.

## 2 – ANISOTROPIAS DE DEFORMABILIDADE, DE ROTURA E DE DILATAÇÃO TÉRMICA

De um bloco de granito extraído do local da barragem do Cabril, foram talhados, segundo nove direcções no espaço (Fig. 1), provetes prismáticos com as dimensões aproximadas de  $5 \times 5 \times 14 \text{ cm}^3$ . Sobre cada provete determinou-se o módulo de deformabilidade, o coeficiente de dilatação térmica e a tensão de rotura.

O módulo de deformabilidade foi calculado a partir dos valores obtidos em ensaios de compressão uniaxial (Fig. 2), em que a tensão máxima de ensaio foi de  $150 \text{ kg/cm}^2$  e as extensões ocorridas foram avaliadas por meio de extensómetros eléctricos de resistência, com 6 cm de base de medida.

Para a determinação do coeficiente de dilatação térmica utilizou-se uma estufa, na qual os provetes foram submetidos a variações de temperatura, medindo-se tanto estas como as variações de comprimento (Fig. 3). A variação de temperatura, que foi da ordem dos  $60^\circ\text{C}$ , foi avaliada por meio de pares termoeléctricos e potenciómetro e a variação de comprimento foi medida por meio de aparelho adequado, equipado com deflectómetros com a precisão do milésimo de milímetro.

# ESTUDO DA ANISOTROPIA

## ESQUEMA DE EXTRACÇÃO DOS PROVETES

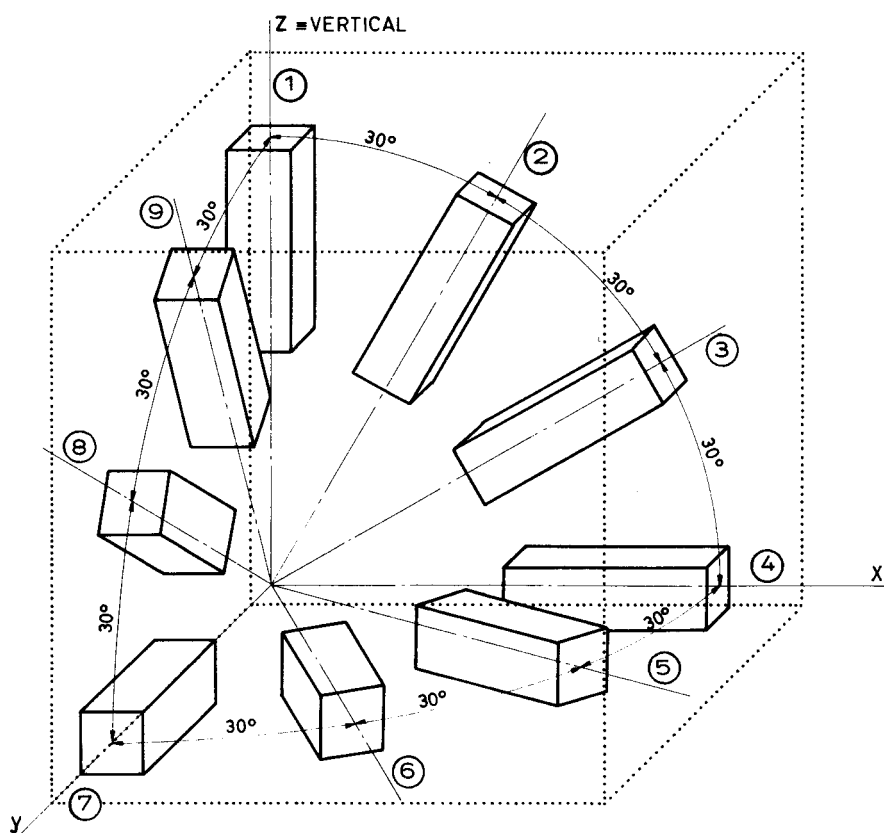
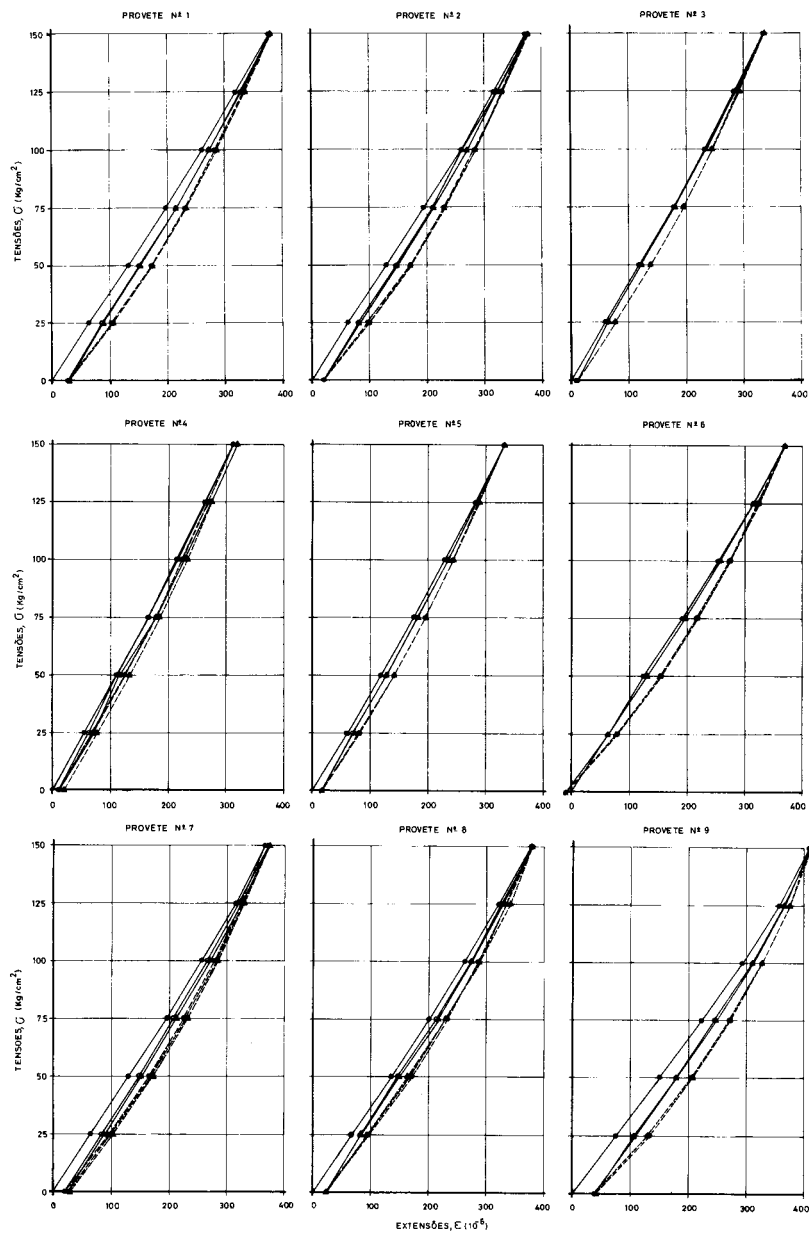


Fig. 1 – Esquema de extração dos provetes

ESTUDO DA ANISOTROPIA  
ENSAIOS DE DEFORMAÇÃO TÉRMICA  
(Granito são do local da barragem do Cabril)

Fig. 2

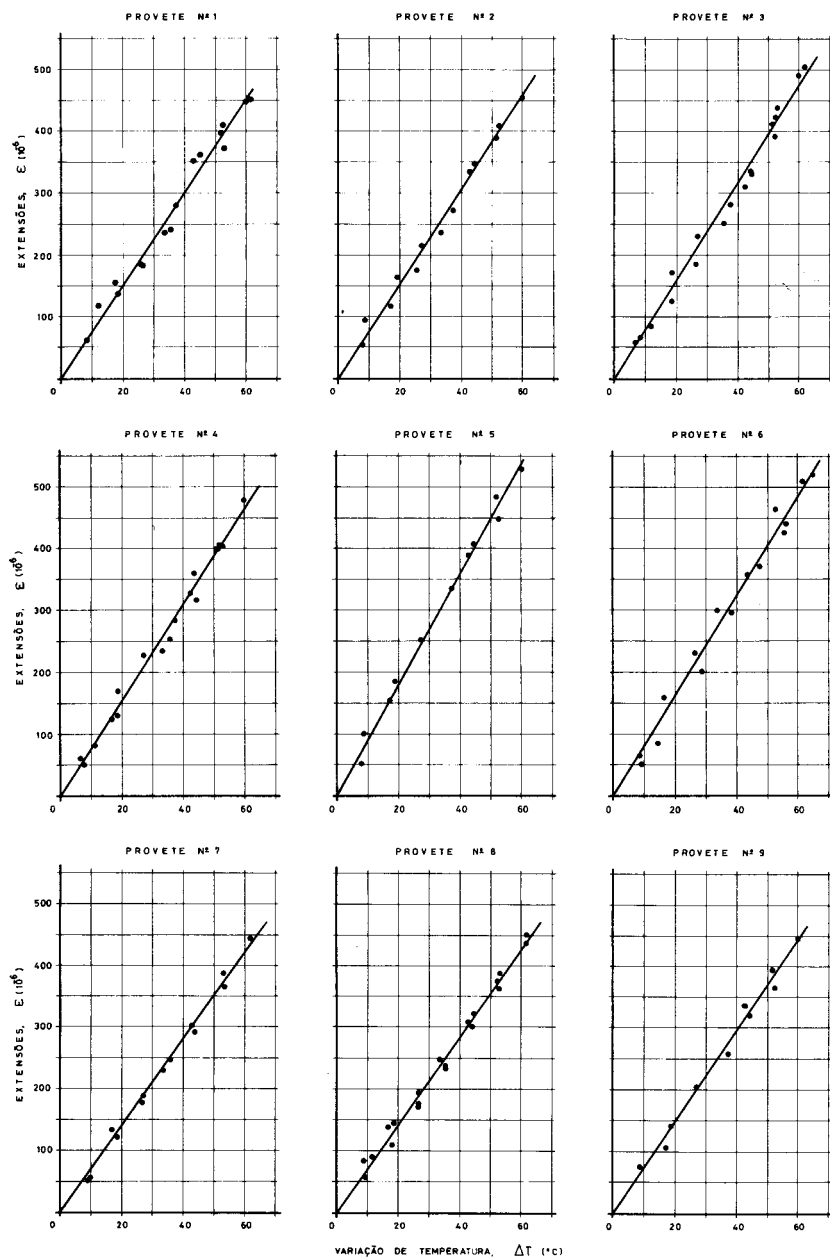


# ESTUDO DA ANISOTROPIA

## ENSAIOS DE COMPRESSÃO SIMPLES

(Granito são do local da barragem do Cabril)

Fig. 3



Dado que a experiência tem mostrado claramente que as anisotropias de rochas ígneas, relativamente à deformabilidade e à rotura, são bem definidas por leis espaciais traduzidas por expressões do 2.º grau, tipo elipsóide (1), procurou-se verificar se a anisotropia de dilatação térmica, do referido tipo de rocha, obedecia a uma lei do mesmo género:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz - 1 = 0 \quad (1)$$

Assim, a partir dos valores de cada uma das três propriedades nas diferentes direcções (Quadros das Fig. 4 a 6), obtiveram-se, pela aplicação do método dos mínimos quadrados, os valores mais prováveis dos coeficientes das expressões que definem as anisotropias em estudo.

Conhecidas as equações dos elipsóides, relativamente ao referencial de origem Oxyz, mediante uma rotação adequada, reduziram-se essas equações aos eixos principais (2):

$$aX^2 + bY^2 + cZ^2 = 1 \quad (2)$$

A partir das equações reduzidas aos eixos principais, escreveram-se as equações normais (3):

Fig. 4

$$\frac{X^2}{\alpha^2} + \frac{Y^2}{\beta^2} + \frac{Z^2}{\gamma^2} = 1 \quad (3)$$

Os elipsóides das anisotropias (Fig. 4 a 6), representados pelas secções (elipses) feitas nos elipsóides pelos planos de referência e planos principais, conjuntamente com os valores dos semi-eixos, permitem visualizar espacialmente as superfícies definidoras das anisotropias em apreço e verificar quanto e como os elipsóides se afastam de uma superfície esférica tomada como referência.

Os desvios absolutos e relativos (Quadros das Fig. 4 a 6), calculados a partir dos valores obtidos por via experimental e por via teórica, e ainda, os coeficientes de variação, informam quanto à maior ou menor concordância entre os valores experimentais e teóricos, ou seja, quanto ao grau de validade da hipótese formulada para definir a anisotropia.

Os coeficientes de anisotropia de massa,  $a_m$ , e de anisotropia máxima,  $a_M$ , (Fig. 4 a 6) traduzem, respectivamente, a diminuição média de uma dada propriedade relativamente ao material isotropo de valor igual ao máximo apresentado por essa propriedade (semi-eixo maior do elipsóide) e a diminuição máxima dessa mesma propriedade. Os referidos coeficientes são definidos por:

ANISOTROPIA DOS MÓDULOS DE DEFORMABILIDADE

EQUAÇÃO NORMAL:

$$\frac{X^2}{502^2} + \frac{Y^2}{389^2} + \frac{Z^2}{425^2} = 1$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO:

$$\delta = 4,4\%$$

COEFICIENTES DE ANISOTROPIA:

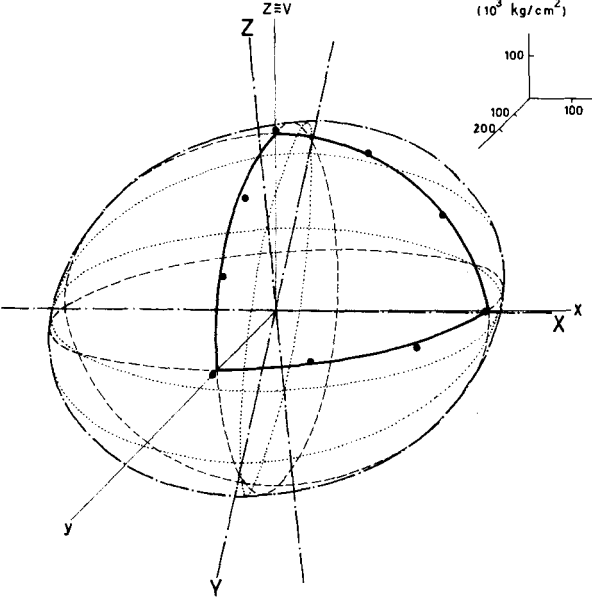
$$\alpha_m = \alpha_s = 1,15$$

$$\alpha_M = 1,29$$

MATRIZ DE ROTAÇÃO

(xyz - XYZ)

$$[S] = \begin{bmatrix} -0,985 & 0,156 & 0,067 \\ -0,038 & -0,735 & 0,677 \\ 0,209 & 0,691 & 0,691 \end{bmatrix}$$



VALORES EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS DOS MÓDULOS DE DEFORMABILIDADE

DIRECÇÕES	VALORES (10 <sup>3</sup> kg/cm <sup>2</sup> )		DESVIOS	
	EXPERIMENTAIS	TEÓRICOS	ABSOLUTOS (10 <sup>3</sup> kg/cm <sup>2</sup> )	RELATIVOS (%)
1 = Oz	426	407	+ 19	+ 4,5
2	423	419	+ 4	+ 1,0
3	460	463	- 3	- 0,6
4 = Ox	492	499	- 7	- 1,4
5	473	458	+ 15	- 3,2
6	395	416	- 21	- 5,3
7 = Oy	426	407	+ 19	+ 4,5
8	419	426	- 7	- 1,7
9	393	426	- 33	- 8,4

ANISOTROPIA DAS TENSÕES DE ROTURA

Fig. 5

EQUAÇÃO NORMAL :

$$\frac{X_1^2}{1033^2} + \frac{Y_1^2}{1260^2} + \frac{Z_1^2}{1089^2} = 1$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO :

$$\delta = 3,0 \%$$

COEFICIENTES DE ANISOTROPIA :

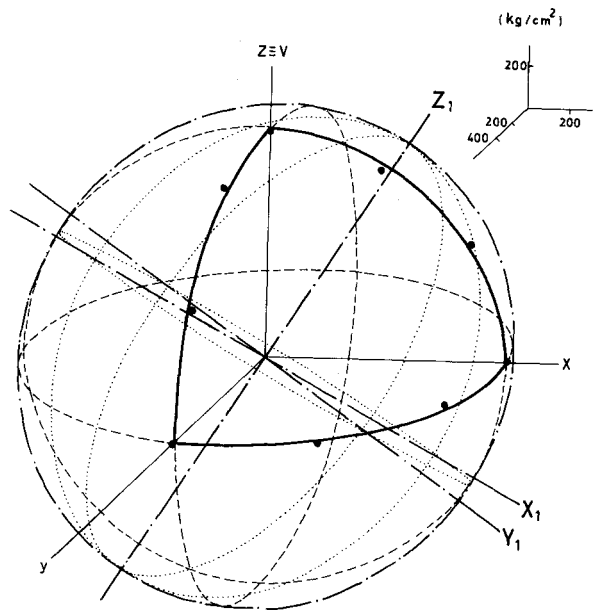
$$\alpha_m = \alpha_s = 1,12$$

$$\alpha_M = 1,22$$

MATRIZ DE ROTAÇÃO

$$(xyz - x_1 y_1 z_1)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} -0,511 & +0,507 & +0,606 \\ +0,544 & +0,765 & +0,008 \\ +0,460 & -0,397 & +0,794 \end{bmatrix}$$



VALORES EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS DAS TENSÕES DE ROTURA

DIRECÇÕES	VALORES (10 <sup>3</sup> kg/cm <sup>2</sup> )		DESVIOS	
	EXPERIMENTAIS	TEÓRICOS	ABSOLUTOS (10 <sup>3</sup> kg/cm <sup>2</sup> )	RELATIVOS (%)
1 = Oz	1060	1067	- 7	- 0,7
2	1050	1062	- 12	- 1,1
3	1100	1089	+ 11	+ 1,0
4 = Ox	1130	1125	+ 5	+ 0,4
5	1210	1230	- 20	- 1,6
6	1270	1252	+ 18	+ 1,4
7 = Oy	1190	1161	+ 29	+ 2,5
8	1070	1152	- 82	- 7,1
9	1140	1103	+ 37	+ 3,4



EQUAÇÃO NORMAL :

$$\frac{X_2^2}{8,94^2} + \frac{Y_2^2}{6,39^2} + \frac{Z_2^2}{7,55^2} = 1$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO :

$$\delta = 1,3 \%$$

COEFICIENTES DE ANISOTROPIA :

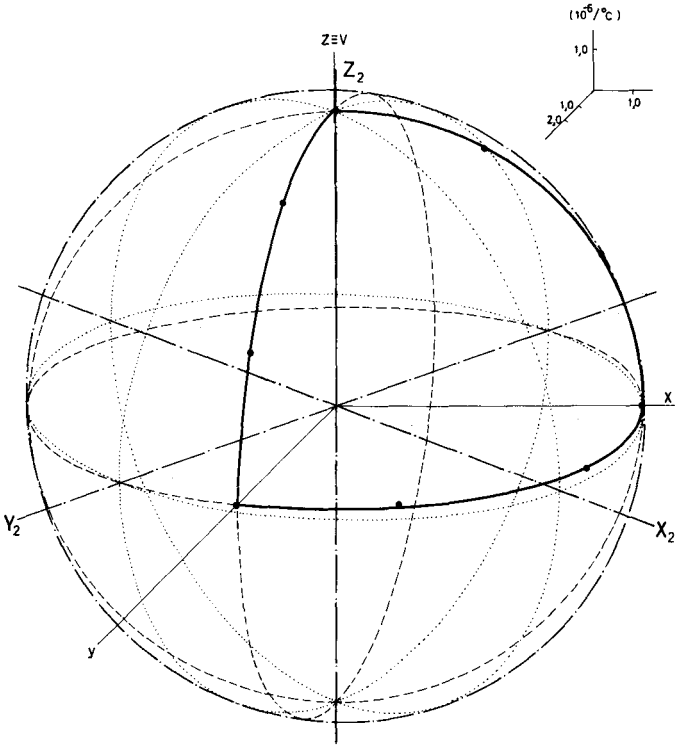
$$\alpha_m = \alpha_z = 1,18$$

$$\alpha_M = 1,40$$

MATRIZ DE ROTAÇÃO

$$(xyz - X_2Y_2Z_2)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} -0,826 & 0,562 & 0,042 \\ 0,563 & 0,826 & 0,022 \\ -0,022 & 0,042 & 0,999 \end{bmatrix}$$



VALORES EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS DOS COEFICIENTES DE DILATAÇÃO TÉRMICA

DIRECÇÕES	VALORES (10 <sup>-6</sup> /°C)		DESVIOS	
	EXPERIMENTAIS	TEÓRICOS	ABSOLUTOS (10 <sup>-6</sup> /°C)	RELATIVOS (%)
1 = Oz	7,55	7,55	0	0
2	7,66	7,67	- 0,01	- 0,14
3	7,82	7,81	+ 0,01	+ 0,13
4 = Ox	7,72	7,83	- 0,11	- 1,40
5	9,08	8,91	- 0,17	- 1,91
6	8,03	8,22	- 0,19	- 2,31
7 = Oy	7,06	6,95	+ 0,11	+ 1,58
8	7,08	7,08	0	0
9	7,39	7,37	+ 0,02	+ 0,27

$$a_m = \frac{R}{R_e} \quad ; \quad a_M = \frac{R}{r} \quad (4)$$

em que:

R — raio da esfera circunscrita ao elipsóide (semi-eixo maior)

R<sub>e</sub> — raio da esfera de volume igual ao do elipsóide

r — raio da esfera inscrita ao elipsóide (semi-eixo menor)

Os desvios entre valores experimentais e teóricos e o valor do coeficiente de variação, mostram que, para a rocha ensaiada, também a anisotropia referente à dilatação térmica é espacialmente bem traduzida por expressões do 2.<sup>o</sup> grau, tipo elipsóide. As superfícies definidoras das anisotropias de deformabilidade, rotura e dilatação térmica, relativas à rocha ensaiada, apresentam, neste caso, excentricidades pouco acentuadas.

### 3 — CORRELAÇÕES

Quantificadas as anisotropias relativamente a dadas propriedades, exibidas por um material rochoso, importa averiguar se os fenómenos geradores dessas anisotropias influenciaram diferencialmente essas propriedades e ou se os parâmetros definidores dos diferentes tipos de anisotropia estudados estão de algum modo relacionados com a formação do material e com descontinuidades estruturais do maciço rochoso de onde proveio o material ensaiado, como seja a compartimentação.

O desenvolvimento que vai seguir-se diz respeito a possíveis correlações entre as próprias superfícies de anisotropia e entre estas e a compartimentação do maciço rochoso.

#### a) Entre os elipsóides de anisotropia

Para correlacionar entre si as superfícies definidoras das anisotropias referentes às três propriedades estudadas, determinaram-se, para cada conjunto de dois elipsóides, as diferenças angulares entre os eixos principais homólogos e as relações dos semi-eixos correspondentes. Estas determinações foram obtidas mediante transformações lineares, compostas de uma rotação e de uma transformação autométrica.

Na Fig. 7 apresentam-se, para as três correlações, as referidas transformações lineares constituídas pela matriz de rotação [R] e pela matriz de deformação [D], as quais indicam, respectivamente, a rotação que leva à coincidência os eixos principais homólogos e as relações dos semi-eixos correspondentes.

# REPRESENTAÇÃO ESTEREOGRÁFICA

## CORRELAÇÃO ENTRE E e $\sigma\tau$

Fig. 7

$$\text{Matriz de rotação } [R] = [S][T]^{-1} = \begin{bmatrix} +0,722 & -0,514 & -0,462 \\ +0,062 & -0,581 & +0,812 \\ +0,643 & +0,669 & +0,370 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz de deformação } [D] = \begin{bmatrix} 486 & 0 & 0 \\ 0 & 309 & 0 \\ 0 & 0 & 391 \end{bmatrix}$$

( XYZ  $\rightarrow$  X<sub>1</sub> Y<sub>1</sub> Z<sub>1</sub> )                      ( XYZ  $\rightarrow$  X<sub>1</sub> Y<sub>1</sub> Z<sub>1</sub> )

## CORRELAÇÃO ENTRE E e $\lambda$

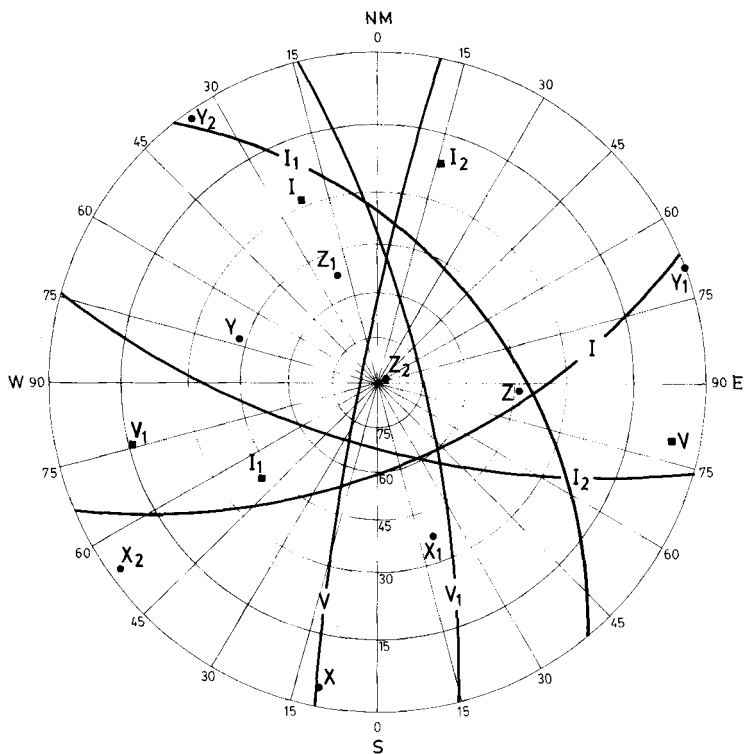
$$\text{Matriz de rotação } [R] = [S][V]^{-1} = \begin{bmatrix} +0,729 & -0,682 & +0,067 \\ +0,473 & +0,601 & +0,645 \\ -0,532 & -0,438 & +0,724 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz de deformação } [D] = \begin{bmatrix} 562 & 0 & 0 \\ 0 & 609 & 0 \\ 0 & 0 & 563 \end{bmatrix}$$

( XYZ  $\rightarrow$  X<sub>2</sub> Y<sub>2</sub> Z<sub>2</sub> )                      ( XYZ  $\rightarrow$  X<sub>2</sub> Y<sub>2</sub> Z<sub>2</sub> )

## CORRELAÇÃO ENTRE $\sigma$ e $\lambda$

$$\text{Matriz de rotação } [R] = [T][V]^{-1} = \begin{bmatrix} +0,245 & -0,749 & +0,615 \\ -0,961 & -0,269 & +0,055 \\ -0,123 & +0,604 & +0,787 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz de deformação } [D] = \begin{bmatrix} 116 & 0 & 0 \\ 0 & 197 & 0 \\ 0 & 0 & 144 \end{bmatrix}$$

( X<sub>1</sub> Y<sub>1</sub> Z<sub>1</sub>  $\rightarrow$  X<sub>2</sub> Y<sub>2</sub> Z<sub>2</sub> )                      ( X<sub>1</sub> Y<sub>1</sub> Z<sub>1</sub>  $\rightarrow$  X<sub>2</sub> Y<sub>2</sub> Z<sub>2</sub> )



- {X, Y, Z} — Eixos do elipsoide de E
- {X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>} — Eixos do elipsoide de  $\sigma\tau$
- {X<sub>2</sub>, Y<sub>2</sub>, Z<sub>2</sub>} — Eixos do elipsoide de  $\lambda$
- — Normal à atitude mais provável das diaclases de uma família
- Atitude mais provável das diaclases de uma família

Os valores insertos na referida Fig. 7, mostram não existir paralelismo acentuado entre os eixos principais das três superfícies de anisotropia e que, relativamente à relação entre valores de semi-eixos homólogos, os elipsóides de deformabilidade e de dilatação térmica podem ser considerados praticamente homotéticos depois de levados à coincidência os referidos eixos.

b) Entre a compartimentação e os eixos principais dos elipsóides de anisotropia

Para verificar até que ponto os fenómenos que motivaram a compartimentação do maciço rochoso, de onde foi extraído o bloco para os ensaios, foram geradores das anisotropias em estudo, relacionaram-se as orientações dos eixos principais das superfícies de anisotropia com as atitudes das famílias de diaclases que constituem a compartimentação do maciço, inscrevendo-se em representação estereográfica os pontos e os círculos máximos que os materializam (Fig. 7). Nesta figura representaram-se as direcções dos eixos principais dos elipsóides de anisotropia das três características em estudo e as atitudes mais prováveis e correspondentes normais das cinco famílias de diaclases que constituem a compartimentação do maciço rochoso.

Na referida Fig. 7 – em que as importâncias relativas de cada uma das famílias de diaclases são: I (35%); V (20%); I<sub>1</sub> (20%); I<sub>2</sub> (13%); V<sub>1</sub> (12%) – verifica-se que os eixos principais dos três elipsóides são todos praticamente paralelos aos planos das famílias de diaclases, estando os desvios compreendidos entre 0,5° e 15°. Verifica-se ainda que tendem a ser coplanares com as atitudes das famílias de diaclases de maior importância relativa os que contêm os semi-eixos de valores máximos e intermédios, e tendem a ser coplanares com as atitudes das famílias de diaclases de menor importância relativa os que contêm os semi-eixos de valor mínimo.

#### 4 – CONCLUSÕES

A análise dos resultados atrás apresentados, permite enunciar as seguintes conclusões:

1 – Os desvios entre os valores obtidos por via experimental e por via teórica e ainda os coeficientes de variação, provam que, para a rocha ensaiada, tal como acontece com as anisotropias de deformabilidade e de rotura, também a anisotropia referente à dilatação térmica é espacialmente bem traduzida por expressões do 2.º grau, tipo elipsóide;

2 – As superfícies definidoras das anisotropias referentes às três propriedades estudadas não apresentam grandes afastamentos relativamente a superfícies esféricas, o que traduz não serem muito acentuadas as anisotropias das propriedades em estudo;

3 — Embora sem colinearidade acentuada entre os seus eixos principais homólogos, as três superfícies de anisotropia, depois de levados à coincidência os referidos eixos, apresentam entre si uma certa tendência para a homotetia, verificando-se que esta é praticamente atingida entre os parâmetros definidores das superfícies de anisotropia de deformabilidade e de dilatação térmica;

4 — As direcções principais das três superfícies de anisotropia em análise, estão fortemente correlacionadas com as atitudes das famílias de diaclases que constituem a compartimentação do maciço, sendo os seus semi-eixos máximos praticamente coplanares com as atitudes das famílias de diaclases com maior importância relativa e os de valor mínimo praticamente coplanares com as atitudes das famílias de diaclases com menor importância relativa;

5 — É de interesse prosseguir estes estudos com rochas ígneas que apresentem anisotropias mais acentuadas e, também com rochas de natureza sedimentar e metamórfica que apresentam, como se sabe, anisotropias de grau superior.

## BIBLIOGRAFIA

- PERES-RODRIGUES, F. e REIS E SOUSA, M. — Anisotropy of the thermic characteristics of the rock masses. Proc. IV Cong. IAEG, Vol. II, pp. 67-75, New Delhi, 1982.
- PERES-RODRIGUES, F. — Anisotropia das rochas e dos maciços rochosos. Aplicação de quárticas fechadas ao estudo da deformabilidade e da rotura. Memória LNEC n.º 483, I Vol. Lisboa, 1977.
- PERES-RODRIGUES, F. — Anisotropy of granites. Modulus of elasticity and ultimate strength ellipsoids, joint systems, slope attitudes, and their correlations. Proc. 1st Cong. ISRM, Vol. I, pp. 721-732, Lisboa, 1966.