

ESTACAS SUBMETIDAS A SOLICITAÇÕES LATERAIS – CÁLCULO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

por
PEDRO IVAN ROGÊDO*

RESUMO – Apresenta-se neste trabalho uma técnica de cálculo de estacas submetidas a solicitações laterais, utilizando o método dos elementos finitos. Considera-se a estaca e o solo formados por elementos finitos axissimétricos de secção transversal triangular. Procura-se simular para o solo um comportamento elástico linear quando submetido a compressões e não resistir a tracções. Resultados de ensaios de campo em estacas atravessando várias camadas de diferentes solos são comparados com resultados obtidos pela técnica de cálculo apresentada, e mostram-se bastante concordantes. Soluções obtidas pelos métodos de cálculo actualmente usados são comparadas com as obtidas pela técnica apresentada.

SYNOPSIS – The paper presents a technique of computation, using finite elements, for the design of piles subjected to lateral loads. The pile and the surrounding soil is divided in finite axi-simetric elements of triangular cross-section. The soil is considered as unable to resist tension forces and with elastic behaviour for compression forces.

Results of test performed in actual piles surrounded by multi-layered soil are compared with computed results obtained using the proposed method. These results are also compared with computed results obtained by conventional methods. The agreement between the observed results and the computed results obtained by the method presented in the paper is very good.

INTRODUÇÃO

Grande número de estruturas transmitem solicitações horizontais a uma fundação em estacas. Pontes, edifícios, torres de exploração de petróleo, postos de transmissão, muros de arrimo, são alguns exemplos. Em outros casos as

* Professor Assistente da Universidade de Brasília.
Especialista em Geotecnia (LNEC)

solicitações aplicam-se directamente às estacas, tais como nos duques d'alba e estacas prancha.

Estas solicitações podem ser causadas pelo vento, por ondas marítimas, empuxos de terra, sismos etc. Algumas vezes, em certas estruturas, podem actuar simultâneamente, como nas plataformas construídas no mar para exploração de petróleo, devido a ondas e ao vento; nas pontes, devido ao vento, ao caudal líquido sobre os pilares e à frenagem de veículos sobre o tabuleiro.

Em regiões sísmicas, podem-se desenvolver altas acelerações horizontais, o que leva a que os códigos de construção nestas regiões especifiquem frequentemente que as fundações devem ser capazes de resistir a solicitações horizontais da ordem de 10% e até mesmo 20 ou 30% das verticais.

Verifica-se, portanto, que em uma grande variedade de problemas importantes, é necessário o cálculo de estacas a solicitações horizontais.

Actualmente, usam-se vários métodos de cálculo. Dentre estes, o mais largamente difundido e utilizado, é baseado nas hipóteses da viga sobre base elástica. Apresenta também interesse o método das rótulas plásticas, recentemente divulgado (1964), e que calcula as forças limites na estaca em função do seu momento de plastificação, e da resistência limite do solo [1] [2]. Uma outra técnica de cálculo bastante interessante foi apresentada por Kananyan [3] baseado em hipóteses de funcionamento elasto-plástico do solo. Contudo, o próprio autor afirma que só se obtêm bons resultados quando os deslocamentos na extremidade superior variam entre 2 e 3 cm.

Todos estes métodos de cálculo baseiam-se em hipóteses simplificativas, que introduzem maiores ou menores erros de acordo com o problema em estudo.

Nas publicações com as referências [1] e [2] podem-se observar alguns valores comparativos entre os deslocamentos calculados na extremidade superior da estaca, e medidos em ensaios de campo. Verifica-se que a relação entre eles varia de 0,5 a 3, para solos argilosos, e entre limites muito mais amplos para os arenosos. Em face destes resultados parece que se devem procurar métodos de cálculo alicerçados em hipóteses mais reais de modo a obter uma melhor concordância com os valores medidos nos ensaios de campo.

GENERALIDADES

Para calcular uma estaca submetida a solicitações laterais é necessário resolver um problema tridimensional, que não tem, actualmente, solução exacta

conhecida nem nos casos mais particulares. Este problema se torna ainda mais difícil se admitirmos que o solo tem um comportamento elástico não linear quando submetido a compressões, além de não ser capaz de resistir a tracções.

Neste trabalho, usando o método dos elementos finitos, apresenta-se uma solução em que se trata o problema a 3 dimensões, admitindo ser a estaca e o solo axissimétricos, e ter o solo um comportamento elástico linear quando submetido a compressões e não ser capaz de resistir a tracções, utilizando algumas hipóteses simplificadoras.

Realizaram-se ensaios em estacas com tamanho natural [4] [5] e a partir das leituras feitas nos extensómetros eléctricos instalados foi possível comparar os deslocamentos e rotações reais com os obtidos pela técnica de cálculo apresentada. Estes, são comparados com os que se obtém admitindo ter a estaca um comportamento como o de uma viga sobre base elástica e das tabelas apresentadas por Davis e Poulos [6].

HIPÓTESES FEITAS

O solo e a estaca são considerados corpos axissimétricos.

O material da estaca, seja concreto, aço ou madeira, é considerado homogéneo, elástico linear e isotrópico, hipóteses geralmente admitidas nos cálculos de estruturas formados por estes materiais.

Os solos, em sua quase totalidade são anisótropos, só podendo ser definidos elásticamente por 21 coeficientes independentes, variáveis com as tensões aplicadas. Em vista da impossibilidade de determinar estes coeficientes, estima-se o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson nas direcções horizontal e vertical, e um módulo de distorção [7]. Assim, não há dificuldade em abordar os casos em que o solo é constituído por várias camadas estratificadas e de características elásticas independentes.

A superestrutura transmite à estaca uma força e geralmente um momento flector aplicados em sua extremidade superior. Não se conhece qualquer informação sobre o diagrama segundo o qual esta força se transmite à estaca, e por isso, admite-se uma distribuição segundo a Fig. 1-a para as forças horizontais, e segundo a Fig. 1-b para os momentos aplicados.

O solo apresenta um comportamento elástico linear quando submetido a compressões e não resiste a tracções, hipóteses possíveis de considerar por meio de algumas simplificações apresentadas.

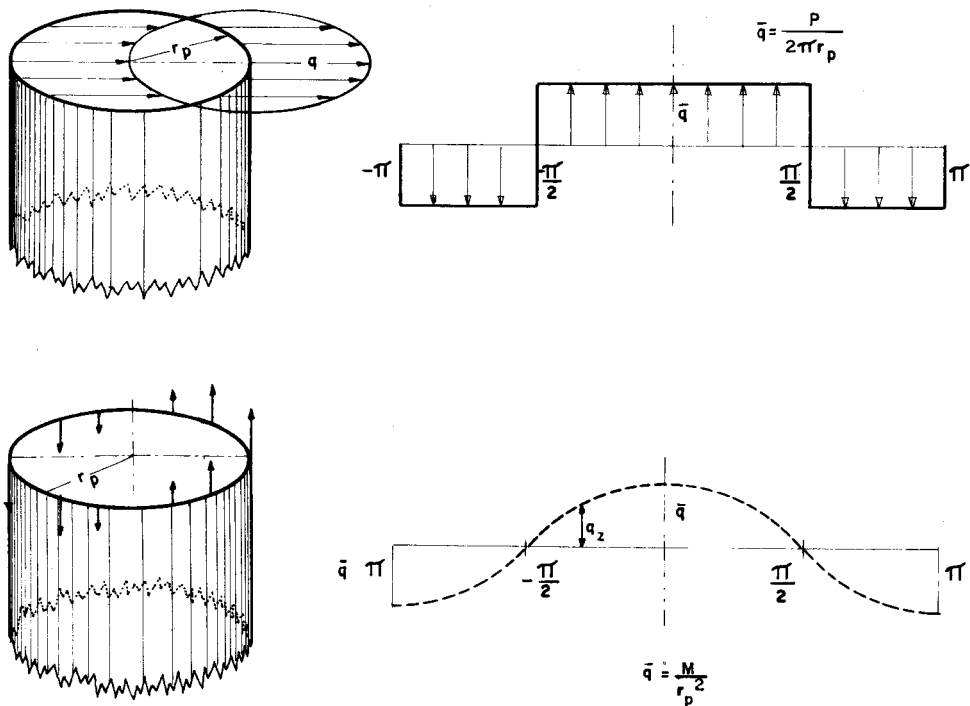


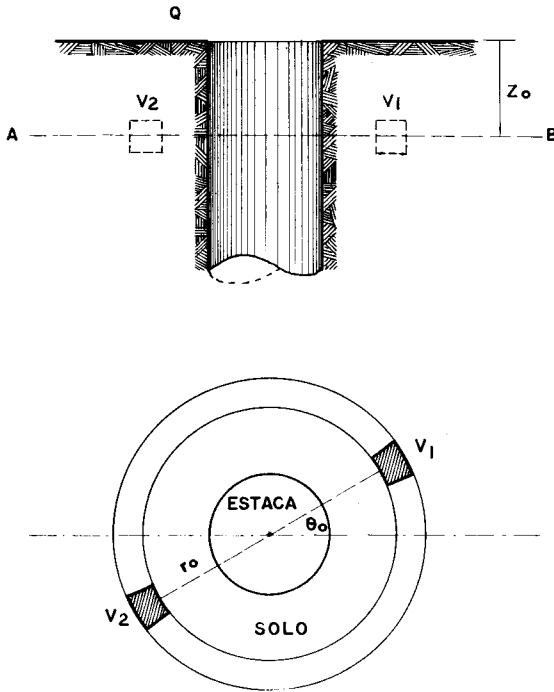
Fig. 1 – Solicitações horizontais aplicadas na extremidade superior da estaca.

TÉCNICAS DE CÁLCULO

Consideremos a estaca e o solo formados por elementos finitos com simetria de revolução. A formulação do elemento finito axissimétrico é feita baseando-se na propriedade dos corpos axissimétricos, fornecida pela Teoria da Elasticidade, de que as solicitações aplicadas variam sinusoidalmente, os deslocamentos resultantes variam da mesma maneira [8] [9]. Como qualquer carregamento, representado no intervalo $-\pi$ a π por uma função $f(\Theta)$, pode ser obtido pela adequada superposição de funções sinusoidais dadas pelo desenvolvimento de $f(\Theta)$ em série de Fourier, a superposição dos correspondentes deslocamentos dá a solução do problema. Verifica-se que as tensões e deformações obtidas também variam sinusoidalmente.

A matriz de tensões $\{\sigma\}$ é da forma

$$\{\sigma\} = \sum_{i=0}^{i=n} \{\sigma\}_i, = \{\sigma\}_c + \{\sigma\}_1 + \dots + \{\sigma\}_n$$



$$\{\sigma\}_i = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_r \cos [n(\Theta - x)] \\ \bar{\sigma}_\Theta \cos [n(\Theta - x)] \\ \bar{\sigma}_z \cos [n(\Theta - x)] \\ \bar{\tau}_{r\Theta} \sin [n(\Theta - x)] \\ \bar{\tau}_{rz} \cos [n(\Theta - x)] \\ \bar{\tau}_{\Theta z} \sin [n(\Theta - x)] \end{array} \right\} \quad (1)$$

Fig. 2 - Volumes de solo V1 e V2

onde $\sigma_r, \bar{\sigma}_\Theta, \dots, \bar{\tau}_{\Theta z}$ são amplitudes de tensões no centro de gravidade do elemento, i é, o número do termo do desenvolvimento das sollicitações aplicadas em série de Fourier, Θ é o ângulo que define secções transversais do mesmo elemento, e x define a posição da sollicitação na circunferência.

Analisando a expressão (1), verifica-se que (Fig. 3) a qualquer volume elemental dV_1 definido por $(r_0, \Theta_0, Z_0), (r_0, \Theta_0 + d\Theta_0, Z_0)$ submetido a tensões $\{\sigma\}$ corresponde sempre um outro volume elemental definido por $(r_0, \pi + \Theta_0, Z_0), (r_0, \pi + \Theta_0 + d\Theta, Z_0)$ submetido a tensões iguais e de sinais opostos e, se a resultante

destas tensões produz compressão em dV_1 , a resultante das tensões produz tracções em dV_2 . Raciocínio semelhante pode ser feito para as deformações.

A energia de deformação em dV_1 e dV_2 pode ser expressa por dU_1 e dU_2 , onde

$$dU_1 = dU_2$$

Portanto, no elemento finito axissimétrico, representando por U_C a energia de deformação devido às tensões de compressão, e U_T a energia de deformação devido às tensões de tracção, tem-se:

$$U_C = U_T$$

E a energia de deformação \bar{U} no elemento pode ser expressa por

$$U = U_C + U_T$$

e daí

$$U_C = U/2$$

Igualando a energia de deformação com o trabalho produzido por forças $\{\bar{F}\}$ aplicadas nos pontos nodais, vem

$$U = \{\bar{\delta}\}^T \{\bar{F}\} = \{\bar{\delta}\}^T [\kappa] \{\bar{\delta}\} \quad (2)$$

onde $\{\bar{\delta}\}$ e $[\kappa]$ representam, respectivamente, os deslocamentos nos pontos nodais e a matriz de rigidez do elemento.

Como o solo não pode resistir a tensões de tracção, pela equação (2), vem:

$$U_C = \frac{1}{2} \left(\{\bar{\delta}\}^T \{\bar{F}\} \right) = \{\bar{\delta}\}^T \left(\frac{1}{2} [\kappa] \right) \{\bar{\delta}\} \quad (3)$$

e o elemento finito do solo está a resistir apenas a compressões (ou a tracções) se sua matriz de características elásticas, na formação da matriz de rigidez for dividida por 2.

Admitir a validade da equação (3) significa admitir que cada uma das forças nodais que realmente produzem tensões de compressão, e que actuam numa semi-circunferência, pode ser substituída por outra de igual resultante, que actua em toda a circunferência, como por exemplo, se representa na Fig. 3.

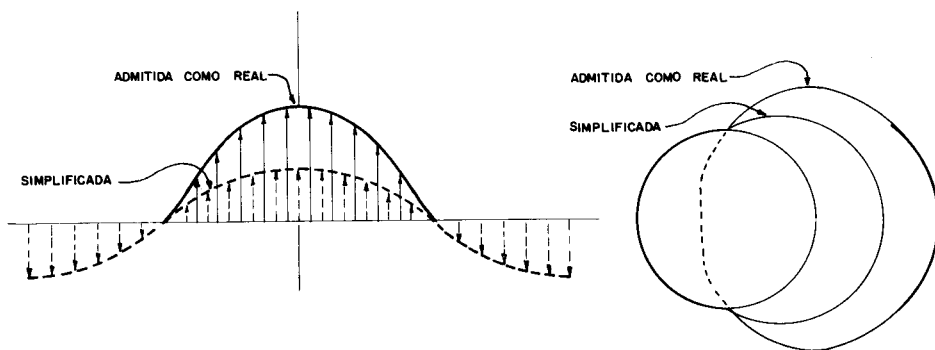


Fig. 3 – Força nodal admitida provocando compressões e a sua simplicidade feita.

A simplificação acima é válida no que se refere ao equilíbrio geral de forças, isto é, a solicitação aplicada à estaca é equilibrada por esforços ao longo da estaca e no solo que resiste apenas a compressões.

As hipóteses feitas só podem ter sua validade comprovada por resultados experimentais, que, embora em pequeno número mostraram uma concordância bastante promissora. De qualquer forma estas hipóteses são mais refinadas do que as feitas na formulação dos métodos actualmente usados para o cálculo de estacas.

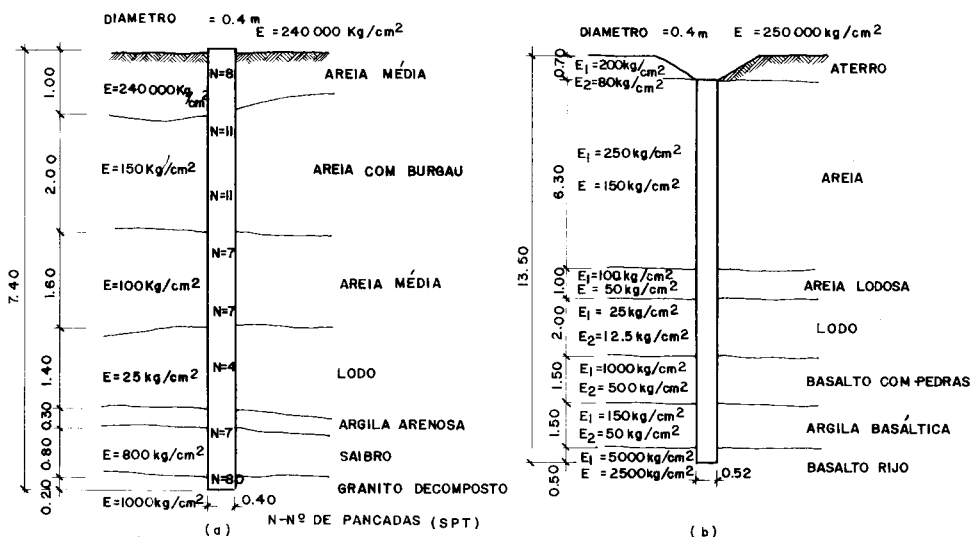


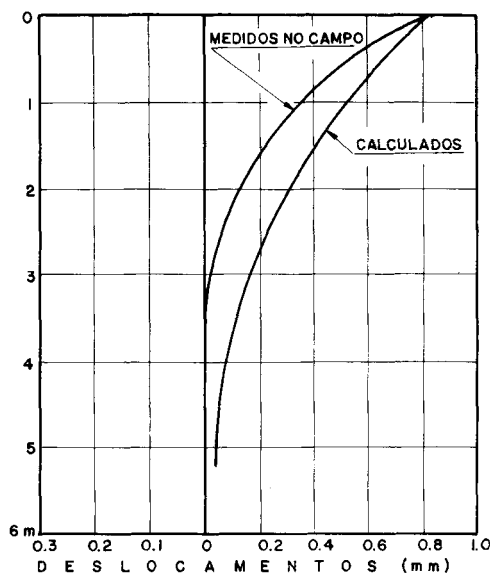
Fig. 4 – Camadas de solo atravessadas pelas estacas ensaiadas.

COMPARAÇÃO COM RESULTADOS DE ENSAIOS DE CAMPO

A falta de informações sobre as condições em que foram efectuados os ensaios referidos por diferentes autores relativos ao número de camadas atravessadas, suas características elásticas, rigidez da estaca, etc., impossibilitam a comparação dos resultados obtidos com os cálculos pela técnica aqui indicada. Contudo, alguns ensaios efectuados pelo LNEC [4] fornecem as indicações necessárias. O módulo de elasticidade da estaca foi calculado em laboratório e o do solo foi estimado, tendo em vista o laudo de sondagem, como indicado na Fig. 4-a. Os deslocamentos obtidos dos ensaios de campo e de cálculo são apresentados na Fig. 5.

Outros ensaios em estacas em solos conhecidos foram também efectuados pelo LNEC [5], em que se mediram os deslocamentos e rotações na extremidade superior da estaca e foram comparados com resultados de cálculo. Neste caso, optou-se por obter duas soluções distintas em que se admitiu possíveis valores limites de variação do módulo de elasticidade do solo (Fig. 4-b). Os deslocamentos e rotações na extremidade superior da estaca, medidos no campo e calculados, foram:

$$\begin{array}{lll} Y_{campo} = 0,3 \text{ mm} & Y_{calc_1} = 0,25 \text{ mm} & Y_{calc_2} = 0,4 \text{ mm} \\ \Theta_{campo} = 0,2 \times 10^{-3} \text{ rad} & \Theta_{calc_1} = 0,12 \times 10^{-3} \text{ rad} & \Theta_{calc_2} = 0,16 \times 10^{-3} \text{ rad} \end{array}$$



Verifica-se que a comparação dos resultados dos cálculos com os medidos no campo é bastante encorajadora, porque os exemplos estudados são bastante comuns na prática devido ao grande número de diferentes zonas de solo atravessados pelas estacas, sobretudo, porque nestes casos os outros métodos se tornam mais imprecisos.

Fig. 5 – Deslocamentos calculados e medidos no campo.

COMPARAÇÃO COM OUTROS MÉTODOS DE CÁLCULO

No quadro 1 comparam-se alguns resultados obtidos pela técnica aqui apresentada, pela técnica que considera a estaca com o comportamento de uma viga sobre base elástica e pelas tabelas de Davis e Poulos [6]. O coeficiente de reacção do solo foi calculado segundo a fórmula apresentada por Vesic [10], a partir da rigidez da estaca, do lado ou diâmetro e do módulo de elasticidade do solo.

QUADRO 1

ESTACA Nº RESULTADOS OBTIDOS POR	DESLOCAMENTO NA EXTREMIDADE SUPERIOR (mm)				ROTAÇÕES NA EXTREMIDADE SUPERIOR (mm/m)				MOMENTO MÁXIMO (tm)			
	1	4	9	12	1	4	9	12	1	4	9	12
TABELAS DE DAVIS E POULOS	0.04	1.14	0.03	0.76	0.03	0.60	0.02	0.30	—	—	—	—
VIGA SOBRE BASE ELÁSTICA	0.16	2.66	0.09	1.61	0.23	-1.53	-0.08	-0.55	0.22	0.56	0.38	0.95
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	0.1	1.42	0.07	0.87	0.12	0.64	0.05	0.24	0.13	0.25	0.21	0.49

Observa-se que os resultados calculados pela técnica aqui apresentada se encontram entre os obtidos pelos dois outros processos.

CONCLUSÕES

O cálculo de uma estaca solicitada lateralmente, baseado no estudo de corpos axissimétricos pelo método dos elementos finitos representa, inegavelmente, uma evolução no sentido de encontrar a mais adequada solução para este problema.

A estaca é considerada de comprimento finito, envolvida por um semi-espaço tal como se verifica na realidade. É formada por um material homogêneo e elástico linear, hipóteses geralmente admitidas como válidas para este tipo de problema.

Actualmente, é ainda difícil, quando não é impossível, quantificar adequadamente o comportamento elástico não linear dos solos. Este comportamento, logo que devidamente caracterizado, pode ser levado em consideração nos cálculos, por

intermédio de técnicas iterativas ou incrementais [11], possibilidade que não existe nos métodos actualmente usados. Além disso, não sendo fácil ao calculista o acesso a computadores de grande capacidade para efectuar os cálculos que o estudo deste comportamento necessita, a hipótese formulada de um comportamento elástico linear do solo quando submetido a compressões e sua não resistência a tracções, parece justificável.

A partir desta hipótese, a representação da não resistência à tracção do solo por intermédio de um único cálculo elástico linear em que as características elásticas do solo são divididas por 2, é muito importante pela grande simplificação que representa. Daí, qualquer estaca submetida a solicitações laterais pode ser calculada em tempos reduzidos de computador.

Embora, devido a esta simplificação, sejam introduzidos erros importantes no cálculo dos deslocamentos e das tensões nos pontos do solo, o cálculo dos deslocamentos e das tensões na estaca não é muito influenciado por estes erros.

A técnica desenvolvida, representa ainda a vantagem, indiscutível, de poder tratar casos muito gerais em que a estaca atravessa camadas estratificadas de diferentes solos, com diferentes características elásticas na vertical e horizontal, sem qualquer acréscimo de dificuldade ou de tempos de cálculo.

O interesse desta técnica só pode ser devidamente avaliada por comparação dos resultados que permite obter, com resultados de ensaios de campo. As comparações já feitas mostram concordância satisfatória. Parece, no entanto, desejável que se efectuem outros ensaios de campo que sirvam de base a novas comparações.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Eng.^o JOSÉ DE BRITO FOLQUE e ao Eng.^o JOSÉ DE OLIVEIRA PEDRO, o interesse com que acompanharam o desenvolvimento deste trabalho, além de terem lido o texto e apresentado sugestões. Agradeço também ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil, e à Universidade de Brasília pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 – BROMS, B. B. – *Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils*, Proceedings of ASCE, Soil Mechanics and Foundation Division, vol. 90, March 1964 – Part I

- 2 – BROMS, B. B. – *Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils*, Journal of ASCE, Soil Mechanics and Foundation Division, vol. 90, May 1964, Part I.
- 3 – KANANYAN, A. S. – (tradução para o português de FOLQUE, J.; 1970), *Cálculo de Estacas Sujeitas à Acção de Forças Horizontais*, Osnovanija, Fundamenty i Mekhanika Gruntov – n.º 2, 1968.
- 4 – CASTRO, G. – Refinaria da Sacor de Matosinhos, *Ensaio de Estacas*, Relatório Interno do LNEC, 1967.
- 5 – CASTRO, G. – *Ensaio de Estacas e Lintes de Fundação do Edifício dos Armadores de Pesca em Pedrouços*, Relatório Interno do LNEC, Agosto – 1960.
- 6 – DAVIS, E. H.; POULOS, H. G. – *A Summary of some Recent Solution for the Theoretical Behaviour of Piles*, VII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering – Session Especial, Negative Skin Friction and Settlements of Piled Foundations, Buenos Aires, 1969.
- 7 – ZIENKIEWICZ, O. C.; STAGG, K. G. – *Rock Mechanics in Engineering, Practice*, John Wiley & Sons, 1968.
- 8 – GRAFTON, P. E.; STROME, D. R. – *Analysis of Axisymmetrical Shells by the Direct Stiffness Method*, AIAA Journal, vol. 1, n.º 10, October 1963.
- 9 – ZIENKIEWICZ, O. C.; CHEUNG, Y. K. – *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, McGraw-Hill Company, 1967.
- 10 – VESIC, A. B. – *Beams on Elastic Subgrade and the Winkler's Hypotheses*, Proceeding of the 5.º International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1961.
- 11 – DILAY, M.; PENZIEN, J. – *Nonlinear Seismic Response of Earth Structures*, Report n.º EERC 69-2, January – 1969, College of Engineering–University of California.