

NOTAS SOBRE A MECÂNICA DOS SOLOS DOS ESTADOS CRÍTICOS**

Notes on Critical States Soil Mechanics

por

WILLIAM H. PERLOFF*

RESUMO – Este artigo diz respeito a uma exposição, realizada no LNEC, sobre o objectivo e abordagem genérica da investigação que, em mecânica dos solos, tem vindo a ser efectuada na Universidade de Cambridge e dos aspectos dessa pesquisa incorporados no trabalho «Critical State Soil Mechanics» (Schofield e Wroth, 1968).

SYNOPSIS – This article summarizes briefly discussions held at LNEC concerning the objectives and general approach of the soil mechanics research at Cambridge University and that aspect of their work embodied in «Critical State Soil Mechanics» (Schofield and Wroth, 1968).

I – INTRODUÇÃO

De acordo com Roscoe (1970), o objectivo básico da investigação na mecânica dos solos em Cambridge, foi o desenvolvimento de equações constitutivas genéricas que permitissem prever os deslocamentos dum sistema solo-estrutura face a uma solicitação qualquer.

As tarefas específicas necessárias para atingir aquele objectivo são as seguintes:

1. Estabelecimento para os solos de leis constitutivas que envolvam um mínimo de parâmetros. Desta atitude resultaram pesquisas experimentais para:
 - a. Desenvolver métodos de «fabrico» de amostras num estado o mais simples possível.

* Professor de Mecânica dos Solos da Universidade de Purdue, U.S.A.

** Traduzido por E. Maranha das Neves, Especialista em Geotecnia (LNEC)

- b. Construir aparelhagem de ensaio tão versátil que permita executar ensaios de corte em corpos de prova cujos campos de tensão sejam mais gerais que os obteníveis com o «triaxial» convencional e a medição da distribuição quer das tensões na fronteira, quer das extensões no interior do corpo de prova.
2. Desenvolvimento de métodos de confirmação experimental de hipóteses. Estes métodos incluem:
 - a. Modelos de grandes dimensões.
 - b. Modelos reduzidos construídos e ensaiados num dispositivo gerador de forças centrífugas.
 - c. Ensaio de campo.

O capítulo seguinte refere-se a certos aspectos do desenvolvimento duma lei constitutiva aplicável especialmente a argilas saturadas remoldadas.

II – O MODELO «ESTADO CRÍTICO»

O «estado crítico» como modelo aplicável ao comportamento de argilas saturadas, tal qual é descrito por Schofield e Wroth (1968), deriva duma conjugação da teoria clássica da plasticidade com os resultados experimentais obtidos para os solos.

A definição dum material plástico «estável» baseia-se em dois conceitos:

1. Quando um pequeno acréscimo de carga, $d\sigma_{ij}$ é aplicado a um espécime do material assimilável a um ponto e retirado em seguida, o trabalho realizado pela carga incremental é maior ou igual a zero:

$$d\sigma_{ij}(d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^r) \geq 0 \quad (1a)$$

ou

$$d\sigma_{ij} \quad d\epsilon_{ij}^p \geq 0 \quad (1b)$$

onde $d\epsilon_{ij}$ é o acréscimo de extensão resultante da aplicação da carga, $d\epsilon_{ij}^r$ é o acréscimo da extensão recuperada após a retirada da carga e $d\epsilon_{ij}^p$ é a parte não recuperável, ou plástica

$$d\epsilon_{ij}^p = d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^r \quad (2)$$

2. O trabalho realizado durante a aplicação e remoção do incremento, pelas forças anteriormente aplicadas no corpo, deve ser maior do que zero:

$$dW = \sigma_{ij} d\epsilon^p_{ij} > 0 \quad (3)$$

As equações (1b) e (3) podem escrever-se em termos das tensões e extensões observadas durante um ensaio convencional de compressão axial. Assim, sendo p' a tensão média efectiva e q a máxima tensão de corte, vem:

$$p' = \frac{1}{3} (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) \quad (4)$$

e

$$q = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (5)$$

A extensão volumétrica será

$$\frac{\Delta v}{v} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (6)$$

onde v é o volume específico, ($v = 1 + e$), e a máxima extensão distorcional

$$\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_3 \quad (7)$$

e as equações (1a) e (3) transformam-se em

$$dp' \frac{dv^p}{v} + dq d\epsilon^p \geq 0 \quad (8)$$

e

$$dW = p' \frac{dv^p}{v} + q d\epsilon^p > 0^* \quad (9)$$

Torna-se agora necessário, para poder prosseguir, admitir especificações adicionais para o material. Um processo será o de estabelecer uma determinada

* N. do T. - Na dedução das expressões (8) e (9) está implícita a definição $d\epsilon = d\epsilon^p = d\epsilon_1 - \frac{1}{3} dv/v$ e a expressão (9) traduz um trabalho por unidade de volume.

função de dissipação do trabalho. Alternativamente pode admitir-se uma função de cedência. Contudo, adoptando a primeira abordagem, admitiu-se uma função de dissipação tipo «friccional»:

$$dW = M p' | d\epsilon^p | \quad (10)$$

em que M é uma constante. Estudos mais recentes conduziram à adopção duma forma modificada desta função (Roscoe e Burland, 1968):

$$dW = p' \left[\left(\frac{dv^p}{v} \right)^2 + (M d\epsilon^p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

Contudo utilizar-se-á a equação (10) na presente discussão.

Combinando as equações (8), (9) e (10) para $d\epsilon^p > 0$ vem que

$$\left(M - \frac{q}{p'} \right) + \frac{dq}{dp'} \geq 0 \quad (12)$$

Para um material com comportamento perfeitamente plástico, ou para um material plástico que exhibe endurecimento e que experimenta uma variação neutra de estado* a função de cedência f pode escrever-se:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (13)$$

Assim

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad (14)$$

ou, no caso dum ensaio de compressão axial:

$$df = \frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq = 0 \quad (15)$$

Para o caso de plasticidade perfeita a expressão (12) vem

$$\left(M - \frac{q}{p'} \right) dp' + dq = 0 \quad (12')$$

* N. do T. - Entende-se por variação neutra de estado a que segue uma trajectória (num espaço de coordenadas p , q e v , por exemplo) correspondente à curva de cedência.

Comparando as expressões (12') e (15) obtém-se

$$M - \frac{q}{p'} = \frac{\partial f}{\partial p'}, \quad 1 = \frac{\partial f}{\partial q} \quad (16)$$

ou

$$df = \left(M - \frac{q}{p'} \right) dp' + dq \quad (17)$$

Integrando esta expressão obtém-se a equação da curva de cedência; isto é, cada curva de cedência corresponde a um valor particular de $\frac{dv^p}{v}$:

$$\frac{q}{M p'} + \ln p' = C \quad (18)$$

Considerando de momento apenas o trabalho dissipado [equações (9) e (10)], pode calcular-se a constante da equação (18) e determinar a variação volumétrica plástica relativa e a extensão distorsional. Para $\varepsilon^p > 0$,

$$\frac{1}{v} \frac{dv^p}{d\varepsilon^p} = M - \frac{q}{p'} \quad (19)$$

Quando

$$q = M p' \quad (20a)$$

não há variação volumétrica resultante de tensões de corte e o solo está no «estado crítico». Designando o estado crítico pelo índice x

$$q_x = M p'_x \quad (20b)$$

a equação da curva de cedência, (18), transforma-se em

$$\frac{q}{M p'} + \ln \left(\frac{p'}{p'_x} \right) = 1 \quad (21)$$

Torna-se agora necessário considerar as condições correspondentes a uma determinada curva de cedência, a caracterização de estados limitados por essa curva de cedência e o modo pelo qual o estado dum solo passa numa curva de cedência para outra.

Estas condições são discutidas como se segue:

- a. A função de cedência (uma curva num espaço de coordenadas apropriadas) descreve as condições limites do solo em cedência. Cada curva corresponde a um volume específico que pode variar mas não plásticamente. Quer isto dizer que ao longo duma dada curva de cedência

$$dv^p = 0 \quad (22)$$

- b. Para os estados de tensão «interiores» a uma dada curva de cedência admite-se que as variações volumétricas plásticas e as extensões distorcionais são nulas

$$d\epsilon = d\epsilon^p = dv^p = 0 \quad (23)$$

A variação volumétrica recuperável pode ser expressa por

$$dv^r = - \kappa \frac{dp'}{p'} \quad (24)$$

em que κ é uma constante. Então:

$$v = v_\kappa - \kappa \ln p' \quad (25)$$

onde v_κ é o volume específico para $p' = 1$.

A partir da equação (24) é evidente que

$$dv^p = dv_\kappa \quad (26)$$

ou, por outras palavras, que v_κ é constante para uma dada curva de cedência, podendo assim caracterizar um dado estado de variação volumétrica plástica.

- c. Para passar duma curva de cedência para outra, utiliza-se a seguinte equação com base experimental, e *válida no estado crítico*

$$v_x = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (27)$$

em que Γ e λ são constantes.

A superfície que contém todas as curvas de cedência, denominada superfície limite dos estados estáveis, obtém-se da combinação das equações (21), (25) e (27):

$$q = \frac{M p'}{\lambda - \kappa} \left(\Gamma + \lambda - \kappa - v - \lambda \ln p' \right) \quad (28)$$

Para um dado valor de

$$\eta \equiv \frac{q}{p'} \quad (29)$$

na cedência, a equação (28) dá origem a

$$v + \lambda \ln p' = \left(\lambda - \kappa \right) \left(1 - \frac{\eta}{M} \right) + \Gamma = C = v_\lambda \quad (30)$$

As equações (25) e (30) evidenciam que o estado dum solo pode ser descrito univocamente:

1. Na cedência, por v_κ e v_λ^*
2. Interiormente à curva de cedência por

$$v_\kappa, v_\lambda \text{ e } \eta$$

Assim para qualquer solicitação, a resposta do solo está traduzida pelas equações (28) e (19) sendo necessário o conhecimento das três constantes λ , κ e M . Esta descrição do comportamento, ainda que simplificada, é muito mais compreensiva do que as disponíveis até à data.

* N. do T. - O parâmetro v_λ representa, tal como v_κ , um volume específico para $p' = 1$

$$v_\lambda = v + \lambda \ln p'$$

Assim na equação (27) a constante Γ representa o valor de v_λ no estado crítico. De acordo com o modelo descrito a cada valor de v_κ corresponde uma compacidade da fase sólida e, «interiormente» à curva de cedência, o solo pode sofrer expansão seguida de recompressão, permanecendo v_κ constante. Durante a cedência tanto v_κ como v_λ podem variar sendo deste modo utilizados na descrição do estado dum solo em substituição dos parâmetros p' e e .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- SCHOFIELD, A. e WROTH, P. – Critical state soil mechanics, McGraw-Hill Pub. Comp. Lim., London, 1968.
- ROSCOE, K. H. – The influence of strains in soil mechanics (Tenth Rankine Lecture), *Géotechnique*, 20, No. 2, 129-170, 1970.
- ROSCOE, K. H. e BURLAND, J. B. – On the generalized stress-strain behaviour of «wet» clay. *Engineering Plasticity*, 535-609, Cambridge University Press, 1968.