DETERMINAÇÃO DO ESTADO DE TENSÃO DOS MACIÇOS ROCHOSOS POR MEIO DE MACACOS PLANOS DE PEQUENA ÁREA (SFJ)*

Determination of the state of stress of rock masses by the small flat jack method (SFJ)

por
JOSÉ LOUREIRO PINTO**
JOSÉ GABRIEL CHARRUA-GRAÇA***

RESUMO – Estuda-se a determinação do estado de tensão dos maciços rochosos por meio do método SFJ aplicado em galerias de secção circular, quadrada e elíptica e em diferentes situações. Apresentam-se as soluções e aconselham-se os processos julgados mais convenientes de aplicação do método.

SYNOPSIS – The application of the SFJ method to the determination of the state of stress of rock masses is analised for circular, square and eliptical galleries. Different configurations are discussed. Solutions are presented and procedures are suggested with a view to optimizing application of the method.

1 – INTRODUÇÃO

A importância do conhecimento do estado de tensão existente nos maciços rochosos em que se vão executar obras está sobejamente evidenciada na literatura da especialidade. No entanto, só recentemente as diversas entidades

*Manuscrito recebido em Julho 1979. A discussão do trabalho está aberta durante um período de três meses.

**Engenheiro civil. Especialista da Divisão de Fundações Rochosas do LNEC. Equiparado a professor auxiliar do IST.

***Engenheiro civil. Especialista da Divisão de Fundações Rochosas do LNEC.

responsáveis por essas obras têm mostrado compreender a sua importância a ponto de se preocuparem com a determinação dessas tensões.

Os métodos disponíveis para a determinação das tensões em maciços rochosos baseiam-se na libertação das tensões, quer por meio da abertura de rasgos, quer por sobrecarotagem da zona de medição.

O LNEC desenvolveu um método de cada um destes dois tipos, respeitando este artigo ao primeiro, que apresenta sobre o segundo a vantagem da medição directa de tensões no maciço e de execução mais fácil embora seja mais demorado e imponha a necessidade da abertura de galerias ou poços de acesso ao interior do maciço.

2 – TÉCNICA DO MÉTODO

A técnica do método SFJ (1), pode ser sucintamente descrita da seguinte forma:

– Colocam-se numa superfície a estudar, depois de suficientemente aplanada, pares de bases de medida entre as quais se medem as distâncias.

– Com uma serra de disco diamantado abre-se um rasgo entre as bases, libertando-se assim a tensão normal existente no plano do rasgo. Como consequência varia a distância entre as bases de medida, normalmente diminuindo.

– Introduz-se um macaco plano de forma apropriada que preenche o rasgo e introduz-se óleo sob pressão no macaco, medindo-se a distância entre as bases até que se obtenha a posição inicial.

– A pressão introduzida no macaco para se obter o retorno à posição inicial (pressão de cancelamento) é, aparte pequenos factores de correcção, a tensão normal existente na faceta correspondente ao rasgo aberto.

Nas figuras 1, 2 e 3 pode ver-se respectivamente, a máquina de corte do rasgo com o motor que a acciona, macacos planos de flechas diversas para introdução no rasgo conforme a profundidade atingida, e a operação de medida da distância entre as bases.

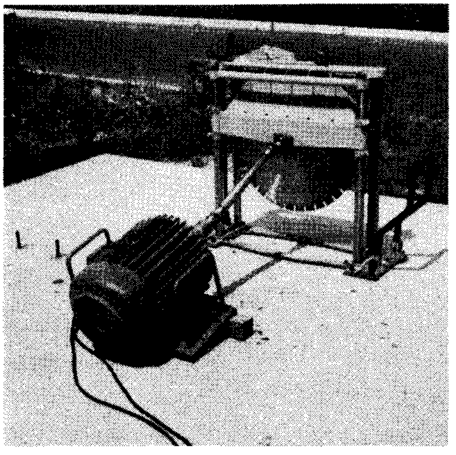

Fig. 1 – Máquina de corte

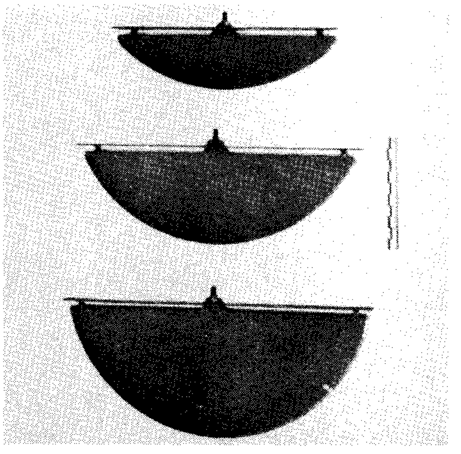

Fig. 2 – Macacos planos SFJ

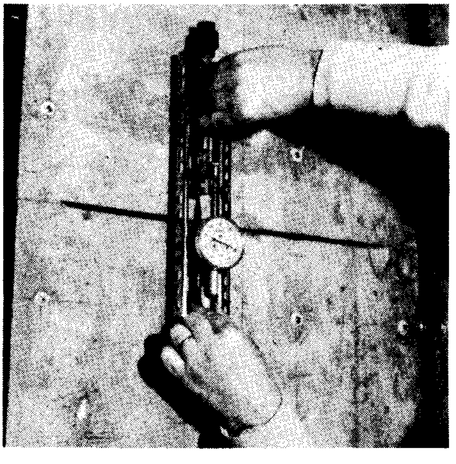

Fig. 3 – Medição da distância entre as bases

A execução de três ensaios do tipo descrito com os rasgos formando uma roseta permite a determinação do estado de tensão no ponto do plano em causa. Normalmente utilizam-se quatro rasgos em roseta a 45°, o que permite por meio do ensaio superabundante uma verificação dos resultados obtidos.

Se o estudo do plano referido se repetir em mais dois planos com orientação diferente do primeiro poder-se-á determinar o estado de tensão completo no ponto considerado.

3 – ESTADO DE TENSÃO EM TORNO DUMA GALERIA DE SECÇÃO CIRCULAR

Pelo anteriormente exposto verifica-se ser simples obter o estado de tensão nas paredes duma galeria. O problema reside em que estas tensões não correspondem às existentes no maciço dada a perturbação introduzida pela abertura da galeria.

Com efeito a abertura da galeria provoca dois efeitos locais no campo de tensões existente no maciço. O primeiro efeito provoca a concentração de tensões em torno da galeria, decrescendo este efeito em profundidade. O segundo, muito dependente do tipo de material, do processo de escavação e de diversos factores conduz a uma descompressão do maciço e provoca um abaixamento do valor das tensões diminuindo este efeito com a profundidade e contrariamente ao anterior só muito dificilmente pode ser avaliado sem recurso a métodos que aqui não serão tratados pelo que não será considerado.

Devido à abertura dum furo circular num corpo sujeito a um estado de tensão definido pelas tensões P_x, P_y, P_z, P_{yz}, P_{zx}, P_{xy} aparecem na superfície de contorno da abertura extensões de valor (3):

$$\varepsilon_r = -v \frac{P_x + P_y}{E} + 2v(1+v)\frac{P_x - P_y}{E}\cos 2\Theta - v\frac{P_z}{E} - 4v(1+v)\frac{P_{xy}}{E}\operatorname{sen} 2\Theta$$

$$\varepsilon_\Theta = \frac{P_x + P_y}{E} - 2(1-v^2)\frac{P_x - P_y}{E} - v\frac{P_z}{E} + 4\ (1-v^2)\frac{P_{xy}}{E}\operatorname{sen} 2\Theta$$

$$\varepsilon_z = -v \frac{P_x + P_y}{E} + \frac{P_z}{E}$$

$$\gamma_{r\Theta} = 0$$

$$\gamma_{\Theta z} = 4(1+\nu)\left(\frac{P_{yz}}{E}\cos\Theta - \frac{P_{zx}}{E}\operatorname{sen}\Theta\right)$$

$$\gamma_{zr} = 0 \qquad 1)$$

em que *r*, Θ e *z* são as direcções radial, perimetral e longitudinal da galeria; *x*, *y* e *z* são as direcções horizontal e vertical transversais à galeria e longitudinal da galeria; P_i e P_{jk} são as tensões normais e tangenciais existentes no maciço, no sistema de eixos *xyz* já definido, antes da abertura da galeria; ε e γ são as extensões e distorções na superfície da galeria; *E* e ν o módulo de deformabilidade e o coeficiente de Poisson do maciço; Θ é o ângulo que define a posição do ponto em que se observam as extensões indicadas na Fig. 4.

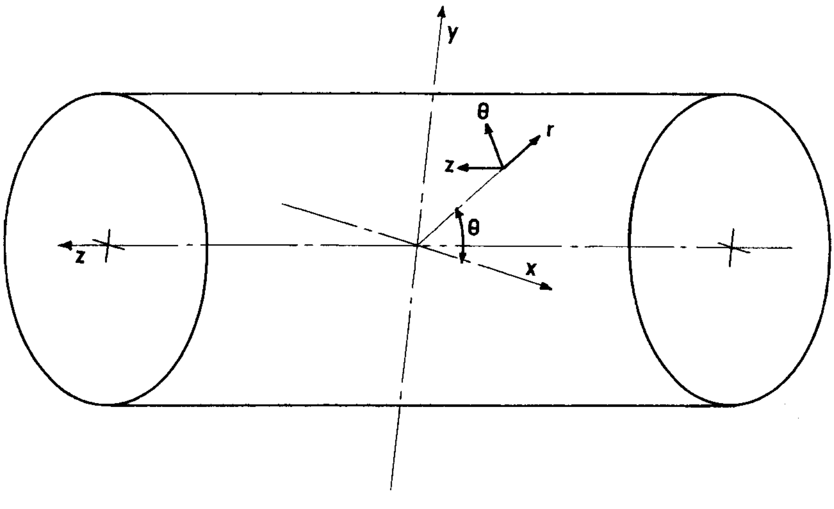

Fig. 4 – Sistemas de eixos xyz e rΘz

A partir do sistema de equações [1] podem calcular-se as expressões gerais do estado de tensão em torno dum ponto do contorno da galeria, que é dado por:

$$\sigma_\Theta = (1-2\cos 2\Theta)\ P_x + (1+2\cos 2\Theta)\ P_y + 4P_{xy}\operatorname{sen}2\Theta$$

$$\sigma_z = 2\nu\cos 2\Theta(P_y - P_x) + P_z + 4\nu P_{xy}\operatorname{sen}2\Theta \qquad 2)$$

$$\tau_{\Theta z} = -2P_{zx}\operatorname{sen}\Theta + 2P_{yz}\cos\Theta$$

4 – DETERMINAÇÃO DO ESTADO DE TENSÃO NO MACIÇO ROCHOSO A PARTIR DE ENSAIOS EFECTUADOS NUMA GALERIA CIRCULAR

Se numa galeria de secção circular se executar uma roseta de quatro rasgos a 45° no meio dos hasteais, outra de iguais características no chão e uma outra semelhante às anteriores a 45° com a vertical conforme se indica na Fig. 5, podem deduzir-se a partir das expressões [2] as tensões que se deveriam medir segundo as 12 direcções definidas pelas três rosetas planas, obtendo-se assim:

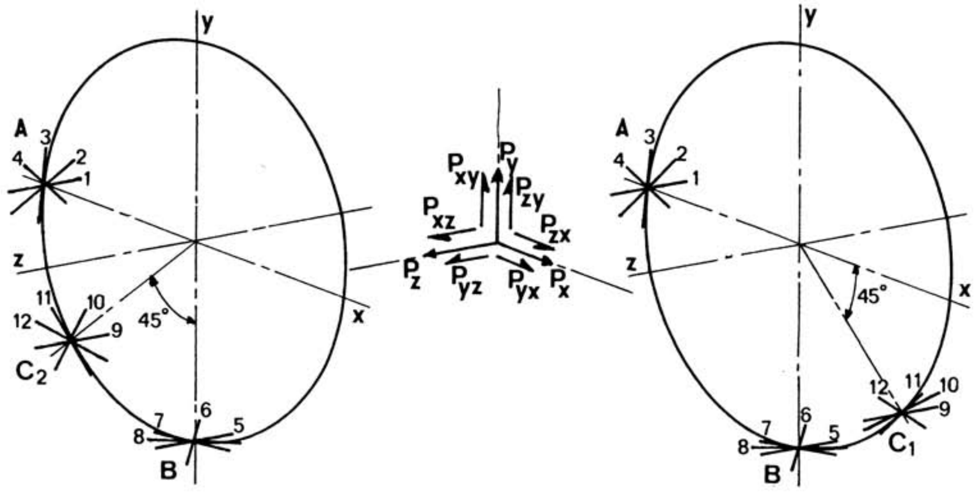

Fig. 5 – Localização das rosetas e das facetas de medida

Roseta A

$$\sigma_1 = -P_x + 3P_y$$

$$\sigma_2 = -(0{,}5 + \nu)\,P_x + (1{,}5 + \nu)\,P_y + 0{,}5\,P_z + P_{yz} \qquad 3)$$

$$\sigma_3 = -2\nu P_x + 2\nu P_y + P_z$$

$$\sigma_4 = -(0{,}5 + \nu)\,P_x + (1{,}5 + \nu)\,P_y + 0{,}5\,P_z - P_{yz}$$

Roseta B

$$\sigma_5 = 3P_x - P_y$$

$$\sigma_6 = (1{,}5+\nu)P_x - (0{,}5+\nu)P_y + 0{,}5P_z - P_{zx}$$

$$\sigma_7 = 2\nu P_x - 2\nu P_y + P_z$$

$$\sigma_8 = (1{,}5+\nu)P_x - (0{,}5+\nu)P_y + 0{,}5P_z + P_{zx} \qquad 3)$$

Roseta C

$$\sigma_9 = P_x + P_y + 4P_{xy}$$

$$\sigma_{10} = 0{,}5P_x + 0{,}5P_y + 0{,}5P_z + \sqrt{2}/2P_{yz} \pm \sqrt{2}/2P_{zx} + 2(1+\nu)P_{xy}$$

$$\sigma_{11} = P_z + 4\nu P_{xy}$$

$$\sigma_{12} = 0{,}5P_x + 0{,}5P_y + 0{,}5P_z - \sqrt{2}/2P_{yz} \mp \sqrt{2}/2P_{zx} + 2(1+\nu)P_{xy}$$

Dado que as tensões medidas não satisfazem as expressões acima indicadas terá de se recorrer ao método dos mínimos quadrados para se determinarem as incógnitas $P_x \ldots P_{xy}$ que definem o estado de tensão no maciço antes da abertura da galeria. O sistema de 6 equações a 6 incógnitas que se obtém utilizando o método dos mínimos quadrados é:

$$a_{11}P_x + a_{12}P_y + a_{13}P_z + a_{16}P_{xy} = a_{17}$$

$$a_{12}P_x + a_{11}P_y + a_{13}P_z + a_{16}P_{xy} = a_{27}$$

$$a_{13}P_x + a_{13}P_y + a_{33}P_z + a_{36}P_{xy} = a_{37}$$

$$a_{44}P_{yz} + a_{45}P_{zx} = a_{47} \qquad 4)$$

$$a_{45}P_{yz} + a_{44}P_{zx} = a_{57}$$

$$a_{16}P_x + a_{16}P_y + a_{36}P_z + a_{66}P_{xy} = a_{67}$$

em que:

$$a_{11} = 16{,}5 + 8\nu + 12\nu^2$$

$$a_{12} = -(7{,}5 + 8\nu + 8\nu^2) \qquad 5)$$

$$a_{13} = 1{,}5$$

$$a_{16} = 2(3 + v)$$

$$a_{17} = 3\sigma_5 + 1{,}5(\sigma_6 + \sigma_8) + (\sigma_9 - \sigma_1) - 0{,}5(\sigma_2 + \sigma_4 - \sigma_{10} - \sigma_{12}) - v(\sigma_2 + 2\sigma_3 + \sigma_4 - \sigma_6 - 2\sigma_7 - \sigma_8)$$

$$a_{27} = 3\sigma_1 + 1{,}5(\sigma_2 + \sigma_4) + (\sigma_9 - \sigma_5) - 0{,}5(\sigma_6 + \sigma_8 - \sigma_{10} - \sigma_{12}) + v(\sigma_2 + 2\sigma_3 + \sigma_4 - \sigma_6 - 2\sigma_7 - \sigma_8)$$

$$a_{33} = 4{,}5$$

$$a_{36} = 2(1 + 3v)$$

$$a_{37} = (\sigma_3 + \sigma_7 + \sigma_{11}) + 0{,}5(\sigma_2 + \sigma_4 + \sigma_6 + \sigma_8 + \sigma_{10} + \sigma_{12})$$

$$a_{44} = 3 \tag{5}$$

$$a_{45} = \pm 1$$

$$a_{47} = (\sigma_2 - \sigma_4) + \sqrt{2}/2(\sigma_{10} - \sigma_{12})$$

$$a_{57} = (\sigma_5 - \sigma_6) \pm \sqrt{2}/2(\sigma_{10} - \sigma_{12})$$

$$a_{66} = 8(3 + 2v + 3v^2)$$

$$a_{67} = 4(\sigma_9 + v\sigma_{11}) + 2(1 + v)(\sigma_{10} + \sigma_{12})$$

Em face destes valores a resolução do sistema (4) conduz aos seguintes valores das tensões:

$$P_x = \frac{b_1 a_1 - 6a_3 - 2b_2 a_{37}}{6a_{66}}$$

$$P_y = \frac{b_1 a_1 - 6a_2 - 2b_2 a_{37}}{6a_{66}}$$

$$P_z = \frac{2b_3 a_{37} - 6va_{67} - b_2 a_1}{3a_{66}} \tag{6}$$

$$P_{yz} = \frac{3a_{47} \mp a_{57}}{8}$$

$$P_{zx} = \frac{3a_{57} \mp a_{47}}{8}$$

$$P_{xy} = \frac{3a_{67} - 4va_{37} - 2a_1}{2a_{66}}$$

em que:

$$a_1 = 2(\sigma_1+\sigma_5+\sigma_9) + \sigma_2+\sigma_4+\sigma_6+\sigma_8+\sigma_{10}+\sigma_{12}$$

$$a_2 = -\sigma_1+3\sigma_5+5\sigma_9-(0{,}5+v)(\sigma_2+\sigma_4)+(1{,}5+v)(\sigma_6+\sigma_8)+(2{,}5+2v)(\sigma_{10}+\sigma_{12})+ \\ +2v(2\sigma_{11}+\sigma_7-\sigma_3)$$

$$a_3 = 3\sigma_1-\sigma_5+5\sigma_9-(0{,}5+v)(\sigma_6+\sigma_8)+(1{,}5+v)(\sigma_2+\sigma_4)+(2{,}5+2v)(\sigma_{10}+\sigma_{12})+ \\ +2v(2\sigma_{11}+\sigma_3-\sigma_7) \qquad 7)$$

$$b_1 = 16+6v+9v^2$$

$$b_2 = 3-2v+3v^2$$

$$b_3 = 9+6v+13v^2$$

Nas expressões indicadas os sinais $\mp$ correspondem a utilizar os casos 1 ou 2 de localização da roseta *C*.

Esta solução é uma solução exacta e é de fácil aplicação em galerias de secção muito perfeitamente circular, como é o caso das abertas com tuneladora. Quando a secção se afasta da circular é por vezes difícil a realização da roseta *C* sendo então preferível a determinação das tensões no topo da galeria. A execução da roseta *C* no topo conduz à substituição das expressões das tensões σ_9, σ_{10}, σ_{11} e σ_{12} mantendo-se as expressões das restantes.

4.1 – *Utilização do topo da galeria*

Não existe, que se conheça, solução exacta para este caso, mas dispõe-se de estudos [4] da concentração de tensões em torno duma cavidade esférica.

Considerar o funcionamento do topo da galeria como o duma cavidade esférica, embora pareça artificioso e pouco verosímil, tem sido admitido por diversos autores como o mais aproximado da realidade de que existem soluções. A aceitação deste critério baseia-se em duas hipóteses:

a) Que realmente o topo da galeria tem um comportamento semelhante ao de uma calote semi-esférica de raio igual ao da galeria. Esta hipótese baseia-se na consideração de que o fogo incidindo especialmente na zona central e a concentração nos contornos produzem uma concentração deste tipo. Em caso de dúvida e para encontrar o estado de tensão no maciço pode ter-se o cuidado de o aproximar o mais possível da forma considerada por meio de desmonte manual.

b) Que o comportamento de uma cavidade semi-esférica ligada a uma cilíndrica não se afasta muito do da cavidade esférica. Embora haja forçosamente um comportamento diferente é de admitir que essas diferenças se verifiquem essencialmente na zona próxima do contorno do topo da galeria evanescendo para a zona central da calote. Dever-se-á portanto tentar executar os ensaios tão próximos quanto possível desta zona para minimizar este efeito.

As equações gerais que definem o estado de tensão na superfície duma cavidade esférica podem deduzir-se a partir das indicadas por Obert [4] e tem a forma:

$$\sigma_\Theta = \frac{1}{14-10v} \sum_i P_i\,(30\mathrm{sen}^2\Theta_i - 3 - 15v)$$

$$\sigma_\phi = \frac{1}{14-10v} \sum_i P_i\,(30v\mathrm{sen}^2\Theta_i - 3 - 15v) \qquad 8)$$

em que Θ_i são os ângulos das tensões P_x, P_y e P_z, medidos em planos longitudinais à galeria, com o vector normal à parede da galeria no ponto em que se verificam as tensões σ_Θ e σ_ϕ normais entre si e à direcção longitudinal, e paralelas às direcções x e y.

Considerando os ângulos Θ correspondentes aos rasgos de corte ter-se-á:

$$\sigma_9 = \frac{1}{14-10v}\,[P_x(-3+15v)+P_y(27-15v)-P_z(3+15v)]$$

$$\sigma_{10} = \frac{1}{14-10v}\,[12(P_x+P_y)-P_z(3+15v)-30P_{xy}(1-v)]$$

$$\sigma_{11} = \frac{1}{14-10v}\,[P_x(27-15v)+P_y(-3+15v)-P_z(3+15v)] \qquad 9)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{14-10v}\,[12(P_x+P_y)-P_z(3+15v)+30P_{xy}(1-v)]$$

A resolução do sistema (3) em que as quatro últimas equações se encontram substituídas pelas indicadas em (9) pelo método dos mínimos quadrados conduz ao sistema a seguir indicado:

$$\begin{aligned}
&a_{11}P_x + a_{12}P_y + a_{13}P_z = a_{17}\\
&a_{12}P_x + a_{11}P_y + a_{13}P_z = a_{27}\\
&a_{13}P_x + a_{13}P_y + a_{33}P_z = a_{37}\\
&a_{44}P_{yz} = a_{47}\\
&a_{44}P_{zx} = a_{57}\\
&a_{66}P_{xy} = a_{67}
\end{aligned} \qquad 10)$$

em que:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= 15 + 1026k^2 + 8v + 12v^2 + 450k^2v^2 - 900k^2v\\
a_{12} &= -9 + 126k^2 - 8v - 12v^2 - 450k^2v^2 + 900k^2v\\
a_{13} &= 1 - 144k^2 - 720k^2v\\
a_{17} &= -\sigma_1-(0{,}5+v)(\sigma_2+\sigma_4)+2v(\sigma_7-\sigma_3)+3\sigma_5+(1{,}5+v)(\sigma_6+\sigma_8)+\\
&\qquad +3k(-\sigma_9+4\sigma_{10}+9\sigma_{11}+4\sigma_{12})+15kv(\sigma_9-\sigma_{11})\\
a_{27} &= 3\sigma_1+(1{,}5+v)(\sigma_2+\sigma_4)+2v(\sigma_3-\sigma_7)-\sigma_5-(0{,}5+v)(\sigma_6+\sigma_8)+\\
&\qquad +3k(9\sigma_9+4\sigma_{10}-\sigma_{11}+4\sigma_{12})+15kv(\sigma_{11}-\sigma_9)\\
a_{33} &= 3 + 4k^2(3 + 15v)^2\\
a_{37} &= 0{,}5(\sigma_2+\sigma_4+\sigma_6+\sigma_8)+\sigma_3+\sigma_7-k(3+15v)(\sigma_9+\sigma_{10}+\sigma_{11}+\sigma_{12})\\
a_{44} &= 2\\
a_{47} &= \sigma_2 - \sigma_4\\
a_{57} &= \sigma_8 - \sigma_6\\
a_{66} &= 1800k^2(1-v)^2\\
a_{67} &= 30k(1-v)\ (\sigma_{12}-\sigma_{10})
\end{aligned} \qquad 11)$$

Nestas expressões $k = 1/\ (14\text{-}10v)$

Das equações (10) tiraram-se então os valores das tensões actuantes no maciço rochoso antes da abertura da galeria. Essas tensões tomam a forma:

$$P_x = \frac{a_{11}(a_{13}a_{37}-a_{17}a_{33})+a_{12}(a_{27}a_{33}-a_{13}a_{37})-a_{13}^2(a_{27}-a_{17})}{(a_{11}-a_{12})\ [2a_{13}^2-a_{33}(6+1152^2)]}$$

$$P_y = \frac{a_{11}(a_{13}a_{37}-a_{27}a_{33})+a_{12}(a_{17}a_{33}-a_{13}a_{37})+a_{13}^2(a_{27}-a_{17})}{(a_{11}-a_{12})\ [2a_{13}^2-a_{33}(6+1152k^2)]}$$

$$P_z = \frac{a_{13}(a_{17}+a_{27})-a_{37}(6+1152k^2)}{2a_{13}^2-a_{33}(6+1152k^2)} \tag{12}$$

$$P_{yz} = \frac{\sigma_2 - \sigma_4}{2}$$

$$P_{zx} = \frac{\sigma_8 - \sigma_6}{2}$$

$$P_{xy} = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{10}}{60k(1-v)}$$

5 – GALERIAS NÃO CIRCULARES

As galerias, excepção feita às abertas com tuneladora que apresentam uma secção circular, têm normalmente uma secção bastante irregular que só em alguns casos se poderá considerar como aproximadamente circular. Uma hipótese que se põe para a determinação do estado de tensão é a execução de câmaras de ensaio que tenham secções que se aproximem da circular. No entanto em alguns casos é possível obter uma solução mais ou menos exacta ou ter uma ideia dos erros cometidos.

5.1 – *Galerias de secção quadrada*

Nestas galerias, a concentração de tensões a meio dos hasteais ou do chão é a mesma que nas galerias circulares [5]. Assim no caso da galeria de secção aproximadamente quadrada, podem utilizar-se as equações (12) que se indicam para aquelas galerias.

5.2 – *Galerias de secção elíptica*

No caso de galerias de secção elíptica as expressões deduzidas por Greenspan [6] podem escrever-se da forma seguinte:

$$\text{Só } P_x \neq 0 \; ; \; \sigma_t = \frac{(p+q)^2 \text{sen}^2\beta - q^2}{(p^2-q^2)\text{sen}^2\beta + q^2} P_x$$

$$\text{Só } P_y \neq 0 \; ; \; \sigma_t = \frac{-(p+q)^2 \text{sen}^2\beta + q(q+2p)}{(p^2-q^2)\text{sen}^2\beta + q^2} P_y \qquad 13)$$

$$\text{Só } P_{xy} \neq 0 \; ; \; \sigma_t = \frac{(p+q)^2 \text{sen}^2\beta}{(p^2+q^2)\text{sen}^2\beta + q^2} P_{xy}$$

em que p e q são respectivamente os eixos menor e maior da secção, coincidindo o eixo menor com o eixo dos *xx* e o maior com o dos *yy*, e β um ângulo definidor da posição do ponto considerado, e σ_t a tensão normal na faceta passando por esse ponto e normal ao contorno da galeria.

Considerando α outro ângulo definidor da posição do ponto do contorno em estudo conforme representado na Fig. 6, as tensões σ_t correspondentes às consideradas nos parágrafos anteriores serão considerando $k=p/q \leqq 1$:

Para $\alpha=0$ e portanto $\beta=0$

$$\sigma_t = -P_x + (1+2k)P_y$$

Para $\alpha=\pi/2$ e portanto $\beta=\pi/2$

$$\sigma_t = \frac{2+k}{k} P_x - P_y$$

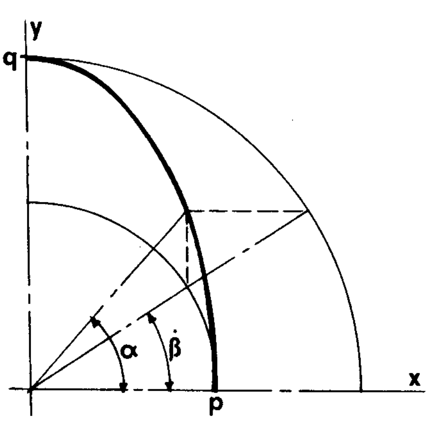

Fig. 6 – Ângulos α e β definidores do contorno

Para $\alpha = \pi/4$ e portanto $\beta = \text{arctg } k$

$$\sigma_t = \frac{k^4+2k^3-1}{1+k^4} P_x + \frac{1+2k-k^4}{1+k^4} P_y + \frac{2k(1+k)^2}{1+k^4} P_{xy}$$

14)

Para $\alpha = \text{arctg } {}^1/k$ e portanto $\beta = \pi/4$

$$\sigma_t = \frac{k^2+2k-1}{1+k^2} P_x + \frac{1+2k-k^2}{1+k^2} P_y + \frac{(1+k)^2}{1+k^2} P_{xy}$$

Tendo em atenção estas expressões, as tensões que deveriam ser medidas nas rosetas *A*, *B* e *C* da Fig. 5 considerando agora um contorno elíptico e não o circular, seriam:

Roseta A

$\sigma_1 = -P_x + 2aP_y$

$\sigma_2 = -(0{,}5+bv)P_x + (a+kbv)P_y + 0{,}5P_z + P_{yz}$

$\sigma_3 = -2bvP_x + 2kbvP_y + P_z$

$\sigma_4 = -(0{,}5+bv)P_x + (a+kbv)P_y + 0{,}5P_z - P_{yz}$

Roseta B

$\sigma_5 = 2cP_x - P_y$

15)

$\sigma_6 = (c+dv)P_x - (0{,}5+kdv)P_y + 0{,}5P_z - P_{zx}$

$\sigma_7 = 2dvP_x - 2kdvP_y + P_z$

$\sigma_8 = (c+dv)P_x -(0{,}5+kdv)P_y + 0{,}5P_z + P_{zx}$

Roseta C

$\sigma_9 = 2eP_x + 2fP_y + 2gP_{xy}$

$\sigma_{10} = (e-khv)P_x + (f+hv)P_y + 0{,}5P_z + iP_{yz} \pm kiP_{zx} + (1+v)P_{xy}$

$\sigma_{11} = -2khvP_x + 2hvP_y + P_z + 2gvP_{xy}$

$\sigma_{12} = (e-khv)P_x + (f+hv)P_y + 0{,}5P_z - iP_{yz} \mp kiP_{zx} + (1+v)P_{xy}$

Nestas expressões *a, b, c, d, e, f, g, h* e *i* são parâmetros dependentes de *k* e portanto da relação entre os semi-eixos menor e maior da elípse e *K*(ε) e *E*(ε) são os integrais elípticos completos de 1.ª e de 2.ª espécie relativamente à excentricidade ε da elípse. A variação destes parâmetros com *k* é a indicada na Fig. 7 onde se encontram também indicadas as expressões analíticas desses parâmetros.

A resolução deste sistema de equações pelo método dos mínimos quadrados conduz ao sistema de seis equações a seis incógnitas a seguir indicado:

$$\begin{aligned}
a_{11}P_x - a_{12}P_y + a_{13}P_z + a_{16}P_{yx} &= a_{17} \\
-a_{12}P_x + a_{22}P_y + a_{23}P_z + a_{26}P_{xy} &= a_{27} \\
a_{13}P_x + a_{23}P_y + a_{33}P_z + a_{36}P_{xy} &= a_{37} \\
a_{44}P_{yz} + a_{45}P_{zx} &= a_{47} \\
a_{45}P_{yz} + a_{55}P_{zx} &= a_{57} \\
a_{16}P_x + a_{26}P_y + a_{36}P_z + a_{66}P_{xy} &= a_{67}
\end{aligned} \qquad 16)$$

Neste sistema de equações os valores de a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{16}, a_{22}, a_{23}, a_{26}, a_{33}, a_{36}, a_{44}, a_{45}, a_{55} e a_{66} são os indicados nas Figs. 8 e 9 onde se representa também a variação destes coeficientes com *k* e com v. As expressões dos outros parâmetros são as indicadas nas expressões que se seguem:

$$\begin{aligned}
a_{17} &= -\sigma_1-(0{,}5+bv)(\sigma_2+\sigma_4)-2bv\sigma_3+2c\sigma_5+(c+dv)(\sigma_6+\sigma_8)+2dv\sigma_7+2e\sigma_9+ \\
&\qquad +(e-khv)(\sigma_{10}+\sigma_{12})-khv\sigma_{11} \\
a_{27} &= 2a\sigma_1+(a+kbv)(\sigma_2+\sigma_4)+2kbv\sigma_3-\sigma_5-(0{,}5+kdv)(\sigma_6+\sigma_8)-2kdv\sigma_7+2f\sigma_9+ \\
&\qquad +(f+hv)(\sigma_{10}+\sigma_{12})+2hv\sigma_{11} \\
a_{37} &= 0{,}5(\sigma_2+\sigma_4+\sigma_6+\sigma_8+\sigma_{10}+\sigma_{12})+\sigma_3+\sigma_7+\sigma_{11} \qquad 17) \\
a_{47} &= \sigma_2-\sigma_4+i(\sigma_{10}-\sigma_{12}) \\
a_{57} &= -(\sigma_6-\sigma_8)\pm ki(\sigma_{10}-\sigma_{12}) \\
a_{67} &= g\,[\,2\sigma_9+2v\sigma_{11}+(1+v)(\sigma_{10}+\sigma_{12})\,]
\end{aligned}$$

PARÂMETROS DEFINIDORES DO ESTADO DE TENSÃO NUMA GALERIA ELÍPTICA

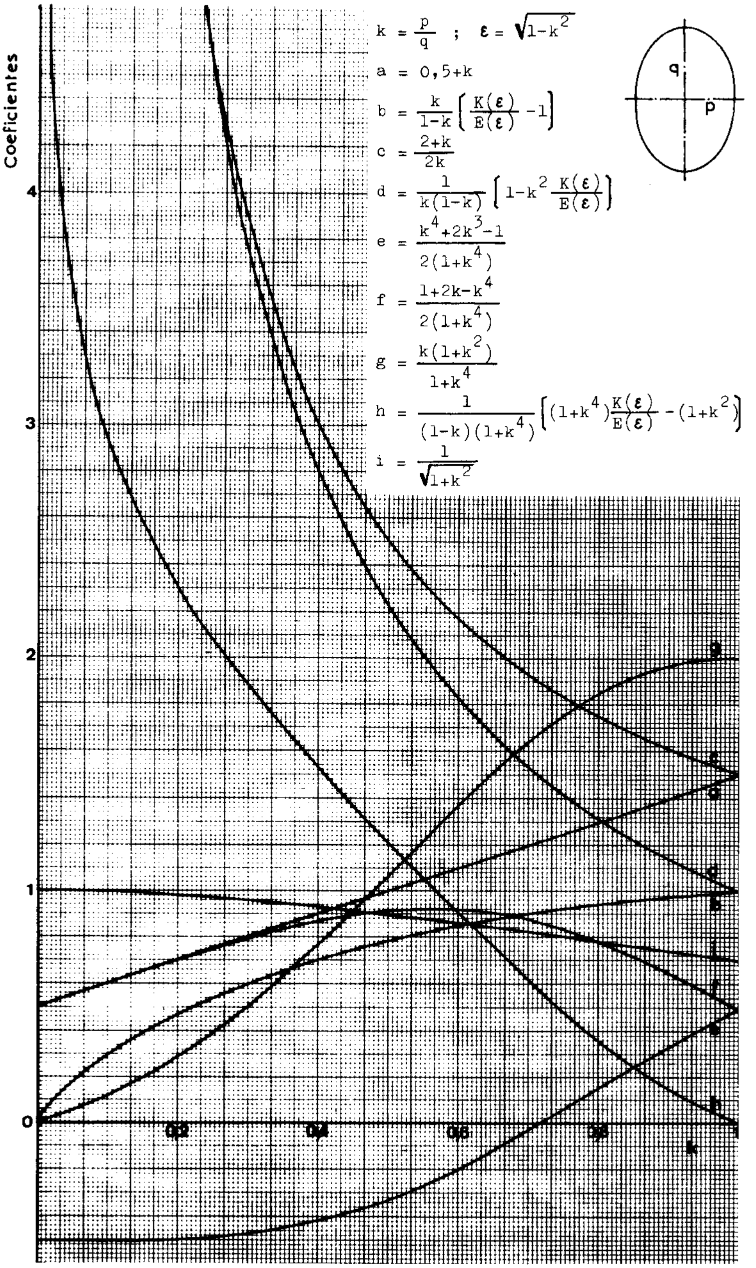

Fig. 7

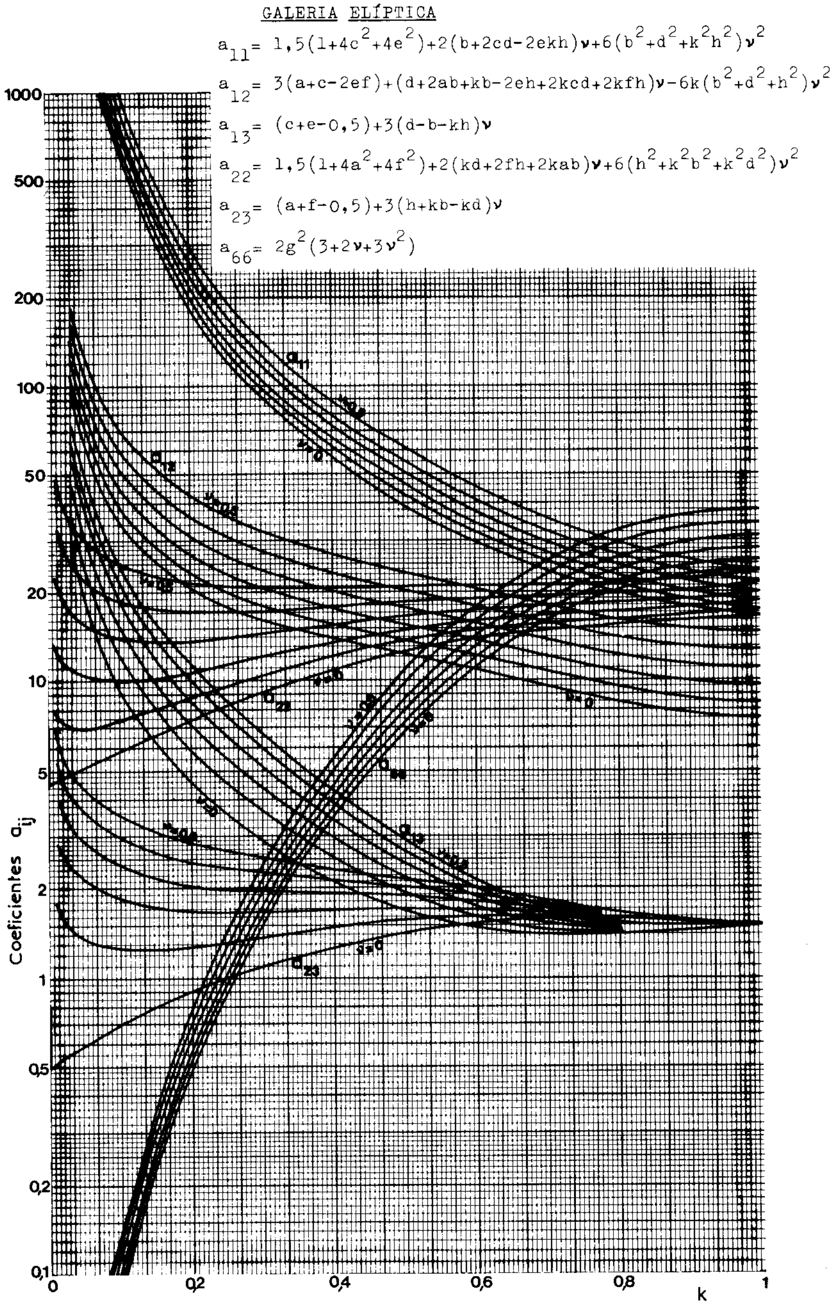

Fig. 8 – Coeficientes para determinar o estado de tensão no maciço

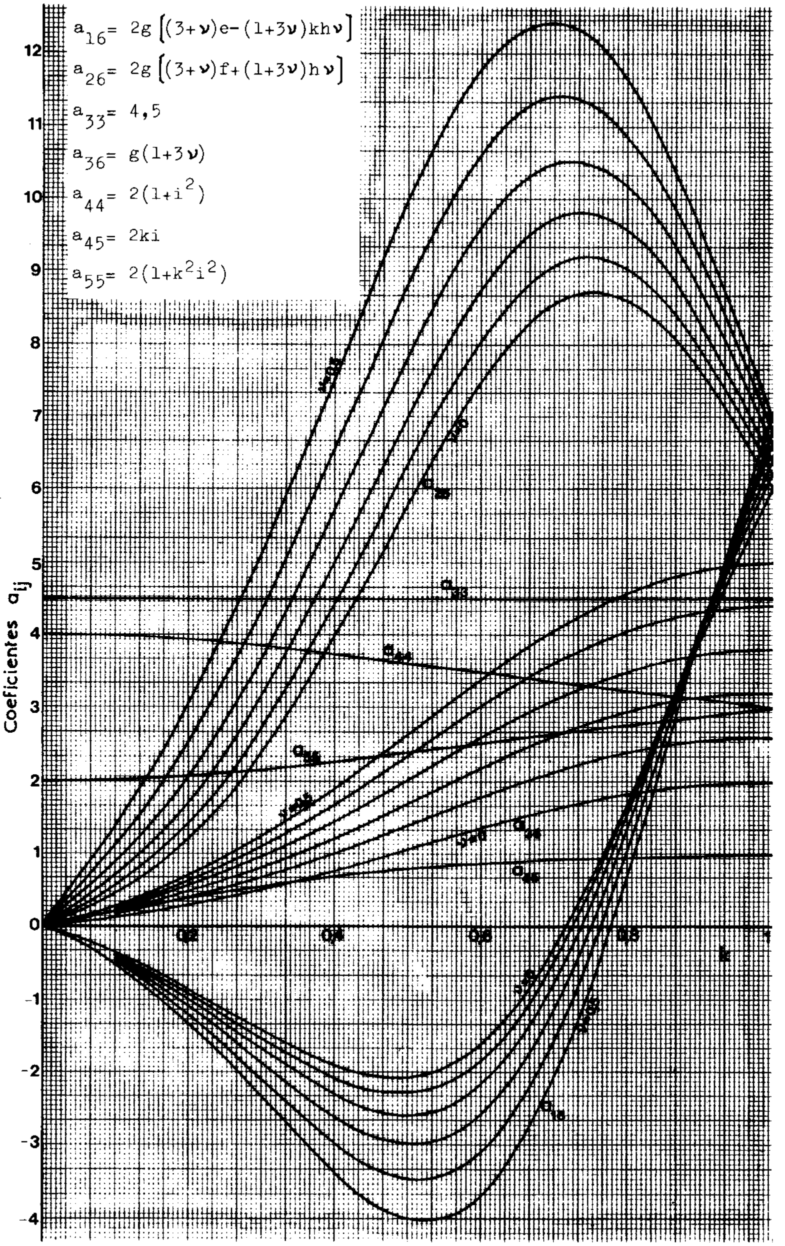

Fig. 9 – Coeficientes para determinar o estado de tensão no maciço

A resolução do sistema de equações (16) conduz às seguintes tensões no maciço:

$$P_x = \frac{(A_{26}A_{36}-A_{623}^2)(A_{36}A_{617}-A_{613}A_{637})-(A_{36}A_{612}-A_{613}A_{623})(A_{36}A_{627}-A_{623}A_{637})}{(A_{26}A_{36}-A_{623}^2)(A_{16}A_{36}-A_{613}^2)-(A_{36}A_{612}-A_{613}A_{623})^2}$$

$$P_y = \frac{(A_{16}A_{36}-A_{613}^2)(A_{36}A_{627}-A_{623}A_{637})-(A_{36}A_{612}-A_{613}A_{623})(A_{36}A_{617}-A_{613}A_{637})}{(A_{26}A_{36}-A_{623}^2)(A_{16}A_{36}-A_{613}^2)-(A_{36}A_{612}-A_{613}A_{623})^2}$$

$$P_z = \frac{(A_{12}A_{16}-A_{126}^2)(A_{12}A_{137}-A_{123}A_{127})-(A_{12}A_{136}-A_{123}A_{126})(A_{12}A_{167}-A_{126}A_{127})}{(A_{12}A_{13}-A_{123}^2)(A_{12}A_{16}-A_{126}^2)-(A_{12}A_{136}-A_{123}A_{126})^2}$$

$$P_{yz} = \frac{a_{55}a_{47} \mp a_{45}a_{57}}{8} \qquad 18)$$

$$P_{zx} = \frac{a_{44}a_{57} \mp a_{45}a_{47}}{8}$$

$$P_{xy} = \frac{(A_{12}A_{13}-A_{123}^2)(A_{12}A_{167}-A_{126}A_{127})-(A_{12}A_{136}-A_{123}A_{126})(A_{12}A_{137}-A_{123}A_{127})}{(A_{12}A_{13}-A_{123}^2)(A_{12}A_{16}-A_{126}^2)-(A_{12}A_{136}-A_{123}A_{126})^2}$$

em que:

$$A_{12} = a_{11}a_{22} - a_{12}^2$$

$$A_{123} = a_{11}a_{23} - a_{12}a_{13}$$

$$A_{126} = a_{11}a_{26} - a_{12}a_{16}$$

$$A_{13} = a_{11}a_{33} - a_{13}^2$$

$$A_{136} = a_{11}a_{36} - a_{13}a_{16}$$

$$A_{16} = a_{11}a_{66} - a_{16}^2 \qquad 19)$$

$$A_{26} = a_{22}a_{66} - a_{26}^2$$

$$A_{36} = a_{33}a_{66} - a_{36}^2$$

$$A_{612} = a_{66}a_{12} - a_{16}a_{26}$$

$$A_{613} = a_{66}a_{13} - a_{16}a_{36}$$

$$A_{623} = a_{66}a_{23} - a_{26}a_{36}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
A_{127} &= a_{11}a_{27} - a_{12}a_{17} \\
A_{137} &= a_{11}a_{37} - a_{13}a_{17} \\
A_{167} &= a_{11}a_{67} - a_{16}a_{17} \\
A_{617} &= a_{66}a_{17} - a_{16}a_{67} \\
A_{627} &= a_{66}a_{27} - a_{26}a_{67} \\
A_{637} &= a_{66}a_{37} - a_{36}a_{67}
\end{aligned}
\right\} \quad 19)
$$

Evidentemente que esta solução tem como caso particular a secção circular bastando para isso substituir nas expressões correspondentes à galeria elíptica $k=1$ $K(\varepsilon)/E(\varepsilon) = 1$.

5.3 – *Galerias de secção com dois eixos de simetria*

O estudo aqui apresentado para a secção elíptica pode ser feito de modo semelhante para qualquer secção possuindo dois eixos de simetria utilizando as expressões apresentadas por Greenspan [6], contudo tal estudo não se apresentará aqui pois as galerias de secção circular, de secção elíptica e de secção quadrada cobrem a maior parte das secções normais de galerias. De qualquer modo na determinação do estado de tensão no interior dum maciço utilizando o método SFJ pode impor-se a abertura de galerias com as formas aqui estudadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 – ROCHA, M., BAPTISTA LOPES, J.J. e NEVES DA SILVA, J. – A new technique for applying the method of the flat jack in the determination of stresses inside rock masses. 1st Cong. of IRMS 1966.

2 – Estudo das deformações de um cilindro de plástico colocado no interior de um maciço rochoso. LNEC-Jan. 1974.

3 – BONNECHERE, F. – Contribution à la determination de l'état de contrainte des massifs rocheaux. Thése, Université de Liége 1971.

4 – NEUBER, H. – Theory of Noch Stresses. Edwards Brothers, Ann Arbos, Michigan 1946 (cit. Obert, L. and Duvall, W. – Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock. John Wiley and Sons, USA 1966).

5 – TIMOSHENKO, S. – Theory of Elasticity. Macgraw Hill 1934 (cit. Mello Mendes – Mecânica das Rochas. I.S.T. 1967).

6 – GREENSPAN, M. – Effect of a Small Hole on the Stresses in a Uniformly Loaded Plate. Quarterly Appl. Math. 2 pp 60-71, 1944.