REDES GEODÉSICAS LOCAIS PARA A DETERMINAÇÃO DE DESLOCAMENTOS EM BARRAGENS DE ATERRO*

Local Geodetic Networks for Displacement Determination at Fill Dams

por
J. CASACA**

RESUMO — São apresentados, neste artigo, o conceito de rede geodésica local com observáveis heterogéneas e a sua aplicação à determinação de deslocamentos em barragens de aterro. É descrito um modelo matemático destinado a apoiar o seu planeamento e à estimação de deslocamentos.

SYNOPSIS — Local heterogenous geodetic network concept and it's application to displacement determination at fill dams are presented in this paper. A mathematical model to support network design and displacement estimation is described.

1 — INTRODUÇÃO

A análise do comportamento de uma barragem de aterro deve ser baseada na observação de um conjunto criteriosamente seleccionado de grandezas, que caracterizem a relação entre as acções a que se encontra sujeita e a correspondente resposta estrutural, no qual são habitualmente incluídos os deslocamentos de um conjunto discreto, representativo, de pontos da obra, suas fundações e terreno circundante.

A determinação de deslocamentos de pontos à superfície da obra e terreno circundante é frequentemente realizada com recurso a métodos de posicionamento pouco adequados, por não disporem de mecanismos de controlo de qualidade e fornecerem resultados pouco precisos. Os métodos de posicionamento utilizados em Geodésia — disciplina que se ocupa do estudo da forma, dimensões, representação e variação

* Trabalho recebido em Fevereiro de 1987. A discussão do trabalho está aberta por um período de três meses.
** Engenheiro Geógrafo, Investigador Principal do LNEC.

temporal da superfície e campo gravítico terrestres —, se convenientemente adaptados, constituem um meio para determinação de deslocamentos capaz de responder às exigências de precisão, impostas pelo analista do comportamento da obra, tendo em consideração critérios de fiabilidade e economia.

No posicionamento geodésico, define-se rede como um conjunto de pontos — vértices — materializados no terreno por dispositivos adequados — pilares com ou sem centragem forçada, alvos de pontaria, etc. — entre os quais são medidos ângulos — por intermédio de teodolitos, observação de satélites, etc. —, distâncias — por intermédio de fitas de invar, distanciómetros electroópticos, observação de satélites, etc. —, diferenças de cota — por intermédio de níveis, teodolitos, observação de satélites, etc. —, diferenças de coordenadas — por intermédio de sistemas inerciais, fotogrametria analítica, observação de satélites, etc. — em número suficiente para que possam ser calculadas coordenadas para todos os vértices em relação a um determinado referencial.

A forma de materialização dos vértices e a escolha das observáveis — grandezas a observar —, do equipamento e metodologias operativas a utilizar, são função da finalidade a que se destinam as coordenadas, da precisão requerida, do número de pontos a coordenar, da configuração do terreno, da acessibilidade aos pontos, etc., devendo ser orientadas por critérios de natureza económica.

Numa rede destinada à determinação de deslocamentos, os pontos são classificados, de acordo com a sua função, em pontos objecto, aqueles cujo deslocamento se pretende determinar, e pontos de apoio, aqueles que se destinam a materializar um referencial — pontos de referência — ou, simplesmente, a melhorar a configuração geométrica da rede — pontos auxiliares. Os pontos podem, ainda, ser classificados, de acordo com a forma da sua materialização, em pontos estação, aqueles em que é estacionado equipamento de medição, exigindo dimensão e acesso adequados ao transporte de equipamento e realização de leituras, e pontos alvo, aqueles em que não é estacionado equipamento de medição, mas simplesmente dispositivos de referenciação: alvos de pontaria óptica e reflectores de ondas electromagnéticas, fixos ou orientáveis.

Para a determinação de deslocamentos em pontos superficiais de uma barragem de aterro e terreno circundante é aconselhável o estabelecimento de uma rede local, do tipo tridimensional, com observáveis heterogéneas, cujo referencial deve ser materializado por, pelo menos, dois pontos de referência, situados em zonas estáveis na vizinhança da obra, e pela normal à superfície equipotencial do campo gravítico que passa por um deles. A escolha das observáveis deverá ser feita tendo em atenção a precisão exigida para os deslocamentos e o equipamento disponível no mercado, tendo em vista minimizar os custos de cada campanha de medição, quer diminuindo a sua duração

quer exigindo o envolvimento do menor número de operadores e auxiliares possível. São de considerar, neste caso, as seguintes observáveis:

— direcções e ângulos, horizontais e verticais,
— distâncias e quocientes de distâncias inclinadas,
— diferenças de cota,
— fotocoordenadas.

Para a medição de ângulos e direcções, horizontais e verticais, assim como distâncias inclinadas, devem ser utilizados teodolitos electrónicos com distanciómetro electroóptico acoplado, altura constante, compensador automático da inclinação do eixo vertical, resolução de 1 dmgon para as direcções angulares e 1 mm para as distâncias e registo automático de leituras em suporte magnético. O sistema de leitura digital e registo automático deste equipamento permite reduzir a duração das operações de medição para cerca de 1/5 em relação ao equipamento óptico-mecânico clássico, possibilitando, ainda, a transmissão directa das leituras para um computador destinado ao seu arquivo e processamento.

A utilização dos métodos da fotogrametria analítica terrestre permite reduzir, especialmente para redes com muitos pontos, a duração e o pessoal necessário para as campanhas de medição, transferindo, no entanto, grande parte do trabalho para gabinete — medição de fotocoordenadas em comparador. Estudos recentes sobre a aplicação dos métodos de processamento digital de imagens à medição de fotocoordenadas (Luhmann *et al*, 1986) poderão permitir, em breve, a automatização, com a consequente diminuição de custo, da medição de fotocoordenadas em imagens de câmaras métricas.

O posicionamento por observação de emissões de sistemas de satélites, como o NAVSTAR, apresenta boas perspectivas, num futuro não muito longínquo, de substituir os restantes métodos de observação de direcções, distâncias e diferenças de coordenadas. O método baseia-se na colocação de pequenas antenas receptoras de sinais, provenientes dos referidos satélites, nos pontos desejados, permitindo, actualmente, obter precisões relativas da ordem de 1 cm.

No presente trabalho, é apresentado um modelo matemático desenvolvido com a finalidade de, simultaneamente:

— apoiar o planeamento das redes no tocante à localização dos pontos de apoio, escolha das observáveis e equipamento de medição, de acordo com critérios de precisão, fiabilidade e economia,
— permitir a estimação de deslocamentos assim como o seu controlo de qualidade, com base em métodos estatísticos.

É ainda, apresentada uma metodologia para o planeamento de redes, baseada no modelo.

2 — MODELO MATEMÁTICO

2.1 — Modelo funcional

Considerando um conjunto discreto de pontos, de coordenadas x_i, y_i, z_i em relação a um referencial cartesiano tridimensional (Fig. 1) e as correspondentes:

— distâncias horizontais e inclinadas
d_{ij}, s_{ij}
— quocientes de distâncias horizontais e inclinadas
$d_{jik} = d_{ik}/d_{ij}$
$s_{jik} = s_{ik}/s_{ij}$
— direcções e ângulos verticais
v_{ij}, v_{jik}
— direcções e ângulos horizontais
a_{ij}, a_{jik}
— fotocoordenadas
x_{0i}, y_{0i}

é possível, por desenvolvimento em série de Taylor, desprezando termos de segunda ordem e superior, estabelecer relações lineares entre pequenas variações das coordenadas dos pontos — deslocamentos — e as correspondentes variações das observáveis, do tipo:

$$dv_{jik} = a_1 dx_k + a_2 dy_k + a_3 dz_k + a_4 dx_i + a_5 dy_i + a_6 dz_i + a_7 dx_j + a_8 dy_j + a_9 dz_j$$
$$dx_{0i} = b_1 d\omega + b_2 d\varphi + b_3 d\kappa + b_4 dx_k + b_5 dy_k + b_6 dz_k + b_7 dx_i + b_8 dy_i + b_9 dz_i + b_0$$

onde os coeficientes:

a_i são função das coordenadas dos pontos "i", "j", "k",
b_i são função das coordenadas do ponto "i", do ponto principal da câmara métrica (ponto "k", na Fig. 1), sua distância focal f e ângulos de rotação ω, φ, κ.

A um conjunto de "np" pontos e "no" observáveis é possível associar uma matriz rectangular $A\,(m,n)$ — matriz configuração de primeira ordem — cujos elementos são os coeficientes anteriormente referidos, e exprimir a relação entre pequenas variações das observáveis e os deslocamentos correspondentes, na forma:

$$A\,(m,n)\;X\,(n,1) = Y\,(m,1)$$

com:

$n = 3np + 3ni$
$m = no + na$

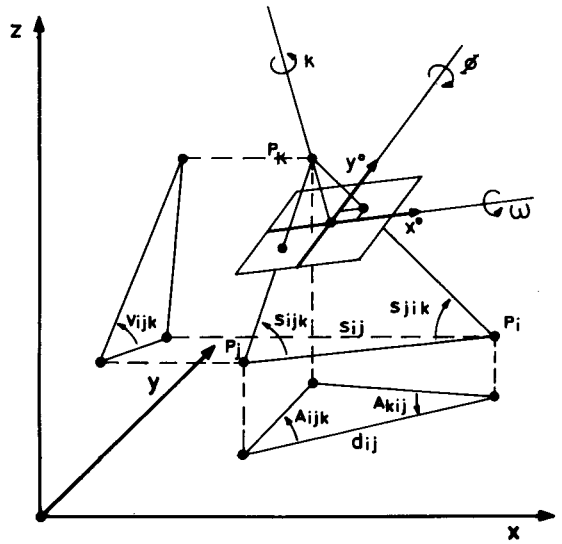

Fig. 1

onde:

X — vector dos deslocamentos,
Y — vector das observáveis,
ni — número de imagens,
na — número de linhas adicionais.

A determinação das variações sofridas pelas observáveis entre duas épocas de observação permite por resolução da equação vectorial $AX = Y$ determinar os deslocamentos que lhe deram origem. A equação é, no entanto, indeterminada, sendo o seu grau de indeterminação igual à diferença entre o número de colunas de matriz A e a sua característica. A adição à matriz A de um número "*na*" de linhas, igual ao seu grau de indeterminação:

$$na = n - CAR\ (A)$$

traduzindo a ligação da rede a um referencial tridimensional, torna a equação $AX = Y$ determinada.

Numa rede em que sejam consideradas como observáveis, somente, ângulos, verticais e horizontais, e quocientes de distâncias, que são grandezas invariantes para rotações, translações e mudanças de escala, o grau de indeterminação é 7. A consideração de uma distância — afectada por mudanças de escala — como observável, reduzirá o grau de indeterminação a 6.

A imposição de constrições geométricas à rede, por intermédio de equações simples do tipo:

$$dx_i = c_1$$
$$dy_i = c_2$$
$$dz_i = c_3$$

que traduzem o facto de as componentes do deslocamento do ponto "*i*" serem conhecidas, quer por determinação directa — medidores de assentamentos, fios-de-prumo — quer por "*i*" ser um ponto de deslocamento suposto nulo, permite, através da adição à matriz de configuração de primeira ordem da rede de linhas adicionais que as representem, tornar a equação vectorial $AX = Y$ determinada.

Uma rede — conjunto de pontos, observáveis e constrições geométricas — diz-se determinada se a característica da matriz de configuração de primeira ordem que lhe está associada for igual ao triplo do número dos seus pontos.

2.2 — Erros de observação

Os erros que afectam a medição de uma observável são função de factores tão diversos como o equipamento e a metodologia operativa utilizados, as condições atmosféricas — temperatura, pressão e tensão parcial de vapor de água — durante a observação e, inclusivamente, o próprio operador — inexperiência, cansaço, etc.

De um modo geral, podemos considerar que, entre o valor exacto de uma observável τ e o valor medido x, se pode estabelecer a seguinte relação:

$$\tau = x + ei + eh + ea$$

sendo:

ei — erro de calibração do equipamento,
eh — erro devido a condições externas durante a medição,
ea — erro residual com carácter aleatório.

Como exemplo do primeiro tipo de erro, podemos considerar o efeito de escala nas fotocoordenadas provocado pela diferença entre a distância focal real de uma câmara métrica e o seu valor nominal. Como exemplo do segundo, o efeito, nas direcções

angulares, do desvio na trajectória dos raios luminosos provocado por um gradiente térmico acentuado na direcção normal à linha de pontaria óptica de um teodolito, o qual se encontra ilustrado na Fig. 2. Os dois primeiros erros são habitualmente designados por erros sistemáticos e o terceiro por erro acidental.

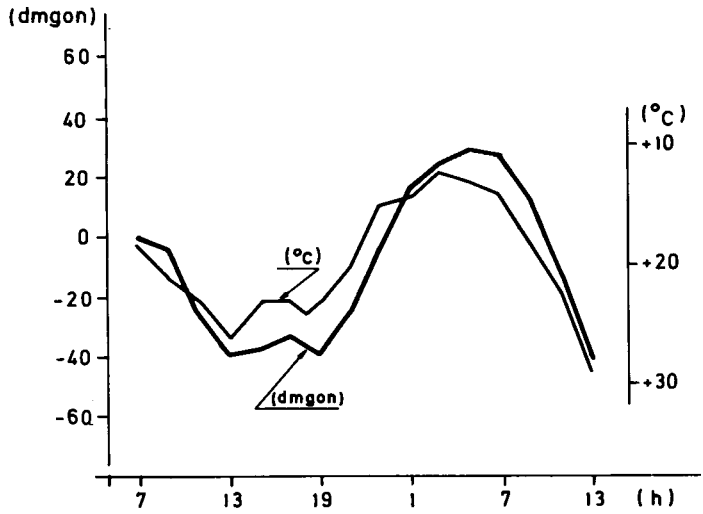

Fig 2

A adopção de metodologias operativas adequadas e a calibração periódica do equipamento de medição permite atenuar a influência dos erros sistemáticos e escrever:

$$\tau = x + e$$

sendo "e" um erro residual total com carácter aleatório, característico do equipamento e metodologia operativa utilizados na medição.

É tradicional considerar o valor medido x para uma observável de valor exacto τ como uma amostra de uma variável aleatória normal de valor médio:

$$E(x) = \tau$$

e dispersão caracterizada pela variância:

$$D(x) = \sigma^2$$

A experiência mostra, no entanto, que uma percentagem significativa — entre 1 e 10 por cento — das observações são de qualidade inferior apresentando erros de uma ordem de grandeza 3 vezes superior, tornando-se aconselhável (Huber, 1981) considerar a distribuição dos valores medidos como uma combinação pesada de duas distribuições normais de valor médio τ e dispersões σ^2 e $3\sigma^2$:

$$F(x)=(1-p)\,F_1(x;\tau,\sigma^2)+p\,F_2(x;\tau,3\sigma^2)$$

com p entre 0.01 e 0.10. À distribuição F_2 atribui-se a designação de distribuição contaminadora e à distribuição resultante a de contaminada.

Uma forma de considerar a influência das observações de má qualidade na distribuição do vector Y das observáveis, cujas componentes são as variações dos valores medidos para as observáveis entre duas épocas, consiste em admitir que a sua distribuição é normal multivariada:

$$Y \in N(E(Y), D(Y))$$

e que o seu vector médio $E(Y)$ se relaciona com o vector μ, cujas componntes são os valores exactos, desconhecidos, das variações das observáveis, por:

$$E(Y)(m,1)=\mu(m,1)+\theta(m,1)$$

onde o vector θ, que se designa por parâmetro de contaminação, também desconhecido, representa a referida influência das observações de má qualidade.

2.3 — Modelo estocástico

Com a finalidade de apoiar o planeamento de redes e permitir a estimação de deslocamentos e o seu controlo de qualidade, deve ser considerado (Casaca, 1983, 1985) um modelo linear normal contaminado de componentes de variância do tipo:

$$Y(m,1) \in N(E(Y), D(Y))$$
$$E(Y)=A(m,n)\,\beta(n,1)+\theta(m,1)$$
$$D(Y)=\sigma_1^2\,B_1(m,m)+\ldots+\sigma_r^2\,B_r(m,m)$$

onde:

Y — vector aleatório normal das observáveis,
β — vector, desconhecido, das componentes dos deslocamentos,
θ — vector parâmetro, desconhecido, de contaminação,
A — matriz configuração de primeira ordem da rede,
$D(Y)$ — matriz de variância — covariância do vector Y, parcialmente desconhecida, também designada por matriz configuração de segunda ordem da rede,

σ_i^2 — componentes de variância que caracterizam a dispersão de grupos homogéneos de observáveis,

B_i — matrizes simétricas semidefinidas positivas que caracterizam as correlações de grupos homogéneos de observáveis.

De acordo com o modelo, devem ser utilizados para a estimação dos deslocamentos, compatibilização dos valores observados e controlo de qualidade, os estimadores:

$$\bar{X} = C^{-1}\, A' D\,(Y)^{-1} Y$$
$$\bar{Y} = U\, Y$$
$$V = (I - U)\; Y$$
$$s_i^2 = Y'\,(I-U)' B_i^{-1}\,(I-U)\; Y/t_i$$

com:

$$C = A' D\,(Y)^{-1} A$$
$$U = A C^{-1} A' D\,(Y)^{-1}$$
B_i^{-1} — inversa generalizada, simétrica e reflexiva, de $\mathbf{B}_i$
$$t_i = TR\,((I-U)' B_i^{-1}\,(I-U)\; B_i)$$

Os estimadores $\bar{X}$ dos deslocamentos β, $\bar{Y}$ das observações "exactas" μ e V dos erros cometidos na observação têm uma distribuição normal multivariada de parâmetros:

$$E\,(\bar{X}) = \beta + C^{-1} A' D\,(Y)^{-1} U\; \theta$$
$$D\,(\bar{X}) = C^{-1}$$
$$E\,(\bar{Y}) = A\; \beta + U\; \theta$$
$$D\,(\bar{Y}) = U D\,(Y) U'$$
$$E\,(V) = (I-U)\; \theta$$
$$D\,(V) = (I-U)\; D\,(Y)\,(I-U)'$$

Os estimadores s_i^2 das componentes de variância σ_i^2 têm uma distribuição baseada num χ^2 não central:

$$s_i^2 \in (\sigma_i^2/t_i)\; \chi^2\,(t_i,\, \delta_i)$$

verificando-se:

$$E\,(s_i^2) = \sigma_i^2 + (\sigma_i^2/t_i)\;(\theta'(I-U)' B_i^{-1}(I-U)\; \theta)$$

3 — PLANEAMENTO

3.1 — Introdução

O planeamento de uma rede consiste, essencialmente, para um dado conjunto de pontos objecto, na escolha de:

— pontos de referência, cuja posição é suposta estável ou conhecida (fios-de-prumo, medidores de assentamentos),
— pontos auxiliares, destinados a reforçar a configuração geométrica da rede,
— observáveis relacionando os pontos,
— equipamento de medição e metodologia operativa,

devendo obedecer a critérios de exactidão, precisão, fiabilidade e economia.

Os critérios de exactidão e precisão incidem sobre o vector médio e matriz de variância-covariância do estimador $\bar{X}$ do vector, desconhecido, dos deslocamentos β e procuram assegurar que, com uma probabilidade elevada, a diferença entre o valor estimado para os deslocamentos e o seu valor real não exceda tolerâncias impostas pelo analista do comportamento da obra.

O critério de fiabilidade destina-se a assegurar que a rede permite detectar a existência de observações de má qualidade — parâmetro de contaminação θ — e atenuar a sua influência nos deslocamentos estimados.

Com o critério de economia pretende-se escolher de entre as possíveis configurações que respeitem os critérios anteriormente referidos aquela que ofereça o mais baixo custo de instalação e exploração.

A formulação matemática destes critérios, apresentada em seguida, permite o desenvolvimento de metodologias de planeamento assistido por computador, das quais, implementadas em microcomputadores com capacidade gráfica e custo reduzido, se tem vindo a generalizar a aplicação no apoio ao planeamento de redes para a determinação de deslocamentos em obras de engenharia.

3.2 — Critérios de planeamento

A exactidão e a precisão dos valores estimados para os deslocamentos desconhecidos β são função da excentricidade — diferença entre o valor esperado e o valor que se pretende estimar — e da dispersão do estimador $\bar{X}$, dados, respectivamente, por:

$$E(\bar{X}) - \beta = C^{-1} A' D(Y)^{-1} U \theta$$
$$D(\bar{X}) = C^{-1}$$

A dispersão do estimador $\bar{X}$ é bem caracterizada pelo hiperelipsóide de erro que lhe está associado — região do espaço R^n centrada no vector médio de $\bar{X}$, no interior da

qual se situará o vector estimado para os deslocamentos β, com uma probabilidade elevada — definido por:

$$ER(\bar{X}, p) = \{\xi \in Rn | (\xi - E(\bar{X}))' \; C \; (\xi - E(\bar{X})) < K\}$$

sendo "p" uma probabilidade arbitrada — 0.90 ou 0.95, por exemplo — e K o quantil de probabilidade "p" de uma distribuição qui-quadrada central com "n" graus de liberdade.

A fiabilidade — capacidade para detectar e neutralizar a influência de observações de má qualidade — é, de acordo com Casaca (1987), função da matriz U, em particular dos seus elementos diagonais que tomam valores entre 0 e 1 e caracterizam a redundância das observáveis que lhe estão associadas. Se os referidos elementos diagonais tiverem valores próximos de 0, o efeito $U\theta$, de um parâmetro de contaminação θ, traduzindo a existência de observações de má qualidade, no estimador $\bar{X}$ dos deslocamentos β é atenuado e, reciprocamente, o efeito $(I-U)\;\theta$ nos estimadores s_i^2 das componentes de variância σ_i^2 é acentuado.

É possível por modificações das matrizes de configuração de primeira e segunda ordem A e D (Y), respectivamente, de uma rede, resultantes da inclusão de novas observáveis ou pontos auxiliares, alterar, por um lado, os valores próprios da matriz C, associados ao comprimento dos semieixos do hiperelipsóide de erro, e, por outro lado, os elementos diagonais da matriz U, por forma a assegurar que:

— a influência das observações de má qualidade pode ser detectada e neutralizada,
— os deslocamentos serão estimados com um erro contido numa determinada região do espaço com uma probabilidade elevada.

O custo de uma rede pode ser decomposto em:

— custo inicial: instalação de estações e alvos permanentes, equipamento de medição e equipamento para processamento da informação,
— custo periódico: observação da rede (pessoal, transporte, etc.), processamento da informação e análise dos resultados.

O custo inicial pode, de uma forma aproximada, ser considerado como uma função da matriz de configuração de primeira ordem:

$$C(A) = ns\;Cs + na\;Ca + ne_i\;Ce_i + \ldots + ne_r\;Ce_r + Cp$$

onde:

ns — número de pontos estação de custo unitário Cs,
na — número de pontos alvo de custo unitário Ca,
ne_i — número de equipamento de medição de tipo "i" de custo unitário Ce_i,
Cp — custo do equipamento para processamento da informação,

e o custo periódico como uma função da matriz de configuração de segunda ordem:

$$C\,(D\,(Y)) = Cs_i + \ldots + Cs_r + Ct + Cp + Co$$

onde:

Cs_i — custo de observação da estação "i" (tempo, pessoal),
Ct — custo do transporte do pessoal e equipamento até à obra,
Cp — custo do processamento e análise da informação,
Co — amortização do investimento inicial.

3.3 — Planeamento assistido por computador

A utilização dos potentes microcomputadores com capacidade gráfica e custo reduzido, recentemente introduzidos no mercado, poderá facilitar grandemente as tarefas do planeamento de redes — obter uma configuração que respeite as exigências de exactidão e precisão impostas pelo analista do comportamento da obra com um máximo de fiabilidade e mínimo de custo — desde que apoiadas em "software" adequado.

No planeamento de redes assistido por computador são, habitualmente, utilizadas duas abordagens distintas (Cross, 1985): a primeira, que, embora mais dependente da intervenção do planeador, conduz a soluções exequíveis e realistas, consiste no "aperfeiçoamento" iterativo de uma configuração inicial; a segunda que, embora permita a automatização da maior parte do processo de planeamento, conduz frequentemente a soluções irrealistas, consiste na aplicação de algoritmos de optimização (Schmitt, 1985) a uma configuração inicial.

Uma metodologia adequada ao planeamento de redes consiste na escolha de diferentes configurações iniciais — uma baseada em observações angulares e outra em observações fotogramétricas, por exemplo — às quais se aplica um procedimeto de "aperfeiçoamento" iterativo, sendo escolhida, de entre as configurações "aperfeiçoadas", a de mais baixo custo.

O procedimento de "aperfeiçoamento" iterativo deve ser constituído pelos seguintes passos:

i) especificação de projecto

— modelo numérico da obra e terreno circundante,
— posição aproximada dos pontos objecto e correspondentes tolerâncias para os erros,
— lista com equipamento de medição disponível e suas características,
— limites para os parâmetros que caracterizam a precisão e a fiabilidade,

ii) configuração inicial e sua modificação

— posição aproximada dos pontos de apoio,
— observáveis, verificação de visibilidades e inclinações das linhas de visada,
— eliminação de pontos ou observáveis desnecessários,
— cálculo das matrizes de configuração de primeira e segunda ordem,

iii) controlo da precisão

— cálculo dos parâmetros de precisão e comparação com as tolerâncias especificadas,
— retorno ao passo "*ii*", caso a comparação não seja satisfatória,

iv) controlo da fiabilidade

— cálculo dos parâmetros de fiabilidade e comparação com os limites especificados,
— retorno ao passo "*ii*", caso a comparação não seja satisfatória,

v) programa de medição

— elaboração de um programa de medição,

vi) custo

— cálculo dos custos inicial, periódico e total, em função do número de campanhas de medição a realizar,
— retorno ao passo "*v*", modificação do programa de medição com vista a reduzir o custo.

3.4 — Exemplo

Para ilustrar os problemas levantados pelo planeamento de uma rede e a forma como o modelo matemático apresentado pode contribuir para a sua resolução, foi escolhida uma barragem de aterro e um conjunto de 22 pontos objecto esquematicamente representados na Fig. 3, para os quais se consideram três configurações de rede alternativas:

*C*1 — constituída pelos pontos objecto a materializar por alvos de pontaria óptica, dois pontos de referência a materializar por pilares com boa fundação e centragem forçada, tendo como observáveis os ângulos horizontais e direcções verticais entre os pontos estação e os pontos alvo e como equipamento de medição um teodolito com altura constante e compensador automático da inclinação do eixo vertical,

C2 — constituída pelos mesmos pontos da configuração anterior, tendo como observáveis ângulos horizontais e direcções verticais para os pontos alvo 1 (Fig. 3), fotocoordenadas para todos os pontos e como equipamento de medição uma câmara fotogramétrica terrestre com distância focal de 200 mm e um monocomparador,

C3 — semelhante à configuração anterior mas com uma câmara de distância focal igual a 300 mm.

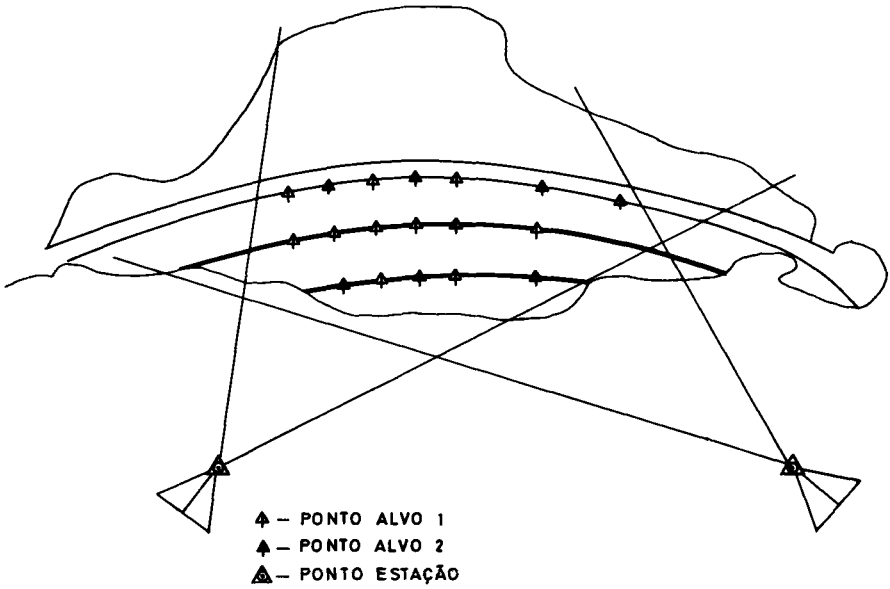

Fig. 3

Caracterizando a dispersão das observáveis pelos seguintes desvios padrão:

ângulos horizontais	$+/-3$ dmgon
direcções verticais	$+/-5$ dmgon
fotocoordenadas	$+/-5$ μm

calculam-se intervalos de erro, no interior dos quais se encontrarão os erros, devidos à dispersão das observáveis, dos valores estimados para as componentes dos deslocamentos, com uma probabilidade 0.90, com as seguintes semiamplitudes médias:

	dx	dy	dz
$C1$	$+/-2.0$ mm	$+/-$ 2.5 mm	$+/-1.7$ mm
$C2$	$+/-7.7$ mm	$+/-12.4$ mm	$+/-6.9$ mm
$C3$	$+/-5.3$ mm	$+/-$ 8.5 mm	$+/-4.7$ mm

e para fiabilidade média das observáveis, os valores:

$C1$ $u=1.00$
$C2$ $u=0.65$
$C3$ $u=0.70$

É possível constatar, de imediato, a falta de fiabilidade de qualquer das configurações em causa, uma vez que, de acordo com Casaca (1987), são desejáveis para "u" valores inferiores a 0.40 — a configuração 1 não apresenta qualquer fiabilidade.

A configuração 1 apresenta uma precisão média cerca de 4 vezes superior à configuração 2. A substituição da câmara métrica de 200 mm por uma câmara de 300 mm permite uma melhoria de 50% na precisão.

O custo do equipamento de medição para as configurações 2 e 3 — câmara métrica e monocomparador — é significativamente superior ao da configuração 1 — teodolito — e contribui largamente para o seu custo inicial.

É possível melhorar a precisão, obtida com métodos fotogramétricos, aumentando o número de estações. Por outro lado, para um número elevado de pontos objecto, os métodos fotogramétricos tornam-se mais económicos.

4 — CONCLUSÕES

O modelo matemático e a metodologia de planeamento, nele baseado, apresentados permitem, por um lado:

— prever a ordem de grandeza dos erros a esperar numa rede destinada à determinação de deslocamentos,
— avaliar os custos de implementação de várias soluções alternativas e optar pela mais económica,

e, por outro lado:

— exercer um efectivo controlo da qualidade dos resultados,
— neutralizar o efeito de observações de má qualidade.

O custo da utilização de uma metodologia, tal como a apresentada, no planeamento de redes, torna-se irrisório quando comparado com o custo resultante do recurso a um método de posicionamento pouco adequado, quer por não ser suficientemente preciso, quer por não oferecer garantia de fiabilidade, quer por existirem soluções alternativas mais económicas.

5 — REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASACA, J. — *A Precision Criterion for Geodetic Network Design.* Memória N.º 615, LNEC.

CASACA, J.; HENRIQUES, M. J. — *Variance Component Estimation Theory and it's Application to Network Analysis.* Proc. VIIth Int. Simp. on Geodetic Networks, Krakow, 1985.

CASACA, J. — *A Reliability Criterion for Geodetic Network Design.* In Problems of Geodetic Computations, ed. Krakow University, Krakow, 1987.

CROSS, P. — *Numerical Methodos in Network Design.* In Opt. and Design of Geod. Net., Springer, Berlin, 1985.

HUBER, P. J. — *Robust Statistics.* John Wiley, New-York, 1981.

LUHMANN. T. — *Automatic Point Determination in a Reseau-Scanning System.* ISPRS, Comm. V, Ottawa, 1986.

SCHMITT, G. — *A Review of Network Designs.* In Opt. and Design of Geod. Net., Springer, Berlin, 1985.