

GONIÓMETRO PARA DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE FRICÇÃO ENTRE PARTÍCULAS*

Goniometer for determining the interparticles friction

por
ÚLPIO F. NASCIMENTO**

RESUMO – Como pesquisa básica para o esclarecimento dos mecanismos de atrito interno de materiais granulares, conduziram-se ensaios para medição da fricção entre partículas, tendo-se desenvolvido para o efeito um novo aparelho, o goniómetro de fricção. Nesse aparelho, com o qual se mede directamente o ângulo de fricção, aplica-se no contacto entre duas partículas uma força de intensidade constante cujo ângulo de obliquidade se faz crescer até provocar o deslizamento entre elas. O valor máximo dessa obliquidade dá o ângulo de fricção pretendido. As superfícies de contacto das partículas são ensaiadas com a sua forma natural sem qualquer operação de desgaste para as tornar planas. O aparelho está concebido para a medição do ângulo de fricção num dado contacto entre partículas apenas numa direcção desse contacto; não permite pois a fácil determinação da anisotropia dum contacto quanto à sua fricção. Trata-se pois dum goniómetro unidireccional. Analisam-se as principais causas de erro sistemático e apresentam-se as maneiras de os corrigir. Apontam-se as vantagens que terá um goniómetro multidireccional quer para permitir eliminar erros sistemáticos, quer para estudos de fricções anisotrópicas. Apresentam-se resultados de ensaios realizados sobre partículas de seixo quartzoso, de brita calcária e de brita gabro-diorítica. Comentam-se esses resultados e referem-se futuras investigações.

SYNOPSIS – Tests for measuring friction between particles were carried out as basic research to throw light on the internal friction mechanism of granular materials. For this purpose a new apparatus, the friction goniometer, was developed. With this apparatus, used to measure directly the friction angle at the contact between two particles a constant intensity force is applied, whose obliquity angle is made to increase up to the occurrence of sliding between the particles. The maximum value of this obliquity gives the friction angle. Contact surfaces of the particles are tested in their natural form, without any grinding operation to make them flat. The apparatus was designed to measure the friction angle at a given particles only along one direction of this contact;

* Comunicação apresentada ao 9.º Congresso Internacional de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações. Tóquio, Julho, 1977. Tema N.º 1.

** Investigador. Chefe do Serviço de Geotecnia do Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Lisboa. GEOTECNIA 21

therefore it does not allow easy determination of the anisotropy of a contact as concerns friction. Thus this is a unidirectional goniometer. The main causes for systematic errors are analysed, and ways to correct them are presented. Advantages of multidirectional goniometer are pointed out, in what concerns both avoidance of systematic errors and studies of anisotropic frictions. Results are given of tests on particles of quartziferous gravel, crushed limestone, and gabbrodioritic crushed stone. Comments are made on the results, and further research is referred to.

INTRODUÇÃO

Um dos principais parâmetros de que depende a resistência dos materiais granulares é, sem dúvida, a resistência friccional entre as partículas que os constituem. Por isso, vários autores têm realizado estudos com a finalidade de determinar experimentalmente essa resistência friccional e de esclarecer os mecanismos que a condicionam. Os ensaios para essas determinações apresentam porém várias dificuldades porque, geralmente, as superfícies das partículas são muito irregulares e o contacto entre elas se faz por intermédio de áreas muito pequenas e praticamente pontuais. Para vencer tais dificuldades têm sido utilizados vários sistemas alguns dos quais se esquematizam na Fig. 1. Tshebotarioff e Welch (1948) utilizaram uma caixa de corte na parte superior da qual montaram um bloco de material a ensaiar, com uma face plana previamente preparada, e na parte inferior várias partículas do mesmo material fixadas com argamassa de cimento (Fig. 1a). Penman (1953) também utilizou uma caixa de corte onde embebeu duas partículas de bom tamanho, de cristais de quartzo (Fig. 1b). Para realizar elevadas tensões no contacto, embebeu em gesso, na parte superior da caixa, três pequenos fragmentos de quartzo, partidos de fresco (Fig. 1c).

Sistema análogo foi adoptado por Horn e Deere (1962), mas utilizando um aparelho especialmente concebido para o efeito, em cujo deslizador, na parte superior, apenas foram montadas três partículas, fixadas com gesso (Fig. 1c). Rowe (1972) utilizou sistema análogo ao de Tshebotarioff mas com a diferença de que na parte superior da caixa de corte montou uma massa de partículas livres e não fixadas com gesso (Fig. 1d). Proctor e Barton (1974) utilizaram um aparelho especialmente concebido para o efeito em que na parte superior foi montada uma partícula do material com a sua superfície natural, e na parte inferior outra partícula do mesmo material na qual previamente fora aplanada uma face. Esta partícula inferior foi montada com a face plana inclinada sobre a horizontal (Fig. 1e).

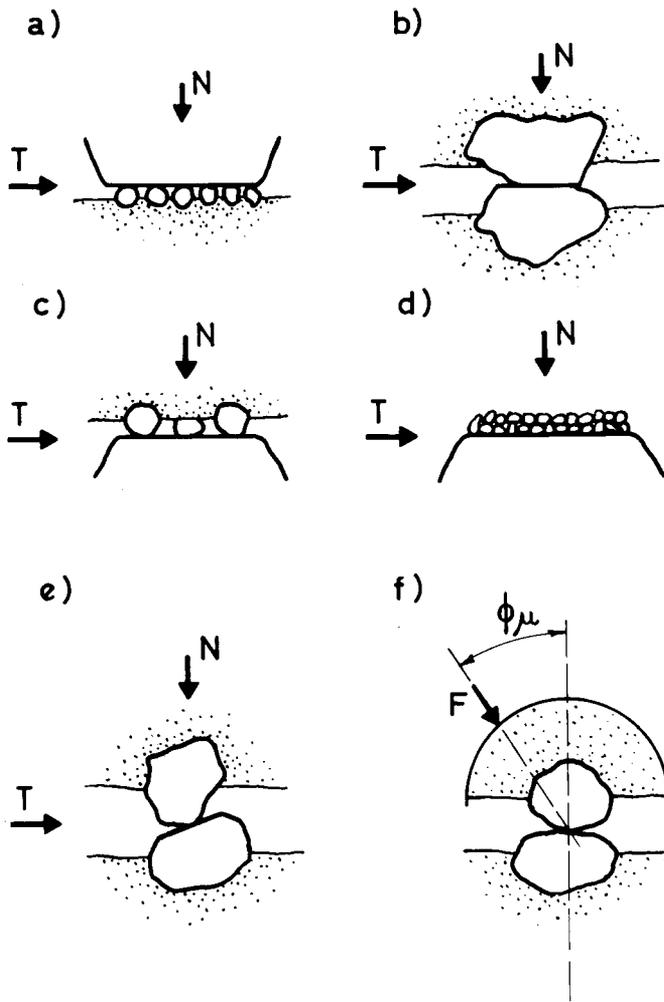


Fig. 1 – Sistemas que têm sido adoptados para medição da resistência friccional entre partículas

Estes sistemas requerem, como se vê, a preparação de uma face plana numa das partículas, e não permitem portanto a determinação da resistência friccional entre partículas com ambas as superfícies no seu estado natural. Por isso se concebeu o goniómetro de fricção (Fig. 1f) objecto desta comunicação, com vista a possibilitar a determinação do ângulo de fricção entre partículas sem qualquer prévio aplanamento das respectivas superfícies.

PRINCÍPIO DO APARELHO

Admite-se que o contacto entre duas partículas se estabelece por meio de duas facetas planas coincidentes, uma de cada partícula. No *plano de contacto* definido por essas facetas desenvolvem-se forças cuja resultante, a *força de contacto*, tem uma certa *obliquidade*, relativamente à normal à faceta. Considera-se *ponto de contacto* entre as duas partículas a intersecção entre a linha de acção da força e o plano de contacto. Fazendo variar as outras forças que actuam nas partículas de modo a aumentar progressivamente a obliquidade da força de contacto, as partículas acabam por deslizar uma sobre a outra. O valor máximo atingido pela obliquidade α é o ângulo de fricção Φ entre as partículas.

No goniómetro de fricção, que se esquematiza na Fig. 1f, aplica-se às partículas uma força de contacto F de intensidade constante à qual se faz variar apenas a obliquidade até se conseguir o deslizamento. O ângulo de fricção é assim determinado directamente:

$$\Phi_{\mu} = \alpha_{\max.} \quad (1)$$

Nos outros sistemas aplica-se uma força de contacto resultante de duas componentes: uma normal e constante N , e outra tangencial T , que se aumenta até se conseguir o deslizamento. Deste modo, ao variar-se a obliquidade, varia-se também a intensidade da força de contacto; e o ângulo de fricção é determinado indirectamente por intermédio do coeficiente de fricção:

$$\mu = \frac{T_{\max.}}{N} \quad \text{donde} \quad \Phi_{\mu} = \text{artg} \mu \quad (2)$$

DESCRIÇÃO DO APARELHO

O aparelho, esquematizado na Fig. 2, consiste essencialmente no seguinte:

Dois portaprovetes, um inferior (1) e outro superior (2), constituídos por caixas semi-cilíndricas de 40mm de diâmetro, em cada uma das quais se fixa, com gesso, uma das partículas do par a ensaiar. O portaprovete inferior é fixado num coxim (3) com uma concavidade cilíndrica onde ele se ajusta perfeitamente, com a respectiva partícula voltada para cima. O porta provete superior

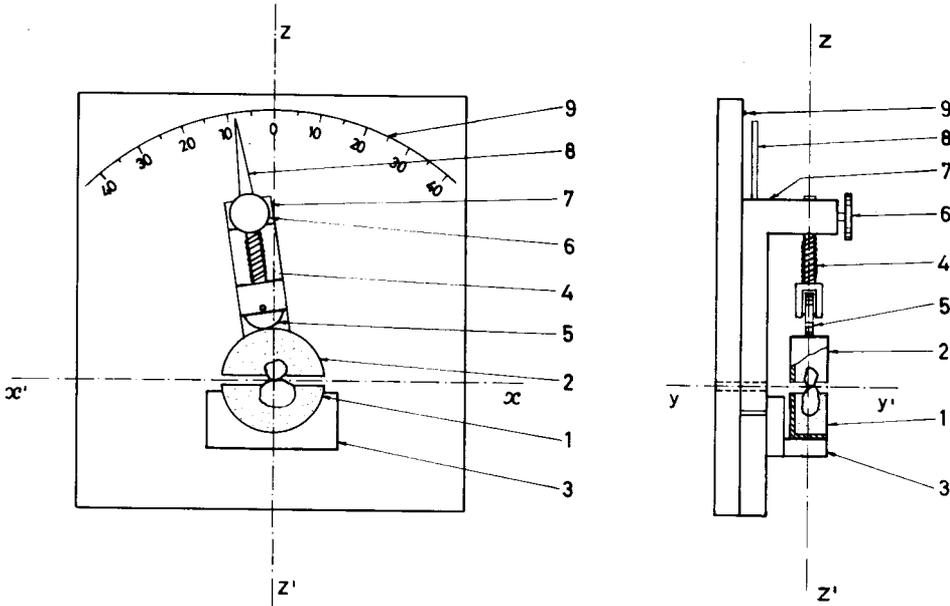


Fig. 2 – Esquema descritivo do goniómetro de fricção

é montado sobre o portaprovete inferior, apoiando neste por contacto entre as respectivas partículas. A fixação das partículas aos respectivos portaprovetes faz-se com uma técnica que visa obter paralelismo entre o plano de contacto das partículas e o plano diametral dos portaprovetes, e, também, a coincidência do ponto de contacto com o eixo do cilindro por eles definido (Nascimento, 1976). Desse modo, consegue-se que, ao montar os portaprovetes para ensaio, o ponto de contacto das partículas coincida praticamente com a origem dos eixos x e y de construção do aparelho, e que o plano de contacto seja paralelo ao plano definido por esses eixos.

A força de contacto entre as partículas é realizada por meio duma mola (4) que aperta um rolete de pressão (5) contra a superfície cilíndrica do portaprovete superior. No protótipo construído, a força desta mola é de 650gf. O conjunto formado pelo rolete de pressão e respectiva mola está montado, por intermédio dum cursor accionado por um parafuso (6), num braço (7) móvel em torno do eixo yy' do aparelho. Um ponteiro (8) indica num quadrante (9) o ângulo do braço com o eixo zz' do aparelho. Por meio do parafuso (6) pode deslocar-se o respectivo cursor paralelamente ao eixo yy' de modo que o plano normal a yy' e que

contém a força exercida pelo rolete de pressão passe pelo ponto de contacto das partículas. Fica assim definido o plano xz do sistema de referência.

PRINCIPAIS ERROS E SUA CORRECÇÃO

Para analisar quais os principais erros sistemáticos e a forma de os corrigir, esquematiza-se na Fig. 3 o triângulo esférico $ONZF$ em que ON representa a normal ao plano de contacto entre as partículas e que inclina do ângulo β em relação ao eixo OZ do aparelho, segundo uma direcção que faz um ângulo γ com o eixo dos xx . A força de contacto actua no plano xz segundo a direcção OF fazendo com OZ um ângulo L cujo valor é dado pela leitura do goniómetro. O plano da obliquidade α fica assim definido pela força OF e pela normal ON .

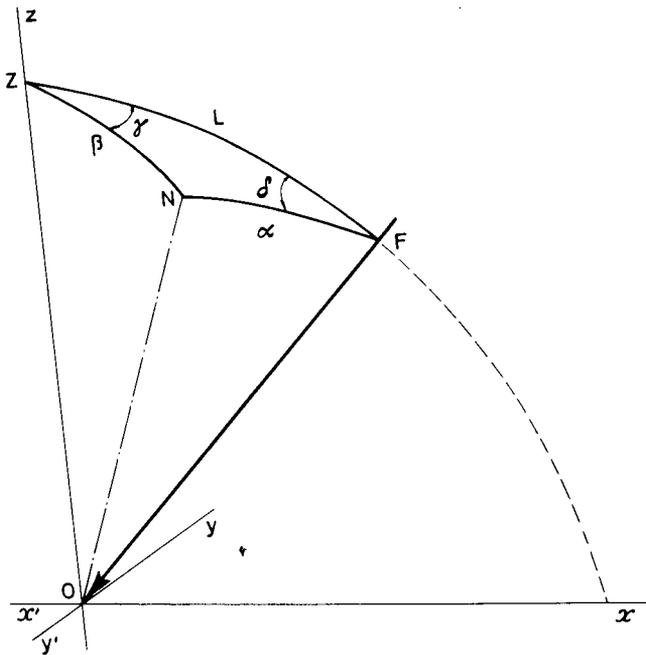


Fig. 3 – Triângulo esférico formado pela inclinação β do plano de contacto entre partículas, pela obliquidade α da força de contacto F e pela leitura L no goniómetro

Realizando dois ensaios, um deslocando o braço para o lado direito e medindo no goniómetro a leitura L_d , e outro para o lado esquerdo e medindo a leitura L_e , obtêm-se os triângulos esquematizados na Fig. 4. Admite-se neste esquema que a obliquidade α que determina o deslizamento das partículas é igual nos dois ensaios, isto é, admite-se que a superfície de contacto é isotrópica em relação à fricção.

As principais causas de erro são então as seguintes:

- Inclinação β do plano de contacto em relação ao plano xy do aparelho, que se pode decompor nas inclinações β_x , em relação ao eixo dos xx , e β_y , em relação ao eixo dos yy .
- Excentricidade do ponto de contacto em relação ao centro O do aparelho, que se pode decompor nas excentricidades segundo as direcções dos eixos dos xx , dos yy e dos zz .
- Excentricidade do eixo do portaprovete superior em relação ao eixo dos yy .
- Desvio da direcção da força devido ao peso do portaprovete superior

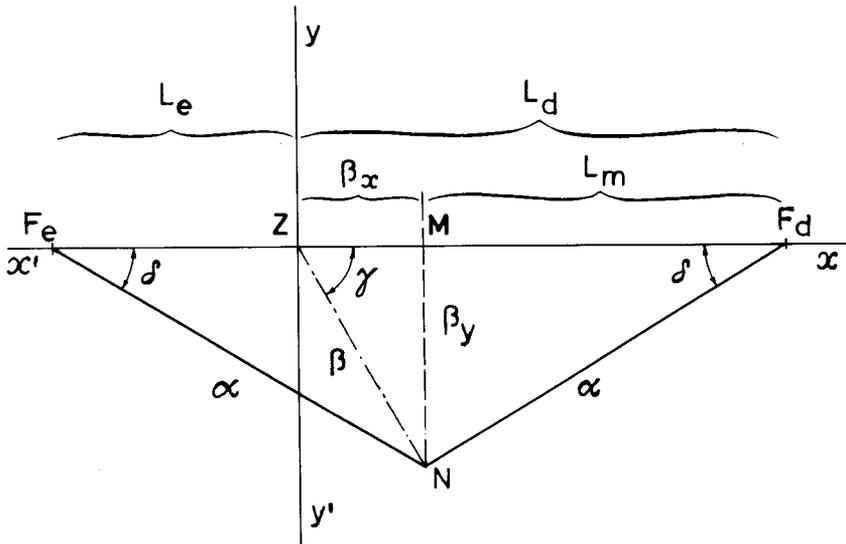


Fig. 4 – Esquema dos dois triângulos esféricos correspondentes às leituras para a direita L_d e para a esquerda L_e .

e ao atrito de rolamento do rolete de pressão.

Da análise feita apurou-se resumidamente o seguinte quanto à forma de eliminar ou atenuar estes erros (Nascimento, 1976).

Numerando com i e j os dois portaprovetes a ensaiar, coloca-se o portaprovete i no coxim do aparelho e o portaprovete j sobre ele. Fazem-se várias leituras para a direita L_{dij} , pelo menos dez, e calcula-se a respectiva média \bar{L}_{dij} . Procede-se de igual modo fazendo leituras L_{eij} para a esquerda e calcula-se a média \bar{L}_{eij} . Inverte-se a posição dos portaprovetes e obtém-se do mesmo modo as médias \bar{L}_{dji} e \bar{L}_{eji} .

O valor médio do ângulo de fricções $\bar{\Phi}_\mu$ é dado pela média

$$\bar{\Phi}_\mu = \frac{\bar{L}_{dij} + \bar{L}_{eij} + \bar{L}_{dji} + \bar{L}_{eji}}{4} \quad (3)$$

Deste modo eliminam-se os erros devidos à inclinação β_x e às excentricidades segundo os eixos dos xx e dos zz .

O erro proveniente da inclinação β_y é sempre por defeito, isto é, o valor correcto de Φ_μ é sempre maior do que a média $\bar{\Phi}_\mu$. Para inclinações β_y até 5° o erro cometido é em geral inferior a 1%, se $\bar{\Phi}_\mu$ for superior a 30° , mas cresce rapidamente quando $\bar{\Phi}_\mu$ diminui, atingindo cerca de 30% para $\bar{\Phi}_\mu = 5^\circ$. Nota-se que este erro pode ser também eliminado se o ensaio for realizado num goniómetro multidireccional que permita fazer medições não só em sentidos opostos (L_d e L_e) numa mesma direcção, mas também em direcções ortogonais. O erro causado pela excentricidade do ponto de contacto segundo o eixo dos yy pode ser praticamente eliminado ajustando convenientemente o rolete de pressão por meio do respectivo parafuso (6) (Fig. 2). E quanto ao erro devido à excentricidade do eixo do portaprovete superior em relação ao eixo dos yy , ele é também praticamente eliminado pela técnica de montagem e fixação da partícula no portaprovete (Nascimento, 1976).

Restam portanto os erros causados pelo desvio da força de contacto. Os erros devidos ao peso do portaprovete são por excesso, se o ensaio for feito com o goniómetro em pé, isto é, com o eixo dos zz vertical. Neste caso, em que o portaprovete com a partícula montada pesa 11gf, a leitura L no goniómetro excede cerca de 2% o ângulo de fricção. Mas se o ensaio for feito com o goniómetro deitado, ou seja com o plano xz horizontal, o erro é por defeito e muito menor, da ordem de 0,2%. O atrito de rolamento do rolete de pressão provoca um erro por excesso que pode ser facilmente corrigido determinando o valor do ângulo

desse atrito de rolamento, que é uma constante do aparelho (3.º no protótipo construído), e subtraindo-o da leitura do goniómetro. Quando é muito pequena a área de contacto entre as partículas, o atrito de rolamento do rolete de pressão provoca a rotação do portaprovete superior em torno do ponto de contacto, levando-o a encostar ao portaprovete inferior. Neste caso o erro por excesso depende não apenas do atrito do rolete de pressão, mas também do ângulo de fricção entre portaprovetes; e no protótipo construído, esse erro é da ordem de 1º para Φ_μ cerca de 30º (Nascimento, 1976).

EXEMPLOS

Apresentam-se seguidamente os primeiros exemplos de utilização do aparelho descrito na determinação dos ângulos de fricção das partículas de três materiais granulares: um seixo quartzoso e duas britas, uma calcária e outra gabro-diorítica. De cada material foram ensaiadas cinco partículas entre si combinadas em dez pares. Cada par foi ensaiado em cada uma das duas posições, a inferior e a superior. E em cada uma dessas posições foram feitas dez determinações para a direita e outras tantas para a esquerda. O valor de Φ_μ obtido pela expressão (3) para cada par é assim a média de 40 determinações. Nos Quadros I a III apresentam-se os resultados assim obtidos.

QUADRO I – SEIXO QUARTZOSO
(Φ_μ em graus)

PARTÍCULA	9	10	11	12	13
9	×	15,1	15,4	15,2	16,5
10		×	15,4	16,2	16,7
11			×	14,9	18,4
12				×	18,6
13					×

QUADRO II – BRITA CALCÁRIA

(Φ_{μ} em graus)

PARTÍCULA	B 1	B 2	B 3	B 4	B 5
B 1	×	39,7	40,2	36,2	31,0
B 2		×	42,1	48,1	38,1
B 3			×	42,1	34,6
B 4				×	37,4
B 5					×

QUADRO III – BRITA GABRO-DIORÍTICA

(Φ_{μ} em graus)

PARTÍCULA	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5
A 1	×	38,2	37,1	29,9	36,6
A 2		×	37,5	38,3	45,2
A 3			×	40,5	38,4
A 4				×	37,1
A 5					×

Para se fazer uma ideia da dispersão dos resultados, calculou-se para cada grupo de dez determinações de que resultam os valores médios \bar{L} que entram na expressão (3), o desvio padrão e o coeficiente de variação (Nascimento, 1976). Os valores extremos obtidos são os que se resumem no Quadro IV.

QUADRO IV

MATERIAL	DESVIO PADRÃO (GRAUS)	COEFICIENTE DE VARIAÇÃO
Seixo quartzoso	0,6 a 2,8	0,04 a 0,18
Brita calcária	1,2 a 4,1	0,03 a 0,14
Brita gabro-diorítica	1,5 a 6,3	0,04 a 0,27

CONCLUSÕES

O trabalho apresentado permite tirar as seguintes conclusões:

a) – O aparelho descrito permite determinar o ângulo de fricção entre partículas de materiais granulares com eliminação dos principais erros sistemáticos, à excepção do erro, sempre por defeito, devido à inclinação, normal do aparelho, do plano de contacto entre partículas.

b) – Futuros aperfeiçoamentos do aparelho, o mais importante dos quais é o que visa a realização de ensaios em várias direcções de um mesmo contacto, permitirão eliminar também o erro sistemático referido em a). Tal aperfeiçoamento permitirá, além disso, o estudo com relativa facilidade da anisotropia da fricção.

c) – Os resultados obtidos nos exemplos dados apresentam grande dispersão, tanto nas várias determinações do ângulo de fricção num mesmo contacto (coeficientes de variação que atingem 0,18 num seixo quartzoso e 0,27 numa brita gabro-diorítica), como nos diferentes contactos entre várias partículas dum mesmo material (14,9° a 18,6° num seixo quartzoso, 31,0° a 48,1° numa brita calcária e 29,9° a 45,2° numa brita gabro-diorítica). Para uma conveniente determinação e subsequente utilização prática do ângulo de fricção representativo de um dado material granular torna-se pois necessário um estudo estatístico sobre a amostragem das partículas, a escolha das zonas das respectivas superfícies a ensaiar e a fixação do número de determinações a fazer em cada contacto.

Agradecimento

O autor agradece ao Eng.^o Castel-Branco Falcão, Especialista, Chefe da Divisão de Estudos Geotécnicos Especiais do LNEC, os seus valiosos comentários e sugestões, após leitura do texto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- TSHEBOTARIOFF, G. P. and WELCH, J. D. (1948) – *Lateral Earth Pressures and Friction Between Soil Minerals*, Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech.
- PENMAN, A. D. M. (1953) – *Shear Characteristics of Saturated Silt, Measured in Triaxial compression*. Geotechnique, Vol. 3, N.º 3, pp. 312-328.
- HORN, H. M. and DEERE, D. U. (1962) – *Frictional Characteristics of Minerals*. Geotechnique, Vol. 12, N.º 4, pp. 319-334.
- ROWE, P. W., (1972) – *Performance of Earth and Earth-Supported Structures*. ASCE, Vol. III, June, pp. 327-359.
- PROCTOR, D. C. and BARTON, R. R. (1974) – *Measurements of the Angle of Interparticle Friction*. Geotechnique, Vol. 24, N.º 4, pp. 581-604.
- NASCIMENTO, Ú. (1976) – *Goniómetro para Determinação do Ângulo de Fricção entre Partículas de Materiais Granulares*. Relatório LNEC, Lisboa. (Não publicado).