ESTRUTURAS DE SUPORTE FLEXÍVEIS: ABORDAGEM TRIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS*

Flexible Earth Retaining Structures: Three-Dimensional Finite Element Analysis

por
M. MATOS FERNANDES**

RESUMO – Aplicando um modelo de cálculo baseado no método dos elementos finitos procede-se a uma abordagem ao estudo dos equilíbrios tridimensionais resultantes de escavações suportadas por estruturas flexíveis.

Na base dos resultados obtidos, são postos em evidência, para as situações mais correntes, os aspectos do comportamento daquelas obras geotécnicas mais deficientemente estudados por meio das análises que admitem a existência de um estado de equilíbrio plano de deformação.

SYNOPSIS – Using a mathematical model based on the finite element method, the three-dimensional equilibrium induced by excavations supported by flexible earth-retaining structures, is studied.

On the basis of the results, the errors associated with plane strain analyses are emphasized.

* Trabalho recebido em Maio de 1984. A discussão do trabalho está aberta por um período de três meses.

** Professor Auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

1 – INTRODUÇÃO

A realização de grandes escavações para o aproveitamento intensivo do espaço subterrâneo nos grandes centros urbanos tem conhecido notável incremento nas duas últimas décadas.

As estruturas necessárias para o suporte de tais escavações, em regra constituídas por cortinas de betão armado associadas a escoras ou ancoragens pré-esforçadas, são susceptíveis de experimentar em serviço deformações que condicionam a grandeza e a distribuição das pressões de terras que as solicitam, logo dos esforços àquelas associados; são, por isso, classificadas como estruturas flexíveis.

Nos últimos anos, consideráveis progressos na análise e dimensionamento dessas estruturas foram conseguidos através de modelos matemáticos baseados no método dos elementos finitos. Na sua versão mais aperfeiçoada (1, 2, 5, 6, 7, 8, 9), esses modelos, conjugando técnicas incrementais e iterativas, simulam as diversas fases construtivas típicas naquele tipo de obras, entrando em consideração com o comportamento não linear do maciço interessado pela escavação e dos elementos estruturais.

Contudo, embora os problemas em questão envolvam equilíbrios tipicamente tridimensionais, diversos factores têm contribuído para que tais modelos se baseiem em hipóteses sobre a existência de equilíbrios planos de deformação ou axissimétricos.

Os factores referidos relacionam-se, por um lado, com a limitação da capacidade dos computadores e com o altíssimo custo das análises tridimensionais, e, por outro, com o considerável número de incrementos de cálculo e o elevado número de elementos finitos, exigidos por condicionalismos de ordem geométrica e mecânica, necessários para a análise da maior parte das obras geotécnicas em causa.

A natureza tridimensional dos equilíbrios citados resulta de dois aspectos fundamentais: *i*) por ser finito o desenvolvimento da escavação; *ii*) pelo facto de as ancoragens ou escoras oferecerem e transmitirem à cortina, respectivamente, apoios e forças meramente pontuais.

Nas escavações em que o desenvolvimento e a largura são da mesma ordem de grandeza, assume particular importância a redistribuição por efeito de arco das pressões de terras nas zonas mais próximas dos cantos, assim como o facto de a cortina em cada face estar rigidamente apoiada na face adjacente. Melhorando as condições de apoio da cortina e reduzindo-se as pressões que a solicitam, os esforços e os deslocamentos na estrutura de suporte vêm, naturalmente, reduzidos.

Embora apresente inegável interesse o estudo desses fenómenos, pelas importantes economias que daí poderiam resultar, a sua abordagem por meio de modelos matemáticos baseados no método dos elementos finitos exigiria computadores de capacidade bastante maior do que a dos disponíveis actualmente.

Passando ao segundo aspecto citado, refira-se que nos modelos baseados na hipótese da existência de um estado plano de deformação, ele é tomado em consideração dividindo a rigidez e o pré-esforço das ancoragens e escoras pelo respectivo espaçamento na horizontal, resultando pois que os deslocamentos, pressões de terras e momentos flectores na cortina se admitem iguais de secção para secção vertical.

Embora resultados de ensaios em modelo reduzido (11) sugiram que nos casos mais correntes tal simplificação seja aceitável, o aprofundamento da questão por meio de modelos de cálculo por elementos finitos apropriados para a análise de equilíbrios tridimensionais não deixa de se mostrar aliciante, tanto mais que a adequada consideração das condições de simetria presentes no problema permite adoptar malhas compatíveis com a capacidade dos computadores disponíveis, embora, ainda assim, exigindo elevados tempos de cálculo.

Com efeito, aquelas condições de simetria, fazem com que sejam nulas as tensões de corte numa sucessão de planos normais ao plano da cortina coincidindo com as secções em que a mesma está apoiada e também com todas as que destas são equidistantes.

Verifica-se, pois, que o estudo do equilíbrio tridimensional se pode resumir à análise da fatia indicada na Figura 1, impondo que sejam nulos os deslocamentos na direcção normal (OY) aos planos citados dos pontos a estes pertencentes e considerando a rigidez dos apoios e o respectivo pré-esforço iguais a metade dos valores reais. De forma semelhante às análises planas, nas faces da fatia normais ao eixo OX são nulos os deslocamentos segundo o mesmo eixo, sendo também nulos quaisquer deslocamentos dos pontos situados na sua base.

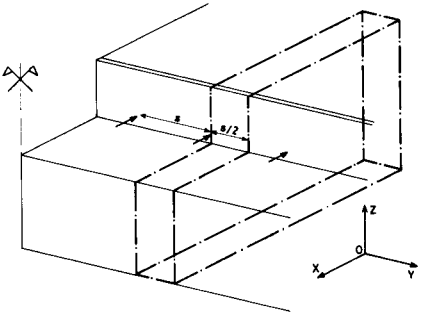

Fig. 1 — Fatia representativa do equilíbrio tridimensional resultante de uma escavação de desenvolvimento infinito suportada por uma estrutura flexível escorada ou ancorada.

2 – ESTUDO EFECTUADO

2.1 – *O modelo de cálculo*

A menos de ligeiras adaptações, o modelo de cálculo utilizado no estudo da questão atrás equacionada, coincide com aquele que se apresenta em algumas publicações do LNEC (3, 4), tendo sido já aplicado no estudo de diversos problemas, com destaque para as grandes estruturas subterrâneas (10).

O maciço e a cortina são representados por elementos subparamétricos do tipo cúbico com 8 pontos nodais, enquanto que para a representação da superfície de contacto entre aqueles dois meios se utilizam elementos de junta planos de 8 pontos nodais e espessura nula.

Todos os elementos são considerados com comportamento isotrópico e elástico linear.

O estado de tensão inicial é introduzido como dado, através de 6 componentes da tensão nos pontos nodais.

As análises são efectuadas por incrementos, correspondendo estes às fases construtivas a simular, no caso presente, a escavação e o pré-esforço e instalação das ancoragens e escoras.

O pré-esforço é simulado com a aplicação de forças concentradas. À instalação das ancoragens e escoras corresponde, no modelo, a introdução no respectivo ponto de ligação à cortina, após a simulação do pré-esforço e antes da fase de escavação subsequente, de um apoio elástico com a rigidez e a orientação do apoio que se pretende simular.

Para a consideração das fases de escavação, por seu turno, mediante uma extrapolação linear das tensões nos pontos de Gauss dos elementos tridimensionais para as respectivas faces (12), determinam-se as tensões nas superfícies definidoras de cada fase de escavação. A retirada do solo é simulada aplicando nos pontos nodais daquelas superfícies forças simétricas às forças nodais equivalentes às tensões referidas, procedendo, em simultâneo, à desactivação da malha de elementos finitos dos elementos representativos da massa de solo escavada na fase em causa.

2.2 – *O problema analisado*

Considerou-se o caso de uma escavação simétrica, de desenvolvimento praticamente infinito, com 11,7 m de profundidade e 14,0 m de largura num maciço argiloso de 14,0 m de possança, sobrejacente ao «bedrock». Para o maciço adoptaram-se o peso específico, o módulo de deformabilidade, o coeficiente de Poisson e o coeficiente de impulso em repouso, respectivamente, iguais 20 kN/m^3, 40 000 kPa, 0,49 e 1,0.

As características da estrutura de suporte foram consideradas de forma a favorecer a importância dos efeitos tridimensionais no equilíbrio a analisar. Desta forma, a parede moldada, levada até ao firme, foi admitida com a espessura mínima dentre os valores correntes, isto é, 0,40 m e para os apoios da cortina foram adoptadas escoras pré-esforçadas, de modo que, devido à sua grande rigidez, os efeitos citados fossem ampliados e não atenuados na fase de escavação seguinte ao respectivo pré-esforço. As escoras, dispostas num único nível a 3,5 m do topo da cortina, foram consideradas nos cálculos com rigidez igual à teórica. O seu pré-esforço varia de cálculo para cálculo, já que o respectivo espaçamento horizontal é variável, mas corresponde a um valor de 150 kN por metro de desenvolvimento da escavação. De igual modo, a área da secção do escoramento representa uma secção de aço de 50 cm^2 por metro linear, a que, por exemplo, corresponde um perfil GREY DIN 24 de 2,0 em 2,0 m.

Os cálculos foram efectuados em dois incrementos. No primeiro simulam-se em conjunto as duas primeiras fases construtivas: a escavação até 3,5 m de profundidade e o pré-esforço do escoramento; o segundo corresponde à escavação até à profundidade projectada (11,7 m), sendo no seu início introduzido o apoio elástico correspondente à escora anteriormente instalada.

O tempo de computação para cada cálculo rondou os 126 minutos, tendo sido utilizado o computador DEC10 do LNEC.

Na Figura 2 representam-se duas secções da malha de elementos finitos, que compreendia 792 pontos nodais e 560 elementos, sendo dentre estes 416 elementos subparamétricos do tipo cúbico e os restantes 144 elementos de junta, dispostos entre o maciço e a parede moldada. Esta foi representada por 56 elementos.

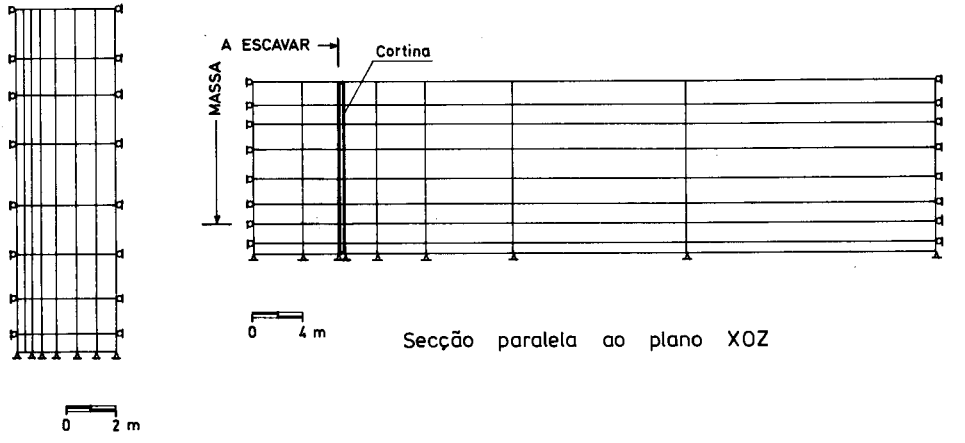

Fig. 2 — Duas secções da malha de elementos finitos adoptada

Foram efectuados três cálculos com outros tantos valores do espaçamento entre escoras, 2,0, 4,0 e 8,0 m, abrangendo um intervalo fora do qual não será provável existirem valores do mesmo parâmetro em problemas reais.

2.3 — *Resultados*

As Figuras 3 a 6 contêm os aspectos mais salientes dos resultados obtidos no cálculo em que foi adoptado o máximo valor do afastamento entre escoras. Em conjunto com os resultados da análise tridimensional incluem-se os obtidos a partir de uma aplicação de um modelo plano (6) com os mesmos parâmetros e incrementos e com uma malha igual à que se representa na parte direita da Figura 2. Os resultados para os outros dois valores do espaçamento dos apoios são qualitativamente semelhantes aos representados nas figuras citadas, embora, compreensivelmente, mais próximos dos relativos à análise em estado plano de deformação.

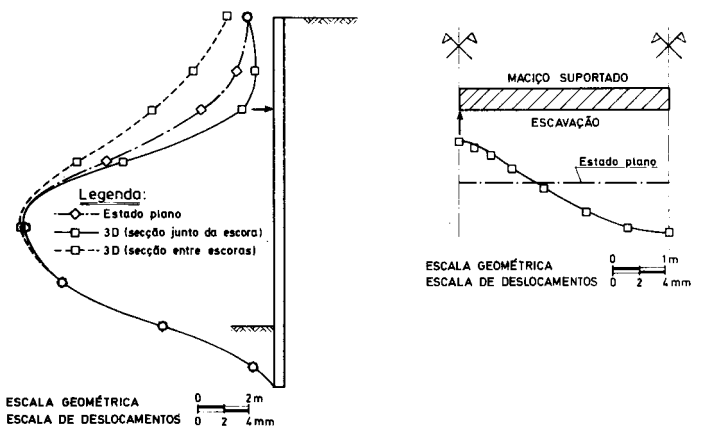

Fig. 3 — Deslocamentos finais calculados pelos modelos tridimensional e plano (afastamento entre escoras de 8,0 m): a) secções verticais; b) secção horizontal ao nível do escoramento

Da Figura 3a constam os deslocamentos finais da cortina; para a análise tridimensional representam-se os deslocamentos em duas secções verticais, a que coincide com aquela em que a parede está escorada e a equidistante das escoras. Naturalmente, os deslocamentos resultantes da análise plana estão entre os obtidos naquelas duas secções, embora seja de notar que estes apenas diferem significativamente na parte

superior da cortina, já que na restante, e nomeadamente na zona onde se verificam os respectivos valores máximos, são praticamente coincidentes. Na Figura 3b pode apreciar-se a evolução dos deslocamentos finais para a escavação ao longo da secção horizontal ao nível em que a cortina está escorada.

As pressões de terras concluída a escavação ilustram-se na Figura 4, sendo máximas junto da secção em que são mínimos os deslocamentos, isto é, junto da escora. Pode notar-se que as diferenças entre as pressões extremas e destas para as obtidas no cálculo em estado plano de deformação, ao nível do escoramento, são francamente mais importantes que as referentes aos deslocamentos. Os três diagramas passam a assumir valores muito próximos na metade inferior da cortina, em sintonia com os deslocamentos.

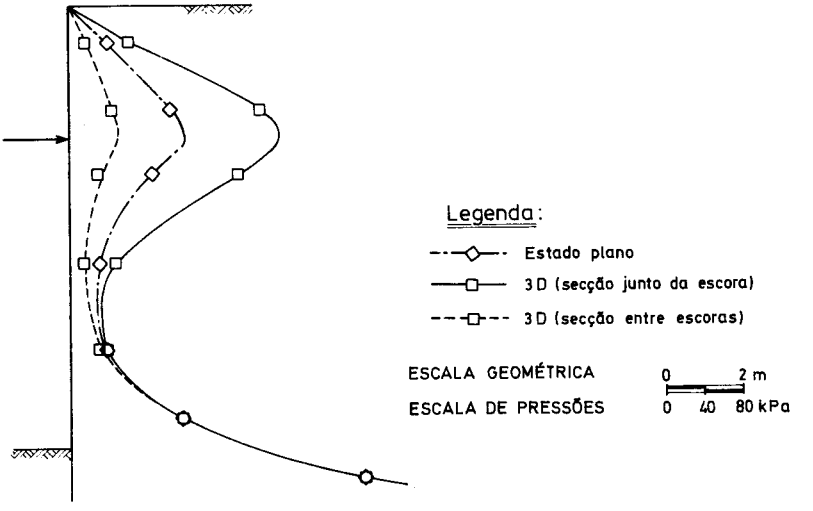

Fig. 4 — Pressões de terras no fim da escavação calculadas pelos modelos tridimensional e plano (secções verticais, afastamento entre escoras de 8,0 m)

No que respeita aos momentos flectores nas mesmas fase e secções, que se incluem na Figura 5, algo de muito semelhante se passa, isto é, são importantes as diferenças nos momentos negativos junto das escoras, enquanto que os positivos na parte central da parede e os negativos na zona próxima do encastramento são muito semelhantes ou mesmo coincidentes.

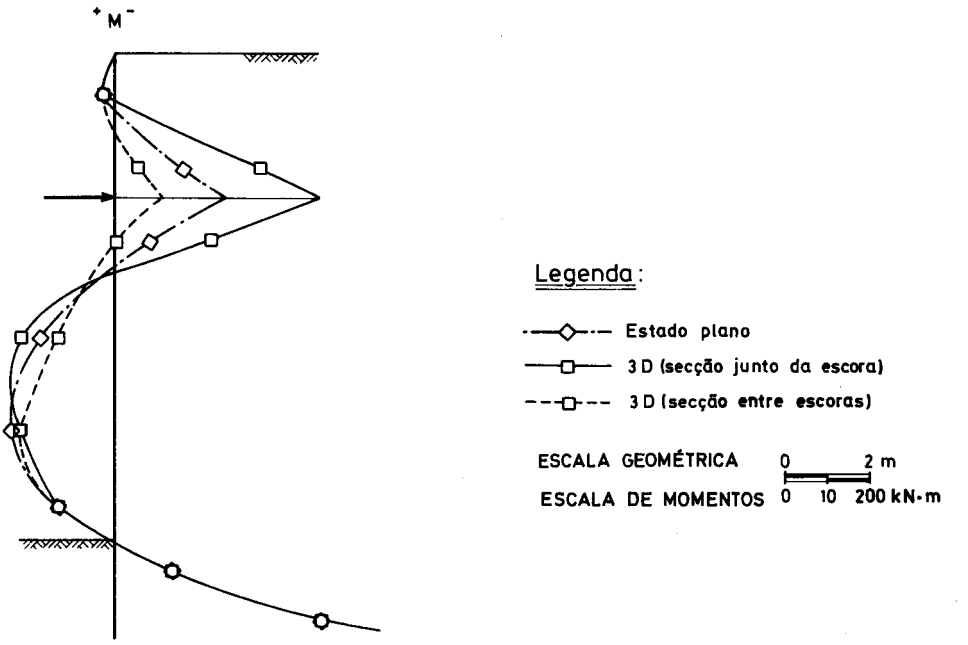

Fig. 5 — Momentos flectores no fim da escavação calculados pelos modelos tridimensionais e plano (secções verticais, afastamento entre escoras de 8,0 m)

Na Figura 6 podem examinar-se os momentos flectores nas fases 2 e 3 (pré-esforço e fim de escavação, respectivamente) em duas secções horizontais, uma delas próxima do nível do escoramento e a outra 5,5 m abaixo deste. Os resultados expressos manifestam boa concordância qualitativa com os obtidos por meio de ensaios em modelos reduzidos (11).

Na secção situada a maior profundidade os momentos são positivos e de grandeza praticamente desprezável. Na secção próxima do escoramento, pelo contrário, os momentos negativos que se desenvolvem nas zonas mais próximas dos apoios atingem valores da ordem de grandeza dos momentos do mesmo sinal calculados para a secção vertical correspondente, e exibem acentuado crescimento da fase de pré-esforço para a fase seguinte. Ainda na mesma secção horizontal, os momentos positivos que ocorrem na zona mais afastada dos apoios são, por seu turno, de grandeza relativamente reduzida.

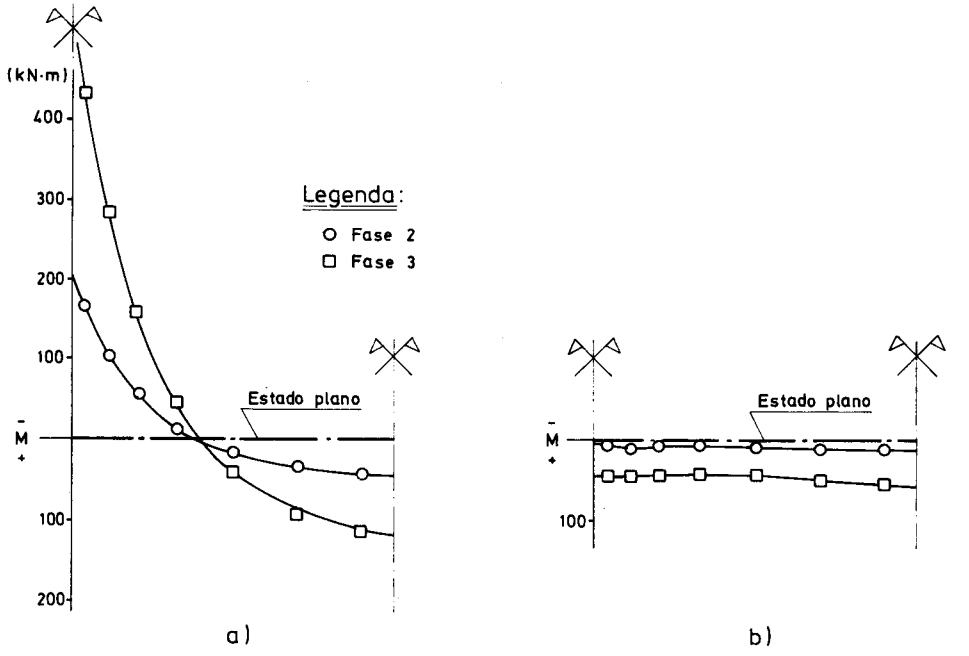

Fig. 6 — Momentos flectores após o pré-esforço do escoramento e concluída a escavação (afastamento entre escoras de 8,0 m):

a) secção horizontal próxima do nível do escoramento;

b) secção horizontal 5,5 m abaixo do escoramento

Passando a analisar em conjunto os resultados dos três cálculos com o modelo tridimensional, relaciona-se na Figura 7a o afastamento horizontal das escoras com as razões dos valores máximos das pressões de terras e dos momentos flectores negativos nas secções verticais, junto do escoramento, pelos valores homólogos resultantes do cálculo em estado plano de deformação. Verifica-se que para os valores mais correntes do afastamento referido aquelas razões são inferiores a 1,5. No que respeita aos deslocamentos, a aproximação aos resultados do cálculo plano é, para os outros dois valores adoptados para a distância entre escoras, quase completa.

Na Figura 7b pode examinar-se a dependência dos valores máximos dos momentos flectores que ocorrem na secção horizontal ao nível do escoramento relativamente ao espaçamento deste. Pode constatar-se um acentuado decréscimo dos momentos com a aproximação dos apoios da cortina, mas importa sublinhar que para os valores mais correntes da distância entre aqueles apoios, digamos entre 2,0 e 4,0 m, os momentos negativos atingem ainda valores muito significativos.

De referir, finalmente, que nos três cálculos tridimensionais os valores da razão dos esforços finais nas escoras pelo respectivo espaçamento horizontal são muito semelhantes e manifestam igualmente boa concordância com o resultado correspondente do cálculo plano; os valores em causa são da ordem dos 460 kN/ml.

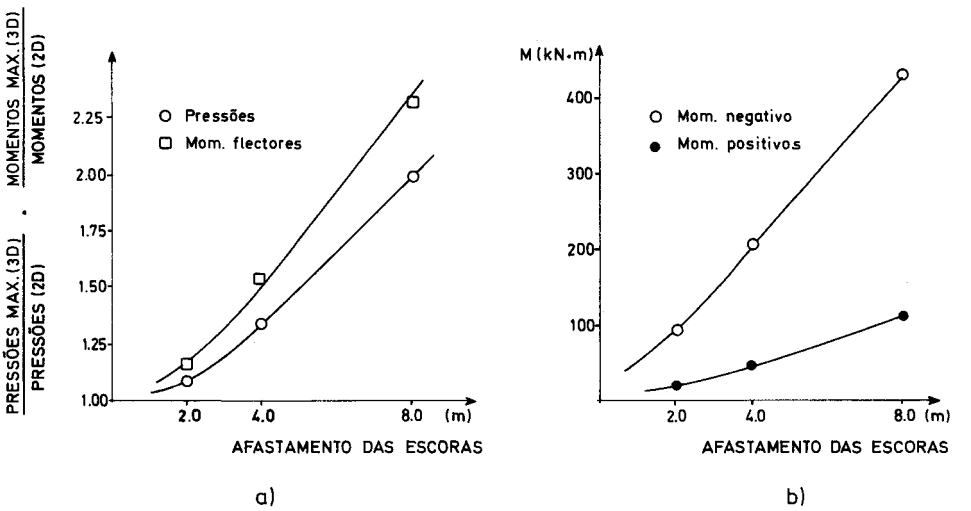

Fig. 7 — Dependência em relação ao afastamento entre escoras:

a) razões dos valores máximos das pressões e momentos ao nível do escoramento decorrentes dos modelos tridimensional e plano (secções verticais);

b) momentos numa secção horizontal ao nível do escoramento

3 – CONCLUSÕES

Os resultados discutidos põem em relevo a natureza tridimensional dos equilíbrios resultantes de escavações suportadas por estruturas flexíveis.

O afastamento, expresso na Figura 7a, dos valores máximos dos momentos flectores e pressões de terras obtidos nas análises tridimensionais em relação aos valores homólogos resultantes da análise plana, pode ser considerado importante. Não deve ser esquecido, contudo, que a mesma figura diz respeito apenas a aspectos parciais dos resultados e que os valores que dela constam representarão tão só um

limite superior do afastamento entre os resultados dos dois tipos de análises, já que, deliberadamente, se adoptaram os parâmetros da estrutura de suporte de modo a favorecer a natureza tridimensional do equilíbrio resultante da escavação.

Pôde constatar-se que, no que respeita aos deslocamentos e aos esforços nas escoras, o interesse das análises tridimensionais é limitado, muito em especial se se atender à dificuldade em efectuar uma previsão aproximada dos primeiros.

Por outro lado, os resultados põem em evidência, no que se refere aos momentos flectores, em particular nos casos em que as ancoragens e escoras estão bastante afastadas e os respectivos valores do pré-esforço ou rigidez são elevados, a necessidade de reforçar a armadura da parede moldada ao nível dos apoios, nas direcções vertical e horizontal, para ter em consideração os momentos, em especial os de sinal negativo, que aí se desenvolvem, e que são subestimados ou mesmo ignorados nas análises que admitem a existência de um estado plano de deformação.

Importa atender, por fim, ao avaliar da necessidade do estudo dos problemas em causa por meio de modelos tridimensionais como o aplicado, que numa situação em que a estrutura de suporte inclua mais do que um nível de escoras ou ancoragens as diferenças em relação aos resultados obtidos a partir de modelos planos assumirão provavelmente maior importância no contexto global do que a posta em evidência para o caso analisado. Pelo considerável acréscimo no número de incrementos de cálculo e pela malha de elementos finitos que exigiria, não foi contudo possível incluir neste trabalho a análise de um problema desse tipo.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar os seus mais sinceros agradecimentos:

— ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil, pelas condições proporcionadas para a realização do presente trabalho;

— ao Eng.º Castel-Branco Falcão, Investigador do LNEC, pela sua orientação;

— aos colegas Luís de Sousa, Carlos Pina e Gracias Fernandes, pela colaboração amiga.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(1) – CLOUGH, G. H. e TSUI, Y. (1974) – *Performances of tied back-walls in clay*. Journal Geotech. Div., GT 12, ASCE, pp. 1259-1273.

(2) – EISENSTEIN, Z. e MEDEIROS, V. (1983) – *A deep retaining structure in till and sand. Part II: Performance and analysis*. Canadian Geotech. Journal, Vol. 20, n.º 1, pp. 131-140.

(3) – LNEC (1982) – *Aplicação de modelos de cálculo tridimensionais na análise de grandes estruturas subterrâneas*. Relatório, Proc. 47/11/7315, Lisboa.

(4) – LNEC (1982) – *Estudo de equilíbrios tridimensionais em estruturas laminares e maciças utilizando elementos finitos subparamétricos*. Relatório, Proc. 46/11/7302, Lisboa.

(5) – MANA, A. I. (1978) – *Finite-element analysis of deep excavation behaviour in soft clay*. Ph. D. Thesis, Stanford University.

(6) – MATOS FERNANDES, M. (1983) – *Estruturas flexíveis para suporte de terras. Novos métodos de dimensionamento*. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil – Estruturas na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

(7) – MINEIRO, A. J., BRITO, J. A. e FERNANDES, J. S. (1981) – *Étude d'une paroi moulée multi-ancrée*. Proc. 10th Int. Conf. Soil. Mech. Found. Eng., Stockholm, Vol. 2, pp. 187-192.

(8) – PINELO, A. e MATOS FERNANDES, M. (1981) – *Anchors' behaviour and tied back walls analyses*. Proc. 10th Int. Conf. Soil. Mech. Found. Eng., Stockholm, Vol. 2, pp. 219-225.

(9) – SIMPSON, B., O'RIORDAN, N. e CROFT, D. (1979) – *A computer model for the analysis of ground movements in London Clay*. Géotechnique, Vol. 29, N.º 2, pp. 149-175.

(10) – SOUSA, L. R. (1983) – *Three dimensional analysis of large underground power stations*. Proc. 5th Int. Conf. Rock Mechanics, Melbourne.

(11) – TSUI, Y. e CLOUGH, G. W. (1974) – *Plane strain approximations in finite element analyses of temporary walls*. Proc. Conf. on Analysis and Design in Geotechnical Engineering, Univ. of Texas, Austin, Texas, Vol. 1, pp. 173-198.

(12) – ZIENKIEWICZ, O. C. (1977) – *The Finite Element Method*. Third Edition, McGraw-Hill Book Comp., New York.