

ESTUDO DE TÚNEIS EM MEIOS COM SIMETRIA ELÁSTICA DE REVOLUÇÃO

Study of tunnels in environments with elastic symmetry

por

A. M. LOPES*

RESUMO — Apresenta-se um modelo matemático que permite estudar equilíbrios tridimensionais em estruturas axissimétricas, admitindo-se que são constituídas por materiais com comportamento elástico linear. Descreve-se o sistema computacional, baseado no método dos elementos finitos, que foi desenvolvido com o objectivo de analisar este tipo de estruturas e, em especial, túneis com secção circular, actuados por solicitações que podem não ter simetria.

SYNOPSIS — A mathematical model for studying tridimensional equilibriums in axissymmetrical structures formed by materials with linear elastic behaviour is presented. With the help of a finite element model, a computational system was developed which is used in the analysis of this kind of structures, especially tunnels with circular shape under symmetric or no symmetric actions.

1 — INTRODUÇÃO

A grande evolução no domínio da construção de obras subterrâneas tem estimulado o desenvolvimento de modelos matemáticos que possam contribuir para o seu dimensionamento e para aprofundar os conhecimentos sobre o comportamento destas obras.

O modelo matemático que se apresenta neste trabalho permite estudar meios com simetria de revolução constituídos por materiais com comportamento elástico linear, sujeitos a solicitações que podem não ser simétricas. A existência de simetria elástica de revolução e a representação das solicitações por meio de harmónicas permitem simplificar o estudo de equilíbrios tridimensionais, pois por meio de cálculos utilizando malhas planas, embora com três graus de liberdade por nó, é possível conhecer o comportamento tridimensional da estrutura.

O sistema computacional que foi desenvolvido com base neste modelo permite simular as diversas fases de construção de um túnel de secção aproximadamente circular e efectuar estudos paramétricos para conhecer melhor a influência da rigidez do revestimento relativamente à rigidez do maciço, da distância a que é colocado o revestimento em relação à frente de escavação, da anisotropia dos materiais, de heterogeneidades, do estado de tensão no maciço, etc., no comportamento da obra.

A sua aplicação é adequada para estudar túneis profundos, de secção circular, em maciços de boa qualidade e constituídos por materiais cujo comportamento na obra possa ser considerado elástico linear e com simetria axial em relação ao eixo do túnel; embora o modelo matemático já tenha uma certa complexidade, por permitir considerar solicitações sem simetria, envolve por vezes simplificações importantes da reologia dos materiais constituintes do maciço.

* — Eng.^a Civil, Assistente de Investigação do LNEC

Refira-se, no entanto, que no caso de túneis a variabilidade das condições encontradas ao longo do traçado e a informação reduzida de que, em geral, se dispõe sobre as características mecânicas do maciço não justificam por vezes utilizar modelos de aplicação mais dispendiosa. Mesmo quando existe muita informação, verifica-se uma grande dispersão das propriedades, devido a heterogeneidades dos materiais, que dificulta a consideração de todos os parâmetros que influenciam o comportamento de um determinado túnel quando se pretende fazer o seu dimensionamento.

2 — MODELO PARA ESTUDO DE EQUILÍBRIOS TRIDIMENSIONAIS EM SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

2.1 — Hipóteses de cálculo e limitações

O modelo desenvolvido permite estudar equilíbrios tridimensionais em estruturas contínuas axissimétricas constituídas por materiais com comportamento elástico linear. Estas hipóteses implicam, como se referiu, que nem todos os túneis podem ser estudados através deste modelo, pois ele implica limitações quanto à profundidade e geometria da abertura e à reologia dos materiais constituintes do maciço.

A continuidade do meio é uma aproximação válida em maciços pouco fracturados, em que a influência da fracturação não é relevante para o seu comportamento, ou em maciços bastante fracturados, em que esta influência pode ser representada através da anisotropia das características elásticas.

A existência de axissimetria de características geométricas implica que só podem ser analisados túneis de secção circular, em que o avanço da escavação e a aplicação do suporte são feitos também em secção circular. Desta forma, é possível considerar suportes contínuos anelares (de betão projectado ou moldado e placas metálicas) ou ainda suportes descontínuos (cimbres metálicos anelares). A existência de um meio axissimétrico pressupõe também que o túnel se encontra a profundidade suficiente para que a influência da superfície não se faça sentir no comportamento da obra.

A axissimetria de características elásticas da estrutura obriga a que os materiais tenham um plano de simetria elástica que passe pelo eixo de axissimetria da estrutura e implica que as características elásticas não variem com o ângulo θ (Fig. 1).

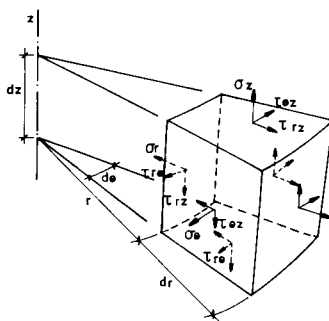


Fig.1— Equilíbrio tridimensional num sólido de revolução

2.2 — Equações fundamentais

Para definir o estado de tensão e de deformação do meio contínuo, recorreu-se à Teoria da Elasticidade. No meio axissimétrico em estudo, o elemento de volume definido num sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) com normais segundo essas três direcções, está representado na Figura 1.

As componentes de tensão (uma normal e duas tangenciais), que actuam nos planos do elemento de dimensões infinitesimais, definem o estado de tensão num ponto.

As nove componentes de tensão definem um tensor de segunda ordem, simétrico, designado por tensor das tensões:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} & \sigma_\theta & \tau_{\theta z} \\ \tau_{rz} & \tau_{\theta z} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

O equilíbrio de forças num elemento do interior do volume, actuado também por uma força mássica de componentes M_r , M_θ e M_z , permite escrever:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + M_r &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + M_\theta &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + M_z &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Para um elemento de volume na vizinhança da fronteira, actuado por forças distribuídas na superfície de fronteira (p_r , p_θ e p_z), em que o vector normal à fronteira é caracterizado pelos seus cosenos directores (n_r , n_θ e n_z), as equações de equilíbrio escrevem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_r n_r + \tau_{r\theta} n_\theta + \tau_{rz} n_z &= p_r \\ \tau_{r\theta} n_r + \sigma_\theta n_\theta + \tau_{\theta z} n_z &= p_\theta \\ \tau_{rz} n_r + \tau_{\theta z} n_\theta + \sigma_z n_z &= p_z \end{aligned} \quad (3)$$

Na hipótese de deformações serem pequenas, estas podem relacionar-se com os deslocamentos da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \end{bmatrix} \quad (4)$$

As relações entre tensões e deformações para materiais com comportamento elástico linear são da forma $\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$.

Se o material tiver um plano de simetria elástica que passe pelo eixo de axissimetria (plano Orz), a matriz $[D]$ é definida por 13 constantes independentes.

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & 0 & 0 \\ & d_{22} & d_{23} & d_{24} & 0 & 0 \\ & & d_{33} & d_{34} & 0 & 0 \\ & & & d_{44} & 0 & 0 \\ & & & & d_{55} & d_{56} \\ & SIM. & & & & d_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Esta é a situação mais geral que poderia ser analisada pelo modelo desenvolvido. Verifica-se, no entanto, que é difícil determinar estas 13 constantes através de ensaios, pelo que é usual considerar outros tipos de simetrias menos complexas e que envolvem a caracterização de menor número de parâmetros.

2.3 — Adaptação das equações fundamentais ao modelo

Considerem-se solicitações a actuar na estrutura – forças mássicas, forças de superfície, tensões iniciais, etc. – simétricas em relação ao eixo $\theta = 0$ e representadas pela sobreposição de solicitações elementares harmónicas:

$$\begin{aligned} R &= \sum_{n=0}^L \bar{R}_n(r, z) \cdot \cos n\theta \\ T &= \sum_{n=0}^L \bar{T}_n(r, z) \cdot \sen n\theta \\ Z &= \sum_{n=0}^L \bar{Z}_n(r, z) \cdot \cos n\theta \end{aligned} \quad (6)$$

Se os deslocamentos forem expressos através de funções do mesmo tipo:

$$\begin{aligned} u_r &= \sum_{n=0}^L \bar{u}_{rn}(r, z) \cdot \cos n\theta \\ u_\theta &= \sum_{n=0}^L \bar{u}_{\theta n}(r, z) \cdot \sen n\theta \\ u_z &= \sum_{n=0}^L \bar{u}_{zn}(r, z) \cdot \cos n\theta \end{aligned} \quad (7)$$

as deformações vêm, atendendo a (4):

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \sum_{n=0}^L \frac{\partial \bar{u}_{rn}}{\partial r} \cos n\theta \\ \epsilon_z &= \sum_{n=0}^L \frac{\partial \bar{u}_{zn}}{\partial z} \cos n\theta \\ \epsilon_\theta &= \sum_{n=0}^L \left(\frac{n}{r} \bar{u}_{\theta n} + \frac{\bar{u}_{rn}}{r} \right) \cos n\theta \\ \gamma_{rz} &= \sum_{n=0}^L \left(\frac{\partial \bar{u}_{zn}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_{rn}}{\partial z} \right) \cos n\theta \\ \gamma_{z\theta} &= \sum_{n=0}^L \left(\frac{\partial \bar{u}_{\theta n}}{\partial z} - n \frac{\bar{u}_{zn}}{r} \right) \sen n\theta \\ \gamma_{r\theta} &= \sum_{n=0}^L \left(-n \frac{\bar{u}_{rn}}{r} + \frac{\partial \bar{u}_{\theta n}}{\partial r} - \frac{\bar{u}_{\theta n}}{r} \right) \sen n\theta \end{aligned} \quad (8)$$

Escrevendo estas expressões na forma matricial, obtém-se:

$$\{\varepsilon\} = \sum_{n=0}^L [G]_n \{\bar{\varepsilon}_n\} \quad (9)$$

sendo

$$[G]_n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \cos n\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \cos n\theta & 0 & 0 & 0 \\ & & & \cos n\theta & 0 & 0 \\ \text{SIM.} & & & & \sin n\theta & 0 \\ & & & & & \sin n\theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

Verifica-se que as componentes das tensões têm também esta forma, atendendo a (5):

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^L [G]_n \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{rn} \\ \bar{\sigma}_{zn} \\ \bar{\sigma}_{\theta n} \\ \bar{\tau}_{rzn} \\ \bar{\tau}_{\theta zn} \\ \bar{\tau}_{r\theta n} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Substituindo estas tensões nas equações de equilíbrio no interior do elemento e na fronteira (equações 2, 3 e 6), verifica-se que o equilíbrio é satisfeito independentemente da variável θ . Desta forma, é possível estudar equilíbrios tridimensionais, em meios com simetria de revolução, analisando equilíbrios relativos a um plano que passe pelo eixo de simetria. Refira-se que, embora o estudo seja feito num plano, são considerados três graus de liberdade para os deslocamentos dos pontos desse plano, visto que vão existir deslocamentos, não só segundo os graus de liberdade do plano, mas também segundo a sua normal.

Se as solicitações forem anti-simétricas em relação ao eixo $\theta = 0$ basta substituir a função seno por cosseno nas equações (6) e (7) e determinar as restantes expressões tendo em conta esta alteração.

O modelo que foi desenvolvido neste trabalho, tendo em vista a sua aplicação ao estudo de túneis, pode ser usado para analisar outras estruturas axissimétricas tais como silos, cúpulas, depósitos, lajes, etc. Nestas estruturas, a hipótese que foi feita de comportamento elástico dos materiais é bastante aceitável, atendendo ao tipo de materiais que são usados na sua construção e aos níveis de tensões e de deformações existentes nestas estruturas para as solicitações usuais.

Modelos do mesmo tipo mas aplicáveis a estruturas cujas características geométricas e mecânicas não variam ao longo do eixo z , sujeitas a solicitações cuja variação nessa mesma direcção é representada através de harmónicas, podem ser aplicados também ao estudo de túneis, nomeadamente a túneis superficiais.

3 — SISTEMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO

3.1 — Método de análise utilizado

Para analisar os equilíbrios tridimensionais definidos pelo modelo indicado anteriormente, recorreu-se ao método dos elementos finitos, na sua formulação em termos de deslocamentos.

Neste trabalho, consideram-se elementos finitos axissimétricos, definidos pelas suas coordenadas no plano (r, z) (Fig. 2):

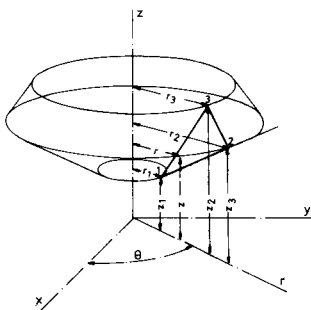


Fig. 2 — Elemento finito axissimétrico

Os deslocamentos u_m de um ponto do elemento e podem ser expressos a partir do conhecimento dos deslocamentos nodais u_{im}^e por intermédio de funções de interpolação N_i :

$$\begin{aligned} u_m &= N_i u_{im}^e \\ (i &= 1, 2, \dots, p) \\ (m &= 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (12)$$

representando p o número de pontos nodais do elemento e m os graus de liberdade de cada ponto da estrutura.

Se as funções N_i variarem apenas com as coordenadas (r, z) e a variação em θ for representada por meio de harmónicas, é possível escrever para as diferentes harmónicas:

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \end{bmatrix}_{(n)} = N_i [T]_n \begin{bmatrix} \bar{u}_r \\ \bar{u}_\theta \\ \bar{u}_z \end{bmatrix}_{(i)} \quad (13)$$

$$(i = 1, 2, \dots, p)$$

em que $\bar{u}_r$, $\bar{u}_\theta$ e $\bar{u}_z$ representam as amplitudes dos deslocamentos nos pontos nodais e

$$[T]_n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

As deformações, calculadas através das relações indicadas em (4) e (13), são escritas, para cada harmónica, na forma:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix}_{(n)} = [G]_n \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_r \\ \bar{\epsilon}_z \\ \bar{\epsilon}_\theta \\ \bar{\gamma}_{rz} \\ \bar{\gamma}_{\theta z} \\ \bar{\gamma}_{r\theta} \end{bmatrix}_{(n)} \quad (15)$$

em que $[G]$ é a matriz apresentada em (10) e

$$\begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_r \\ \bar{\epsilon}_z \\ \bar{\epsilon}_\theta \\ \bar{\gamma}_{rz} \\ \bar{\gamma}_{\theta z} \\ \bar{\gamma}_{r\theta} \end{bmatrix}_{(n)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{N_i}{r} & \frac{n N_i}{r} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & -\frac{n N_i}{r} \\ -\frac{n N_i}{r} \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} - \frac{N_i}{r} \right) & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n)} \begin{bmatrix} \bar{u}_{ri} \\ \bar{u}_{\theta i} \\ \bar{u}_{zi} \end{bmatrix}_{(n)} \quad (16)$$

($i = 1, 2, \dots, p$)

ou seja

$$\{\bar{\epsilon}\}_n = [B]_n \{\bar{u}\}_n \quad (17)$$

Se o material tiver comportamento elástico linear, as tensões são obtidas, atendendo a (5), através da expressão

$$\{\sigma\}_n = [D] \left(\{\epsilon\}_n - \{\epsilon\}_n^0 \right) + \{\sigma\}_n^0 \quad (18)$$

que pode ser escrita na forma

$$\{\sigma\}_n = [D] \left([G]_n [B]_n \{\bar{u}\}_n - \{\epsilon\}_n^0 \right) + \{\sigma\}_n^0 \quad (19)$$

Para determinar as matrizes de rigidez e as forças nodais equivalentes às solicitações, para uma dada harmónica n , o processo mais simples consiste em impor deslocamentos nodais virtuais e em igualar os trabalhos interno e externo das diversas forças e tensões, associados àqueles deslocamentos (Zienkiewicz, O. C.; 1973), obtendo-se a conhecida expressão da análise estrutural:

$$[K]_n \{u\}_n + \{f\}_n = 0 \quad (20)$$

Nesta expressão $[K]_n$ representa a matriz global do elemento (ou da estrutura), para a harmónica n , obtida a partir de submatrizes $[K_{ij}]$ calculadas da seguinte forma:

$$[K_{ij}]_n = \pi \int_A r [B_i]^T [D] [B_j]_n \, dr \, dz \quad (21)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, p)$$

sendo $[B_i]_n$ e $[B_j]_n$ matrizes do tipo indicado em (16) e (17).

Por sua vez, $\{f\}_n$ representa o vector das forças nodais equivalentes às diversas solicitações. As equações (22), (23) e (24) indicam como se podem calcular as forças nodais correspondentes a forças mássicas, a forças distribuídas num lado do elemento, definido pelos nós 1 e 2, e a tensões iniciais.

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ Z \end{bmatrix}_{(i) \, (n)} = \pi \int_A r N_i \begin{bmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{M}_\theta \\ \bar{M}_z \end{bmatrix}_{(n)} \, dr \, dz \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ Z \end{bmatrix}_{(i) \, (n)} = \pi \int_1^2 r N_i \begin{bmatrix} \bar{P}_r \\ \bar{P}_\theta \\ \bar{P}_z \end{bmatrix}_{(n)} \, ds \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ Z \end{bmatrix}_{(i)(n)} = -\pi \int_A [B_i]_n^T \{ \bar{\sigma}_n \} dr dz \quad (24)$$

($i = 1, 2, \dots, p$)

As equações anteriores (21) a (24) são válidas para harmónicas $n > 0$. Para a harmónica $n=0$, ao integrar em θ , dado que não intervêm termos com senos ou cossenos, obtêm-se expressões semelhantes mas multiplicadas pelo factor 2, sendo nulos os termos correspondentes à actuação de forças segundo θ .

A solução final da análise de uma estrutura (deslocamentos nodais e tensões nos elementos) é obtida por sobreposição das soluções calculadas para as L harmónicas consideradas.

O processo anteriormente descrito para determinar as matrizes de rigidez e as forças nodais equivalentes às solicitações para a harmónica n pressupõe a não interferência de outras harmónicas. Isto deve-se ao facto de, em materiais com comportamento elástico linear, ser válido o princípio da sobreposição de efeitos, sendo assim possível estudar de forma independente cada um dos problemas correspondentes às solicitações parciais em que a solicitação total foi dividida. Apenas as leis de variação, na direcção θ , das solicitações e dos deslocamentos diferem de caso para caso o que conduz a matrizes de rigidez distintas, consoante o número da harmónica considerada.

3.2 — Organização do sistema computacional

De acordo com a formulação desenvolvida anteriormente para o estudo de equilíbrios tridimensionais em estruturas axissimétricas foi elaborado um sistema computacional que permitirá analisar também, para além das estruturas usuais, estruturas cuja geometria e/ou características dos materiais mudam ao longo do tempo, como é o caso dos túneis.

Para cada harmónica, a matriz de rigidez global da estrutura é calculada na primeira fase de escavação, simulando-se depois o avanço longitudinal, mediante a desactivação em cada fase do conjunto de elementos do maciço que se situam na zona a remover e a activação dos elementos que representam o suporte, e podendo considerar-se eventuais alterações dos materiais quer do maciço quer do revestimento.

As solicitações no contorno da zona escavada, numa determinada fase, são calculadas a partir do estado de tensão que existia na fase anterior, de forma semelhante à indicada por Cunha (1981). As forças nodais no contorno da zona escavada numa fase são representativas do desequilíbrio criado pela desactivação dos elementos e são calculadas conhecendo o estado de tensão existente nesses elementos na fase anterior.

$$K_{in} \Delta u_{in} = \sum_1^{N_i} \pi \int_A r B_n^T \sigma_{(i-1)n} dr dz \quad (25)$$

em que:

- K_{in} – matriz de rigidez da estrutura associada à fase i (elementos activos);
- Δu_{in} – acréscimo dos deslocamentos associados à fase i;
- N_i – nº de elementos desactivados na fase i;
- B_n – matriz que relaciona as deformações com os deslocamentos nodais;
- $\sigma_{(i-1)n}$ – tensões, nos elementos, calculadas no final da fase anterior.

Na primeira fase admite-se que o estado de tensão inicial é função do peso próprio do maciço até ao eixo do túnel:

$$\sigma_y = -\gamma H$$

sendo

$$\sigma_x = \sigma_z = -K\gamma H$$

- γ – o peso específico médio dos materiais do maciço;
- H – a profundidade a que se encontra o eixo do túnel;
- K – a relação entre tensões horizontais e verticais.

Em coordenadas cilíndricas uma aproximação satisfatória das tensões iniciais existentes num elemento de volume pode ser representada por meio de duas harmónicas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(K+1)\gamma H \\ -K\gamma H \\ -\frac{1}{2}(K+1)\gamma H \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(K-1)\gamma H \cos 2\theta \\ 0 \\ \frac{1}{2}(K-1)\gamma H \cos 2\theta \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}(K-1)\gamma H \sin 2\theta \end{bmatrix} \quad (27)$$

1.ª harmónica

$n = 0$

2.ª harmónica

$n = 2$

Torna-se assim possível conhecer o comportamento de um túnel fazendo apenas cálculos relativos a duas harmónicas e combinar depois os resultados para os diferentes estados de tensão inicial, definidos pelos parâmetros K e H .

No entanto as solicitações da harmónica $n=0$ devem ser consideradas separadamente para diminuir o volume de cálculo no caso dos estudos com diferentes valores de K .

Para uma dada profundidade H , os cálculos podem ser efectuados considerando as seguintes tensões na primeira fase, em cada harmónica:

Cálculo ① – Harmónica $n=0$

$$\sigma_r = -\gamma H$$

$$\sigma_\theta = -\gamma H$$

Cálculo ② – Harmónica $n=0$

$$\sigma_z = -\gamma H$$

Cálculo ③ – Harmónica $n=2$

$$\sigma_r = -\gamma H$$

$$\sigma_\theta = \gamma H$$

$$\tau_{r\theta} = \gamma H$$

Os resultados são depois combinados de acordo com o valor de K :

$$\frac{K+1}{2} \textcircled{1} + K \textcircled{2} + \frac{K-1}{2} \textcircled{3}$$

Foi feita uma simplificação, que consiste em considerar que o estado de tensão inicial não varia com a profundidade ao longo da superfície do túnel e do suporte. Esta aproximação é válida para o cálculo dos deslocamentos e tensões na zona próxima da abertura, em túneis profundos, dado que nesta zona essa variação do estado de tensão é pouco significativa, e permite diminuir consideravelmente o volume de cálculo.

Deve referir-se, no entanto, que o modelo desenvolvido permite considerar a variação do estado de tensão com a profundidade assim como representar outros tipos de estados de tensão inicial. Seria necessário, porém, considerar um maior número de harmónicas pelo que, em certos casos, deixaria de ter interesse a aplicação deste modelo.

4 — APLICAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO AO ESTUDO DO AVANÇO DE TÚNEIS

4.1 — Generalidades

Neste capítulo apresenta-se uma aplicação do sistema computacional, descrito anteriormente, no estudo de túneis profundos, considerando diferentes estados de tensão inicial.

Na figura 3 reproduz-se a malha de elementos finitos que foi utilizada, constituída por elementos quadrangulares isoparamétricos de 8 nós. A estrutura está apoiada ao longo do contorno não sendo permitidos os deslocamentos normais às fronteiras.

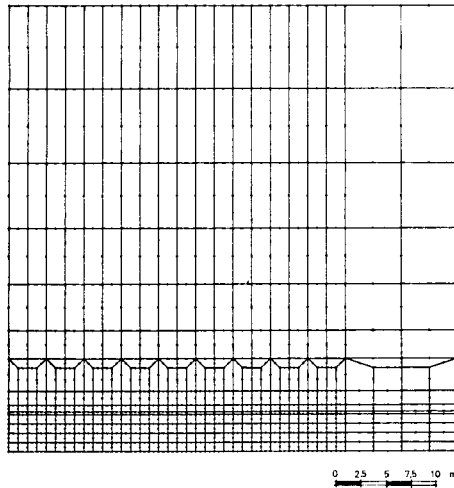


Fig. 3 — Malha de elementos finitos:
 — 1469 nós
 — 460 elementos

4.2 — Túnel sem revestimento em maciço de boa qualidade

A situação estudada refere-se a um maciço de boa qualidade ($E = 40 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$) em que se admite ser possível executar um túnel de 8 m de diâmetro à profundidade de 100 m sem colocar qualquer tipo de revestimento.

Na figura 4 apresenta-se a sequência de escavação usada; após uma fase inicial da ordem de 1,5 vezes o diâmetro do túnel (D), destinada a evitar a proximidade da fronteira, a escavação prossegue através da realização de 4 avanços de 2 m.

Desta forma foi possível estudar a evolução dos deslocamentos e das tensões no maciço, devida à escavação do túnel na zona da frente.

Os estados de tensão inicial do maciço que foram considerados correspondem a valores de K ($K = \sigma_H / \sigma_V$) iguais a 0.5, 1.0, 1.5 e 3.0.

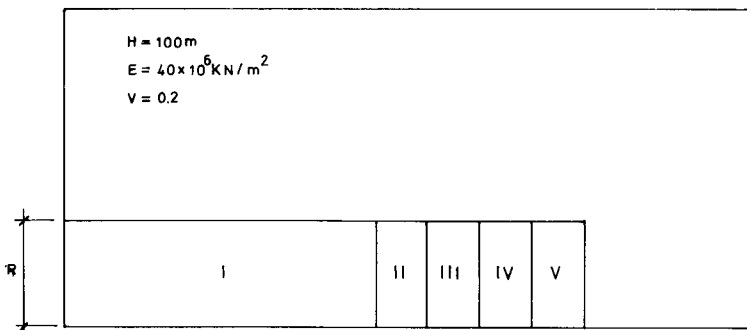


Fig. 4 — Sequência de escavação

Se o estado de tensão não for hidrostático os deslocamentos e as tensões em torno do túnel variam com o ângulo θ . Exemplifica-se para o caso em que $K=3$. Nas figuras 6 e 7 representam-se os deslocamentos e as tensões em planos que passam pelo eixo de axissimetria correspondentes a $\theta = 0^\circ$, 45° e 90° (Fig. 5). As tensões representadas nos planos longitudinais já não são tensões principais mas apenas tensões máximas e mínimas nesses planos.

Para os diversos valores de K considerados apresentam-se nas Figuras 8, 9 e 10 os deslocamentos na parede do túnel, em planos longitudinais ($\theta = 0^\circ$, 45° e 90°).

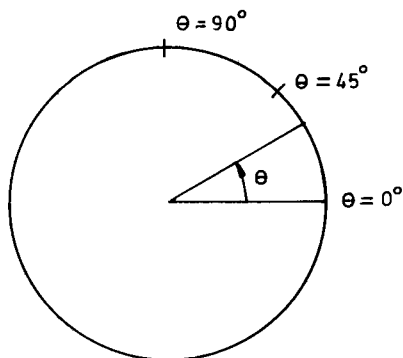


Fig. 5 — Orientação dos planos estudados

Estão agora a realizar-se estudos para outras situações, nomeadamente considerando diferentes distâncias de colocação do revestimento em relação à frente de escavação e diferentes rigidezes, que oportunamente serão apresentados.

5 — CONSIDERAÇÕES FINAIS

As simplificações introduzidas permitem não só uma diminuição das dimensões do problema a resolver mas também uma maior facilidade na preparação dos dados e na interpretação dos resultados. Na realidade, os dados a fornecer ao computador são semelhantes aos fornecidos para estudo de equilíbrios planos e a avaliação dos resultados é feita com muita facilidade para planos longitudinais que passam pelo eixo da estrutura e para planos transversais.

Como contrapartida a simplificação feita ao considerar que o comportamento dos materiais é do tipo elástico linear limita a sua aplicação ao estudo de túneis em maciços rochosos de boa e média qualidade.

Um factor determinante no interesse do sistema desenvolvido é o número relativamente pequeno de termos da série a considerar para representar as solicitações que efectivamente estão na obra, com um realismo aceitável. De facto, se fosse necessário utilizar, nestes desenvolvimentos em série números muito elevados de termos, para se obterem aproximações satisfatórias, os tempos de execução dos cálculos poderiam tornar-se elevados, sendo preferível usar programas de cálculo para malhas tridimensionais.

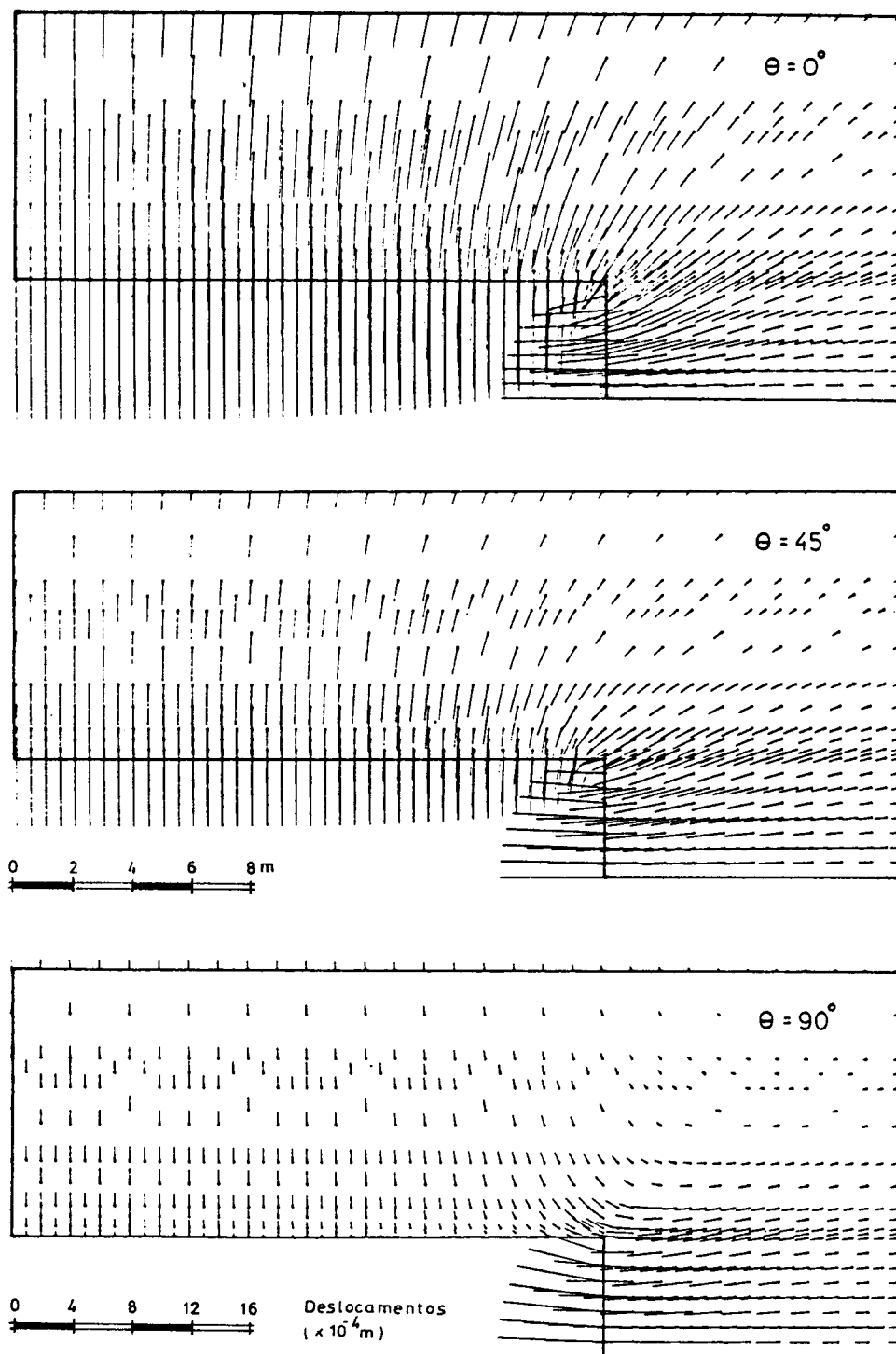


Fig. 6 —Deslocamentos na vizinhança do túnel para $k = 3$ (Fase V)

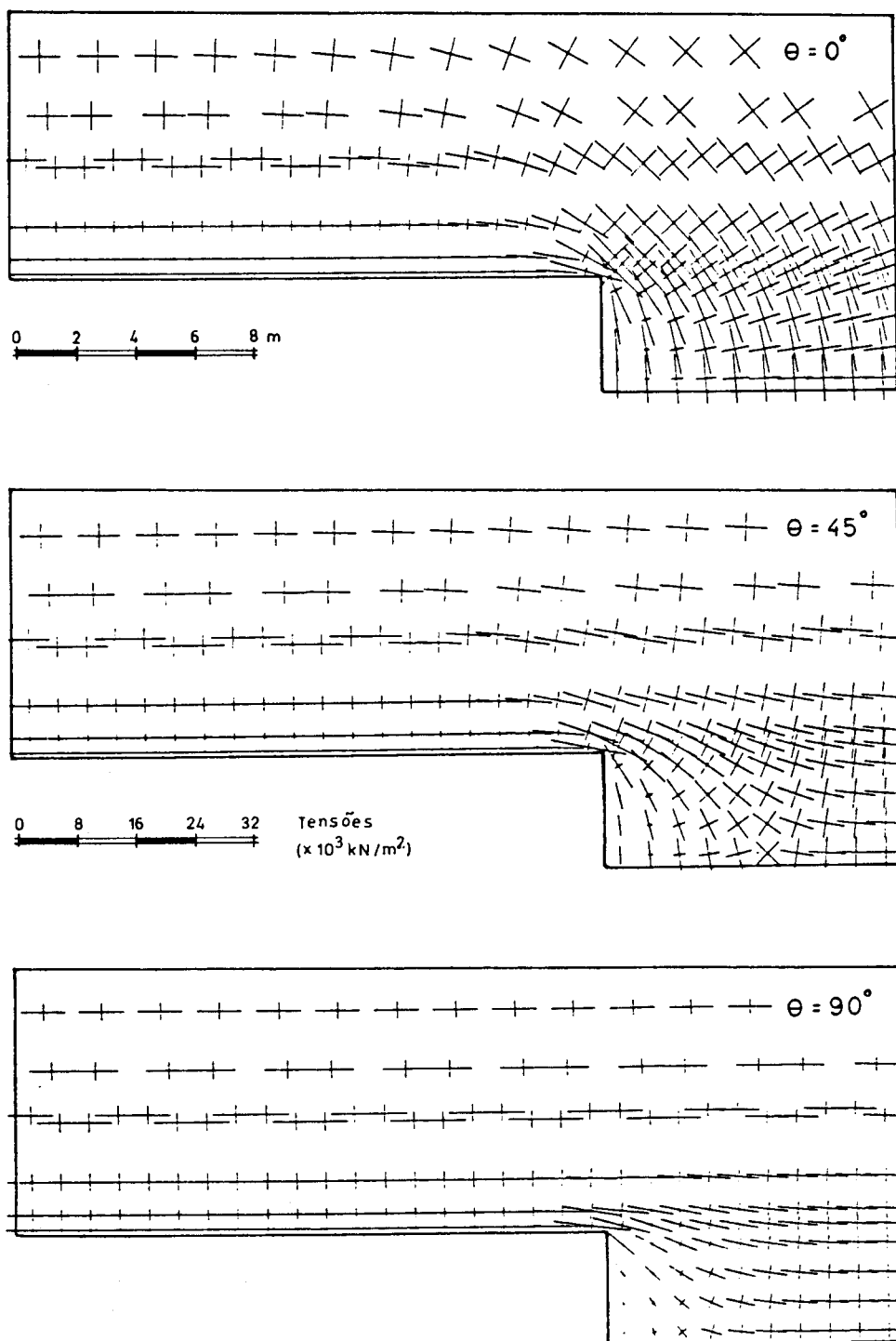


Fig. 7 — Tensões máximas e mínimas em planos longitudinais, na vizinhança do túnel (Fase V)

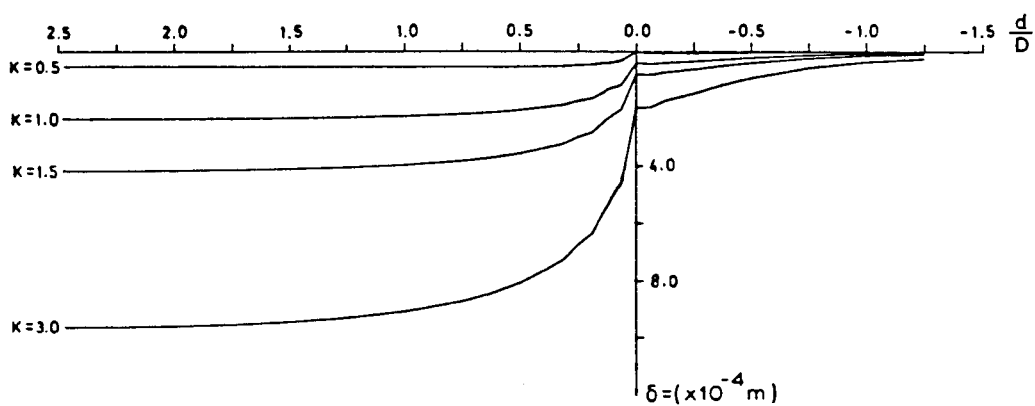


Fig. 8 — Deslocamentos na parede do túnel ($\theta = 0^\circ$)

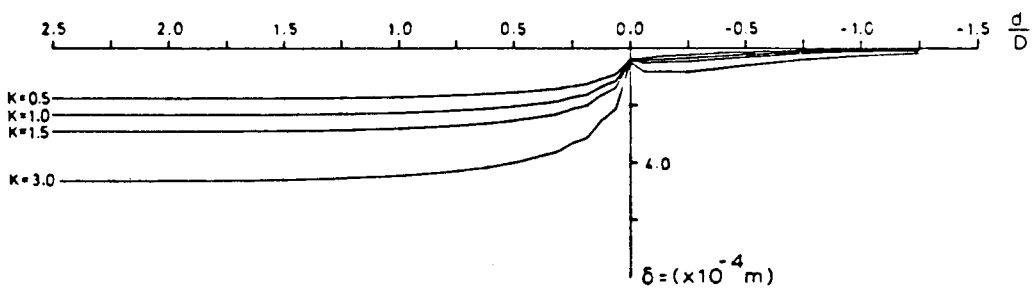


Fig. 9 — Deslocamentos na parede do túnel ($\theta = 45^\circ$)

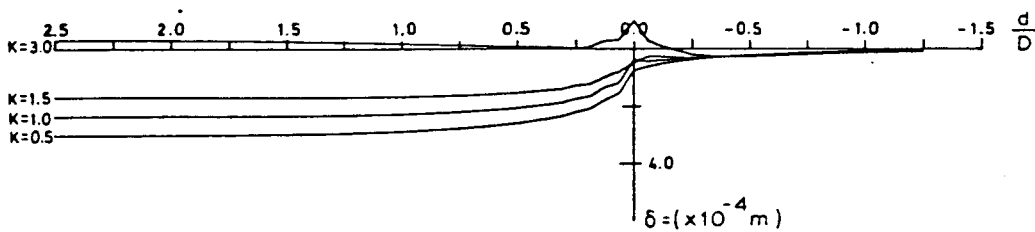


Fig. 10 — Deslocamentos na parede do túnel ($\theta = 90^\circ$)

6 — BIBLIOGRAFIA

- ALVES, E.T. (1982) — *Equilíbrios tridimensionais em sólidos com secção transversal uniforme ao longo de um eixo recto*. LNEC, Lisboa.
- CORREIA, R.M. (1985) — *Cálculos relativos à abertura de túneis em maciços homogéneos e elásticos*. LNEC, Lisboa.
- CUNHA, A.P. (1980) — *Aplicação de modelos matemáticos ao estudo de túneis em maciços rochosos*. Tese para Especialista, LNEC, Lisboa.
- FALCÃO, C.B. (1986) — *Programa de investigação sobre o dimensionamento de obras geotécnicas*. LNEC, Lisboa.
- LOPES, A. (1989) — *Estudo de túneis de secção circular em meios com simetria elástica de revolução*. Dissertação de mestrado apresentada à UNL para obtenção do grau de mestre em Mecânica de Solos.
- PEDRO, J.O. (1973) — *Finite Element Stress Analysis of Plates, Shells and Massive Structures*. International Course on Structural Concrete, CEB, Lisboa.
- PEDRO, J.O. (1973, a) — *Cálculo de estruturas laminares e maciças pelo método dos elementos finitos*. Curso n.º 127 do LNEC, Lisboa.
- ROCHA, M. (1971) — *Mecânica das Rochas*. LNEC, Lisboa.
- ROCHA, M. (1976) — *Alguns problemas relativos à Mecânica das Rochas dos materiais de baixa resistência*. "Geotecnia" n.º 18, Lisboa.
- ROGEDO, P.I. (1970) — *Estacas submetidas a solicitações horizontais*. Tese para Especialista, LNEC, Lisboa.
- SZÉCHY, K. (1973) — *The Art of Tunnelling*. Akademiái Kiadó. Budapest.
- TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N. (1970) — *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill.
- TIMOSHENKO, S.P.; YOUNG, D.H. (1982) — *Theory of Structures*. McGraw-Hill, London.
- ZIENKIEWICZ, O.C. (1977) — *The Finite Element Method*. McGraw-Hill, London.