

# O PENETRÓMETRO ESTÁTICO NA DETERMINAÇÃO DOS LIMITES DE LIQUIDEZ E DE PLASTICIDADE\*

The cone penetration test in the determination of liquid and plastic limits

por

ERUNDINO POUSADA PRESA\*\*

RESUMO – Estuda-se a conveniência do ensaio de penetração estática com cone de laboratório para a determinação dos limites de Atterberg.

Comparam-se os resultados dos ensaios obtidos pelos métodos clássicos e pelo processo não convencional, supra referido, para a determinação dos limites de liquidez e de plasticidade.

Ante os resultados obtidos, conclui-se que o processo de penetração com cone é muito promissor, rápido e de boa precisão, onde o factor humano adquire importância secundária.

SYNOPSIS – The reliability of the determination of liquid and plastic limit of soils using the cone penetration is studied.

Results of conventional tests and penetration tests are compared. It can be concluded that the later present better accuracy and less scattering.

## 1 – INTRODUÇÃO

Alguns pesquisadores têm-se dedicado a procurar relações entre os limites de Atterberg e as propriedades dos solos (Skempton, 1944; Vargas, 1951; Kenney, 1959; Osterman, 1959). Porém, os ensaios tradicionais dos limites de liquidez e de plasticidade, ainda, deixam muito a desejar, no que toca à sua precisão, a qual é essencial para a comparação dos resultados.

---

\* Trabalho recebido em Janeiro de 1980. A discussão do trabalho está aberta durante um período de três meses.

\*\* Director do Núcleo de Serviços Tecnológicos da UFBA. Professor da Escola Politécnica da UFBA. Especialista em Geotecnia pelo LNEC.

O ensaio convencional do limite de liquidez, efectuado com o aparelho de Casagrande, consiste em última análise num ensaio de cisalhamento dinâmico que, segundo Casagrande (1958), não proporciona uma base uniforme de comparação para os solos, devido às dificuldades de padronização do método.

Nesse ensaio, os principais factores inerentes à aparelhagem, capazes de afectar as condições de rotura do solo, sob determinada energia, e, consequentemente, causadores de desvios, são a rigidez da base do aparelho, a altura de queda da concha, a velocidade de aplicação de golpes e o volume de solo colocado na concha do aparelho (Norman, 1958; Karlsson, 1961; Pesti, 1968).

Existem outros factores, como a temperatura, o estado higrométrico e a preparação das amostras, que podem ser susceptíveis de influir na dispersão dos resultados. Contudo, estes factores afectam os resultados do ensaio independentemente do aparelho empregado (Casagrande, 1932; Lambe e Martin, 1953; Gradwell e Birrell, 1954).

Certas modalidades de operações ou deficiências de equipamento empregado podem, também, modificar sistematicamente os resultados obtidos. Assim, a apreciação visual, no momento preciso de fechamento do sulco, por parte do operador, pode ser fonte de desvios. Quanto à deficiência de equipamento, o uso do cinzel e da concha metálica, após longo uso, pode ocasionar uma mudança das dimensões do limite de liquidez, que pode atingir até 15%, como refere Stefanoff (1957).

No que se refere aos solos excessivamente arenosos o aparelho de Casagrande tem-se mostrado inconveniente e até mesmo inútil, não sendo possível a determinação do limite de liquidez sempre que a resistência ao cisalhamento do solo é menor que a adesão e atrito entre o solo e a superfície metálica da concha (Stefanoff, 1957).

Quanto ao limite de plasticidade convencional, a sua determinação é muito influenciada pelo factor humano (operador), resultando daí que os resultados dependem muito da experiência do mesmo.

Os limites de liquidez e de plasticidade para terem uma adequada utilidade prática, deverão ser determinados por um ensaio que:

- a) utilize um aparelho simples, rápido e de fácil padronização;
- b) produza resultados suficientemente aproximados e pouco dependentes de factores humanos, isto é, que forneça resultados reprodutíveis.

Segundo Casagrande (1958) uma solução para o problema poderia ser a utilização de um ensaio estático indirecto de cisalhamento.

O presente trabalho pretende constituir-se numa contribuição para o estudo da conveniência de um ensaio do tipo referido por Casagrande, que consiste em penetrar uma ponta cônica na superfície do solo. Este método é baseado na hipótese de que todos os solos argilosos, saturados e com estrutura amolgada, têm a mesma consistência, para a mesma resistência unitária à penetração.

Estudos experimentais neste campo têm sido feitos por diversos investigadores (Vassiliev, 1953; Litvinov, 1954; Stefanoff, 1955 e 1957; Karlsson, 1961; Scherrer, 1961; Razorenov, 1962; Paute e Mace, 1968).

O aparelho usado neste trabalho é essencialmente similar aos que são usados na Suécia e Noruega. Nesses países eles estão sendo utilizados, principalmente, para determinar a sensibilidade das argilas (Hansbo, 1957).

Na Rússia um tipo semelhante de ensaio é usado para a determinação dos limites de liquidez e de plasticidade (Normas GOST).

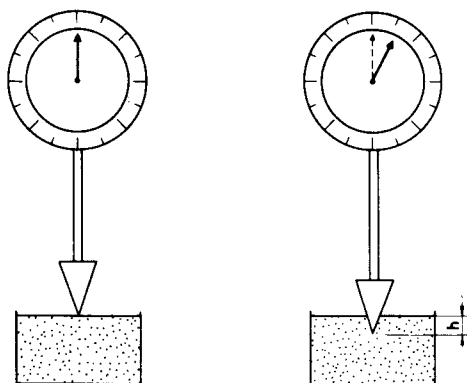
## 2 – APARELHAGEM E TÉCNICA DE ENSAIO

Todos os ensaios foram realizados pelo mesmo operador, em condições similares e utilizando sempre a mesma aparelhagem.

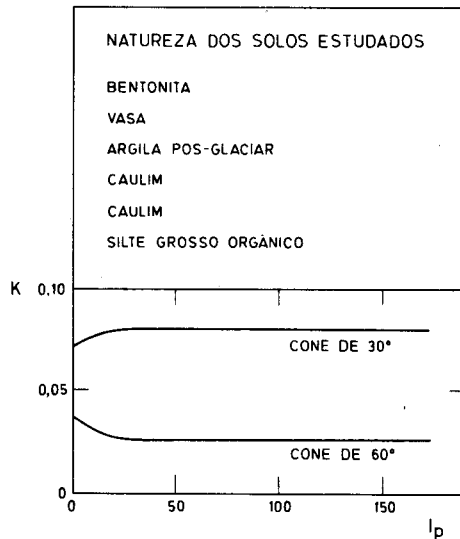
Para a determinação dos limites de liquidez e de plasticidade convencionais, foi utilizada a norma portuguesa NP-143 (1958).

O aparelho empregado nos ensaios de penetração estática é essencialmente similar ao da Geonor utilizado por Paute e Mace (1968).

Na figura 1, apresenta-se um esquema do aparelho utilizado. Ele é consti-



*Fig. 1 – Esquema do penetrometro*



*Fig. 2 – Influência da natureza do solo ( $I_p$ ) no valor do coeficiente  $K$ , segundo Karlsson.*

tuído, basicamente, de um suporte onde se apoia um braço fixo que, por sua vez, serve de guia a uma haste vertical móvel, em cuja extremidade é fixada uma ponta cônica, através de uma rosca.

O conjunto haste e cone, utilizado nos ensaios, pesava 200 g e o seu deslocamento era acusado num mostrador circular, situado na parte superior do braço fixo.

A ponta cônica utilizada foi sempre a mesma e apresentava um ângulo igual a 60°.

Com os solos a serem ensaiados, eram preparadas amostras que, depois de devidamente homogeneizadas por intenso amassamento, eram colocadas num anel de bronze com cerca de 7 cm de diâmetro e 2,5 cm de altura, apoiado numa placa de vidro.

Na colocação das amostras no anel de ensaio, atrás referido, tomava-se cuidado especial no sentido de evitar que ficassem retidas bolhas de ar, visto que a precisão dos resultados depende bastante da exactidão com que é cumprida a condição de saturação (Razorenov, 1962). O lançamento do solo no anel era feito em três fracções ou camadas, fazendo-se vibrar a placa de vidro sobre a qual assentava o mesmo, após a colocação de cada uma. A parte de solo

que ultrapassava os bordos do anel era removida rasurando a superfície da pasta com uma régua metálica ou espátula.

Para realização do ensaio, a amostra contida no anel era centralizada sobre o prato do aparelho e, com o auxílio de uma rosca sem fim, fixada numa altura tal que a ponta do cone encostasse na superfície da amostra. Nessa posição, a escala circular era colocada na graduação zero e, em seguida, soltava-se o botão de fixação do conjunto haste e cone.

Uma vez estabilizado o deslocamento do cone na pasta, procedia-se ao registo da penetração e à retirada de uma porção de solo, da zona penetrada, para determinação do teor de humidade.

Quanto mais profundamente o cone penetra no solo maior se torna a área carregada e mais baixa a tensão específica. Durante o ensaio, a tensão aplicada vai decrescendo até que o solo seja capaz de suportar a carga. Nesse instante é, então, alcançado um estado de equilíbrio.

### 3 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na tabela 1 resumem-se os resultados das principais características geotécnicas de identificação dos solos empregados neste trabalho.

Todos os ensaios foram realizados sobre amostras de solo previamente secas ao ar.

As estimativas dos limites de liquidez e de plasticidade, pelos métodos convencionais, para confronto com a sua determinação pelo método de penetração com cone, foram obtidas com base nos resultados dos 240 ensaios das séries CL-1, CL-7, CP-1 e CP-2 realizados sobre os solos “A” e “B”.

TABELA 1  
CARACTERÍSTICAS GEOTÉCNICAS DOS SOLOS

Designação do solo	Composição granulométrica			Limites de consistência			G
	Areia (%)	Silte (%)	Argila (%)	w <sub>L</sub> (%)	w <sub>p</sub> (%)	w <sub>s</sub> (%)	
A	14	38	48	42,9	25,3	17	2,78
B	9	39	52	60,0	30,4	19	2,76

Nas figuras 3 e 4, são apresentados, sob forma gráfica, os resultados dos ensaios convencionais dos limites de liquidez e de plasticidade.

Tendo em atenção o objectivo de investigar a consistência dos solos, em torno do  $w_L$  e, também, em torno do  $w_p$ , nos ensaios de penetração com cone a gama de teores de humidade estudados foi bastante mais extensa que no caso dos ensaios de limite de liquidez.

Ao todo, foram submetidas a ensaio de penetração com cone, 120 amostras divididas em duas séries, designadas por PLP-1 e PLP-2. Os ensaios da série PLP-1 foram realizados sobre o solo A e os da série PLP-2 sobre os solo B.

Nos ensaios de penetração estática, além do peso (P) do conjunto (haste e cone) que penetrava na amostra, foram observáveis dos ensaios: o teor de humidade (w) e a penetração do cone na amostra (h).

Hansbo (1957) mostrou que, no ensaio de penetração com cone, a resistência ao cisalhamento ( $\zeta$ ) do solo é dada pela expressão seguinte:

$$\zeta = K \cdot \frac{P}{h^2}$$

em que K é um coeficiente que, de acordo com os trabalhos de Karlsson (1961), depende do ângulo do cone utilizado e do tipo de solo ( $I_p$ ).

Os estudos de Karlsson mostraram, também, que o coeficiente (K), varia pouco quando o  $I_p$  é superior a 20 (fig. 2) e que em primeira aproximação pode-se considerar K como sendo constante e igual a 0,027 e 0,80, respectivamente, para cones de 60° e de 30°.

Como o valor de K não é totalmente independente da natureza do solo, as linhas de consistência, ao invés de serem definidas em função da resistência ao cisalhamento real do solo, são estabelecidas em função do parâmetro de resistência ( $P/h^2$ ), que depende de elementos directamente mensuráveis no ensaio do cone.

Na figura 5, são apresentados os resultados dos ensaios de penetração, colocando em ordenadas os teores de humidade (w) e em abcissas os logaritmos dos parâmetros de resistência ( $R = P/h^2$ ).

Os pares de valores observados (w, N) em cada uma das séries de ensaios de limite de liquidez convencional, foram representados em escala semi-logarítmica (w - log N), estimando-se, para cada uma, a recta de melhor ajustamento.

As equações de regressão obtidas foram do tipo:

$$w = b_0 + b \cdot \log N$$

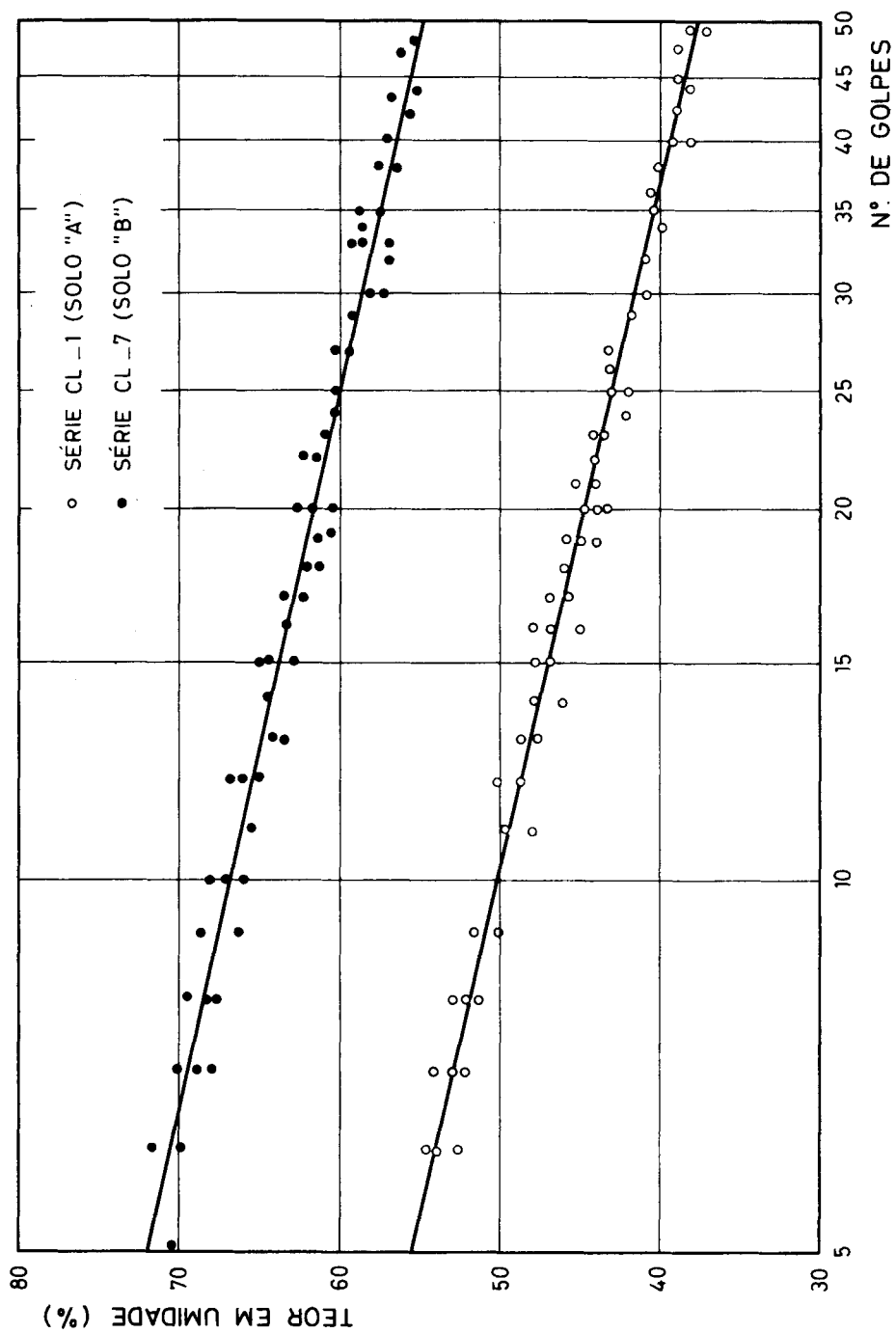


Fig. 3 – Linhas de fluidez dos solos A e B

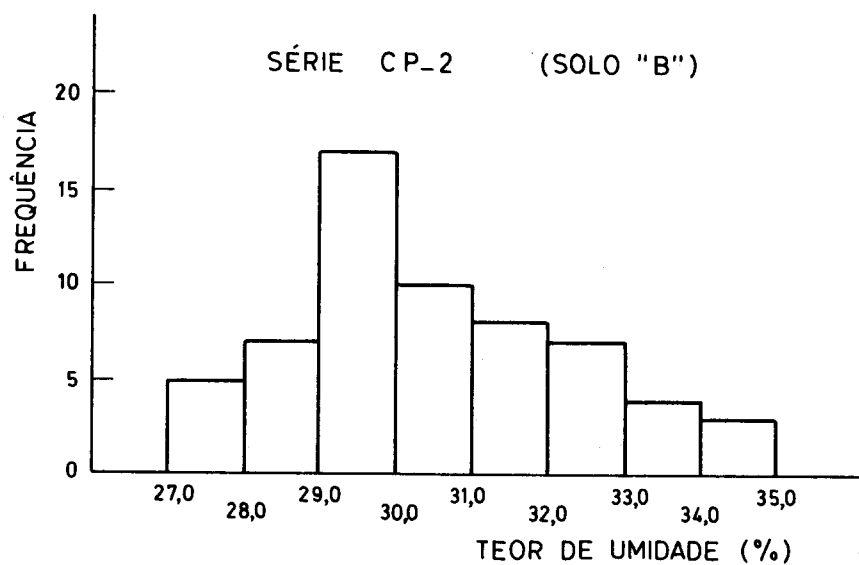
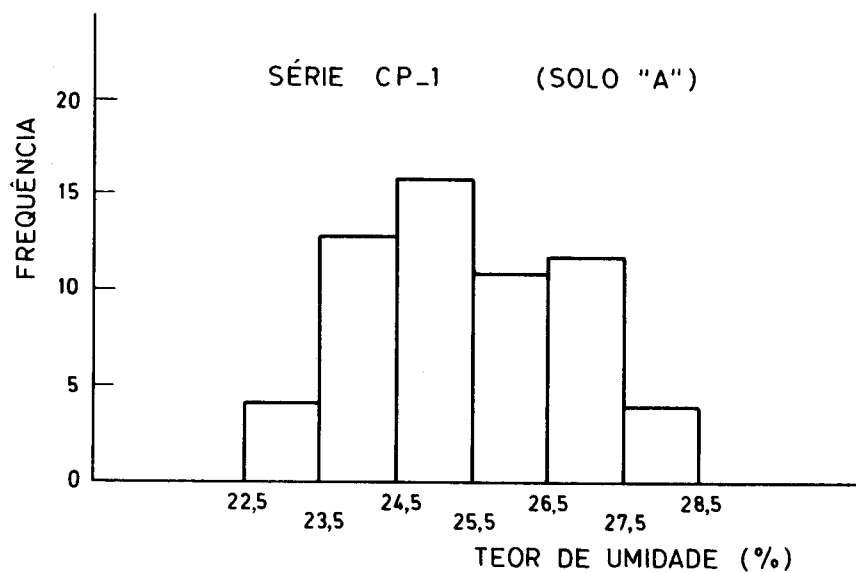


Fig. 4 – Histogramas das determinações dos limites de plasticidade convencionais dos solos A e B



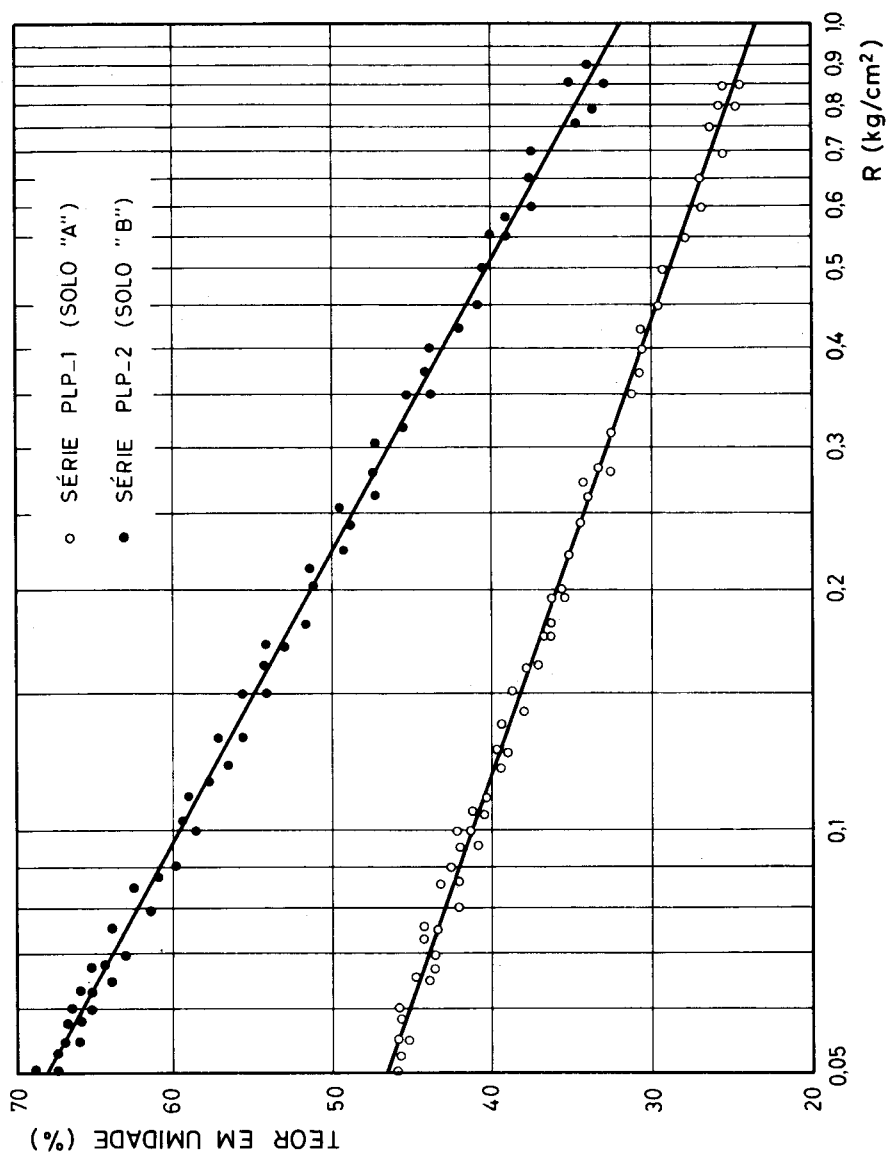


Fig. 5 - Linhas de consistência dos solos A e B, determinadas por ensaios de penetração com cone

Na tabela 2, são transcritas as estimativas da ordenada na origem ( $b_0$ ) e da declividade ( $b$ ) da recta de melhor ajustamento, obtidas por análise de regressão linear simples, para cada série de ensaios. Apresentam-se, também, nessa tabela, os seus respectivos intervalos de confiança de 95%, fornecidos pela análise de variância, e os coeficientes de correlação de Pearson ( $r$ ) entre as variáveis ( $w$ ) e ( $\log N$ ). Como se pode observar imediatamente, na tabela 2, os coeficientes de correlação, indicam existir, sempre, uma excelente correlação entre as referidas variáveis.

**TABELA 2**  
**ESTIMATIVAS DOS COEFICIENTES DE REGRESSÃO E DE CORRELAÇÃO**  
**DAS DIVERSAS SÉRIES DE ENSAIOS**

Ensaio da série	Número de ensaios	$b_0$ (%)	$b$	$r$
CL - 1	60	$67,95909 \pm 1,0442$	$-17,8960 \pm 0,8086$	-0,985
CL - 7	60	$83,80657 \pm 1,0614$	$-17,0609 \pm 0,8236$	-0,983
CP - 1	60	- -	- -	-
CP - 2	60	- -	- -	-
PLP - 1	60	$23,75379 \pm 0,2870$	$-17,3884 \pm 0,3398$	-0,997
PLP - 2	60	$32,18707 \pm 0,4128$	$-27,4238 \pm 0,4876$	-0,997

De acordo com os critérios de aceitação ou de rejeição, baseados na comparação entre relações de variâncias e níveis de significância ( $F$ ), para uma probabilidade de 5% de erro, as regressões são todas significativas.

Na tabela 3, apresenta-se um resumo das estimativas dos desvios associados com a análise de regressão simples, para cada série de ensaios realizados. Em síntese, os desvios estimados foram:

a) desvio padrão da variável  $Y$

$$s_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_{OBS} - \bar{Y})^2}{n - 1}}$$

b) desvio padrão da variável  $X$

$$s_X = \sqrt{\frac{\sum (X_{OBS} - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

c) desvio padrão da regressão

$$s_{YX} = \sqrt{\frac{\sum (Y_{OBS} - Y_{EST})^2}{n - 2}}$$

d) desvio padrão do coeficiente de regressão b

$$s_b = s_{YX} / \sqrt{\sum x^2}$$

e) desvio padrão do coeficiente de regressão  $b_0$

$$s_{b_0} = s_{YX} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x^2}}$$

f) desvio padrão do valor médio de Y estimado para um dado X

$$s_{Y_{EST}} = s_{YX} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum x^2}}$$

g) desvio padrão de um valor individual de Y estimado para um dado X

$$s_{Y_{EST}} = s_{YX} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum x^2}}$$

Na tabela 4 apresentam-se as estimativas dos limites de liquidez e de plasticidade, bem como os intervalos de confiança de 95%, para cada uma das séries de ensaios.

No que se refere ao ensaio convencional do limite de plasticidade, como se depreende da tabela 3, os desvios são muito elevados. Essa grande dispersão deve-se, fundamentalmente, ao facto de que os resultados dos ensaios dependem muito do factor humano (operador), por ser um ensaio excessivamente rudimentar.

No que se refere aos inconvenientes de ensaio sobre solos excessivamente arenosos, sem dúvida, eles são superados, mais satisfatoriamente, pelos métodos de penetração com cone. Aliás, do ponto de vista operacional, o ensaio de penetração mostrou-se, sempre, mais conveniente para resolver a questão em pauta.

O gráfico de dispersão da figura 5, elaborado com os resultados dos ensaios de penetração estática, tomando para eixos coordenados o teor de humidade (w) e o logaritmo do parâmetro de resistência ( $R = P/h^2$ ), evidenciam a existência de uma relação, entre as duas variáveis, que é do tipo:

$$w = b_0 + b \cdot \log R$$

TABELA 3  
RESUMO DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA DAS DIVERSAS SÉRIES DE ENSAIOS

Ensaio da série	S <sub>Y</sub>	S <sub>X</sub>	S <sub>YX</sub>	S <sub>b</sub>	S <sub>b0</sub>	S <sub>Y<sub>L</sub></sub>	S <sub>Y<sub>P</sub></sub>	S <sub>Y<sub>L</sub></sub>	S <sub>Y<sub>P</sub></sub>	t <sub>calc</sub>	F <sub>calc</sub>
CL - 1	4,7769	0,2630	0,8171	0,4043	0,5221	0,1185	-	0,8257	-	-44,25	1958,40
CL - 7	4,6918	0,2704	0,8557	0,4118	0,5307	0,1242	-	0,8647	-	-41,42	1715,80
CP - 1	4,3480	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CP - 2	5,9665	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PLP - 1	6,4440	0,3695	0,4811	0,1694	0,1435	0,0847	0,1299	0,4885	0,4984	-102,59	10526,31
PLP - 2	10,9320	0,3977	0,7451	0,2438	0,2064	0,1158	0,2205	0,7540	0,7770	-112,44	12644,06

TABELA 4  
ESTIMATIVAS DE PARÂMETROS MÉDIOS DAS DIVERSAS SÉRIES DE ENSAIOS

Ensaio da série	Ȳ (%) (w)	X̄ (N, Ro)	w <sub>L</sub> (%)	w <sub>P</sub> (%)	R <sub>L</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	R <sub>P</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	δ <sub>L</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	δ <sub>P</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
CL - 1	45,3332	1,2642	42,9416 ± 0,2370	-	-	-	-	-
CL - 7	62,3081	1,2600	59,9565 ± 0,2484	-	-	-	-	-
CP - 1	25,31	-	-	25,3116 ± 1,3626	-	-	-	-
CP - 2	30,40	-	-	30,3966 ± 1,7608	-	-	-	-
PLP - 1	37,0232	0,7631	CL - 1	CP - 1	0,0788	0,8139		
PLP - 2	52,7199	0,7487	CL - 7	CP - 2	0,0971	1,1161		

Na tabela 2, transcrevem-se as estimativas das ordenadas na origem ( $b_0$ ) e das declividades ( $b$ ) das rectas de consistência dos ensaios de penetração com cone, que foram determinadas por análise de regressão linear simples, de forma análoga ao que foi feito com os resultados dos ensaios convencionais. Nessa mesma tabela, encontram-se os intervalos de confiança de 95% para  $b_0$  e  $b$ , e os coeficientes de correlação de Pearson ( $r$ ) que, como se pode observar, indicam a existência de uma excelente correlação.

Da análise de variância realizada e de acordo com os critérios de aceitação e de rejeição a níveis  $F$  de significância, para uma probabilidade de 5% de erro, conclui-se que, para os ensaios não convencionais, existe, também, dependência estatisticamente significativa entre as variáveis.

Os ensaios não convencionais, além de apresentarem menores dispersões, têm em seu favor o facto de permitirem determinar o limite de liquidez e, também, o de plasticidade. Contudo, recomenda-se que, para a determinação de cada um desses limites, sejam utilizadas linhas de consistência diferentes, a fim de que se tenham faixas de teores de humidade mais estreitas, em torno do limite procurado, o que, evidentemente, possibilita obter estimativas com intervalos de confiança mais reduzidos.

Na tabela 4, apresentam-se os valores mais prováveis para os parâmetros de resistência ( $R_L$  e  $R_P$ ) e para as tensões de cisalhamento ( $\zeta_L$  e  $\zeta_P$ ) correspondentes aos limites de liquidez e de plasticidade convencionais.

Os ensaios de penetração com cone apresentam, ainda, a vantagem de permitir a determinação de  $P/h^2$  para amostras indeformadas, o que possibilita a avaliação da sensibilidade das argilas.

#### 4 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Da análise dos resultados do estudo efectuado, para determinação dos limites de liquidez e de plasticidade, pode-se concluir que:

a) os ensaios convencionais, para determinação dos limites de Atterberg, são muito dependentes do factor humano (operador), principalmente o ensaio de limite de plasticidade;

b) os processos convencionais de determinação dos limites de liquidez e de plasticidade encontram sérias dificuldades nos ensaios sobre solos excessivamente arenosos;

c) no ensaio de penetração com cone, existe excelente correlação entre as variáveis  $w$  e  $R$ ;

d) os ensaios de penetração com cone apresentam dispersões menores que as dos ensaios convencionais;

e) os ensaios de penetração com cone permitem determinar os limites de liquidez e de plasticidade.

Do confronto global dos resultados do presente estudo, resulta razoável recomendar-se a utilização dos ensaios de penetração estática com cone para a determinação dos limites de liquidez e de plasticidade, por ser um ensaio simples, rápido, de fácil padronização e que apresenta boa precisão.

Finalmente, é aconselhável que a determinação do parâmetro de resistência ( $R$ ) seja feita através da média dos valores obtidos com pesos diferentes, para um mesmo teor de humidade, conforme é indicado na figura 6.

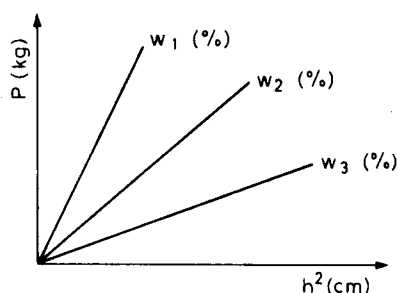


Fig. 6 – Relação  $P/h^2$  de um solo, em função do teor de Humidade.

## AGRADECIMENTOS

Ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil de Lisboa, por todas as facilidades concedidas para a execução da parte experimental.

À Escola Politécnica da UFBA, por possibilitar a realização deste trabalho.

Ao Eng.º José Brito Folque, pelo apoio e estímulo que nos dispensou.

Ao Experimentador António Romão da Costa, pelo zelo com que colaborou na realização da parte experimental.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

CASAGRANDE, A. – “Research on the Atterberg limits of soils”. *Public Roads*, 13 (8), 1932.

CASAGRANDE, A. – “Notes on the design of the liquid limit device”. *Geotechnique*, 8 (2), Jun., 1958.

- GRADWELL, M. & BIRELL, K.S. – “Physical properties of certain volcanic soils” (from New Zealand). *N.Z.J. Sci. Techn.* 36 B, 1954.
- HANSBO, S. – “A new approach to the determination of the shear strength of clay by the fall-cone test”. *Proc. Swed. Geotechn. Inst.* 14, 1957.
- KARLSSON, R. – “Suggested improvements in the liquid limit test, with reference to flow properties of remoulded clays”. In: *Proc. 5th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, 1961.
- KENNEY, T.C. – “Discussion”. *Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, 85 SM3. – 1959.
- LAMBE, T.W. & MARTIN, R.T. – “Composition and engineering properties of soils”, (I), *Proc. US. Highw. Res. bd.* 32, 1953.
- LITVINOV, I.M. – “Issledovanie Gruntov V Poljevich Usljoviyach”. Moscow, 1954.
- NORMAN, L.E.J. – “A comparison of values of liquid limit determined with apparatus having bases of different hardness”. *Géotechnique*, 8, 1958.
- OSTERMAN, J. – “Notes on the shearing resistance of soft clays”. *Acta polyt. Scand.* 263, 1959.
- PAUTE, J.L. & MACE, Y. – “Le pénétromètre de consistance. Evaluation de la consistance des sols fins”. *Bull. Lab. Rout. Ponts e Cheausses, Août/Sept. Paris*, 33, 1968.
- PESTI, A. – “Análisis del ensayo limite liquido”. Tese apresentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidade Central de Venezuela, Caracas, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, 1968.
- RAZORENOV, W.F. – “Determinação da consistência, teor de humidade e limites de liquidez e plasticidade de solos argilosos por meio de ensaios de penetração”. Tradução do LNEC. *B. Mens. Inf. do LNEC*, Lisboa, 165, 1962.
- SCHERRER, H.U. – “Determination of liquid limit by the static cone penetration test”. In: *Compte Rendu du 5.º Congrès International de Mecanique des Sols*. Paris, 1961.
- SKEMPTON, A.W. – “Notes on the compressibility of clays”. *Quart J. Geol. Soc. London*, Vol. C, 1944.
- STEFANOFF, G. – “Consistence of soils”. *Trans. NISI Sofia*, 1955.
- STEFANOFF, G. – Session I. In: “*Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*”, London, v. 3, 1957.
- VARGAS, M. – “Resistência e compressibilidade de argilas residuais”. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1951.
- VASSILIEV, A.M. – “Basic principles of the methods and technique of laboratory determination of physical soil properties”. Moscow, 1953.
- WHITE, W.A. – “Atterberg plastic limits of clay minerals”. *Amer. Min.* 34, 1949.
- YOUSSEFF; RAMLI; DEMERY – “Relationships between shear strenght, consolidation, liquid limit and plastic limit for remoulded clays”. In: *Proc. 6th Int. Conf. on Soil Mechanics and Found. Engng.*, Montreal, 1965.