

O MECANISMO DE EROSÃO EM SOLOS INCOERENTES*

The mechanism of erosion in noncohesive soils

por

U. NASCIMENTO**

SUMÁRIO — Refere-se o facto surpreendente de a tensão de corte τ , devida ao escoamento da água, necessária para iniciar a erosão num leito arenoso ser apenas 1/10 a 2/10 da resistência ao corte s da camada monogranular do leito, deduzida da lei de Coulomb.

Analisa-se os mecanismos de erosão propostos por alguns autores.

Propõe-se um novo mecanismo em que se consideram explicitamente as solicitações sobre as partículas das flutuações aleatórias das forças de arrastamento e de levantamento.

Utilizando os conceitos de coeficiente de segurança $F = \bar{s}/\bar{\tau}$ e de probabilidade P de início da erosão, apresenta-se um ábaco que permite calcular F em função de P e dos coeficientes de variação de s e τ . Mostra-se assim que as fracções 1/10 a 2/10 não são mais do que o inverso de coeficientes de segurança de 5 a 10.

Sugere-se um ensaio para a determinação do ângulo de repouso.

Listam-se temas para investigações futuras.

SYNOPSIS — Reference is made to the surprising fact that the shear stress τ , due to water flow, needed to start erosion in a sandy bed, is only 1/10 to 2/10 of the resistance to shear s of the monogranular layer of the bed, deduced from Coulomb's law. The erosion mechanisms proposed by some authors are analysed. A new mechanism is suggested by which the stresses, on the particles, of random fluctuations of drag and lift forces are explicitly considered. Using the concepts of the safety coefficient $F = \bar{s}/\bar{\tau}$ and of the probability P of the beginning of erosion, an abacus is presented which makes it possible to calculate F as a function of P and of the coefficients of variation of s and τ . It is thus shown that the fractions 1/10 and 2/10 are but the inverse of the coefficient of safety from 5 to 10. A test is suggested for determining the angle of repose. Themes for future research are listed.

INTRODUÇÃO

Em anterior estudo realizado no LNEC sobre a erosão de taludes (Nascimento & Castro, 1975) formulou-se o mecanismo de erosão devida ao escoamento superficial em termos de Mecânica dos Solos; quer dizer, confrontou-se a ten-

* Trabalho apresentado na 6.ª Sessão da X ICSMFE, Stockholm, Junho, 1981.

** Investigador (LNEC).

são de corte, provocada pelo escoamento da água no leito, com a resistência ao corte da camada superficial do solo, deduzida da lei de Coulomb.

Assim, a resistência média ao corte \overline{s} do solo no plano inferior da camada superficial (Fig. 1) foi avaliada pela expressão

$$\overline{s} = c + \sigma \operatorname{tg} \phi \quad (1)$$

onde σ é a tensão normal, dada pela conhecida expressão relativa aos taludes infinitos:

$$\sigma = \gamma' h \cos^2 \beta \quad (2)$$

sendo h a altura da lâmina de água do escoamento. Sendo d o diâmetro dos grãos, ter-se-á

$$d = h \cos \beta \quad (3)$$

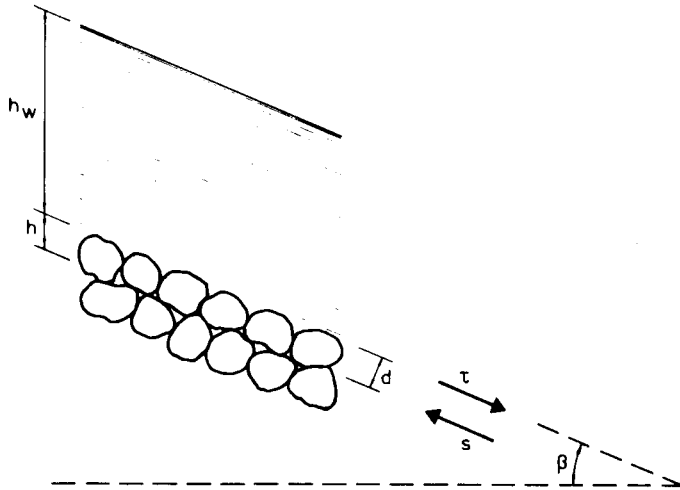


Fig. 1 — Mecanismo de erosão baseado na lei de Coulomb. A resistência ao corte s , da camada superficial do solo, opõe-se à tensão de arrastamento τ devido ao escoamento.

e, considerando apenas o caso de solos incoerentes ($c=0$) e leitos horizontais ($\beta=0$), a expressão (1) reduz-se a

$$\overline{s} = \gamma' d \operatorname{tg} \phi \quad (4)$$

Compararam-se depois, no referido estudo, os resultados teóricos dados por esta expressão com os valores da tensão de arrastamento $\overline{\tau}$ que traduzem a já longa experiência relativa à erosão de canais, experiência essa traduzida designadamente pela conhecida fórmula de Lane (1953), válida para solos incoerentes quartzosos com $d_{75} > 5 \text{ mm}$:

$$\overline{\tau} = d_{75} \quad (5)$$

onde $\overline{\tau}$ é expresso em Pa e d_{75} em mm.

Por exemplo, para uma areia com $\gamma' = 9 \text{ KN/m}^3$, $d = 5,6 \text{ mm}$ e $\phi = 35^\circ$, a expressão (4) dá um valor teórico de $\overline{s} = 35 \text{ Pa}$, enquanto que o valor real da tensão de arrastamento obtido da fórmula (5) é apenas de $\overline{\tau} = 5,6 \text{ Pa}$. Quer dizer, para o exemplo dado, os valores experimentais da resistência ao corte do solo são apenas 16% ($5,6/35 = 0,16$) dos valores deduzidos teoricamente. Essa percentagem poderá descer a 10%, no caso de $\gamma' = 10 \text{ KN/m}^3$ e $\phi = 45^\circ$, e subir a 20%, no caso de $\gamma' = 8,5 \text{ KN/m}^3$ e $\phi = 30^\circ$.

Para ajustar a expressão (4) à realidade, foi portanto necessário afectá-la de um coeficiente experimental b , cuja ordem de grandeza vai, como se viu, de 0,10 a 0,20, tomando então a forma (Nascimento & Castro, 1974):

$$\overline{\tau} = b \gamma' d \operatorname{tg} \phi \quad (6)$$

Qual a causa de tão grande diferença, traduzida pelo coeficiente b , entre a resistência teórica e a resistência real do solo ao arrastamento? Será que o mecanismo baseado na lei de Coulomb não traduz com suficiente fidelidade o fenómeno real?

Será que outros mecanismos, referidos na bibliografia, baseados no derrubamento das partículas, se ajustam melhor ao fenómeno, não apresentando portanto tais discrepâncias entre a teoria e a realidade?

No presente trabalho procura responder-se a estas perguntas. Para isso, comentam-se alguns mecanismos da erosão propostos na bibliografia e propõe-se um novo mecanismo que se julga sintetizar o fenómeno.

ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE MECANISMOS REFERIDOS NA BIBLIOGRAFIA

Seguidamente apresenta-se um quadro dos mecanismos considerados.

AUTOR	MECANISMO	FÓRMULAS
Jeffreys, 1929	Levantamento das partículas por forças hidrodinâmicas de levantamento	
Shield, 1936	Arrastamento das partículas por forças hidrodinâmicas de arrastamento	$\overline{\tau} = f(R^*) \cdot (\gamma_s - \gamma_w) d$
White, 1940	Derrubamento das partículas por forças hidrodinâmicas de arrastamento	$\tau = \frac{1}{6} (1-n_s) (\gamma_s - \gamma_w) d \operatorname{tg} \phi$
H. A. Einstein, 1941	Levantamento das partículas por forças hidrodinâmicas de levantamento	$P = A \phi_E = f(B\psi)$
Lane, 1953	—	$\overline{\tau} \text{ (Pa)} = d \text{ (mm)}$
Committee on Sedimentation 1966	Derrubamento das partículas por forças hidrodinâmicas de arrastamento	$\overline{\tau} = \frac{c_1 a_1}{c_2 a_2} (\gamma_s - \gamma_w) d \operatorname{tg} \phi$
Nascimento e Castro, 1974	Corte por forças hidrodinâmicas de arrastamento da camada superficial, segundo um mecanismo de Coulomb	$\overline{\tau} = b (1-n) (\gamma_s - \gamma_w) d \operatorname{tg} \phi$

Como se vê, a generalidade dos autores considera o mecanismo do início do movimento tomando por base o equilíbrio individual de uma partícula representativa do material.

Nesses mecanismos o início do movimento é, segundo White (1940) e o Committee on Sedimentation (1966) determinado pelo derrubamento por rotação de uma partícula submetida ao seu peso submerso, como força estabilizadora, e às forças de arrastamento aplicadas na sua parte superior, como força instabilizadora. No mecanismo de Shield (1936) as partículas são postas em movimento

pelas forças de arrastamento sem no entanto se pormenorizar como se inicia esse arrastamento. Nos mecanismos de Jeffreys (1929) e H. A. Einstein, (1941), é às forças de levantamento que é atribuída a instabilização da partícula e o consequente início do seu movimento.

No mecanismo de Nascimento & Castro (1974), é a camada superficial que é posta em movimento pelo efeito de corte das forças de arrastamento, segundo o clássico mecanismo de Coulomb de corte de solos. Não estabelece portanto qualquer limitação quanto ao mecanismo, de rotação ou de deslizamento, gerador do atrito interno do material, traduzido pelo ângulo de repouso; enquanto que nos mecanismos de White e do Committee on Sedimentation só a rotação das partículas é considerada no atrito interno do material, excluindo-se portanto o seu deslizamento.

A fórmula de Lane (1953) é totalmente empírica, razão porque não lhe é atribuído qualquer mecanismo.

As fórmulas de Shield, White, Committee on Sedimentation e Nascimento & Castro contêm, por um lado, um grupo de parâmetros que traduzem explicitamente as características do material e, por outro lado, um coeficiente empírico no qual estão implícitas características principalmente do escoamento, mas também do material. Na fórmula de Nascimento & Castro todas as características do material estão explícitas por intermédio de parâmetros usuais em Mecânica dos Solos: o peso volúmico submerso $\gamma' = (1-n)(\gamma_s - \gamma_w)$, o tamanho d e o ângulo de repouso ϕ ; o coeficiente empírico b traduz apenas as influências inerentes ao escoamento. Na fórmula de White também estão explícitos os parâmetros do material, mas em vez da compacidade volumétrica figura a compacidade superficial $(1-n_s)$ cuja determinação é pouco usual em Mecânica dos Solos. A fórmula do Committee on Sedimentation, não tem explícita a compacidade do material, pelo que no coeficiente empírico $\frac{c_1 a_1}{c_2 a_2}$ estão implícitos não apenas os efeitos do escoamento mas também os da compacidade. Na fórmula de Shield, nem a porosidade nem o ângulo de repouso estão explícitos; o coeficiente empírico $f(R^*)$ está portanto eivado das influências conjuntas do escoamento, da compacidade e do atrito interno do material.

A fórmula de H. A. Einstein tem uma estrutura completamente diferente: ela não dá a tensão de arrastamento capaz de erodir um material com dadas características; o que ela visa é dar a probabilidade que um material com dadas características tem de ser erodido quando submetido a um dado escoamento. Os parâmetros ϕ e ψ traduzem, qualquer deles, características do material e do escoamento, enquanto que A e B são coeficientes empíricos.

Em todos estes mecanismos admite-se que existe um diâmetro d representativo do material. No entanto não se encontrou concordância sobre a definição de d . Por exemplo, Lane (1953) considerou d_{75} como o diâmetro representativo, White (1940) tomou para o efeito o diâmetro médio, Einstein & El-Samni (1949) nos estudos experimentais optaram por d_{67} . Há pois aqui matéria para futura investigação.

Quanto ao ângulo de repouso ϕ , também não são concordantes os valores adoptados pelos diferentes autores. White (1940) toma valores da ordem de 45° ; Lane (1953) recomenda valores que vão de 20° a 41° ; em Mecânica dos Solos, o ângulo de repouso é avaliado entre 28° e 34° . Parece pois que convirá definir e normalizar um ensaio para a determinação de ϕ . Como contribuição para esse efeito sugere-se o seguinte ensaio:

Encha-se com areia, até ao meio, dois frascos cilíndricos, de vidro; e um deles encha-se depois completamente com água. Depois de fechados com as respectivas tampas, assentem-se num plano horizontal segundo uma geratriz (Fig. 2). Rode-se lentamente cada um dos frascos até a respectiva areia formar um talude cujo ângulo máximo com a horizontal se mede, por transparência, no fundo do frasco, por meio duma régua e dum transferidor. Obtém-se assim o ângulo de repouso.

Para uma areia grossa de grão uniforme obteve-se $\phi = 30^\circ$ e para um seixo fino monogranular anguloso, obteve-se $\phi = 45^\circ$. Ambos estes resultados foram iguais tanto para a areia seca como para a areia submersa, o que mostra que o ensaio pode ser feito apenas numa das situações.

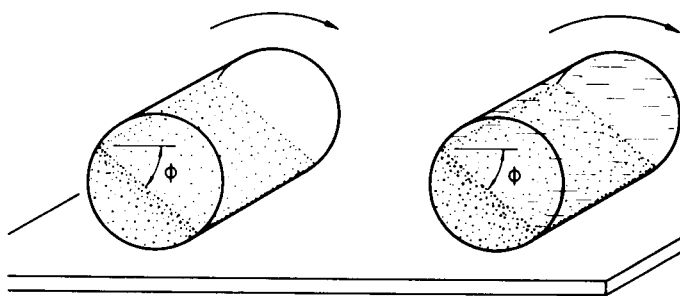


Fig. 2 — Determinação do ângulo de repouso de uma areia, seca e submersa, num talude obtido por rotação do frasco cilíndrico que a contém

MECANISMO PROPOSTO

No mecanismo que se propõe admite-se que as forças que actuam sobre as partículas, tanto as paralelas (forças de arrastamento) como as normais (forças de levantamento) ao leito, sofrem flutuações que são inerentes ao próprio escoamento junto ao leito.

Com efeito, está hoje perfeitamente assente que em escoamentos turbulentos há flutuações de pressão.

Assim, Einstein e El-Samni (1949), nos seus estudos experimentais sobre erosão, determinaram forças de levantamento muito significativas, devidas a flutuações de pressão junto ao leito. Estes autores consideraram a força de levantamento dividida em duas parcelas, uma constante, correspondente ao valor médio, e outra aleatória, correspondente às flutuações. E, pela análise estatística que fizeram dos resultados das suas medições, mostraram que a respectiva distribuição estatística é normal, concluindo daí que na descrição da turbulência junto do leito é a pressão que deve ser considerada como a principal influência e não a velocidade.

Em estudos mais recentes realizados no LNEC, Faceira (1974 e 1979) também determinou experimentalmente flutuações de pressão num escoamento junto a uma superfície lisa, tendo confirmado que a sua distribuição estatística é normal.

Sendo assim, os valores instantâneos de tais forças poderão escrever-se sob a forma

$$\tau = \overline{\tau} \pm \Delta \tau \quad (7)$$

e

$$\gamma'_i = \gamma' \pm \Delta \gamma' \quad (8)$$

Sendo respectivamente, $\overline{\tau}$ e γ' os valores médios da tensão de arrastamento sobre o leito e o peso volúmico submerso do solo que o constitui, $\Delta \tau$ e $\Delta \gamma'$ as flutuações da tensão de arrastamento e da força de levantamento.

A resistência ao corte instantâneo do solo dada por

$$s = \gamma'_i d \operatorname{tg} \phi \quad (9)$$

toma então, atendendo a (8) e a que

$$\Delta s = \Delta \gamma' d \operatorname{tg} \phi \quad (10)$$

a forma

$$s = \overline{s} \pm \Delta s \quad (11)$$

Em dado ponto do leito haverá rotura do equilíbrio do solo e, portanto, início de movimento, logo que a sollicitação de arrastamento, nas suas flutuações, aumente o suficiente para, em dado instante, igualar ou ultrapassar a resistência do solo, resistência esta por sua vez diminuída devido também às flutuações do peso volúmico.

Conhecendo-se as distribuições estatísticas de τ e de s , a probabilidade P de que τ ultrapasse s será dada por

$$P = \text{Probab. } (\tau > s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tau}(x) f_s(x) dx \quad (12)$$

sendo $f_{\tau}(x)$ e $f_s(x)$ as densidades de probabilidades esquematizadas na Fig. 3.

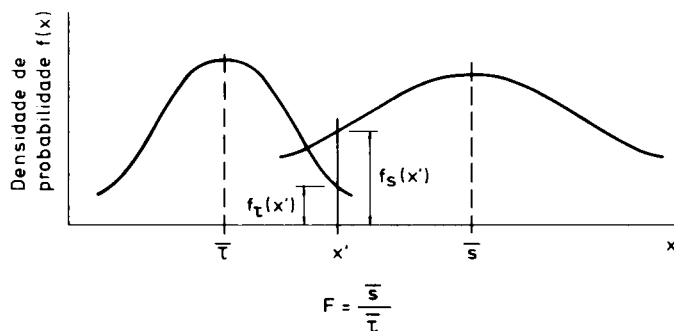


Fig. 3 — Densidades de probabilidades dos valores de τ e s

Esta probabilidade P não é mais do que a relação entre o número de partículas duma dada área do leito que iniciam o movimento e o número total de partículas dessa área; ou, por outras palavras, para uma dada área A , a relação entre a soma A_i das áreas parcelares onde ocorre o início do movimento e aquela área A :

$$P = \frac{A_i}{A} \quad (13)$$

Adopta-se portanto a definição de probabilidade de início do movimento já dada por Einstein (1941). O problema é análogo ao da determinação da probabilidade de ruína duma estrutura, cuja resistência depende das distribuições estatísticas, quer da resistência do respectivo material, quer da solicitação a que é submetida.

Nas aplicações práticas, em vez da probabilidade de ruína, é mais corrente usar-se o coeficiente de segurança, dado pela relação entre os valores médios da resistência e da solicitação. Supondo que as referidas distribuições são normais e independentes, pode calcular-se o coeficiente de segurança correspondente a uma certa probabilidade de ruína, uma vez que sejam dados os coeficientes de variação da resistência e da solicitação. Existem mesmo ábacos para esse efeito (Borges & Castanheta, 1971) e (Nascimento & Falcão, 1971). No caso da erosão, sendo F o coeficiente de segurança ter-se-á

$$F = \frac{\bar{s}}{\tau} \quad (14)$$

ou, atendendo a (4)

$$\frac{\bar{s}}{\tau} = \frac{1}{F} \gamma' d \operatorname{tg} \phi \quad (15)$$

No dimensionamento de estruturas, como se disse, calcula-se a respectiva capacidade resistente multiplicando a solicitação, que é um dado, pelo coeficiente de segurança F de modo que a probabilidade de rotura, isto é, a probabilidade de que a solicitação iguale a resistência, seja a desejada. Na erosão, o problema é inverso: é a resistência, que agora é um dado, que se divide pelo coeficiente de segurança F com o fim de calcular a solicitação capaz de instabilizar partículas do solo em proporção suficiente para que se considere iniciada a erosão. Essa proporção de partículas instabilizadas equivale neste caso à probabilidade de ruína.

Definida a probabilidade P , segue-se a determinação do correspondente coeficiente F . Se as distribuições das flutuações de s e de τ são normais e se tais distribuições são independentes uma da outra, pode, como se disse, por via estatística, calcular F a partir de P , uma vez que sejam conhecidos os coeficientes de variação C_τ e C_s correspondentes, respectivamente, às flutuações da tensão de arrastamento e da resistência ao corte do solo, coeficientes esses dados pelas relações

$$C_\tau = \frac{\sigma_\tau}{\bar{\tau}} \quad (16)$$

$$C_s = \frac{\sigma_s}{s} \quad (17)$$

sendo σ_τ e σ_s os desvios padrão das flutuações de τ e de s , respectivamente.

Para exemplificação da influência de C_τ e C_s na correlação entre F e P , apresenta-se na Fig. 4 um ábaco, calculado em computador, com 16 curvas de correlação entre P e F correspondentes a C_s e C_τ de 0,25; 0,50; 0,75 e 1,00.

Estas curvas mostram como é preponderante a influência do coeficiente de variação C_s quando comparada com a de C_τ , sobretudo para valores elevados de C_s . Com efeito, para $C_s = 1,00$ as curvas correspondentes aos vários valores de C_τ , desde 0,25 a 1,00, são praticamente coincidentes. Quer dizer, para valores de C_s à volta da unidade, a correlação entre P e F é praticamente independente de C_τ .

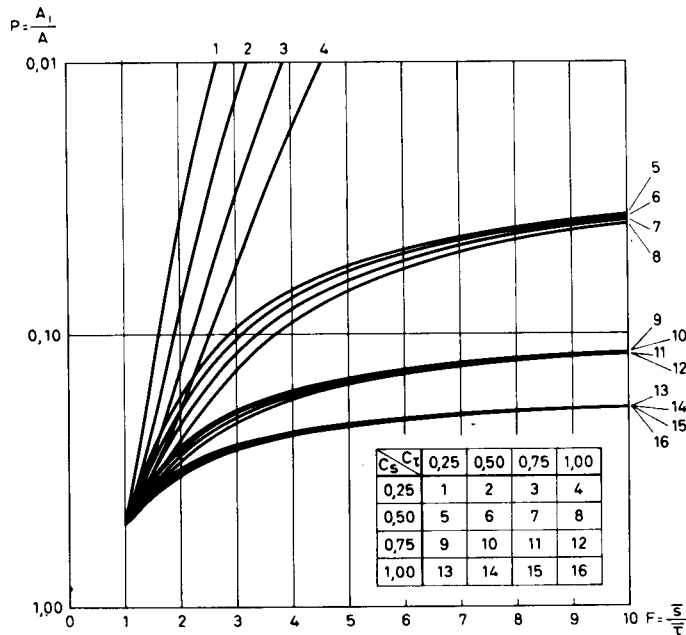


Fig. 4 — Ábaco que permite obter F dados, P , C_s e C_τ .

O valor de b da expressão (6) não é portanto mais do que o inverso do coeficiente de segurança F . Então, para os valores de b de 0,10 a 0,20 dados pela experiência, correspondem coeficientes F de 10 a 5. Se o coeficiente de variação da resistência ao início do movimento é $C_s = 1,00$, a Fig. 4, pelas suas curvas 13, 14, 15, 16, dá valores de P compreendidos entre 0,22 e 0,19, isto é, à volta de 20%. Isso significaria que num escoamento com flutuações de pressão de que resultem variações de 100% do peso específico submerso o movimento das partículas iniciaria-se em cerca de 20% da superfície do leito.

Mas se C_s for apenas de 0,75, então as curvas 9, 10, 11, e 12 da Fig. 4, dariam P à volta de 13% a 15%.

Qual é porém o valor correcto de C_s ?

Afigura-se que para responder a esta pergunta haverá que medir as flutuações das diferenças de pressão Δp entre pontos junto à base e ao topo das partículas, portanto afastadas de d .

Com este valor de Δp e atendendo a (10), obtém-se

$$\Delta s = \Delta p \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (18)$$

dado que

$$\Delta \gamma' = \frac{\Delta p}{d} \quad (19)$$

Dispondo-se da distribuição estatística de Δs , tem-se portanto o desvio padrão e o coeficiente de variação C_s . A medição de tais flutuações da diferença de pressão constitui pois uma via de investigação que interessa prosseguir. Supondo conhecido C_s , a determinação do coeficiente F depende ainda do valor da probabilidade P de início de movimento do leito. Qual é porém a probabilidade que deve adoptar-se? Também aqui é necessário investigar.

CONCLUSÕES

Do exposto resume-se e conclui-se o seguinte quanto ao mecanismo da erosão em solos incoerentes;

a) O escoamento da água submete o material do leito a flutuações aleatórias, tanto das forças de arrastamento como das forças de levantamento. Como consequência de tais flutuações, os valores instantâneos da resistência ao corte s do solo e da tensão de arrastamento τ , são a soma dos respectivos valores médios \bar{s} e $\bar{\tau}$ com as ditas variações aleatórias Δs e $\Delta \tau$.

b) Dá-se o início do movimento em dado ponto do leito quando o valor instantâneo $\overline{\tau} + \Delta\tau$ da tensão de arrastamento atinge o valor $S - \Delta s$ da resistência ao corte do solo; e a probabilidade de que isso aconteça em cada área do leito é igual à relação entre a soma das áreas parcelares em que esse movimento se iniciou e a área total considerada.

c) Essa probabilidade P do início do movimento está relacionada com o coeficiente de segurança $F = \overline{s} / \overline{\tau}$ e com os coeficientes de variação de s e τ por meio de relação estatística conhecida, que se apresenta em ábaco na Fig. 4. Isto supondo que as distribuições estatísticas de s e τ são normais e independentes uma da outra.

d) Deste modo, considerando a resistência ao corte do solo dada pela lei de Coulomb aplicada à camada de espessura d do material (Eq. 4) obtém-se a tensão de arrastamento que dá início à erosão com a probabilidade P , pela expressão (15) em que F é dado pelo referido ábaco, em função de P e dos coeficientes de variação de s e τ .

e) Apresenta-se um ensaio simples para determinação do ângulo de repouso ϕ .

f) Julga-se que a investigação deve prosseguir tendo em vista especialmente o esclarecimento dos seguintes pontos:

— Determinação do coeficiente de variação das flutuações de pressão junto ao leito, especialmente entre pontos afastados de d segundo a normal ao leito.

— Identificação, em termos de probabilidade, dos vários graus de início de movimento.

— Definição do diâmetro d representativo de um dado material.

AGRADECIMENTO

Ao Eng.º Castel-Branco Falcão, Especialista, e ao Eng.º Gracias Fernandes, Assistente de Investigação, ambos do Núcleo de Estudos Geotécnicos Especiais do Departamento de Geotecnia, agradece o autor a valiosa colaboração prestada no cálculo e traçado em computador do ábaco da Fig. 4.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, J. F. & CASTANHETA, M. (1971) — Structural safety. LNEC, Curso N.º 101, Lisboa.

EINSTEIN, H. A. (1941) — Fórmulas for the transportation of bed load. Proc. ASCE, vol. 67, n.º 3. 351-367.

- EINSTEIN, H. A. & SAMNI, E. A. (1949) — Hydrodynamic forces on a rough wall. Review of Modern Physics, Amer. Insti. of Phys., vol. 21, N.º 3. 520-524.
- FACEIRA, L. V. (1974) — As flutuações turbulentas de pressão no domínio da Hidráulica. Contribuição para o seu estudo — 2.ª Parte: Vias de análise dos registos. 1.º Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, Lisboa.
- FACEIRA, L. V. (1979) — Flutuações turbulentas de pressão no domínio da Hidráulica: Influência da dimensão do transdutor na determinação do respectivo desvio padrão. 2.º Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada, Lisboa.
- GARDE, R. J. & RANGA RAJU, K. G. (1978) — Mechanics of sediment transportation and alluvial stream problems. Wiley Eastern Lda., New Delhi.
- LANE, E. W. (1953) — Progress report on studies on the design of stable channels by the Bureau of Reclamation. Proc. ASCE.
- NASCIMENTO, U. & FALCÃO, C.B. (1971) — Segurança e coeficiente de segurança em geotecnia. Geotecnia, N.º 1. 31-46.
- NASCIMENTO, U. & CASTRO, E. (1974) — Preventive measures against slope erosion. Criteria for soil selection. 2.º Congr. Int. da Ass. Int. de Geologia de Enge. — S. Paulo, Brasil.
- NASCIMENTO, U. (1980) — O mecanismo de erosão em solos incoerentes. Relatório Proc. 91/15/5250, LNEC, Lisboa.
- TASK COMMITTEE ON PREPARATION OF SEDIMENTATION MANUAL. COMMITTEE ON SEDIMENTATION (1966) — Sedimentation Transportation Mechanics: Initiation of Motion. Proc. ASCE, HD. 291-314.
- WHITE, C. M. (1940) — The equilibrium of grains on the bed of a stream. Proc. Roy Soc. of London, Serie A, N.º 958, Vol. 174. London, 322-338.