

# APLICAÇÃO DO MÉTODO ESTATÍSTICO NO CONTROLO DE COMPACTAÇÃO DE SOLOS\*

## Application of the statistical method for soil compaction control

por

F. F. GUEDES SOARES\*\*

RESUMO – O presente trabalho, através do método estatístico, propõe regras de caracterização dos solos das manchas de empréstimo e de recepção das camadas compactadas durante a construção dos maciços terrosos, nomeadamente das barragens de terra. Estas regras envolvem o número de determinações e os valores limites não só correspondentes ao peso específico aparente seco e ao teor em água dos solos compactados como também à dispersão destes valores, medido aqui pelo desvio padrão.

SYNOPSIS – In the present work rules are proposed for characterizing soils of borrow pits and of reception areas of layers compacted during construction of earthfills, mainly for earth dams. The number of determinations and the limit values of the dry unit weight and the moisture content of compacted soils are established in these rules, as well as the dispersion of those values with reference to the standard deviation.

### 1 – INTRODUÇÃO

A presente comunicação resultou de se ter encarado a possibilidade de assentar numa base racional o controlo de compactação dos maciços terrosos, nomeadamente, das barragens de terra.

---

\* Comunicação apresentada ao 9.º Congresso Internacional de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações. Tóquio, Julho 1977. Sessão Especial N.º 2.

\*\* O autor foi especialista do Serviço de Geotecnia do Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Em 15 de Outubro de 1976 foi nomeado Inspector-Geral e, presentemente, é Director-Geral das Indústrias para a Construção Civil, da Secretaria de Estado da Construção Civil do Ministério da Habitação, Urbanismo e Construção.

De facto, as regras presentemente praticadas neste controlo têm, segundo se julga, carácter empírico, dependendo algumas delas até do critério pessoal de quem é encarregado desse controlo, nomeadamente, a fixação do número de determinações a efectuar. Pretende-se, pois, com este trabalho, legitimar pelo método estatístico, as regras que deverão justificar a decisão de aceitar ou rejeitar uma dada camada compactada num maciço.

Estas regras imporão, no entanto, o conhecimento prévio do critério de caracterização dos solos das manchas de empréstimo, nomeadamente, o número de determinações a efectuar para a referida caracterização.

Assim, depois desta introdução, dá-se em 2, a situação do problema; em 3, a identificação do solo utilizado no presente estudo; em 4, aponta-se o critério de caracterização dos solos quando ainda pertencentes às manchas de empréstimo; em 5, definem-se as condições de recepção das camadas de solo compactadas no maciço e em 6, fazem-se algumas considerações finais.

## 2 – SITUAÇÃO DO PROBLEMA

O estado de compactação de um maciço é avaliado por comparação do peso específico aparente seco do solo compactado no maciço,  $\gamma_s$ , com o peso específico aparente seco máximo do solo,  $\gamma_{s\text{ máx}}$ , compactado em condições especificadas de ensaio, o qual é, como se sabe, o ensaio de Proctor.

Neste ensaio, determina-se também o teor em água óptimo,  $W_{op}$ , correspondente a  $\gamma_{s\text{ máx}}$ , o qual serve de referência para a apreciação do teor em água,  $W$ , existente no solo compactado no maciço.

A porção compactada de solo será então aceite se ambos os valores,  $\gamma_s$  e  $W$ , satisfizerem aos valores limites, bastando que uma das duas variáveis de controlo não satisfaça para que a porção de solo posta à prova seja rejeitada.

Assim, o peso específico aparente seco do solo deverá ser, em geral, no mínimo 95% do peso específico aparente seco máximo e o teor em água, não deverá correntemente, ser inferior em mais de 2 a 3% ao teor de água óptimo nem exceder este valor.

O número de determinações a efectuar numa camada depende nomeadamente das dimensões da obra, da natureza do solo e de outros factores, mas é

sempre um critério pessoal que influi muito na fixação do número desses ensaios. Deve dizer-se ainda que, muitas vezes, a aceitação ou rejeição tem lugar, não para a camada, mas para a porção de solo situada na vizinhança da zona onde se fazem as determinações. Estas reduzem-se a uma para o peso específico e a outra para o teor em água.

Os valores de referência tanto na fase de estudo das manchas de empréstimo, como no decurso da obra, são também, algumas vezes o resultado de uma só determinação.

É esta a situação do problema, sabendo-se também que tanto  $\gamma_s$  como  $W$  podem ser consideradas variáveis aleatórias, distribuindo-se os valores individuais dessas grandezas segundo uma certa dispersão em torno de um valor central.

As grandezas postas em jogo, terão assim que ser definidas pela distribuição dos seus valores quando obtidos a partir de ensaios repetidos noutras tantas amostras, retiradas estas de um solo, considerado para fins práticos, de um único tipo.

Efectivamente, é com o conhecimento dos valores centrais e da dispersão dos valores individuais dessas variáveis, que se há-de classificar de diferentes ou iguais duas ou mais determinações por aplicação do método estatístico conveniente.

Sem aquele conhecimento poderá concluir-se, por exemplo, que são diferentes dois valores médios quando entre eles existe um bom número de valores individuais susceptíveis de pertencer a uma ou à outra das duas distribuições.

É também a partir dos valores centrais e da dispersão referidas que se ficam a conhecer os limites para além ou aquém dos quais não é possível, a não ser com amostragens muito volumosas, que caíam as exigências a impor às variáveis de controlo.

É, por exemplo, o caso dos valores individuais das características apresentarem dispersões muito grandes e o valor central correspondente se situar muito perto do valor abaixo do qual, por exemplo, todos os valores são considerados defeituosos.

Do exposto, se conclui que para o estabelecimento do controlo estatístico de compactação dos maciços de terra, há que proceder, primeiramente, à caracterização dos diferentes tipos de solo a aplicar no maciço, a qual tem lugar na fase de estudo das manchas de empréstimo. Esta caracterização

consiste na determinação, para um dado tipo de solo, do número de amostras a colher e a ensaiar, para com um erro previamente fixado, estimar-se os valores médios de referência  $\bar{V}_s \text{ máx.}$  e  $\bar{W}_{op}$ , que representam o tipo de solo considerado. Como, em presença dos valores de referência, se há-de estabelecer a regra mediante a qual se faça a aceitação ou a rejeição das camadas que vão sendo colocadas e compactadas no maciço? Ou, o que é o mesmo, qual o número de determinações a efectuar e quais os valores limites a fixar?

É este o problema com que se depara, durante a construção de uma barragem.

As soluções dos problemas referidos são propostos adiante em 4 e 5, como já se disse, mas antes, a seguir, faz-se a identificação do tipo de solo utilizado no estudo que conduziu às referidas soluções.

### 3 – IDENTIFICAÇÃO DO SOLO UTILIZADO NO ESTUDO

Este solo foi o único aplicado na construção da barragem do Caia, tendo sido identificado na fase de estudo das manchas de empréstimo, segundo o Unified Soil Classification System como um solo CL ou seja, uma argila arenosa, inorgânica, de baixa a média plasticidade.

Os valores das suas características determinadas total ou parcialmente a partir dos ensaios das 16 amostras retiradas daquelas manchas, estão indicados no Quadro 1 e na Fig. 1 e, foram transcritos do relatório [1] citado no final, nas referências bibliográficas.

No Quadro 1, estão indicados os limites de liquidez (L.L.) e plasticidade (L.P.), o índice de plasticidade (I.P.), o peso específico aparente seco máximo ( $V_s \text{ máx.}$ ) e o teor em água óptimo ( $W_{op}$ ), estes últimos obtidos pelo ensaio Proctor normal; na Fig. 1, indicam-se as curvas granulométricas apresentadas pelo solo.

Na Fig. 2, com o fim de verificar a normalidade das distribuições a que pertencem os 16 valores, correspondentes ao peso específico aparente seco máximo e ao teor em água óptimo, estão traçadas as rectas de Henry correspondentes.

No Quadro 2, indicam-se os parâmetros das referidas distribuições, a saber: médias, desvios padrões, coeficientes de variação e número de determinações.

**QUADRO I**  
**CARACTERÍSTICAS DO SOLO APLICADO NA BARRAGEM DO CAIA**

COVA	LIMITES			PROCTOR	
	L. L. %	L. P. %	I. P. %	$\gamma_s$ máx., g/cm <sup>3</sup>	W <sub>op</sub> , %
B <sub>3</sub>	27,6	13,1	14,5	1,80	15
C <sub>2</sub>	28,6	19,7	8,9	1,74	15
D <sub>2</sub>	24,4	16,5	7,9	1,90	12
E <sub>3</sub>	26,3	16,7	9,6	1,87	13
F <sub>2</sub>	25,0	17,1	7,9	1,68	16
F <sub>3</sub>	27,2	16,5	10,7	1,80	15
G <sub>3</sub>	27,0	17,1	9,9	1,77	16
H <sub>3</sub>	35,2	20,2	15,0	1,74	17
I <sub>2</sub>	39,0	22,2	16,8	1,77	15
I <sub>3</sub>	42,0	22,5	19,5	1,66	18
I <sub>5</sub>	41,3	23,0	18,3	1,63	19
J <sub>4</sub>	28,1	19,8	8,3	1,85	14
J <sub>5</sub>	29,5	19,7	9,8	1,86	14
K <sub>2</sub>	24,4	16,8	7,6	1,84	12
K <sub>4</sub>	27,2	18,4	8,8	1,82	14
K <sub>5</sub>	27,2	18,2	9,0	1,83	14

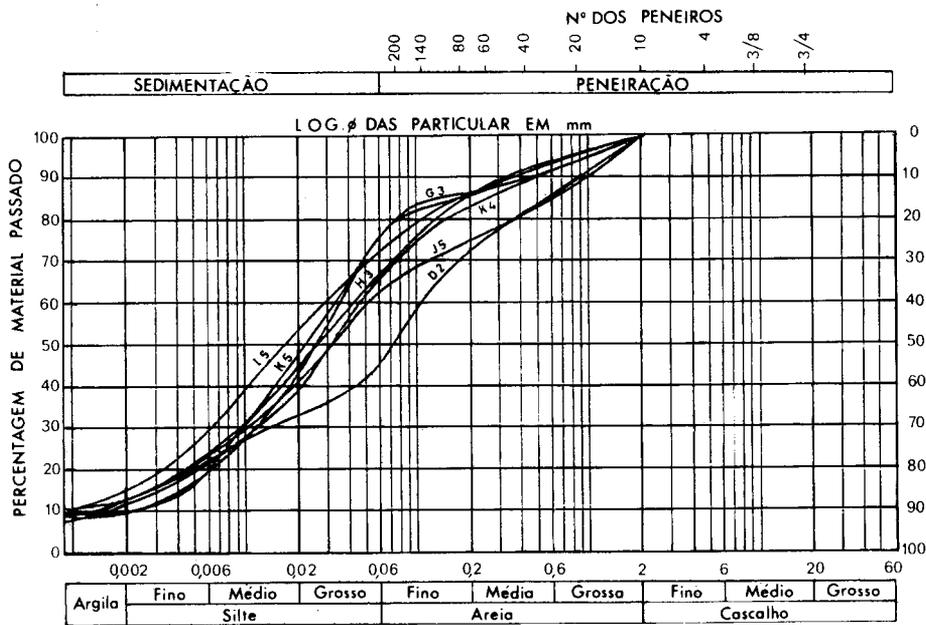


Fig. 1 – Curvas granulométricas do solo aplicado na barragem do Caia

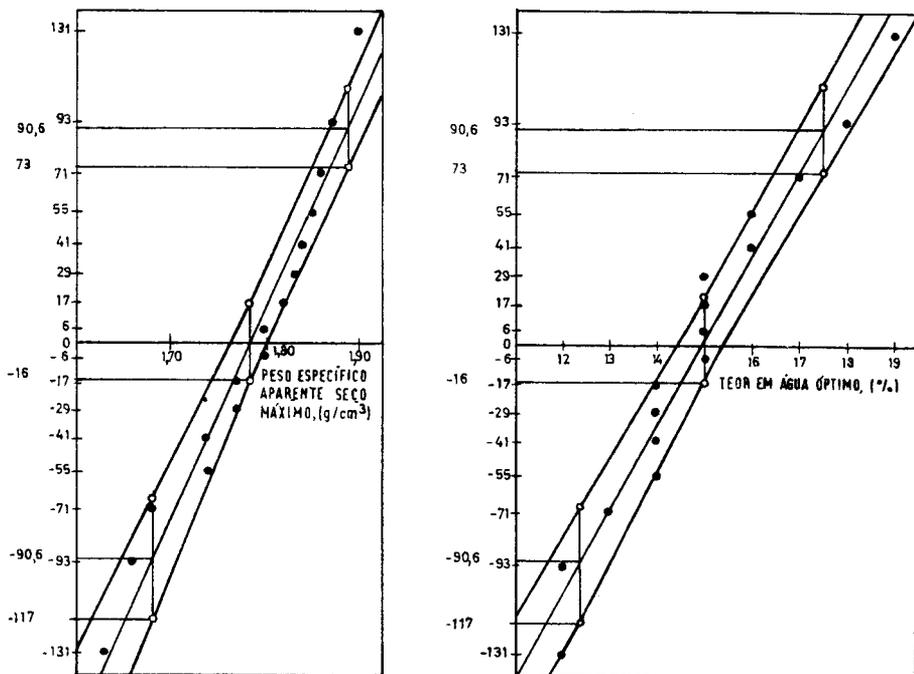


Fig. 2 – Rectas de Henry

Neste quadro indicam-se também os mesmos parâmetros determinados para os dois conjuntos de resultados obtidos durante a construção da barragem mediante o controlo de compactação que então foi efectuado sobre camadas com cerca de 25 cm de espessura. Os resultados dos ensaios foram fornecidos pelos relatórios [2], [3], [4] e [5] indicados nas referências bibliográficas.

O Quadro 2 permite assim comparar as características dos dois conjuntos, verificando-se que as médias, praticamente, se mantiveram e que a dispersão, medida pelo desvio padrão ou pelo coeficiente de variação, aumentou, como era de esperar, ao passar-se da fase de estudo para a fase de construção.

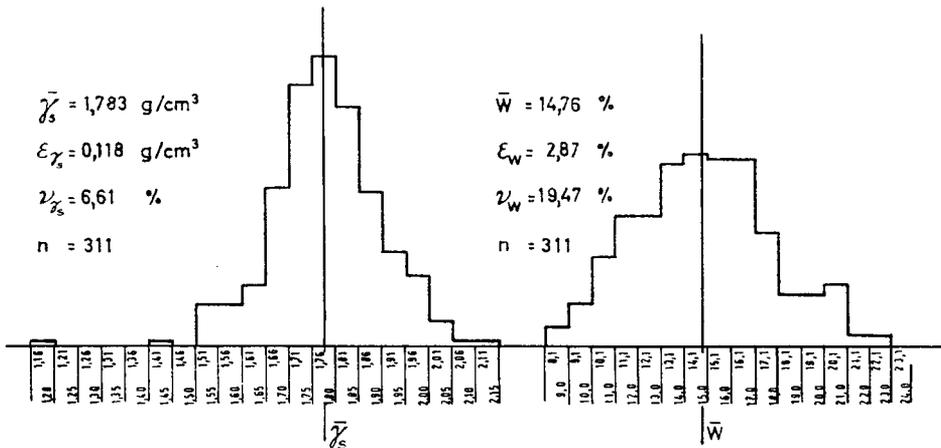
Da Fig. 3, onde estão indicadas as distribuições de frequência dos resultados obtidos no controlo de compactação, conclui-se que as referidas distribuições podem ser consideradas normais.

**QUADRO 2**  
**PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS VALORES OBTIDOS**  
**NOS ENSAIOS DO SOLO APLICADO NA BARRAGEM DO CAIA**

DESIGNAÇÃO	PESO ESPECÍFICO APARENTE SECO		TEOR EM ÁGUA	
	Máximo, na fase de estudo das manchas de empréstimo	Durante o controlo de compactação	Ótimo, na fase de estudo das manchas de empréstimo	Durante o controlo de compactação
Média	1,785 g/cm <sup>3</sup>	1,783 g/cm <sup>3</sup>	14,90%	14,76%
Desvio padrão	0,0787 g/cm <sup>3</sup>	0,118 g/cm <sup>3</sup>	1,95%	2,87%
Coefficiente de variação	4,41%	6,61%	13,09%	19,47%
Número de determinações	16	311	16	311

#### 4 – CARACTERIZAÇÃO DO SOLO DAS MANCHAS DE EMPRÉSTIMO

Na fase de estudo das manchas de empréstimo de terras, os valores a determinar são os representativos do peso específico aparente seco máximo e do teor em água ótimo, que hão-de caracterizar o solo das referidas manchas e que são as médias,  $\bar{\gamma}_s \text{ máx.}$  e  $\bar{W}_{op.}$ , respectivamente calculadas



*Fig. 3 – Distribuição de frequência dos resultados obtidos no controlo de compactação, da barragem do Caia*

a partir de um número,  $n$ , de determinações efectuadas noutras tantas amostras retiradas de uma mancha de solo, considerado para fins práticos, de um único tipo.

Este número  $n$  de amostras a ensaiar é dado, com suficiente aproximação,<sup>(1)</sup> pela expressão

$$n = \left( \frac{t \cdot \varepsilon_X}{\bar{X} - \bar{\bar{X}}} \right)^2$$

sendo  $\bar{X}$ , a média dos  $n$  valores da característica  $X$ ;  $\bar{\bar{X}}$ , a média representativa da média de todos os valores individuais da característica  $X$ ;  $\varepsilon_X$  o desvio padrão representativo do desvio padrão de todos os valores individuais da característica  $X$  e  $t$ , o valor da variável reduzida ou seja, a diferença  $\bar{X} - \bar{\bar{X}}$  expressa em desvios padrões,  $\frac{\varepsilon_X}{\sqrt{n}}$ .

Nas aplicações da expressão referida, feitas a seguir, os valores de  $\bar{\bar{X}}$  e  $\varepsilon_X$  estão indicados no Quadro 2 e foram determinados a partir das séries de 16 valores obtidos durante o estudo das manchas de empréstimo, a que se refere o Quadro 1.

a) *Peso específico aparente seco máximo:*

$$\bar{\bar{V}}_s \text{ máx.} = 1,785 \text{ g/cm}^3$$

$$\varepsilon_{V_s \text{ máx.}} = 0,0787 \text{ g/cm}^3$$

Fazendo  $t = 1,00$ , admitindo portanto que cerca de 2/3 dos valores  $\bar{V}_s \text{ máx.}$  caíam no intervalo  $2 \times |\bar{V}_s \text{ máx.} - \bar{\bar{V}}_s \text{ máx.}|$ , se se repetisse muitas vezes a série de  $n_1$  determinações e admitindo no máximo, uma diferença de  $\pm 0,020 \text{ g/cm}^3$  entre  $\bar{V}_s \text{ máx.}$  e  $\bar{\bar{V}}_s \text{ máx.}$ , obtém-se

$$n_1 \approx 16 \text{ determinações}$$

---

<sup>(1)</sup> Rigorosamente, na expressão referida deveria figurar  $n - 1$  em vez de  $n$  e  $t_{n-1}$  em vez de  $t$ , ou seja  $t_\infty$ .

b) *Teor em água óptimo:*

$$\overline{W}_{op} = 14,9\%$$

$$\varepsilon_{W_{op}} = 1,95\%$$

Fazendo  $t = 1,00$ , como anteriormente, e admitindo no máximo, uma diferença de  $\pm 0,5\%$  entre  $\overline{W}_{op}$  e  $\overline{W}_{op}$ , obtém-se

$$n_2 \approx 15 \text{ determinações}$$

Como as determinações de  $\overline{v}_s \text{ máx.}$  e  $\overline{W}_{op}$  são feitas a partir dos mesmos ensaios, não haverá vantagem em fazer um número de determinações individuais diferente para cada caso e, assim adoptar-se-á o mesmo número de determinações a efectuar nos dois casos ou seja 16, o que faz aumentar, aliás muito pouco, neste caso, a exactidão da média  $\overline{W}_{op}$ .

*Conclui-se assim que na caracterização de uma mancha de empréstimo de terras, constituída, praticamente, por um único solo e do tipo análogo ao descrito na secção 3 deste trabalho, os valores do peso específico aparente seco máximo,  $\overline{v}_s \text{ máx.} \pm 0,02 \text{ g/cm}^3$ , e o teor em água óptimo  $\overline{W}_{op} \pm 0,5\%$  deverão ser as médias de 16 determinações efectuadas noutras tantas amostras retiradas da mancha a caracterizar.*

## 5 – CONDIÇÕES DE RECEPÇÃO DAS CAMADAS DE SOLO COMPACTADAS NO MACIÇO

O problema que agora se põe é o de saber qual o número de determinações a efectuar,  $n$ , e quais os limites, a especificar, do peso específico aparente seco,  $v_{sL}$  e do teor em água,  $W_L$ , para, durante o controlo de compactação do maciço, se rejeitar ou aceitar uma dada camada de solo, mediante a comparação das médias das  $n$  determinações efectuadas nessa camada, com os valores limites  $v_{sL}$  e  $W_L$ .

Serão considerados os três casos seguintes. No primeiro, fixar-se-á que para os solos do tipo utilizado no presente estudo e para uma qualidade média de construção do maciço o desvio padrão se situa à volta dos valores agora achados,  $\varepsilon_{v_s}$  e  $\varepsilon_W$ , com base em 311 resultados (ver Quadro 2).

No segundo caso, far-se-á depender a aceitação ou rejeição da camada do valor dos desvios padrões,  $\epsilon_{\gamma_s}$  e  $\epsilon_w$  determinados, os quais atenderão ao tipo de solo e à qualidade de construção do maciço.

No terceiro caso, as dispersões de  $\gamma_s$  e  $w$ , representadas pelos desvios padrões das determinações efectuadas na camada, serão também variáveis de controlo como  $\bar{\gamma}_s$  e  $\bar{w}$ .

Em qualquer dos casos, o problema vai ser tratado com base nas curvas características cujo tipo se apresenta na Fig. 4.

Estas curvas dão em função do nível de qualidade de uma dada produção, a percentagem de lotes aceites e para o seu traçado há que fixar os níveis  $\alpha$  e  $\beta$  de 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> espécie, respectivamente. No caso presente, o risco  $\alpha$  representará a probabilidade de serem rejeitadas indevidamente as camadas de solo compactadas no maciço e o risco  $\beta$ , a probabilidade de serem aceites indevidamente as referidas camadas.

Além da fixação destes riscos há, assim, também, que definir os níveis a que razoavelmente se não-de situar o construtor que corre o risco  $\alpha$  e o dono da obra que corre o risco  $\beta$ . Estes níveis, dados pelos valores das variáveis de controlo, conjuntamente com os valores  $\alpha$  e  $\beta$  definirão as curvas características.

Considere-se, então primeiramente, o caso em que os desvios padrões, determinados para os resultados obtidos durante a construção da barragem do Caia, se consideram os valores razoáveis a aceitar em casos semelhantes ou seja (ver Quadro 2):

$$\epsilon_{\gamma_s} = 0,118 \text{ g/cm}^3 \quad \text{e} \quad \epsilon_w = 2,87\%$$

Neste caso, o número  $n$  de determinações a efectuar, durante o controlo, é dado por

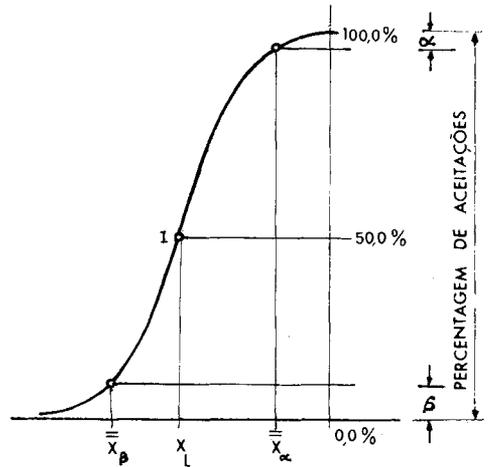


Fig. 4 - Curva característica do ensaio segundo a variável  $X$ .

$$n = \left[ \frac{\varepsilon (u_\alpha + u_\beta)}{\bar{\bar{X}}_\alpha - \bar{\bar{X}}_\beta} \right]^2$$

e o valor limite por

$$X_L = \bar{\bar{X}}_\alpha \pm u_\beta \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}}$$

Nestas expressões,  $u_\alpha$  e  $u_\beta$  são, respectivamente, as diferenças  $\bar{\bar{X}}_\alpha - X_L$  e  $\bar{\bar{X}}_\beta - X_L$  expressas em desvios padrões.

Na Fig. 5, definem-se, de uma maneira genérica, os níveis de qualidade do construtor e do dono da obra, por  $\bar{\bar{X}}_\alpha$  e  $\bar{\bar{X}}_\beta$ , respectivamente, considerados aqui como valores centrais de  $X$ , e marcam-se as áreas limitadas pelas curvas de distribuição (a cheio na figura) correspondentes aos dois riscos,  $\alpha$  e  $\beta$ , referidos.

a) *Peso específico aparente seco:*

Para fixar os níveis  $\bar{\bar{v}}_{s\alpha}$  e  $\bar{\bar{v}}_{s\beta}$ , atendeu-se ao que é habitual estabelecer-se quanto à recepção das porções de solo sucessivamente colocadas e compactadas no maciço, ou seja, como se disse atrás, o de rejeitar essas porções, quando o valor do peso específico aparente determinado for inferior a 95% do peso específico aparente seco máximo.

No caso presente, atendendo ao valor  $\bar{\bar{v}}_{s \text{ máx.}} = 1,785 \text{ g/cm}^3$  que foi o obtido na caracterização das manchas de empréstimo (ver Quadro 2), definiram-se os seguintes níveis:

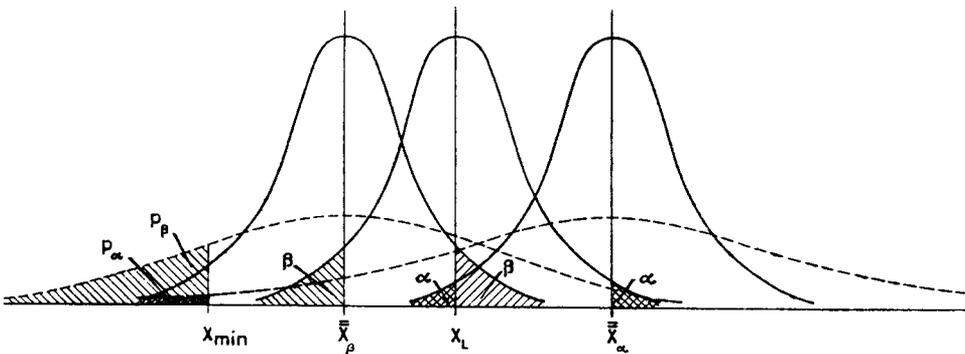


Fig. 5 - Posição da curva característica do ensaio segundo a variável  $X$  relativamente às curvas de distribuição de frequências da mesma variável admitidas pelo construtor ( $X_\alpha$ ) e pelo dono da obra ( $X_\beta$ )

$$\bar{V}_{s\alpha} = \bar{V}_s \text{ máx.} = 1,785 \text{ g/cm}^3$$

$$\bar{V}_{s\beta} = 0,95 \times \bar{V}_s \text{ máx.} = 1,696 \text{ g/cm}^3$$

Tomando para  $\alpha$  e  $\beta$  os valores:

$$\alpha = 0,05 \text{ (} u_\alpha = 1,65 \text{)}$$

$$\beta = 0,158 \text{ (} u_\beta = 1,00 \text{)}$$

obtém-se

e

$$n_3 \approx 12 \text{ determinações}$$

$$\gamma_L = 1,73 \text{ (0) g/cm}^3$$

b) *Para o teor em água:*

Aqui, é habitual estabelecer, como já se disse, que as porções de solo serão rejeitadas quando os valores do teor em água determinados excederem o teor em água ótimo ou forem inferiores a este em mais de 2 a 3%. Para o teor em água há assim que fixar um limite superior,  $W_{Ls}$  e um limite inferior,  $W_{Li}$ , aos quais correspondem os níveis a que se situa o dono da obra,  $\bar{W}_{\beta_i}$  e  $\bar{W}_{\beta_s}$ , respectivamente.

Sabendo-se que  $\bar{W}_{op} = 14,9\%$  (ver Quadro 2), fixaram-se os seguintes níveis:

$$\bar{W}_\alpha = \bar{W}_{op} - 2,0\% = 12,9\%$$

$$\bar{W}_{\beta_i} = \bar{W}_{op} - 4,0\% = 10,9\% \quad \text{e} \quad \bar{W}_{\beta_s} = \bar{W}_{op} = 14,9\%$$

Tomando para  $\alpha$ ,  $\beta_i$  e  $\beta_s$  os valores:

$$\alpha = 0,05 \text{ (} u_\alpha = 1,65 \text{)}$$

$$\beta_i = 0,3 \text{ (} u_{\beta_i} = 0,524 \text{)} \quad \text{e} \quad \beta_s = 0,158 \text{ (} u_{\beta_s} = 1,00 \text{)}$$

obtém-se

e

$$n_4 \approx 11 \text{ determinações} \quad n_5 \approx 15 \text{ determinações}$$

$$W_{Li} = 12,0\% \quad \text{e} \quad W_{Ls} = 13,6\%$$

Considerando que não há economia sensível em manter, na prática, os números diferentes de determinações calculadas 12, 11 e 15, pode adoptar-se o critério

de fixar o maior destes números para as duas características consideradas, de que resulta, conseqüentemente, uma diminuição dos riscos  $\alpha$  e  $\beta$  correspondentes ao peso específico e ao limite inferior do teor em água.

Do exposto, poderá fixar-se a seguinte regra:

*Façam-se em 15 pontos da camada submetida à recepção, a uma dada profundidade, outras tantas determinações do peso específico aparente seco e do teor em água. Determinem-se as médias  $\bar{\gamma}_s$  e  $\bar{W}$ , respectivas. Se, conjuntamente, se verificar que  $\bar{\gamma}_s \geq 1,73 \text{ g/cm}^3$  e  $12,0\% \leq \bar{W} \leq 13,6\%$ , aceite-se a camada; caso contrário, rejeite-se.*

Considere-se agora o segundo caso atrás referido, ou seja o de fazer depender os valores limites  $\gamma_{SL}$  e  $W_L$  dos valores dos desvios padrões de  $\gamma_s$  e  $W$ .

Para a determinação de  $n$ , aplicou-se a expressão

$$n = C \left( \frac{u_\alpha + u_\beta}{u'_\alpha - u'_\beta} \right)^2$$

e para o valor limite

ou

$$\begin{aligned} X_L &= X_{\min} + \zeta \varepsilon \\ X_L &= X_{\max} - \zeta \varepsilon \end{aligned}$$

sendo  $\zeta$  e  $C$ , dois coeficientes com os valores

$$\zeta = \frac{u_\alpha u'_\beta + u_\beta u'_\alpha}{u_\alpha + u_\beta}$$

e

$$C = 1 + \frac{\zeta}{2}$$

Os valores  $u'_\alpha$  e  $u'_\beta$  são os da variável reduzida, quando se consideram as distribuições dos valores individuais de  $X$  em torno de  $\bar{X}_\alpha$  e  $\bar{X}_\beta$ , considerados estes agora, como valores centrais de  $X$ , cujas distribuições estão indicadas a tracejado na Fig. 5. O valor de  $X$  a que correspondem  $u'_\alpha$  e  $u'_\beta$  é  $X_{\min}$ , abaixo do qual o construtor admite a probabilidade  $p_\alpha$  de ocorrência de valores  $X_\alpha$  e o dono da obra, a probabilidade de ocorrência  $p_\beta$  de valores  $X_\beta$ , sendo assim considerados “defeituosos” os valores  $X_\alpha$  e  $X_\beta$ . Os valores  $X_{\min}$  e os das áreas  $p_\alpha$  e  $p_\beta$ , estão também representados na Fig. 5.

c) *Peso específico aparente seco:*

Tomando, como anteriormente

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,05 \quad (u_\alpha = 1,65) \quad \text{e} \quad \beta = 0,158 \quad (u_\beta = 1,00) \\ \text{e} \\ p_\alpha &= 0,05 \quad (u'_\alpha = 1,65) \quad \text{e} \quad p_\beta = 0,20 \quad (u'_\beta = 0,842) \end{aligned}$$

de que resulta

$$X_{\min} = 1,591 \text{ g/cm}^3$$

obtém-se

$$\begin{aligned} \zeta &= 1,14 \\ C &= 1,65 \\ n_6 &\approx 18 \text{ determinações} \\ \gamma_{\text{SL}} &= 1,59 (1) + 1,14 \varepsilon \end{aligned}$$

d) *Para o teor em água:*

Tomando

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,05 \quad (u_\alpha = 1,65) \\ \beta_i &= 0,30 \quad (u_{\beta_i} = 0,524) \quad \beta_s = 0,158 \quad (u_{\beta_s} = 1,00) \\ p_{\alpha_i} &= 0,05 \quad (u'_{\alpha_i} = 1,65) \quad p_{\beta_s} = 0,05 \quad (u'_{\alpha_s} = 1,65) \\ p_{\beta_i} &= 0,165 \quad (u'_{\beta_i} = 0,974) \quad p_{\beta_s} = 0,175 \quad (u'_{\beta_s} = 0,939) \end{aligned}$$

de que resulta

$$\begin{aligned} W_{\min} &= 8,2\% \\ \text{e} \\ W_{\max} &= 17,6\% \end{aligned}$$

obtém-se, para o limite inferior

$$\begin{aligned} \zeta_i &= 1,14 \\ C_i &= 1,65 \\ n_7 &\approx 17 \text{ determinações} \\ W_{\text{Li}} &= 8,2 + 1,14 \varepsilon \end{aligned}$$

e para o limite superior

$$\begin{aligned} \zeta_s &= 1,20 \\ C &= 1,72 \\ n_8 &\simeq 24 \text{ determinações} \\ W_{Ls} &= 17,6 - 1,20 \varepsilon \end{aligned}$$

Do exposto, e tomando, como anteriormente, o maior número de determinações calculado de entre os valores achados, pode concluir-se:

*Façam-se em 24 pontos da camada submetida à recepção, a uma dada profundidade, outras tantas determinações do peso específico aparente seco e do teor em água. Determinem-se as médias  $\bar{v}_s$  e  $\bar{W}$  e os desvios padrões,  $\varepsilon_{v_s}$  e  $\varepsilon_W$ , obtidos e substituam-se os desvios nas expressões  $v_{sL} = 1,59 + 1,14 \varepsilon_{v_s}$ ,  $W_{Li} = 8,2 + 1,14 \varepsilon_W$  e  $W_{Ls} = 17,6 - 1,20 \varepsilon_W$ . Se, conjuntamente, se verificar que  $\bar{v}_s \geq v_{sL}$  e  $W_{Li} \leq \bar{W} \leq W_{Ls}$  aceite-se a camada; caso contrário, rejeite-se.*

Este tipo de amostragem já impõe um limite para o desvio  $\varepsilon_W$ , pois fazendo  $W_{Li} = W_{Ls}$ , obtém-se o referido limite ou seja 7%, valor aliás muito elevado.

Veja-se, finalmente, o caso em que os desvios padrões do peso específico aparente seco do solo compactado e do teor em água estariam também sujeitos a valores limites.

Neste caso, o número  $n$  de determinações a efectuar durante o controlo é dado por

$$n = u + 1$$

sendo

$$u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{u_\alpha + u_\beta \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho} - 1} \right)^2$$

onde 
$$\rho = \frac{\varepsilon_\beta^2}{\varepsilon_\alpha^2}$$

Para a determinação do valor limite  $\varepsilon_L$  da variável de controlo  $\varepsilon$ , há que procurar uma variável casual que com esta esteja relacionada. A variável casual considerada é

$$x^2 = \frac{S}{\varepsilon^2}$$

em que  $S$ , é a soma dos quadrados dos desvios relativamente à média dos valores individuais da variável de controlo  $X$ .

Esta variável  $x^2$  apresenta uma distribuição dependente do número de graus de liberdade,  $\nu$ , podendo, no entanto, aquela distribuição ser considerada normal para  $\nu$  igual ou superior a 30.

Fazendo

$$\varepsilon_L^2 = \frac{S}{n-1} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \varepsilon_\alpha$$

a expressão de  $x^2$ , anterior, toma a forma

$$x^2 = \frac{\varepsilon_L^2 (n-1)}{\varepsilon_\alpha^2}$$

Sabendo-se, como se há-de verificar adiante, que os valores de  $\nu$  são iguais ou superiores a 30, toma-se como normal a distribuição de  $x^2$  ou melhor, de  $\sqrt{2x^2}$ , a qual apresenta a vantagem de ter como valor central  $\sqrt{2\nu-1}$  é como desvio padrão a unidade. Esta distribuição encontra-se representada esquematicamente na Fig. 6.

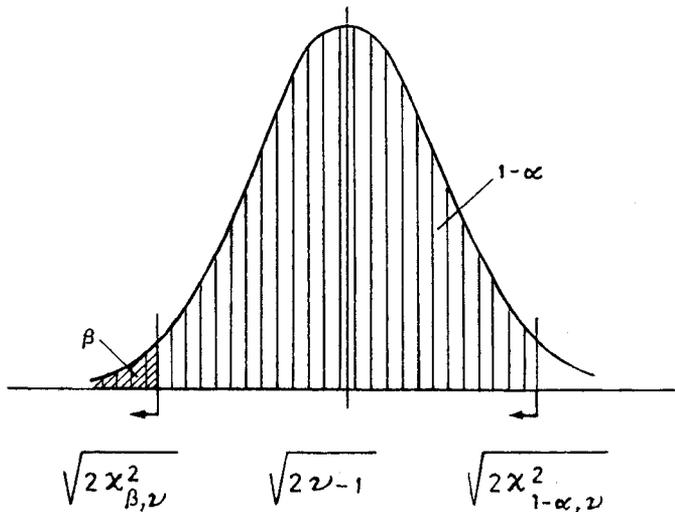


Fig. 6 - Distribuição de  $\sqrt{2x^2}$

Quando  $\varepsilon = \varepsilon_\alpha$

$$F \left( \sqrt{2 x^2}_{1-\alpha, u} \right) = F \left[ \sqrt{\frac{2(n-1) \varepsilon_L^2}{\varepsilon_\alpha^2}} \right] = 1 - \alpha$$

e quando  $\varepsilon = \varepsilon_\beta$

$$F \left( \sqrt{2 x^2}_{\beta, u} \right) = F \left[ \sqrt{\frac{2(n-1) \varepsilon_L^2}{\varepsilon_\beta^2}} \right] = \beta$$

Passando aos valores da variável reduzida,  $u$ , obtém-se:

$$\sqrt{2 x^2}_{1-\alpha, u} - \sqrt{2 u - 1} = u_\alpha$$

e

$$\sqrt{2 x^2}_{\beta, u} - \sqrt{2 u - 1} = -u_\beta$$

Destas duas expressões, ou se determina a partir da primeira, o valor de  $x^2_{1-\alpha, u}$  e se substitui na expressão

$$x^2_{1-\alpha, u} = \frac{\varepsilon_L^2 (n-1)}{\varepsilon_\alpha^2}$$

de onde se deduz o valor de  $\varepsilon_L$  ou, o que é o mesmo, se determina  $x^2_{\beta, u}$  e seguidamente o valor de  $\varepsilon_L$  da expressão

$$x^2_{\beta, u} = \frac{\varepsilon_L^2 (n-1)}{\varepsilon_\beta^2}$$

Fazem-se, seguidamente, as aplicações.

e) *Peso específico aparente seco*

$$\alpha = 0,05 \quad (u_\alpha = 1,65) \quad \beta = 0,158 \quad (u_\beta = 1,00)$$

$$\varepsilon_{\gamma\alpha} = 0,118 \text{ g/cm}^3 \quad \varepsilon_{\gamma\beta} = 0,165 \text{ g/cm}^3$$

$$\sqrt{\rho} = 1,398$$

$$u \approx 30$$

$$n_g = 31 \text{ determinações}$$

$$x^2_{1-\alpha,\beta} = 43,533$$

$$\varepsilon_{VL} = 0,142 \text{ g/cm}^3$$

f) Para o teor em água:

$$\alpha = 0,05 \quad (u_\alpha = 1,65) \quad \beta = 0,158 \quad (u_\beta = 1,00)$$

$$\varepsilon_W = 2,873\% \quad \varepsilon_{W\beta} = 4,016\%$$

O valor de 4,016% é justificado por se pretender manter a relação  $\sqrt{\rho} = \frac{4,016}{2,873} = 1,398$ , que foi adoptada para o caso do peso específico.

Tem-se portanto,

$$n_{10} = 31 \text{ determinações}$$

$$x^2_{1-\alpha,u} = 43,533$$

$$\varepsilon_{WL} = 3,45 \text{ (9) \%}$$

Pode então fixar-se o seguinte:

*Façam-se em 31 pontos da camada submetida a ensaio, a uma dada profundidade, outras tantas determinações do peso específico aparente seco e do teor em água. Determinem-se as médias  $\bar{V}_s$  e  $\bar{W}$  e os desvios padrões  $\varepsilon_{V_s}$  e  $\varepsilon_W$  dos resultados obtidos. Se, conjuntamente, se verificar que  $\varepsilon_{V_s} \leq \varepsilon_{VL}$  e  $\varepsilon_W \leq \varepsilon_{WL}$ , aceite-se provisoriamente a camada; caso contrário, rejeite-se. No caso de aceitação provisória, substituam-se  $\varepsilon_{V_s}$  e  $\varepsilon_W$  pelos seus valores nas expressões  $V_{sL} = 1,59 + 1,14 \varepsilon_{V_s}$ ,  $W_{Li} = 8,2 + 1,14 \varepsilon_W$  e  $W_{Ls} = 17,6 - 1,20 \varepsilon_W$ . Se, conjuntamente, se verificar que  $\bar{V}_s > V_{sL}$  e  $W_{Li} \leq \bar{W} \leq W_{Ls}$ , aceite-se a camada; caso contrário, rejeite-se.*

## 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 – Embora tivessem sido fixados, com certa ponderação, os riscos e os níveis indicados em todo o trabalho apresentado, pretende-se salientar que poderão ser modificados por forma a satisfazer-se a um mais justo equilíbrio entre eles e todos os demais condicionamentos, nomeadamente, economia de ensaios e importância das obras.

6.2 – O parâmetro estatístico escolhido para representar a dispersão das características dos solos compactados foi o desvio padrão dos valores dessas características. No entanto, com o eventual desenvolvimento das aplicações, deverá

encarar-se a utilização do coeficiente de variação, por forma a depreender-se, das duas formas, a mais conveniente.

6.3 – Em presença do número de determinações a efectuar na fase de estudo das manchas de empréstimo, pensa-se que nesta fase se deverão intensificar as operações de reconhecimento dos terrenos, demarcando tão exactamente quanto possível as zonas constituídas praticamente por um único terreno. Este procedimento conduzirá a um menor número de ensaios de referência a efectuar durante o controlo de compactação das camadas, o que, entre outras, constituirá uma melhoria, dada a necessidade das operações do referido controlo terem que se efectuar, tanto quanto possível, com a maior facilidade e rapidez.

6.4 – Considera-se que o número de determinações calculado para cada caso não deve revelar uma exactidão pouco concordante com os condicionamentos da questão tratada. Admite-se assim que em vez das 16, 24 e 31 determinações calculadas, se considerem, respectivamente 15, 25 e 30 determinações.

6.5 – O trabalho apresentado apenas considerou um tipo de solo e por isso, novas aplicações deverão ser feitas com o fim de cobrir todos os solos susceptíveis de apresentar características médias significativamente diferentes.

Poderá julgar-se então da justeza de aplicação do método estatístico ao estudo das manchas de empréstimo dos solos, e à recepção e construção dos maciços.

6.6 – O presente trabalho referiu-se às fases de estudo das manchas de empréstimo e de recepção das sucessivas camadas que vão sendo colocadas e compactadas em obra. O número de determinações a efectuar e os limites a fixar que foram determinados dentro dos condicionamentos expostos informam sobre a posição a tomar pelo dono da obra.

Não foi, assim, focada a posição do construtor a qual é orientada pelos valores limites estabelecidos e pelo controlo das operações de construção com o fim de satisfazer aqueles limites. O construtor poderá utilizar curvas características das variáveis para conhecer a probabilidade de aceitação das camadas quando fixar para si o nível mais conveniente e elaborar cartas de controlo, com o fim de detectar a existência de causas sistemáticas de variação das características dos solos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ESTEVES, V. P. – *Estudo das terras de eventual utilização na construção das barragens do Roxo e do Caia*. 2.º relatório, LNEC, Lisboa, Janeiro de 1959.
- [2] NEVES, M. das – *Colaboração no controlo dos maciços terrosos da barragem do Caia*. LNEC, Lisboa, Outubro de 1964.
- [3] MELO, F. G. de – *Colaboração no controlo dos maciços terrosos da barragem do Caia*. 2.º Relatório. LNEC, Lisboa, Maio de 1965.
- [4] MELO, F. G. de – *Colaboração no controlo dos maciços terrosos da barragem do Caia*. 3.º Relatório. LNEC, Lisboa, Outubro de 1965.
- [5] MELO, F. G. de – *Colaboração no controlo dos maciços terrosos da barragem do Caia*. Relatório final. LNEC, Lisboa, Março de 1967.
- [6] FISHER Y YATES – *Tables estadísticas para investigadores científicos*. Tradução do inglês, Aquiler, S. A. de Ediciones, Madrid, 1949.
- [7] CASTRO, Gustavo de – *Lógica da Experimentação – (I) Inferência Estatística; II) Teoria da Amostragem e Estatística Matemática, Ensaio de Recepção e Ensaio de Hipóteses*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1951.
- [8] MOTHES, J. – *Techniques Modernes de Contrôle des Fabrications*. Tome I, Dunod, 92 Rue Bonaparte (VI), 1952.
- [9] DAVIES – *Design and Analysis of Industrial Experiments*. Oliver and Boyd, 98 Great Russel Street, W. C. 1, London, 1954.
- [10] CAVÉ, R. – *Le Contrôle Statistique des Fabrications*. Edition Eyrolles, Paris 1961.