

# MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE UMA ESTACA ISOLADA SOB ACÇÕES HORIZONTAIS

## Methods of analysis of a single pile under lateral loading

ANTÓNIO GOMES CORREIA \*  
JAIME ALBERTO DOS SANTOS \*\*

RESUMO – Analisam-se neste trabalho, alguns métodos mais utilizados na prática para o dimensionamento de uma estaca isolada sujeita a acções horizontais na cabeça. Apresentam-se as expressões analíticas existentes obtidas com base no modelo elástico contínuo e no modelo discreto de Winkler, expressões essas que poderão ser utilizadas, sobretudo, numa fase de pré-dimensionamento. Para melhor traduzir o comportamento do solo, procedeu-se à implementação de um programa de cálculo automático com base no método das diferenças finitas considerando para o solo um modelo elástico perfeitamente plástico. A justeza deste modelo é avaliada através da comparação dos resultados do cálculo com os de uma estaca ensaiada em laboratório.

SYNOPSIS – An analysis of different methods for study the behaviour of a single pile under lateral loading is presented. The available analytical solutions based on an elastic continuum theory and Winkler's discrete theory are presented for pre-design purposes. A simple method based on an elastic perfectly plastic behaviour of the soil is developed using the finite difference approach. The accuracy of this method is checked by comparing the calculation results with the experimental results of a pile tested in laboratory.

## 1 – INTRODUÇÃO

Para o dimensionamento de estacas sujeitas a acções horizontais, vários métodos de análise foram desenvolvidos. Praticamente, em todos estes métodos, a estaca é assimilada a uma peça linear caracterizada por uma dada rigidez à flexão  $EI$ . A principal diferença entre os vários métodos desenvolvidos reside na modelação do comportamento reológico do solo envolvente. Essa modelação pode ser feita através de modelos contínuos e modelos discretos.

- i) Nos modelos contínuos o solo é, em geral, considerado como um meio elástico e contínuo. Recentemente, com o aparecimento de computadores cada vez mais eficientes e rápidos, tornou-se possível uma abordagem mais geral do problema, através da aplicação de modelos tridimensionais de elementos finitos que permitem também analisar o efeito de interacção num grupo de estacas Fig. 1). Nestes modelos é ainda possível incluir elementos de junta para simular melhor a interface estaca-solo e também admitir leis de comportamento elastoplástico para o solo envolvente.

---

\* Professor Associado do IST

\*\* Assistente do IST

ii) Nos modelos discretos o solo é assimilado a uma série de molas independentes com comportamento elástico e linear (modelo de Winkler) ou elástico não linear, traduzido pelas curvas  $p$ - $y$  (Fig. 2). O modelo permite, duma forma expedita, simular a estratificação do terreno, variando as características das curvas  $p$ - $y$  em profundidade. Este modelo, dada a sua simplicidade, é largamente utilizado na prática e tem sido objecto de sucessivos refinamentos ao longo das últimas décadas.

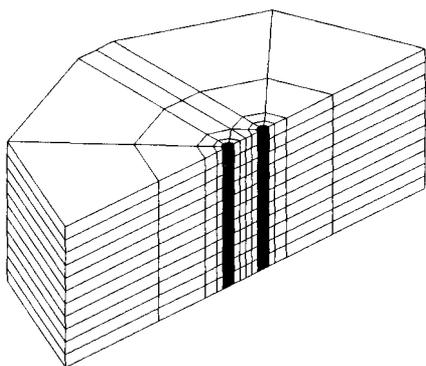


Fig. 1 – Modelo contínuo.  
Malha de elementos finitos 3-D

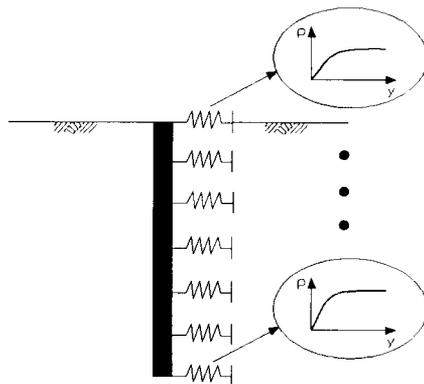


Fig. 2 – Modelo discreto.  
Método das curvas  $p$ - $y$

## 2 – EXPRESSÕES ANALÍTICAS DO MODELO EM MEIO ELÁSTICO CONTÍNUO

O comportamento de uma estaca isolada embebida num meio elástico e contínuo foi estudado por diversos autores. Destacam-se, neste domínio, os trabalhos de Poulos (1971), Banerjee e Davies (1978), Randolph (1981), e Verruijt e Kooijman (1989). A solução de Poulos e Davis (1980), obtida com base na teoria de Midlin, tem sido das mais citadas na bibliografia. Estes autores apresentam a solução do problema sob a forma de ábacos em função de dois parâmetros adimensionais. A formulação do problema desta forma é traduzida por um conjunto de curvas, cada uma correspondente a um determinado comprimento da estaca. Este conjunto de curvas aplica-se a um determinado valor do coeficiente de Poisson do solo  $\nu_s$ .

Acontece que os deslocamentos e os esforços induzidos na estaca diminuem rapidamente em profundidade e são praticamente desprezáveis a partir de uma certa profundidade, designada por profundidade crítica  $l_c$ . Isto significa que, na maioria dos casos práticos, as estacas exibem um comportamento flexível em que o comprimento deixa de desempenhar um parâmetro relevante na avaliação dos deslocamentos e dos esforços, relativamente às acções horizontais.

Randolph (1981) indica que, para o caso de estacas sujeitas a acções horizontais na cabeça, a profundidade crítica  $l_c$  é função do módulo de Young efectivo da estaca,  $E_p$ , e do módulo de distorção característico do solo,  $G_c$ :

$$l_c = 2r_0 \left( \frac{E_p}{G_c} \right)^{2/7} \quad (1)$$

O valor de  $E_p$  é dado por:

$$E_p = \frac{EI}{\frac{\pi r_0^4}{4}} \quad (2)$$

em que:  $r_0$  = raio da estaca ;  $E$  = módulo de elasticidade da estaca e  $I$  = momento de inércia da estaca.

O módulo de distorção característico do solo  $G_c$  representa o valor médio do módulo de distorção modificado  $G^* = G_s (1 + 3\nu_s)$  ao longo do comprimento da estaca até à profundidade crítica ( $G_s$  é o módulo de distorção do solo). Como primeira aproximação, pode-se tomar para  $G_c$  o valor de  $G^*$  para uma profundidade correspondente a  $l_c/2$ . Para o caso geral em que  $G^*$  é variável em profundidade, torna-se necessário um cálculo iterativo até se obter o par de valores  $l_c$  e  $G_c$  compatíveis com a distribuição de  $G^*$  em profundidade e com a expressão (1).

Randolph (1981), com base nos resultados obtidos pelo método dos elementos finitos (análise 3-D), desenvolve as expressões analíticas aproximadas para o cálculo do deslocamento  $y$  e da rotação  $\theta$  da cabeça da estaca, devidos à força horizontal  $H$  e ao momento  $M$ .

$$y = \frac{(E_p/G_c)^{1/7}}{\rho_c G_c} \left[ 0.27 H \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-1} + 0.3 M \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-2} \right] \quad (3)$$

$$\theta = \frac{(E_p/G_c)^{1/7}}{\rho_c G_c} \left[ 0.30 H \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-2} + 0.8 \rho_c^{1/2} M \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-3} \right] \quad (4)$$

O parâmetro  $\rho_c$  define o grau de homogeneidade do solo e é definido por:

$$\rho_c = \frac{G^*(x=l_c/4)}{G^*(x=l_c/2)} \quad (5)$$

Portanto,  $\rho_c$  varia desde a unidade para o caso dum solo homogéneo, com rigidez constante ( $G^*=c^{te}$ ), até ao valor de 0.5 para o caso dum solo cuja rigidez aumenta linearmente em profundidade ( $G^*=m^*x$ ). Valores intermédios de  $\rho_c$  correspondem a solos cuja rigidez aumenta em profundidade, mas partindo dum valor diferente de zero à superfície (Fig. 3).

Das expressões (3) e (4) ressalta a importância da rigidez do solo na zona superficial traduzida pelo valor do produto  $\rho_c G_c$ , o qual representa o valor de  $G^*$  a uma profundidade de  $l_c/4$ .

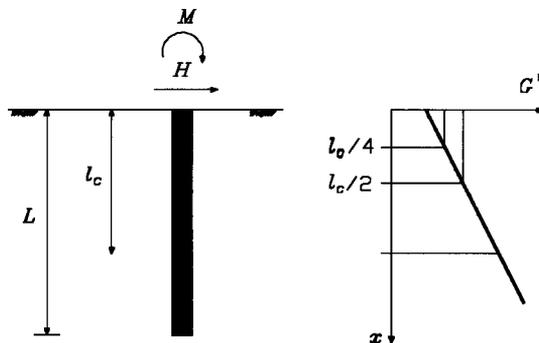


Fig. 3 – Definição de  $\rho_c$  e  $G_c$

### 3 – SOLUÇÕES ANALÍTICAS DO MODELO DE WINKLER PARA UMA ESTACA EM MEIO HOMOGÉNEO

O modelo discreto baseia-se no conceito do coeficiente de reacção proposto por Winkler em 1867 (Terzaghi, 1955). Neste modelo o solo é assimilado por uma série de molas independentes com comportamento elástico e linear. O modelo de cálculo consiste em assimilar a estaca a uma peça linear (viga) apoiada num meio elástico caracterizado pelo parâmetro  $k$ , designado por módulo de reacção [ $FL^{-2}$ ]. A equação diferencial que rege o comportamento dessa viga é bem conhecida da Resistência de Materiais e traduz-se na equação seguinte:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = k(x) y \quad (6)$$

A solução da equação anterior pode ser obtida quer por via analítica quer por via numérica. Hetenyi (1946) desenvolveu as soluções analíticas para várias hipóteses de carregamento e de condições de fronteira, mas somente para o caso particular de  $k$  constante em profundidade. Para outras distribuições de  $k$ , torna-se difícil a resolução analítica da equação (6), pois a solução apresenta-se sob a forma geral duma série infinita, pelo que será mais conveniente adoptar a via numérica.

Santos (1993) apresentou uma compilação das expressões analíticas existentes para os casos particulares de  $k = c^{le}$  e  $k = n_h x$  referentes a estacas flexíveis, semi-flexíveis e rígidas.

Para a definição do domínio de validade destas expressões, Santos e Correia (1992) estabeleceram os limites de comportamento flexível e rígido das estacas com base na análise do deslocamento da cabeça da estaca e do momento flector máximo. Indicam-se, a seguir, as expressões para a determinação da profundidade crítica, do deslocamento e da rotação da cabeça de uma estaca flexível, sujeita à força horizontal  $H$  e ao momento  $M$ :

- módulo de reacção constante em profundidade ( $k = c^{le}$ )

$$l_c = \frac{3}{\lambda} \quad \text{em que} \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

$$y = \frac{2H\lambda}{k} + \frac{2M\lambda^2}{k} \quad (7)$$

$$\theta = \frac{2H\lambda^2}{k} + \frac{4M\lambda^3}{k}$$

- módulo de reacção crescendo linearmente em profundidade ( $k = n_h x$ )

$$l_c = \frac{4}{\eta} \quad \text{em que} \quad \eta = \sqrt[5]{\frac{n_h}{EI}}$$

$$y = \frac{2.44 H \eta^2}{n_h} + \frac{1.62 M \eta^3}{n_h} \quad (8)$$

$$\theta = \frac{1.62 H \eta^3}{n_h} + \frac{1.75 M \eta^4}{h_h}$$

#### 4 – COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES

Uma das hipóteses simplificativas mais questionadas no modelo de Winkler é exactamente o carácter descontínuo do modelo. Torna-se assim interessante comparar os resultados obtidos a partir do modelo de Winkler com os obtidos com base no modelo elástico contínuo. Essa comparação entre as duas soluções permitirá relacionar o módulo de reacção  $k$  com os parâmetros elásticos  $E_s$  (ou  $G_s$ ) e  $\nu_s$  do solo. No entanto, como as duas soluções não são exactamente iguais, a comparação pode ser feita para qualquer das grandezas intervenientes e para qualquer ponto da estaca, conduzindo assim a uma infinidade de relações do tipo  $(E_s, \nu_s) \rightarrow k$ . Porém, é sempre possível seleccionar as grandezas mais importantes, do ponto de vista de dimensionamento, e procurar a relação  $(E_s, \nu_s) \rightarrow k$  que conduza globalmente a um melhor ajustamento entre as duas soluções.

Foi nesta perspectiva que Vesic (1961) estabeleceu a comparação entre as duas soluções para o caso duma viga de comprimento infinito e largura  $B$  apoiada num meio isotrópico, elástico e contínuo. A relação que mais aproxima as duas soluções, quer em termos de deslocamentos quer em termos de momentos flectores máximos, é, segundo o autor, dada por:

$$k = 0.65 \sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{EI}} \times \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \quad (9)$$

A aplicação da expressão anterior para o caso de uma estaca não é directa, pois implica a consideração da influência do solo na parte de trás da estaca. Duma forma muito simplista, poder-se-á considerar dois conjuntos de molas, um à frente e outro atrás da estaca e, portanto, o valor de  $k$  a considerar seria aproximadamente igual a duas vezes o valor obtido pela equação (9). Essa extrapolação implica necessariamente uma certa aproximação, mas que deverá situar-se do lado da segurança, uma vez que se está a desprezar o efeito das tensões tangenciais desenvolvidas ao longo da superfície lateral da estaca.

Em face do exposto, o ideal seria comparar as soluções respeitantes a estacas obtidas a partir do modelo de Winkler e do modelo elástico contínuo. Assim, Poulos e Davis (1980) compararam as duas soluções, para o caso particular de estacas com rotação impedida na cabeça, com comprimento igual a 25 vezes o diâmetro, embebidas num meio com  $\nu_s = 0.5$ . Igualando os deslocamentos ao nível da cabeça da estaca para diferentes valores de rigidez relativa estaca-solo, obtiveram  $k = 0.82 E_s$ . Aplicando essa relação, Poulos e Davis chegaram à conclusão, quer para as estacas rígidas quer para as estacas flexíveis, de que o modelo de Winkler conduzia, em geral, a valores dos deslocamentos e dos momentos flectores ligeiramente mais elevados do que o modelo elástico contínuo.

Seguindo a mesma metodologia, seria interessante confrontar a solução de Winkler com a solução de Randolph, para o caso de estacas flexíveis embebidas num meio isotrópico, homogéneo e elástico e solicitadas por uma força horizontal na sua cabeça. Igualando os deslocamentos ao nível da cabeça da estaca e os momentos flectores máximos, Santos (1993) obteve a relação seguinte:

$$k = f \sqrt[7]{\frac{G^*{}^8}{E}} \quad (10)$$

onde  $f$  é um factor adimensional dependente das condições de fronteira na cabeça da estaca e das grandezas a comparar. No quadro 1 resumem-se os valores de  $f$  obtidos para uma estaca sob acção de uma força horizontal concentrada na cabeça, e para as situações seguintes:

- estaca com cabeça livre - igualando os deslocamentos;
- estaca com cabeça livre - igualando os momentos flectores máximos;
- estaca com rotação impedida na cabeça - igualando os deslocamentos;
- estaca com rotação impedida na cabeça - igualando os momentos flectores máximos.

QUADRO 1

Valores de  $f$  para uma estaca flexível (expressão 10)

		Igualando os deslocamentos	Igualando os momentos flectores máximos
Condições de rotação da cabeça	Livre	10.9	20.6
	Impedida	7.9	15.1

Da análise dos valores desse quadro pode concluir-se que o valor de  $f$  é cerca de duas vezes superior quando se pretende igualar os momentos flectores máximos em vez dos deslocamentos. O valor de  $f$  varia entre cerca de 8 e 20, podendo adoptar-se, em termos práticos, o valor de 10. Esse valor parece à primeira vista demasiado conservativo no que respeita aos momentos flectores máximos, mas na realidade, como o momento é função da raiz à quarta de  $k$ , a redução de  $k$  para metade conduz somente a um aumento de apenas 19% nos momentos flectores.

No intuito de comparar a expressão (10) para  $f=10$  com a expressão (9) de Vesic, afectada do tal coeficiente multiplicativo de 2 devido à influência do solo atrás da estaca, considerou-se para a estaca um módulo de elasticidade de  $E = 29$  GPa e para o solo:  $\nu_s = 0.3$  e  $10^3 < E_s < 10^5$  kPa.

Os resultados de  $k/E_s$  obtidos são apresentados na figura 4. Esta figura mostra que a relação  $k/E_s$  aumenta para valores crescentes do módulo de deformabilidade do solo, sendo esse aumento mais notório na solução baseada na formulação elástica contínua (equação 10).

A equação de Vesic conduz a valores de  $k$  mais conservativos, o que está de acordo com aquilo que foi referido anteriormente, no que respeita ao grau de aproximação desta solução. O afastamento entre as duas soluções acentua-se à medida que o valor de  $E_s$  aumenta, como mostra a Fig. 4.

Comparações semelhantes poderiam ser estabelecidas para outros valores de  $E$  e  $\nu_s$ , no entanto, as conclusões a que se chegariam seria idênticas.

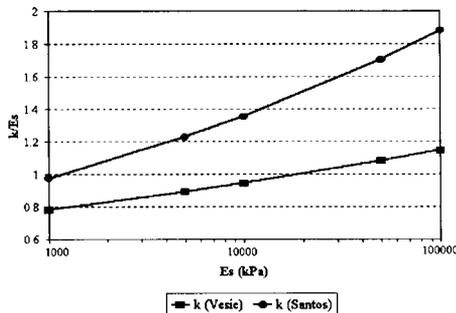


Fig. 4 – Comparação da relação de Vesic (1961) com a de Santos (1993)

## 5 – COMPORTAMENTO ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO PARA O SOLO

A actuação de cargas concentradas na cabeça da estaca conduz frequentemente à plastificação do solo nas zonas próximas do topo, mesmo para níveis de sollicitação não muito elevados. Este facto conduz a uma diminuição significativa da rigidez transversal da estaca e a um aumento ligeiro dos esforços em profundidade. Assim, os modelos descritos anteriormente, que consideram para o solo um comportamento elástico, deverão ser encarados como uma primeira aproximação do problema.

Para ter em conta o comportamento não linear do solo, pode-se utilizar um modelo simplificado considerando um comportamento elástico perfeitamente plástico para o solo. Adoptando um modelo discreto, a relação carga-deslocamento nas molas é traduzida pela curva  $p$ - $y$  indicada na figura 5.

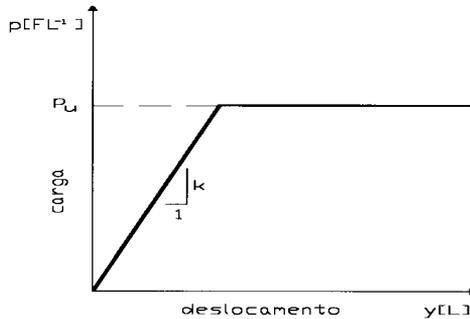


Fig. 5 – Modelo elástico perfeitamente plástico

Esse modelo não é mais do que uma extensão do modelo elástico e linear de Winkler, em que se impõe a condição de em nenhum ponto da estaca a pressão no solo (por unidade de comprimento da estaca) exceder o valor de  $p_u$ .

A curva  $p$ - $y$  apresenta um troço inicial recto, que corresponde a um comportamento elástico e linear do solo até se atingir a resistência última  $p_u$ , a partir da qual se admite que o solo exhibe comportamento perfeitamente plástico.

A aplicação desse modelo requer a avaliação dos parâmetros  $k$  e  $p_u$  indicados na figura 5.

O  $k$  representa o declive do troço inicial da curva e o seu significado físico não é mais do que o módulo de reacção do solo. Segundo Poulos e Davis (1980), quando se utiliza um modelo desse tipo (elástico perfeitamente plástico) o comportamento não linear do solo está de certa forma tido em conta, numa forma implícita, através do valor de  $p_u$ , pelo que se deve adoptar para  $k$  o valor do módulo de reacção tangente, ou um valor próximo daquele.

Para o caso das argilas, Poulos e Davis (1980) fizeram uma “back analysis” de um conjunto de resultados experimentais de ensaios de carga de estacas (embebidas em argilas com  $c_u$  inferior a 40 kPa), mediante a aplicação de um modelo elástico perfeitamente plástico em meio contínuo, assumindo para o módulo de deformabilidade  $E_s$  um valor constante em profundidade. Embora um número limitado de casos tivesse sido analisado, aqueles autores verificaram que havia uma correlação suficientemente consistente entre os valores de  $E_s$  (tangente), obtidos da “back analysis”, com a coesão não drenada do solo  $c_u$ . Poulos e Davis (1980) sugerem a adopção de valores de  $E_s$  (tangente) da ordem de 250 a 400  $c_u$  e consideram que esses módulos devem ser não drenados ( $E_{u'}$ ), atendendo a que os ensaios realizados foram de curta duração.

Uma vez obtido o valor de  $E_u$  (tangente) com base nessa correlação semi-empírica é possível estimar o respectivo valor do módulo de reacção tangente, mediante a aplicação das expressões (9) ou (10).

Para o caso das areias é habitual considerar-se para o solo um aumento de rigidez em profundidade, com  $k = n_h x$ . Os estudos efectuados para estes solos são relativamente mais escassos e não existem valores de  $n_h$  (tangente) suficientemente consistentes e comprovados na prática que possam ser recomendados para a utilização desse modelo. Parece, no entanto, razoável considerar como limite superior os valores de  $n_h$  (tangente) propostos por Reese et al. (1974) para areias submersas. Estes valores dependem da densidade relativa do solo e estão indicados no quadro 2.

QUADRO 2  
Valores de  $n_h$  para areias submersas (Reese et al. 1974)

Areia submersa	solta	medianamente compacta	densa
$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	5.3	16.3	34.0

Quanto ao valor de  $p_u$ , poderá ser estimado, para o caso das argilas moles, pelas expressões apresentadas por Matlock (1970):

$$p_u = N_c c_u B \quad (11)$$

onde  $N_c$  é o menor dos seguintes valores:

$$N_c = 3 + \frac{\sigma'_v}{c_u} + \frac{0.5x}{B} \quad (12)$$

$$N_c = 9$$

em que:  $\sigma'_v$  = tensão efectiva vertical à profundidade  $x$ ;  $c_u$  = coesão não drenada do solo à profundidade  $x$

No caso das argilas rijas, as mesmas equações poderão ser utilizadas, mas considerando para  $c_u$  o valor médio da resistência não drenada do solo até à profundidade  $x$ .

Para o caso das areias, a resistência última do solo pode ser avaliada pela teoria de Broms (1964), que despreza a contribuição dos impulsos activos e o efeito da forma da secção transversal. Segundo este autor, a resistência última  $p_{úr}$  do solo à profundidade  $x$  é dada por:

$$p_{úr} = 3 \text{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi'}{2} \right) \sigma'_v B \quad (13)$$

em que:  $\phi'$  = ângulo de atrito interno do solo

Em suma, propõe-se a utilização do modelo elástico perfeitamente plástico com os parâmetros de cálculo obtidos recorrendo ao quadro 3.

Para a implementação deste modelo desenvolveu-se um programa de cálculo automático em linguagem Fortran 77, baseado na técnica das diferenças finitas. Santos (1993) apresenta uma descrição pormenorizada do programa de cálculo desenvolvido. Para o caso de estacas em betão armado, este programa permite ainda considerar o comportamento não linear da estaca devido à fendilhação.

### QUADRO 3

Proposta de valores para  $k$  e  $p_u$  no modelo elástico perfeitamente plástico

Tipo de solo	$k$ (tangente)	$p_u$
Argilas	$E_u / c_u = 250$ a $400$ (Poulos e Davis 1980) $E_u / \nu_u \rightarrow k$ (Vesic 1961 ou Randolph 1981)	expressões de Matlock (1970)
Areias	$k = n_h \cdot x$ $n_h$ (Reese et al. 1974) $\rightarrow$ limite superior	expressão de Broms (1964)

## 6 – CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

Com o objectivo de aferir a justeza dos modelos de cálculo descritos analisam-se os resultados experimentais de uma estaca solicitada horizontalmente, e utilizando, por um lado, o modelo elástico e linear de Winkler e, por outro, o modelo que considera para o solo um comportamento elástico perfeitamente plástico.

Os resultados experimentais foram retirados duma comunicação apresentada por Koskinen (1991) no X ECSMFE, e refere-se a uma estaca isolada ensaiada em laboratório. O esquema de ensaio está representado na Fig. 6.

A estaca é constituída por um tubo metálico oco com 0.273 m de diâmetro, embebida numa areia fina contida dentro de uma caixa de ensaio. Através de tubos colocados nos cantos da caixa de ensaio é possível introduzir água no solo, por forma a simular um teste em condições submersas.

Instalaram-se ao longo do fuste da estaca onze células para medição da pressão intersticial e da pressão no solo. Após a introdução da estaca, procedeu-se à compactação do solo envolvente através dum vibrador apropriado. Foram colhidas amostras para ensaios triaxiais e realizaram-se ainda ensaios CPT.

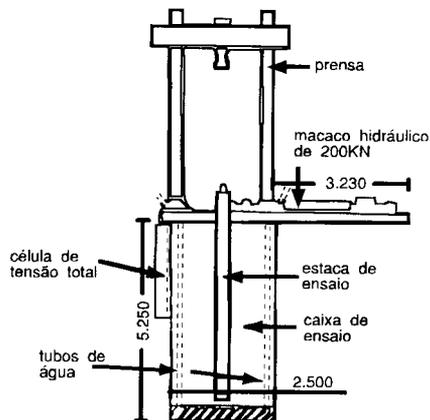


Fig. 6 – Esquema de ensaio adaptado de Koskinen (1991)

Com base nesse conjunto de informação geotécnica Koskinen (1991) adoptou para o solo um ângulo de atrito interno de  $\phi' = 37^\circ$  e considerou para o módulo de reacção a distribuição indicada na Fig. 7. Resumem-se nesta mesma figura as características do solo bem como as da estaca.

Comparam-se, a seguir, os resultados experimentais com os de cálculo, utilizando por um lado o modelo elástico e linear de Winkler (modelo 1) e por outro o modelo que considera para o solo um comportamento elástico perfeitamente plástico (modelo 2). Os resultados de cálculo foram obtidos com base no programa de cálculo automático desenvolvido tendo-se discretizado a estaca com 50 elementos. Foram adoptadas para o solo as características mecânicas indicadas na figura 7.

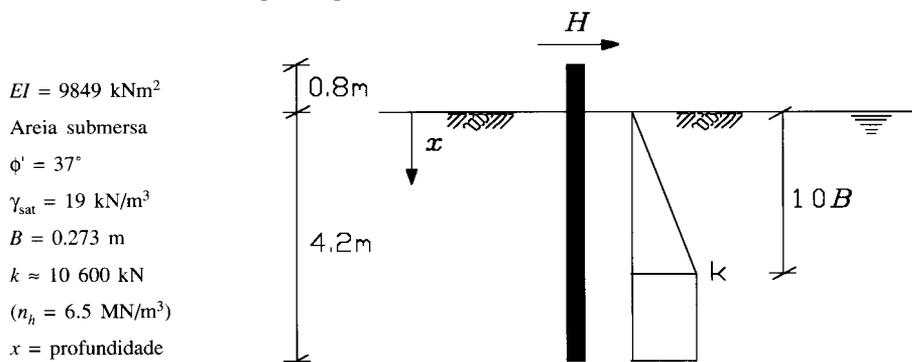


Fig. 7 – Características mecânicas  
(extraído de Koskinen 1991)

Faz-se notar que o valor de  $n_h$  ( $6.5 \text{ MN/m}^3$ ) adoptado por Koskinen é relativamente baixo quando comparado com os valores indicados no quadro 3. Sendo o solo uma areia compacta, o valor de  $n_h$  (tangente) seria, segundo o quadro 3, da ordem de  $25 \text{ MN/m}^3$ , ou seja, quatro vezes superior.

Apresentam-se também os resultados de cálculo obtidos por Koskinen mediante a aplicação do método dos elementos finitos para o modelo elástico perfeitamente plástico.

Para o cálculo da resistência última do solo aplicou-se a teoria de Broms o que conduziu a:

$$(\text{modelo 2}) \quad p_u = 3 \times \text{tg}^2 \left( 45 + \frac{37^\circ}{2} \right) \times 9 \times 0.273 \times x = 29.3 \times x \text{ kN/m} \quad (14)$$

Koskinen (1991) considerou para o cálculo um valor de  $p_u$  mais elevado, provavelmente devido ao carácter conservativo da teoria de Broms. Aquele autor adoptou para a pressão última do solo um valor igual a 4.4 vezes a tensão horizontal correspondente ao estado passivo de Rankine, ou seja, cerca de 46% ( $4.4/3 \approx 1.46$ ) superior ao valor dado pela teoria de Broms, mas não justifica a proveniência daquele factor multiplicativo de 4.4. Este facto, como se analisará mais adiante, não influi numa forma significativa nos resultados obtidos.

A Fig. 8 representa a variação do deslocamento transversal da cabeça da estaca em função da força aplicada e as Figs. 9 e 10 a distribuição dos momentos flectores e pressões no solo em função da profundidade, para uma força horizontal aplicada de  $H=30 \text{ kN}$ .

Da comparação dos valores de cálculo obtidos pelo modelo 2 com os obtidos por Koskinen tiram-se as conclusões seguintes:

- os deslocamentos e os momentos flectores obtidos por Koskinen são ligeiramente inferiores e a diferença acentua-se à medida que a carga aumenta. As pressões no solo

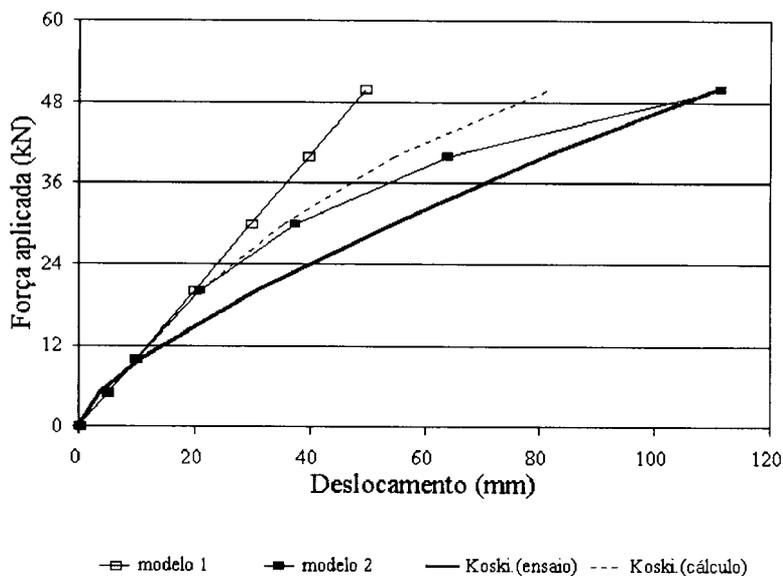


Fig. 8 — Deslocamento transversal da cabeça da estaca em função da força aplicada

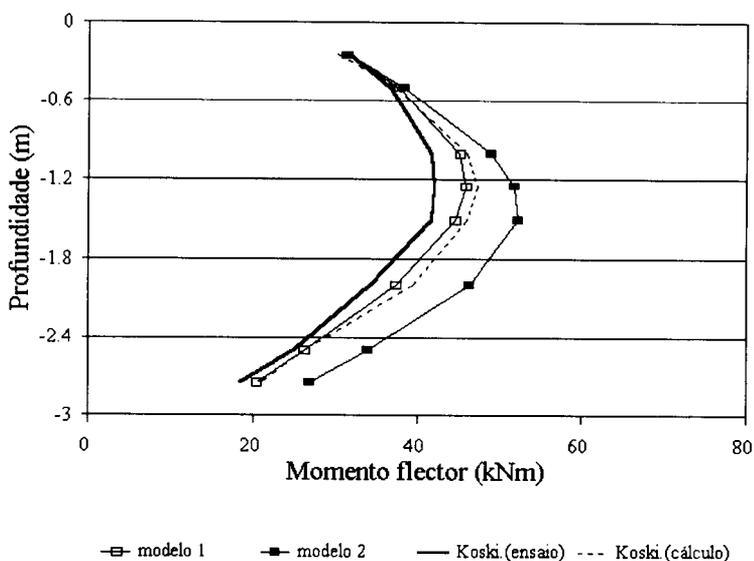


Fig. 9 — Distribuição dos momentos flectores ( $H = 30$  kN)

obtidas por Koskinen são mais elevadas na zona superior da estaca e passa-se o contrário na zona inferior. A explicação é simples e resulta do facto de aquele autor ter considerado um valor de  $p_u$  mais elevado;

- a semelhança dos resultados obtidos justifica-se em virtude de o modelo de comportamento considerado para o solo ter sido o mesmo adoptado por Koskinen e a solução ser pouco sensível ao valor de  $p_u$ .

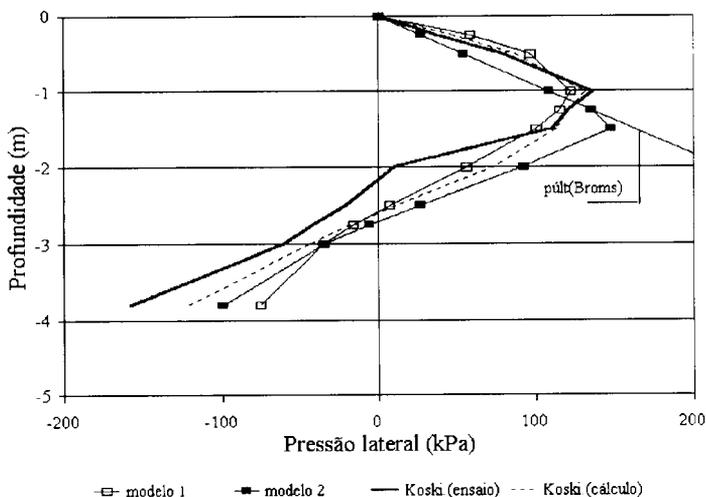


Fig. 10 — Distribuição das pressões no solo ( $H = 30$  kN)

A confrontação dos valores obtidos pelos modelos 1 e 2 com os resultados do protótipo permite tirar as conclusões seguintes:

- os modelos adoptados subestimam o valor dos deslocamentos (Fig. 8). O modelo 1 revela-se incapaz de traduzir o comportamento da estaca em termos de deslocamentos, enquanto o modelo 2 pode ser considerado como aceitável. As ligeiras diferenças entre os resultados do protótipo e os de cálculo (modelo 2) podem ser atribuídas à adopção de valores para  $p_{ult}$  e  $k$  sobreestimados (zona abaixo da profundidade  $-1.0$  m, figura 10);
- a comparação dos valores do momento flector (Fig. 9) mostra que ambos os modelos sobreestimam ligeiramente os esforços, podendo, contudo, ser considerados como aceitáveis. Esta será, aliás, a razão pela qual o modelo de Winkler tem sido frequentemente utilizado na fase de pré-dimensionamento. Os desvios observados podem ser explicados por uma subavaliação das características mecânicas do solo junto à superfície (zona acima da profundidade  $-1.0$  m, Fig. 10), o que se traduz, por conseguinte, num aumento dos momentos flectores em profundidade;
- nas zonas próximas da superfície, onde as tensões de confinamento são baixas e as pressões aplicadas elevadas, ocorre a plastificação do solo. Esta zona superficial, até cerca de cinco diâmetros (para  $H = 30$  kN), condiciona o comportamento da estaca, fundamentalmente no que respeita aos deslocamentos.

## 7 – CONCLUSÕES

No estudo do comportamento de estacas isoladas sujeitas a acções horizontais a modelação do comportamento do solo pode ser feita através de modelos contínuos e modelos discretos.

Nos modelos contínuos a solução obtida é teoricamente mais próxima da realidade, mas os modelos discretos têm a vantagem da simplicidade e são utilizados na prática corrente de dimensionamento.

Mediante a comparação da solução de Winkler referente a estacas flexíveis em meio homogêneo com a obtida a partir do modelo elástico contínuo chegou-se a uma relação entre o módulo de reação e os parâmetros elásticos do solo. A comparação desta relação com a de Vesic permitiu concluir que esta última relação conduz a valores mais conservativos.

A necessidade da consideração do comportamento não linear do solo levou ao desenvolvimento de um método simplificado baseado num modelo discreto que prevê para o solo um comportamento elástico perfeitamente plástico. A solução do problema é obtida através de um programa de cálculo automático utilizando a técnica das diferenças finitas. Para o caso de estacas em betão armado, o programa desenvolvido permite ainda considerar o comportamento não linear da estaca devido à fendilhação.

A comparação dos resultados de cálculo obtidos com o programa desenvolvido e o modelo de Winkler com os resultados experimentais de uma estaca ensaiada em laboratório revelou o seguinte:

- O modelo de Winkler traduz razoavelmente, para o caso analisado, os esforços na estaca, o mesmo não acontecendo para os deslocamentos, em virtude da plastificação do solo na zona junto da cabeça da estaca.
- O modelo elástico perfeitamente plástico conseguiu traduzir numa forma satisfatória o comportamento da estaca, quer em termos de deslocamentos quer em termos de momentos flectores.
- Os valores de  $n_h$ (tangente) propostos por Reese et. al. parecem demasiado favoráveis para serem adoptados no modelo elástico perfeitamente plástico. Estudos posteriores serão necessários por forma a obter valores consistentes e fiáveis de  $n_h$ (tangente) para as areias.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BANERJEE, P. K. E DAVIES, T. G. — *Behavior of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils*. Géotechnique 28, pp. 309-326. 1978.
- BROMS, B. B. — *Lateral resistance of piles in cohesionless soils*. JSMFD, ASCE, Vol. 90, nº 3, pp. 123-156. 1964.
- HETENYI, M. — *Beams on elastic foundations*. Ann Arbor, Mich.: Univ. of Mich. Press. 1946.
- KOSKINEN, M. — *Horizontal capacity of steel pipe pile*. Proc. 10<sup>th</sup> ECSMFE, Florence, Vol. 2, pp. 457-462. 1991.
- MATLOCK, H. — *Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay*. Proc. 2<sup>nd</sup> Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, Vol. 1, pp. 577-594. 1970.
- POULOS, H. G. — *Behaviour of laterally loaded piles: I- single piles*. JSMFD, ASCE, Vol. 97, nº 5, pp. 711-731. 1971.
- POULOS, H. G. E DAVIS, E. H. — *Pile foundation analysis and design*. John Wiley and Sons. 1980.
- RANDOLPH, M. F. — *The response of flexible piles to lateral loading*. Géotechnique 31, pp. 247-249. 1981.

- REESE, L. C.; COX, W. R. E KOOP, F. D. — *Analysis of laterally loaded piles in sand*. Proc. 6<sup>th</sup> Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, Paper OTC 2080, pp. 473-483. 1974.
- REESE, L.C. E WELCH, R. C.— *Laterally loading of deep foundations in stiff clay*. JGED, ASCE, Vol. 101 n<sup>o</sup> 7, pp. 633-649. 1975.
- SANTOS, J. E CORREIA, A. G. — *Unifformização dos limites de comportamento flexível e rígido das estacas sob a acção de cargas horizontais com vista ao respectivo dimensionamento*. 3<sup>o</sup> Encontro de Mecânica Computacional, FCT-Universidade de Coimbra, Vol. 1, pp. G4.1-G4.14. 1992.
- SANTOS, J. A. — *Comportamento de estacas verticais sob acção de cargas horizontais estáticas*. Dissertação apresentada à Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Mecânica dos Solos, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Secção Autónoma de Geotecnia. 1993.
- TERZAGHI, K. — *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Géotechnique, vol. 5, n<sup>o</sup> 4, pp. 297-326. 1955.
- VERRUIJT, A. E KOOIJMAN, A. P. — *Laterally loaded piles in a layered elastic medium*. Géotechnique 39 n<sup>o</sup> 1, pp 39-46. 1989.
- VESIC, A. — *Bending of beam resting on isotropic elastic solid*. JEMD, ASCE, vol. 87, pp. 35-53. 1961.