CONTRIBUIÇÃO PARA UMA TEORIZAÇÃO DO ESTUDO DA HETEROGENEIDADE*

A Contribution for the Theoretical Study of Heterogeneity

por

JOSÉ GABRIEL CHARRUA-GRAÇA**

RESUMO – Partindo de resultados obtidos para a deformabilidade de corpos compostos obtêm-se leis para o "Efeito de Escala" na deformabilidade.

SYNOPSIS – From results obtained for the deformability of composed bodies laws are deduced for the "Scale-Effect" in deformability.

Sendo a heterogeneidade uma das propriedades mais características dos maciços rochosos e portanto das mais específicas da Mecânica das Rochas, muito poucos trabalhos se encontram sobre esta matéria, e esses mesmos apresentam-se muito com o aspecto experimental, sendo quase inexistentes as análises teóricas desta propriedade.

Dos poucos estudos que existem sobre a heterogeneidade destacam-se dois de Peres-Rodrigues [1] e [2] que se pensou teria interesse ligar por uma via teórica. Isto é, partindo do primeiro que trata da deformabilidade de um corpo constituído por materiais de características de deformabilidade diferentes, chegar ao segundo que trata do "Efeito de Escala" aplicado à deformabilidade.

O presente estudo tem um domínio limitado a casos extremamente

* Manuscrito recebido em Julho 79. A discussão do trabalho está aberta durante um período de três meses.

** Engenheiro Civil, Especialista da Divisão de Fundações Rochosas do LNEC.

simples e tem apenas a ambição de ser um primeiro passo numa via que julgamos muito promissora.

Consideremos um meio constituído por dois materiais homogéneos e isotropos de características de deformabilidade distintas E_1 e E_2.

Peres-Rodrigues mostrou [1] que o módulo de deformabilidade deste meio seria a média harmónica dos módulos dos constituintes, sendo os pesos equivalentes às percentagens da sua ocorrência p_1 e p_2

$$E = \frac{1}{\frac{p_1}{E_2} + \frac{p_2}{E_2}} \qquad 1)$$

Se no meio em questão a proporção de ocorrência do material com módulo de deformabilidade E_1 for P_1 e os elementos em que ele ocorre tiverem uma dimensão *d*, a probabilidade de que numa amostra de dimensão *nd* sejam contidos *k* desses elementos será dada por:

$$p_{nd}(k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} P_1^k (1-P_1)^{(n-k)} \qquad 2)$$

Desde que

$$n P_1 > 4 \ , \ n (1-P_1) > 4$$

a expressão binomial (2) pode ser aproximada pela distribuição normal

$$p_{nd}(k) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\frac{(k-nP_1)^2}{nP_1(1-P_1)}}}{\sqrt{2\Pi\, nP_1 (1-P_1)}} \qquad 2')$$

Como (1) se pode expressar por

$$\frac{1}{E} = \sum \frac{p_i}{E_i} \quad \text{ou} \quad D = \sum p_i D_i$$

em que D e D_i são as deformabilidades, isto é, os inversos dos módulos E e E_i, teremos

$$D = D_1\, k/n + D_2\, (1-k/n) = (D_1 - D_2)\, k/_n + D_2$$

e obter-se-á que a probabilidade de uma amostra de dimensão *nd* ter uma deformabilidade D será:

$$p_{nd}(D) = \frac{n}{D_1-D_2} \frac{e^{\left(-\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{n(D-D_2)}{D_1-D_2} - nP_1\right)^2}{nP_1(1-P_1)}\right)}}{\sqrt{2\,\Pi\, nP_1\,(1-P_1)}} = \frac{ne^{-\frac{1}{2}\frac{n\,(D-D_1P_1\,(1-P_1)D_2)^2}{P_1(1-P_1)\,(D_1-D_2)^2}}}{\sqrt{2\,\Pi\,P_1\,(1-P_1)\,(D_1-D_2)^2}} \qquad 3)$$

expressão de uma distribuição normal com os parâmetros

valor médio $\overline{D} = D_1P_1 + D_2(1-P_1)$

desvio padrão $\sigma = (D_1-D_2)\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n}}$

Pode-se observar que o valor médio da deformabilidade e portanto o módulo de deformabilidade mediano é independente da dimensão da amostra, e que o desvio padrão diminui proporcionalmente à raiz quadrada da dimensão da amostra expressa na dimensão dos seus constituintes.

Cabe aqui abrir uma pequena discussão sobre a dimensão a considerar no caso dos constituintes terem dimensões muito diferentes. Admitamos em primeiro lugar tratar-se, por exemplo, de uma rocha constituída essencialmente por dois minerais ocorrendo em grânulos aproximadamente esféricos de tamanhos bem diferenciados. Se tomássemos a dimensão dos grânulos menores, a expressão (2') perderia o seu significado para valores de *n* tais que *nd* tomasse valores não multiplicativos da dimensão dos grânulos maiores. Evidentemente este efeito seria atenuado para valores de *n* muito elevados.

De qualquer forma parece mais correcta a utilização da dimensão dos grânulos maiores para padrão da dimensão da amostra.

Consideremos agora o caso duma matriz que contenha pequenas inclusões aproximadamente esféricas. Considerando a matriz como fraccionável, a validade da expressão (2') não é posta em causa pela tomada da dimensão da inclusão para padrão da dimensão da amostra.

Tendo como base a expressão (3) construiu-se a Fig. 1 em que se representaram em função da dimensão da amostra os valores extremos de módulos de deformabilidade com 5% de probabilidade de ocorrência, para um granito pegmatítico. Neste granito o quartzo apresentava um módulo de 539 000 kgf:cm^2 e ocorria numa percentagem de 48%, enquanto o feldspato de módulo 300 000 kgf/cm^2 ocorria numa proporção de 42%, aproximadamente. Verifica-se da figura que os valores de módulo que têm probabilidade de 5% de não serem respectivamente atingidos ou excedidos têm um andamento muito semelhante ao tipo encontrado por Peres-Rodrigues no seu trabalho sobre o "Efeito de Escala" [2].

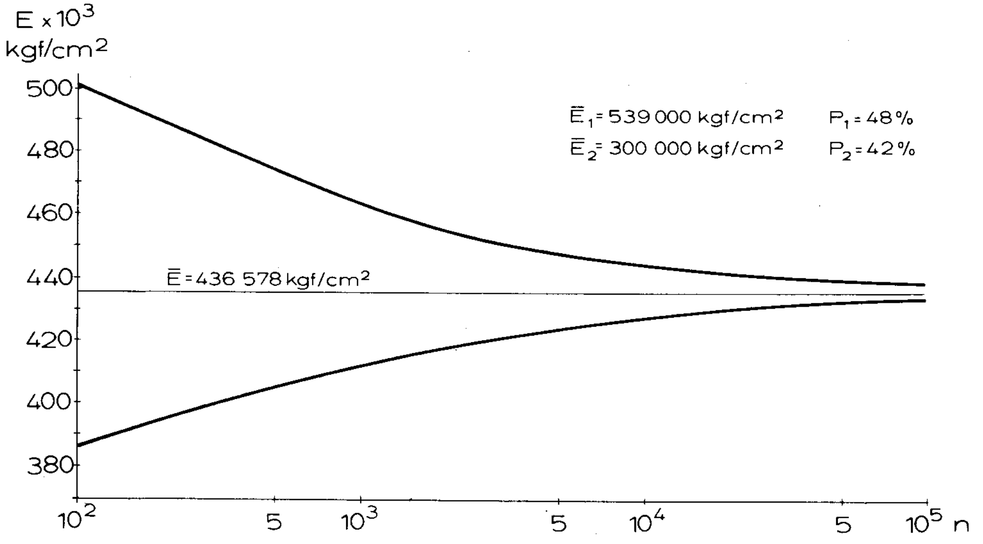

Fig. 1

Este andamento ainda é acentuado na Fig. 2 referente a uma rocha com um constituinte com módulo de 400000 kgf/cm^2 ocorrente numa percentagem de 90% e um segundo com módulo de 2000 kgf/cm^2 ocorrente nos restantes 10%.

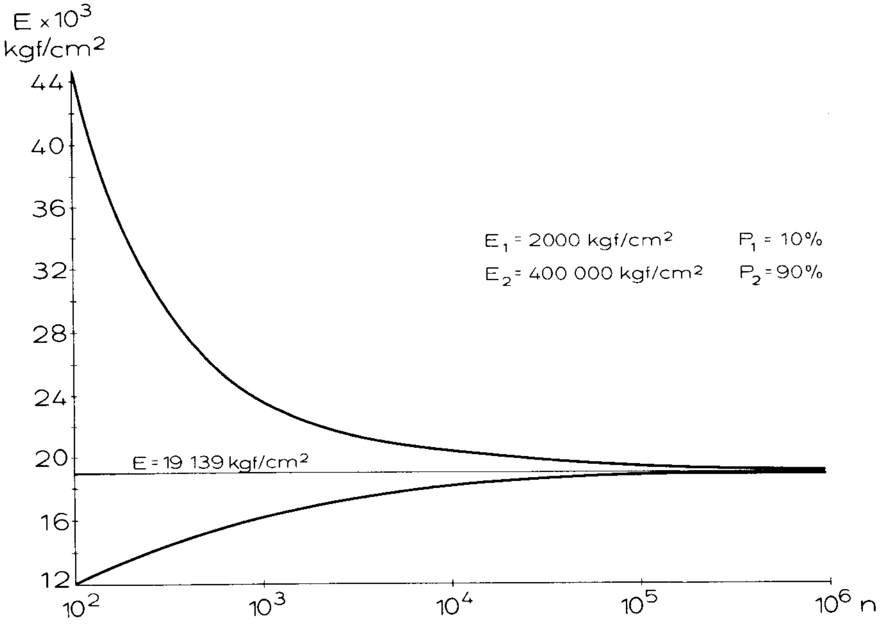

Fig. 2

Considere-se agora o caso de os grânulos ou as inclusões deixarem de ser aproximadamente esféricas como nos casos anteriores, e apresentarem duas das suas dimensões muito superiores à terceira, isto é terem desenvolvimento aproximadamente plano. Ainda aqui a expressão (1) é válida desde que se considerem os módulos normais ao plano correspondente a esses grânulos ou inclusões, conforme Peres-Rodrigues recomenda no seu trabalho citado em primeiro lugar. Mantém-se assim a validade da expressão (3), tomando *d* o valor da espessura dos grânulos ou inclusões.

Na Fig. 3 apresenta-se a evolução dos quantis de 5% dos módulos de deformabilidade prováveis em função da dimensão da amostra para um maciço

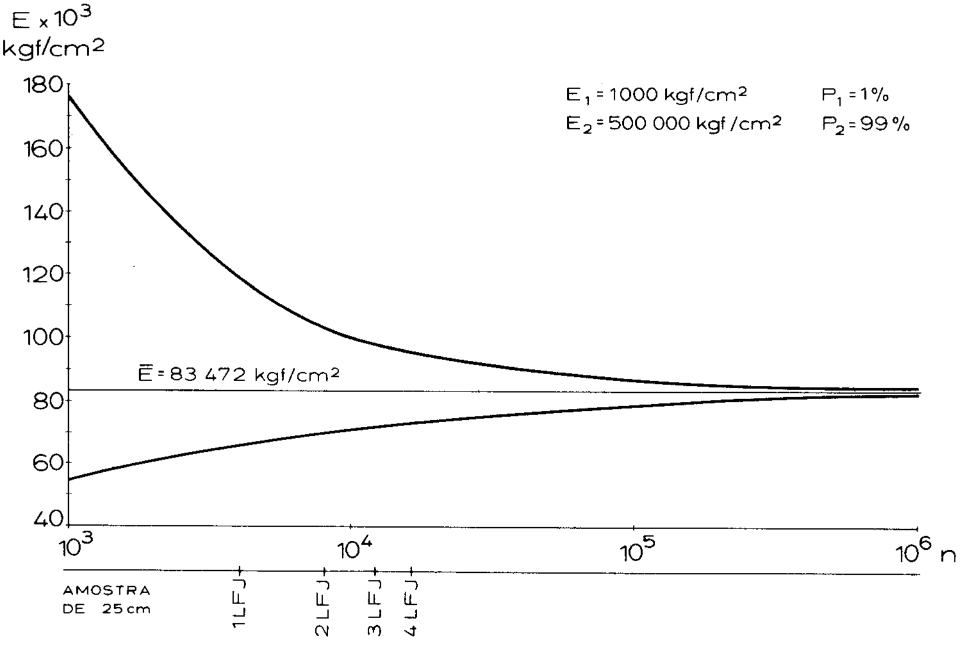

Fig. 3

rochoso arenítico, são, muito fracturado, com fracturas de abertura de cerca de 0,25 mm em média, perfeitamente preenchidas com uma argila de boa qualidade que tinha um módulo de cerca de 1000 kgf/cm^2 ocupando aproximadamente 1% do volume do maciço. O arenito apresentava um módulo de 500 000 kgf/cm^2. Nesta figura indicaram-se nas abcissas além dos valores de *n* as dimensões correspondentes a uma amostra de dimensões de 25 cm na secção carregada (sensivelmente correspondente ao ensaio com dilatómetro) e à área carregada correspondente a 1, 2, 3 e 4 LFJ (almofadas planas de grande área) para que melhor se visualizassem as dispersões de resultados expectáveis em cada caso.

A Fig. 4 refere-se a um granito que exibia no mesmo maciço dois aspectos do ponto de vista de alteração. A primeira zona era constituída por granito são

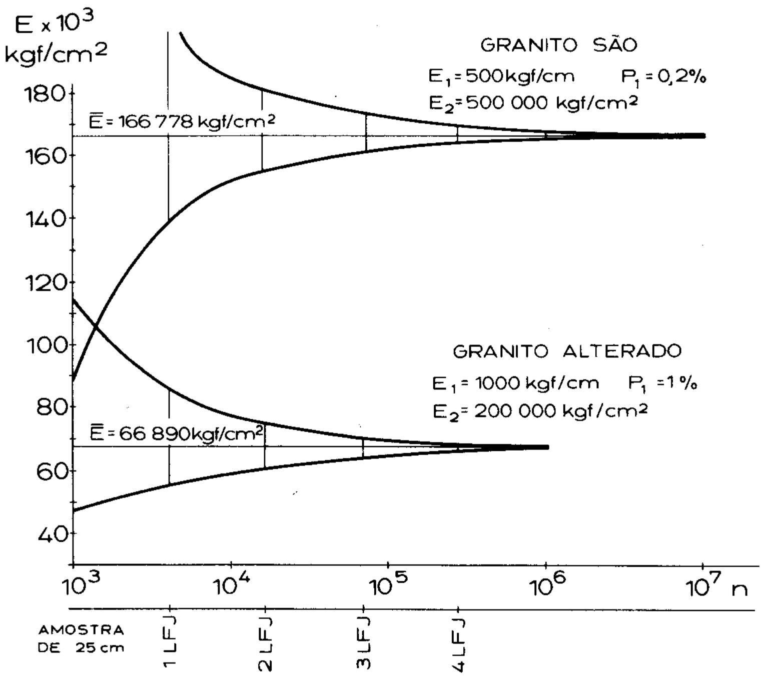

Fig. 4

com um módulo de 50000 kgf/cm^2 com uma fracturação ocupando uma percentagem de 0,2% do maciço, com uma abertura de 0,25 mm em média. A outra zona era constituída por granito mais alterado (módulo de 200000 kgf/cm^2) e com uma maior percentagem de fracturação (1%) sendo no entanto o material de enchimento das fracturas de melhor qualidade (módulo de 1000 kgf/cm^2). A abertura média das fracturas na segunda zona era sensivelmente igual à ocorrente na primeira.

Além das curvas apresentarem o mesmo aspecto que nas figuras anteriores, pode-se ainda observar nesta figura que a alteração do maciço conduz a dispersões menores para mesmas dimensões da amostra, o que é plenamente justificado pelo efeito de diminuição da heterogeneidade.

Deve-se chamar a atenção para duas limitações da validade da expressão (3). Em primeiro lugar se uma das deformabilidades for excessivamente elevada em relação à outra a expressão (1) não é válida. É o caso da inclusão de vazios, que não pode ser considerada. Em segundo lugar toda esta análise foi estabelecida admitindo a não emergência de efeitos de anisotropia, isto é a expressão (1) não é aplicável a corpos anisotrópicos, a não ser para módulos normais a um plano de isotropia.

O interesse que se considera que este trabalho possa ter, baseia-se nos seguintes pontos:

a) Estabelecimento duma lei teórica para o "Efeito de Escala" verificável na deformabilidade em compressão simples de alguns corpos;

b) Confirmação da existência de toda uma coerência na via experimental seguida por Peres-Rodrigues no estudo da heterogeneidade;

c) Estabelecimento dum critério objectivo, embora aproximado, para a fixação da dimensão da área de carga a utilizar nos ensaios de caracterização de corpos heterogéneos (nomeadamente maciços rochosos).

Pensa-se que teria interesse a continuação deste estudo, principalmente a sua extensão a qualquer direcção dos corpos transversalmente isótropos utilizando os estudos de Loureiro-Pinto [3], e a inclusão de vazios ou zonas de muito alta deformabilidade, através da análise aos limites da expressão (1), possivelmente por via experimental, com modelos físicos ou matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 – PERES-RODRIGUES, F. – Modulus of Elasticity of a rock obtained from the Moduli of Elasticity of its constituents – Mem. 453 – LNEC, 1974.

2 – PERES-RODRIGUES, F. – Influence of the Scale Effect over rock mass safety against deformability – 3rd ISRM Congress – Denver, 1974.

3 – LOUREIRO-PINTO, J. – O corpo isotrópico transversal e sua aplicação ao estudo da deformabilidade de rochas xistosas – LNEC – Tese para especialista, 1969.