

# Coeficiente de segurança de taludes com rotura progressiva

## *Safety factor of strain-softening slopes*

**J. R. Maranha\***  
**E. Maranha das**  
**Neves\*\***

**RESUMO** – Neste trabalho é descrito um método para o cálculo do coeficiente de segurança de taludes em materiais com amolecimento, tais como arcias densas ou argilas sobreconsolidadas. É também analisado o fenómeno associado da localização da deformação, ilustrado por intermédio da modelação de um ensaio biaxial.

**SYNOPSIS** – In this work a method for evaluating the safety factor of strain-softening slopes, such as dense sands and overconsolidated clays. The associated strain localization is also analysed by means of biaxial a test model example.

\* Investigador Auxiliar,  
LNEC, Lisboa, E-mail:  
jmaranha@lnec.pt

\*\* Professor Catedrático,  
IST, Lisboa, E-mail:  
emn@civil.ist.utl.pt

**Palavras-chave** – Taludes; coeficiente de segurança; elastoelasticidade; modelação numérica; rotura progressiva; localização da deformação

## 1 - INTRODUÇÃO

As capacidades actuais dos computadores assim como as ferramentas computacionais de análise de problemas geotécnicos à disposição dos engenheiros, fazem com que a determinação do coeficiente de segurança de uma estrutura geotécnica possa ser feita por intermédio de programas de cálculo de tensões/deformações, com a mesma facilidade com que se recorre aos tradicionais métodos de equilíbrio limite.

O facto de não ser necessário impor *a priori* uma superfície de ruptura com uma dada geometria confere uma vantagem assinalável aos métodos numéricos para análise de tensões/deformações (utilizando modelos elastoplásticos) relativamente aos métodos de equilíbrio limite. O mecanismo de rotura surge naturalmente como um dos resultados da análise.

Uma outra vantagem, não menos importante, dos métodos numéricos de análise de tensões/deformações, reside na possibilidade de incorporar diferentes leis constitutivas para descrever o comportamento dos solos enquanto que os métodos de equilíbrio limite estão limitados a uma concepção rígido-plástica do comportamento dos solos.

A descrição do comportamento de solos em que a resistência ao corte é função da deformação, isto é, que exibem endurecimento e/ou amolecimento no contexto da elastoplasticidade, sendo possível numa análise de tensões/deformações (pelo método dos elementos finitos ou das diferenças finitas), não o é numa análise de equilíbrio limite. Em consequência, os métodos de equilíbrio limite apresentam grandes insuficiências quando confrontados com estruturas geotécnicas com argilas sobreconsolidadas e/ou areias densas. Estes tipos de solo apresentam comportamento frágil em que a resistência ao corte pós-pico diminui com o nível de deformação distorcional. Evidentemente, pode-se sempre utilizar os métodos de equilíbrio limite considerando um material perfeitamente plástico com resistência ao corte correspondente ao estado crítico. No entanto, ao adoptar esta abordagem corre-se porventura o risco de conservadorismo excessivo, especialmente se a degradação da resistência relativamente ao pico for significativa.

A existência de amolecimento está indissociavelmente ligada ao fenómeno da localização da deformação e traduz uma instabilidade do material. Por sua vez, a localização da deformação calculada pelo método dos elementos finitos (ou diferenças finitas) é dependente da malha utilizada, principalmente da dimensão dos elementos, mas também da sua orientação se formarem um arranjo regular. Para contornar esta dificuldade foram adoptados diferentes métodos para

limitar a localização da deformação, com destaque para o meio contínuo polar, também conhecido por contínuo de Cosserat (Groen e de Borst, 1997), contínuo não local (Bazant e Lin, 1988), incorporação nas equações constitutivas de gradientes de ordem superior da deformação (Vardoulakis *et al.*, 1991) ou ainda a utilização de modelos viscoplásticos (Needleman, 1988). Gutierrez e Cuisiat (1999) consideram que estas abordagens são ainda de uso difícil, não sendo ainda bem compreendidas. Para além disto, a localização da deformação não é uma característica exclusiva do amolecimento. Encontra-se também ligada a materiais não associados (incrementos de deformação não normais à superfície de cedência), podendo mesmo ocorrer com endurecimento, ver Rudnicki e Rice (1975). A localização ocorre ainda na plasticidade perfeita.

De acordo com Bazant e Lin *op. cit.*, o método mais simples para limitar a localização da deformação consiste limitar a dimensão dos elementos da malha a um valor mínimo, que representaria uma propriedade do material e estaria directamente relacionado com a espessura das bandas de corte nesse material. Como, na generalidade dos problemas geotécnicos, esse valor é demasiado pequeno adopta-se a malha mais fina possível.

Em qualquer circunstância, a exclusão do amolecimento das análises numéricas de tensão/deformação clássicas do amolecimento, deixaria de fora todos os modelos realistas, mais sofisticados, formulados para descrever o comportamento dos solos (modelos elastoplásticos, incluindo o modelo Cam-Clay e suas generalizações, modelos hiperplásticos, etc.). Em última análise, o amolecimento (perda de resistência com a deformação) é uma característica do comportamento dos solos sob determinadas condições. Como explica Kolymbas (2000) relativamente às areias, sendo uma observação experimental incontroversa que amostras mais densas apresentam uma resistência de pico mais elevada do que as que se encontram num estado mais solto, e como a dilatância transforma um estado mais denso num estado mais solto, esta tem que estar associada a uma degradação da resistência. Nisto consiste o amolecimento. Qualquer modelo realista para argilas sobreconsolidadas ou areias densas tem necessariamente que incluir amolecimento.

Nos capítulos seguintes, após uma abordagem do fenómeno da localização num elemento de solo com condições de fronteira bem definidas, estudam-se os efeitos da rotura progressiva na quantificação da segurança de taludes. Usando a definição corrente de coeficiente de segurança, são feitas análises de estabilidade recorrendo a cálculos de tensão/deformação. Diminui-se pois progressivamente a resistência e quantificam-se as correspondentes deformações, até que estas

evidenciem a instalação de um mecanismo de rotura. Acontece que, quando se minora a resistência, tal minoração implica uma perda adicional de resistência e é este importante aspecto que é tratado com mais ênfase no presente trabalho.

## 2 – COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O cálculo do coeficiente de segurança de uma estrutura é tradicionalmente utilizado pelos engenheiros para quantificar a segurança dessa estrutura. Apesar da sua menor sofisticação relativamente aos métodos probabilísticos de avaliação da segurança, este método tem a seu favor uma grande experiência acumulada.

### 2.1 – Técnica da redução da resistência

O coeficiente de segurança não tem uma definição única. As definições mais utilizadas são as seguintes:

- 1) o coeficiente de segurança  $F$  é o quociente entre o menor valor da carga que provoca o colapso de uma estrutura e o valor real da carga que actua nessa mesma estrutura.
- 2) O coeficiente de segurança  $F$  é dado pelo menor valor pelo qual é necessário dividir a resistência da estrutura de modo a que a estrutura colapse.

A definição 1) não é em geral aplicada a taludes porque, frequentemente, a única carga actuante num talude é o peso próprio. Num talude constituído por material puramente friccional, o aumento do peso próprio (carga) implica um aumento proporcional da resistência ao corte (esta é proporcional à tensão média), pelo que o aumento da carga jamais poderia levar o talude ao colapso.

A definição 2) é, sem dúvida, de aplicabilidade mais geral e inclui o caso dos taludes. No âmbito da mecânica dos solos, de forma equivalente à definição 2), o coeficiente de segurança é definido como o quociente entre a resistência ao corte actual do solo e a resistência ao corte mínima necessária para evitar o colapso (Bishop, 1955).

A implementação da definição de coeficiente de segurança 2) num programa de análise de tensões/deformações consiste num processo gradual de redução da resistência ao corte dos materiais até se atingir o colapso da estrutura.

### 2.2 – Rotura progressiva

Como se disse, solos como as argilas sobreconsolidadas e as areias densas, apresentam, após o pico, uma degradação da resistência com a deformação, comportamento também designado por amolecimento. Em estruturas geotécnicas constituídas por estes materiais, o amolecimento dá

origem a um fenómeno conhecido por rotura progressiva.

O mecanismo da rotura progressiva é conhecido há mais de meio século. Terzaghi e Peck (1948) associaram-no aos solos que exibem resistência de pico, a que aliás chamaram solos reais. Ora os métodos que se usam normalmente para quantificar a segurança dos taludes, os chamados métodos de equilíbrio limite, implicam a substituição dos solos reais por solos ideais, isto é, solos em que os parâmetros de resistência são independentes da deformação. De acordo com os citados autores, as roturas deste tipo (nestes materiais ideais) são chamadas simultâneas (comportamento oposto ao da rotura progressiva).

Como se analisa então, com aqueles métodos, a estabilidade dos taludes constituídos por solos com resistência de pico, também chamados solos frágeis? Substituindo-os, como se disse anteriormente, por solos ideais que, ou exibem uma resistência correspondente ao valor de pico, ou uma resistência igual à da rotura. Tal significa que são possíveis os dois cenários a que vão corresponder, necessariamente, coeficientes de segurança diferentes. A primeira hipótese origina soluções mais económicas mas com um claro inconveniente: o método de cálculo do coeficiente de segurança baseia-se numa rotura simultânea quando de facto ela é progressiva. Por outras palavras, os métodos de equilíbrio limite não são adequados para a análise da segurança de taludes de solos frágeis..

Acontece ainda que a ocorrência de rotura progressiva (situação em que a resistência média mobilizada ao longo da superfície de rotura, na rotura, é inferior à resistência de pico média) implica algo mais do que a fragilidade do solo. Trata-se da instalação de deformações não uniformes, as quais, acentuando-se, originam o aparecimento de marcadas descontinuidades ou “superfícies” de deslizamento. Na verdade não se trata de superfícies, mas de regiões de reduzida espessura (admite-se que a espessura tem uma dimensão igual a cerca de 10 vezes a dimensão média das partículas, no caso de areias, ou de agregados de partículas no caso de argilas) onde se instalam elevadas deformações distorcionais e onde o solo pode exibir variação de volume (Atkinson, 1993). Este comportamento só pode ser explicado tendo em conta o fenómeno da dilatância.

Na realidade, no caso dos solos frágeis, a concentração da deformação distorcional vai originar, numa zona reduzida, uma deformação volumétrica negativa (dilatância positiva). Em consequência, a resistência do solo diminui, o que vai originar mais concentração de deformação distorcional, logo as consequentes dilatância e diminuição de resistência. E assim sucessivamente até à localização de uma superfície de deslizamento.

Acontece ainda que, quando é ultrapassado o valor de pico e a resistência começa a diminuir (descarga), pode ocorrer bifurcação, isto é, pode ocorrer descarga elástica (recuperação da deformação) ou descarga plástica (aumento da deformação), sem que à partida se possa ter a certeza de qual vai ocorrer.

Esta forma de abordar o comportamento dos solos frágeis pode ser melhor explicada recorrendo à elastoplasticidade com endurecimento na versão aplicável aos solos que se designa por mecânica dos solos dos estados críticos (Schofield e Wroth, 1968). O comportamento frágil corresponde ao amolecimento com a deformação.

Na Figura 1, descreve-se, de acordo com o referido modelo elastoplástico com endurecimento, o fenómeno do amolecimento e da bifurcação.

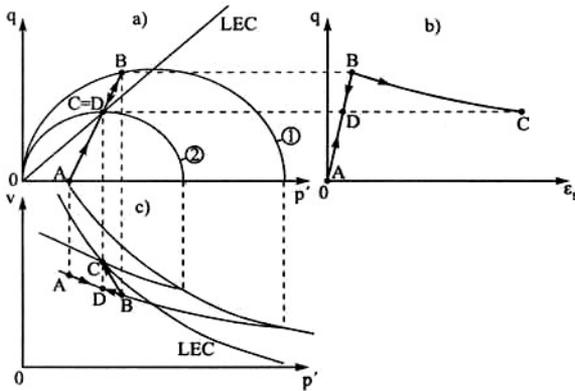


Fig. 1 - Bifurcação no modelo Cam Clay modificado.

Um solo no estado hidrostático A (sobreconsolidado ou frágil), é submetido a uma tensão deviatória até à rotura (Figura 1a). Até a trajectória de tensão atingir a superfície de cedência em B (resistência de pico) o solo deforma-se elasticamente de A para B (Figura 1b). A partir de B o estado dirige-se para C (estado crítico), atingindo a rotura por amolecimento. Há, no entanto, como se disse, uma certa incerteza associada com a variação de tensão de B para C (bifurcação). Tal variação de tensão pode ser associada com a deformação volumétrica elastoplástica negativa de B para C, passando a superfície de cedência da posição 1 para a posição 2. Mas em vez desta deformação elastoplástica pode ocorrer uma deformação puramente elástica (descarga) de B para D (Figura 1b). Neste caso a superfície de cedência permanece em 1. Na Figura 1c estão representadas as correspondentes deformações distorcionais em função da tensão deviatória.

O anteriormente exposto mostra como o problema do amolecimento (fragilidade) não pode ser adequadamente tratado sem ter em conta as deformações associadas às variações das tensões, o

que não acontece com os métodos de equilíbrio limite nem com os de análise limite.

### 3 - ENSAIO BIAIXIAL

Para ilustrar o fenómeno da localização da deformação que ocorre em materiais elastoplásticos com amolecimento, apresenta-se a seguir o modelo numérico de um ensaio. O ensaio é modelado com o programa explícito de diferenças finitas bidimensional FLAC. A um provete homogéneo, de forma rectangular (altura 3 vezes a largura), em estado de deformação plana, é imposto no topo superior um deslocamento vertical uniforme. A base encontra-se fixa na direcção vertical. Os deslocamentos horizontais são livres na base e no topo. Os lados são livres de tensões.

A lei constitutiva adoptada para descrever o material é elastoplástica com amolecimento. O critério de cedência é o de Tresca ( $de_v^p = 0$ ). O amolecimento é dado pela variação da coesão  $c$  com a deformação plástica distorcional acumulada  $e^{ps}$  tal como se indica na Figura 2.

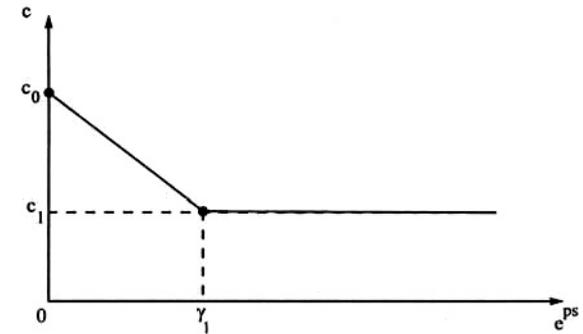


Fig. 2 - Curva de variação da resistência (coesão) com a deformação distorcional plástica acumulada.

A variável  $e^{ps}$  é dada por

$$e^{ps} = \int \frac{1}{\sqrt{2}} \|de^p\| \tag{1}$$

com

$$de^p = de^p - \frac{\epsilon_v^p}{3} \mathbf{I} \tag{2}$$

em que o tensor  $de^p$  é a parte distorcional do incremento de deformação plástica.

Como a localização da deformação introduz uma dependência dos resultados relativamente à malha, os cálculos são efectuados em duas malhas: uma com 1200 elementos e outra mais fina com 4800 elementos.

A deformada resultante da malha mais grosseira encontra-se representada na Figura 3a). A distribuição da deformação distorcional pode ser observada na Figura 3b). Verifica-se que a deformação se encontra concentrada em bandas

inclinadas  $-45^\circ$  e  $+45^\circ$  com a horizontal, inclinação característica do critério de Tresca.

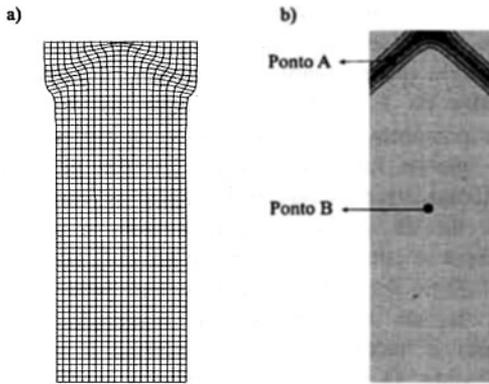


Fig. 3 - Ensaio de compressão biaxial, malha de 1200 elementos.

O mesmo ensaio biaxial foi também calculado com uma malha de 4800 elementos. A deformada da malha encontra-se na Figura 4a) e a correspondente distribuição da deformação distorcional na Figura 4b).

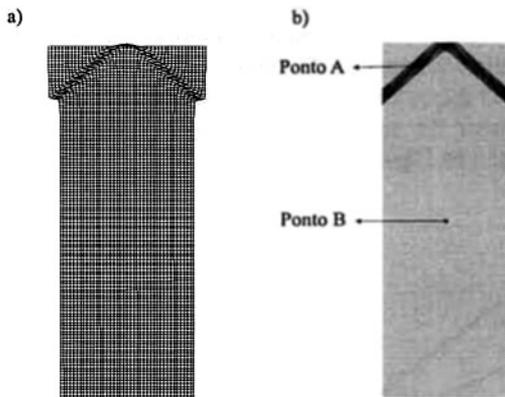


Fig. 4 - Ensaio de compressão biaxial, malha de 4800 elementos.

As curvas de tensão deviatórica (invariante  $q$ ) função da deformação distorcional (invariante  $\epsilon_s$ ) respeitantes a um ponto no interior da banda de corte (ponto A) e a um outro ponto afastado dessa banda (ponto B) estão representadas na Figura 5. Estas curvas correspondem à malha de 1200 elementos representada na Figura 3. Uma terceira curva mostra a média de todos os elementos da malha.

Enquanto que no interior da banda de corte a deformação, após atingir a cedência plástica, cresce acompanhada de redução da resistência ao corte até se atingir o valor mínimo desta, fora da banda ocorre descarga elástica – redução da deformação distorcional acompanhada da redução da tensão deviatórica  $q$ . O atingir da cedência plástica dá origem a uma bifurcação do comportamento do material que transforma um estado homogéneo de tensão e deformação num estado heterogéneo em que a deformação se concentra numa banda cada vez

mais estreita. Verifica-se também que a curva que descreve o comportamento médio para toda a malha apresenta níveis de deformação intermédios entre os das bandas de corte e os das zonas em descarga. Como as zonas em descarga são preponderantes, os níveis médios de deformação aproximam-se mais dos das zonas em descarga.

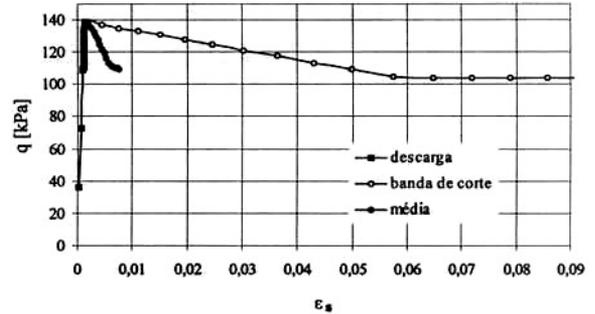


Fig. 5 - Curvas de tensão deviatórica/deformação distorcional no ensaio biaxial, malha de 1200 elementos.

Na Figura 6 as mesmas curvas de tensão deformação são apresentadas para a malha mais fina (4800 elementos).

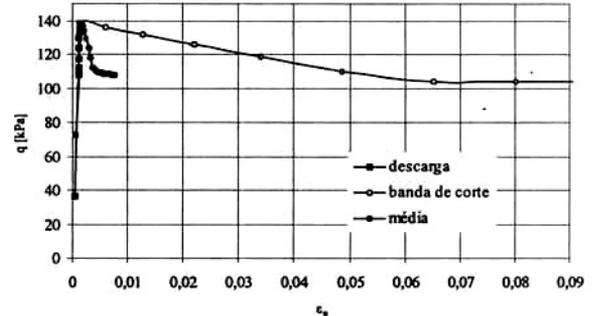


Fig. 6 - Curvas de tensão deviatórica/deformação distorcional no ensaio biaxial, malha de 4800 elementos.

Relativamente à malha mais grosseira, verifica-se que a discrepância entre o comportamento nas bandas de corte e nas zonas exteriores é ainda maior. A largura das bandas de corte tende para um valor mínimo equivalente a largura de 2 ou 3 elementos da malha. Por isso, quanto mais fina for a malha, menor será a largura das bandas.

Na Figura 7 faz-se a comparação entre as curvas médias de tensão/deformação para as malhas de 1200 e 4800 elementos, assim como a curva correspondente a uma malha de um só elemento, em que o estado de deformação é necessariamente homogéneo.

A Figura 7 mostra claramente que o efeito da localização da deformação tende a exacerbar o amolecimento (módulos negativos) registado nos

provetes relativamente ao comportamento homogéneo. A consideração deste efeito deve assumir um papel importante na interpretação de resultados laboratoriais.

Este exemplo mostra duma forma clara alguns dos processos intervenientes na análise de taludes com amolecimento.

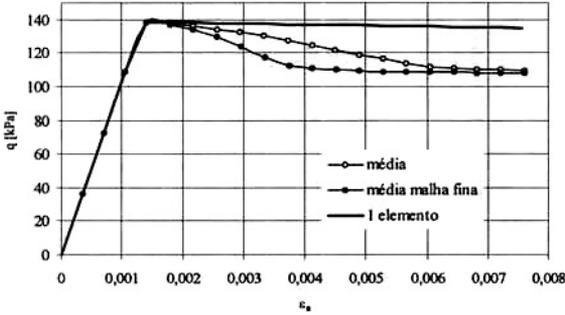


Fig. 7 - Curvas de tensão deviatórica/deformação distorcional médias para malhas com 1; 1200 e 4800 elementos.

4 - TALUDES

Para calcular o coeficiente de segurança de um talude, foi adoptada uma técnica de redução da resistência utilizando o programa explícito de diferenças finitas FLAC. O modelo material adoptado consiste numa extensão do modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb em que a coesão, o ângulo de atrito e a dilatância podem variar (endurecimento ou amolecimento) com a deformação distorcional plástica acumulada  $e^{ps}$ .

O procedimento adoptado aqui é similar ao descrito em Dawson *et al.* (1999) aplicado a materiais elásticos perfeitamente plásticos. Tendo como ponto de partida um talude estável, reduz-se gradualmente a resistência (divide-se por um factor  $F > 1$  crescente) até atingir a rotura.  $F$  será então o coeficiente de segurança do talude.

A primeira questão que se põe, em termos algorítmicos, é como decidir que se atingiu a rotura. O critério adoptado aqui considera que, se ao fim de um determinado número de incrementos de tempo a estrutura não atingiu um estado de equilíbrio, então está em colapso. Considera-se a estrutura em equilíbrio quando o quociente entre as forças nodais desequilibradas e as forças nodais externas é inferior a  $10^{-3}$ . O número máximo de incrementos de tempo utilizado para decidir sobre a estabilidade tem necessariamente que crescer com a redução da dimensão dos elementos da malha, pois uma malha mais fina implica uma convergência mais lenta (com mais incrementos de tempo) para um estado estável.

A resistência é reduzida por incrementos sucessivos idênticos  $dF$ . O estado do sistema (campo de tensões e deformação plástica deviatórica

acumulada) correspondente à última etapa que tenha convergido (que atingiu o equilíbrio) do processo de redução da resistência é guardado. Isto repete-se até ao talude deixar de estar em equilíbrio. Atingido este ponto, volta-se ao último estado do sistema que convergiu (previamente armazenado), retomando-se o valor de  $F$  (factor de redução da resistência) correspondente. Anulam-se as velocidades nodais, para que as forças de inércia geradas pela rotura entretanto atingida não influenciem o resultado. O valor de  $dF$  reduz-se para metade, e a análise processa-se como anteriormente até que, novamente, o equilíbrio deixe de se verificar. Este procedimento, que consiste num método de bissecção, termina quando o valor de  $dF$  for inferior à tolerância pretendida. O valor de  $F$  é então o coeficiente de segurança calculado para a estrutura.

O valor inicial de  $dF$  deve ser suficientemente reduzido porque, a cada etapa de redução da resistência, há estados de tensão que, por efeito da retracção do domínio elástico, vão ser deixados momentaneamente no exterior da superfície de cedência. Se este efeito for exagerado, o erro associado será grande. O valor de  $dF$  inicial foi adoptado após a verificação de que um valor de  $dF$  10 vezes menor não conduzia a resultados significativamente diferentes.

O factor de redução da resistência  $F$  afecta toda a curva de amolecimento, como ilustrado para a coesão na Figura 8.

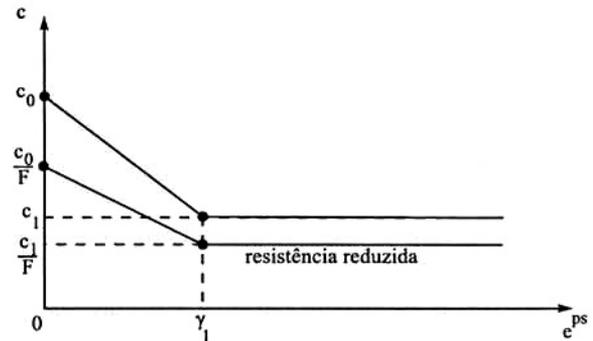


Fig. 8 - Factor F de redução da resistência.

De acordo com o critério de Mohr-Coulomb, a resistência ao corte é dada por

$$\tau = c' + \sigma'_n \operatorname{tg} \phi' \tag{3}$$

pele que, para dividir a resistência por  $F$ , é necessário dividir  $c'$  e  $\operatorname{tg} \phi'$  por  $F$ .

O parâmetro  $\gamma_1$  da Figura 8 controla a magnitude do módulo plástico que define a taxa de amolecimento do material. O módulo plástico, para o caso do critério de Tresca, com a coesão função da deformação plástica acumulada de acordo com a curva definida na Figura 2, é dado por

$$H = \frac{2(c_1 - c_0)}{\dot{\gamma}_1} \quad (4)$$

que, sendo negativo, traduz amolecimento.

Por sua vez, como o multiplicador plástico  $dy$ , que determina a magnitude dos incrementos de deformação plástica, resulta, por imposição da condição de consistência plástica (o estado de tensão deve permanecer sobre a superfície de cedência durante o processo de amolecimento/endurecimento) na relação

$$dy = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \mathbf{D} : d\boldsymbol{\varepsilon}}{H + \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \mathbf{D} : \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \quad (5)$$

em que  $d\boldsymbol{\varepsilon}$  é o incremento de deformação,  $\mathbf{D}$  é o tensor de 4ª ordem dos módulos elásticos,  $f$  é a função de cedência e  $g$  a função de potencial plástico.

Para que qualquer incremento de deformação seja admissível, torna-se necessário que o denominador da expressão acima seja positivo. Isto, para o modelo de Tresca, implica satisfação da condição  $H \geq 4G$ . Ou seja, o valor mínimo de  $\gamma_1$  é

$$\gamma_1^{\min} = \frac{c_0 - c_1}{2G} \quad (6)$$

Esta condição equivale a um módulo elastoplástico  $D^{ep}$  negativo e infinito, como se mostra na Figura 9, em que se representa a evolução da tensão deviatórica  $q$  com a deformação distorcional  $\varepsilon_s$ .

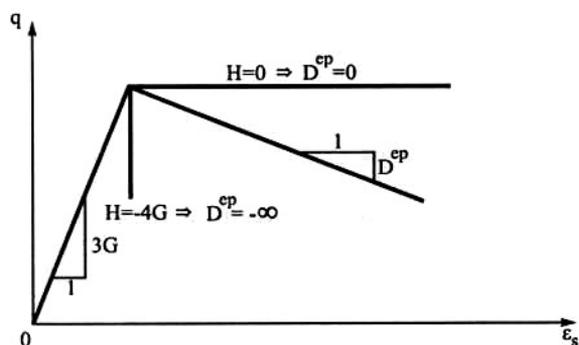


Fig. 9 – Limite inferior para os módulos plástico  $H$  e elastoplástico  $D^{ep}$ .

Considera-se, neste modelo, que as principais variáveis que influenciam o processo de rotura progressiva são o módulo plástico  $H$  e a magnitude relativa da degradação da resistência  $(c_0 - c_1) / c_0$ .

Em nenhuma das análises efectuadas foi utilizado qualquer amortecimento artificial.

#### 4.1 – Talude coesivo

O talude com a geometria representada na Fig. 10 é constituído por um material elastoplástico de Tresca, em que a coesão varia com a distorção plástica da forma apresentada na Figura 2. A análise pretende descrever o comportamento não drenado de uma argila sobreconsolidada saturada. O peso volúmico saturado é  $\gamma = 19,62 \text{ kN/m}^3$ . Relativamente às constantes elásticas, o módulo de elasticidade  $E = 100 \text{ MPa}$  e o coeficiente de poisson  $\nu = 0,45$ . A coesão que define o critério de Tresca representa a resistência não drenada  $c_u$ . Considerou-se nula a resistência à tracção, devido à fissuração que é frequente neste tipo de materiais.

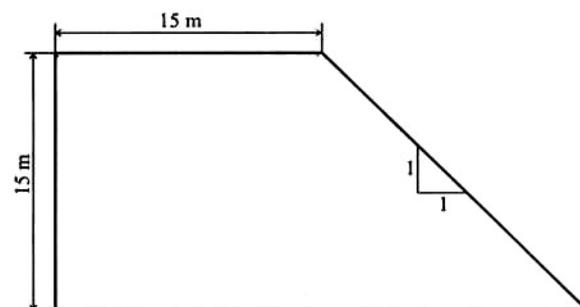


Fig. 10 - Geometria do talude coesivo.

Nas análises efectuadas foram utilizadas três malhas de diferenças finitas: uma de  $30 \times 15$  elementos, uma de  $60 \times 30$  elementos e uma de  $120 \times 60$  elementos. A malha mais fina possui 16 vezes mais elementos do que a malha mais grosseira. Com isto pretendeu examinar-se o efeito da dimensão dos elementos na solução. Em todas as análises a malha é uniforme (elementos quadrados) com excepção dos elementos adjacentes à superfície do talude, que se encontram distorcidos.

Nas primeiras análises consideradas utilizou-se a malha de  $30 \times 15$  elementos. Os parâmetros que definem a resistência são  $c_0 = 80 \text{ kPa}$  e  $c_1 = 60 \text{ kPa}$ . Com estes parâmetros foi efectuada uma série de análises em que se calculou o coeficiente segurança para diferentes valores do parâmetro  $\gamma_1$ , o que equivale a variar o módulo de amolecimento plástico. Este é tanto maior (em valor absoluto, pois o seu valor algébrico é negativo) quanto menor for o valor de  $\gamma_1$ . Foram também calculados os coeficientes de segurança relativos aos materiais elásticos perfeitamente plásticos de Tresca com  $c = 80 \text{ kPa}$  e  $c = 60 \text{ kPa}$  que definem, respectivamente, os limites superior e inferior para o coeficiente de segurança. Estes resultados são apresentados na Figura 11.

A linha horizontal superior marca o coeficiente de segurança para o caso perfeitamente plástico com  $c=80$  kPa. A linha horizontal inferior mostra o limite inferior ( $c=60$  kPa). O valor mais baixo obtido das análises com amolecimento foi  $F=1,39$ . O coeficiente de segurança para a resistência de pico (80 kPa constante) foi  $F=1,57$ . Para a resistência do estado crítico (60 kPa constante) calculou-se  $F=1,18$ .

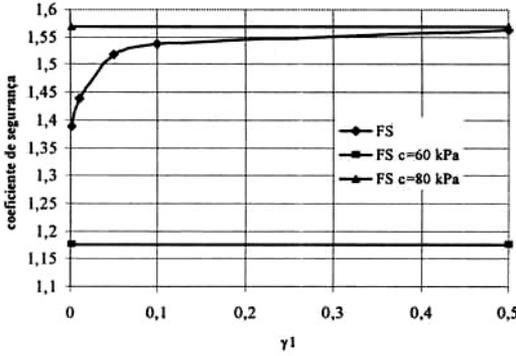


Fig. 11 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , malha 30x15,  $c_0=80$  kPa e  $c_1=60$  kPa.

A Figura 12 mostra os resultados relativos à malha intermédia (60x30). O valor mais baixo obtido com amolecimento foi  $F=1,30$ . Para a resistência de pico e residual calcularam-se, respectivamente,  $F=1,15$  e  $F=1,54$ .

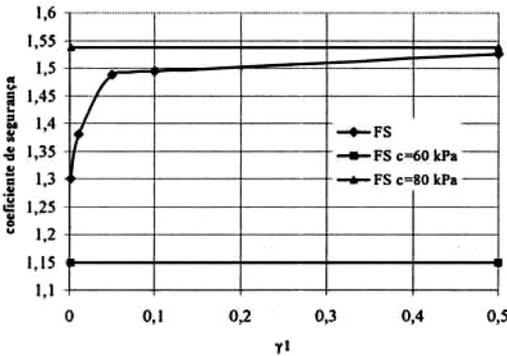


Fig. 12 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , malha 60x30,  $c_0=80$  kPa e  $c_1=60$  kPa.

Os resultados da terceira análise, feita com a malha mais fina (120x60), encontram-se representados na Figura 13. Com amolecimento, o valor do coeficiente de segurança mais baixo foi  $F=1,29$ . Para a resistências de pico e do estado crítico os cálculos deram, respectivamente,  $F=1,52$  e  $F=1,14$ .

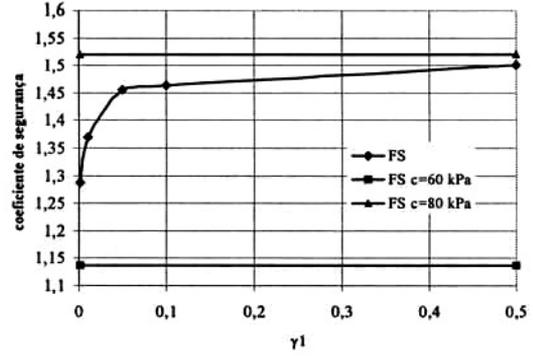


Fig. 13 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , malha 120x60,  $c_0=80$  kPa e  $c_1=60$  kPa.

A comparação entre as curvas de variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , que traduz a influência da fragilidade do material, relativas às três malhas utilizadas pode ser feita através da Figura 14.

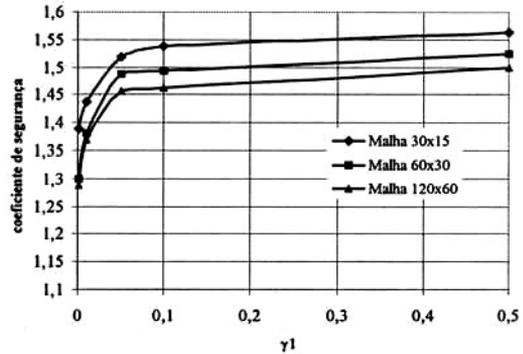


Fig. 14 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , malhas 30x15, 60x30 e 120x60,  $c_0=80$  kPa e  $c_1=60$  kPa.

Nos casos analisados anteriormente, a perda de resistência equivalia a 25% do valor da resistência de pico. Foi também analisado o caso de um material do mesmo tipo em que a perda de resistência é igual a 50% da resistência de pico, ou seja,  $c_0=120$  kPa e  $c_1=60$  kPa. Foi utilizada a malha intermédia (60x30). Os resultados encontram-se representados graficamente na Figura 15.

O coeficiente de segurança mínimo obtido para o modelo com amolecimento foi  $F=1,64$ . Para o modelo perfeitamente plástico obtiveram-se os coeficientes  $F=2,31$  (pico) e  $F=1,15$  (estado crítico).

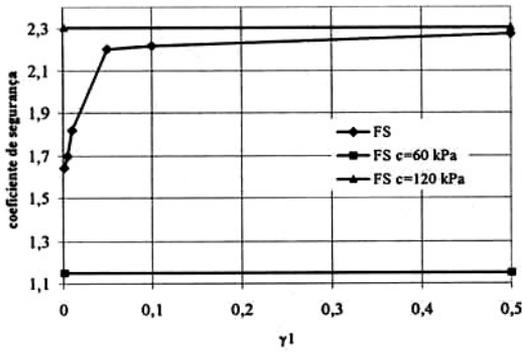


Fig. 15 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , malha 60x30,  $c_0=120$  kPa e  $c_1=60$  kPa.

4.2 – Talude friccional

Em seguida apresenta-se o cálculo do coeficiente de segurança de um talude de material puramente friccional. A geometria do talude encontra-se representada na Figura 16.

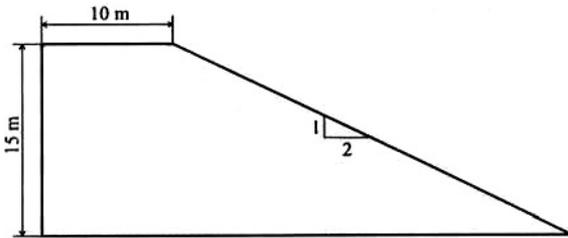


Fig. 16 - Geometria do talude friccional.

O material do talude é uma areia densa seca. Para descrever o comportamento deste material adoptou-se um modelo elastoplástico com função de cedência de Mohr-Coulomb e a moleciment. Neste modelo o ângulo de atrito e a dilatância dependem da deformação distorcional plástica acumulada  $e^{ps}$ . A variação do ângulo de atrito com  $e^{ps}$  é mostrada na Figura 17. A variação do ângulo de dilatância é do mesmo tipo. Considera-se que o ângulo de atrito e a dilatância atingem o patamar constante para o mesmo valor da deformação distorcional plástica  $\gamma_1$ . Quando se processa a redução da resistência a tangente do ângulo de atrito é dividida pelo factor F.

O ângulo de atrito de pico é  $\phi_0=40^\circ$  e o ângulo de atrito do estado crítico é  $\phi_1=30^\circ$ . O ângulo de dilatância correspondente à resistência de pico é  $\psi_0=20^\circ$  enquanto que o valor associado ao estado crítico é  $\psi_1=0^\circ$ . O peso volúmico seco do material é  $\gamma=17$  kN/m<sup>3</sup>. O módulo de elasticidade  $E=100$  MPa e o coeficiente de poisson  $\nu=0,2$ . Foi utilizada uma única malha com 80x30 elementos.

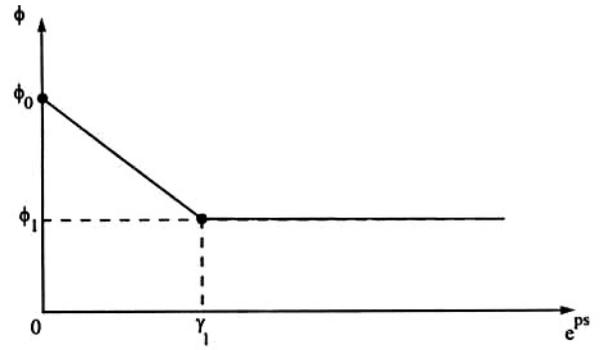


Fig. 17 – Curva de variação do ângulo de atrito  $\phi$  com a deformação distorcional plástica acumulada.

O coeficiente de segurança calculado para um material elástico perfeitamente plástico, não associado, com resistência igual à de pico e ângulo de dilatância igual a  $20^\circ$ , foi  $F=1,63$ . Para um material do mesmo tipo com resistência igual à do estado crítico e ângulo de dilatância nulo obteve-se  $F=1,11$ . Os resultados relativos ao material com comportamento frágil são apresentados na Figura 18. Na mesma figura são igualmente apresentados resultados de análises em que se despreza o efeito da dilatância. Assim é possível apreciar o efeito da dilatância no coeficiente de segurança. Nestas condições, o limite superior para o coeficiente de segurança corresponde a um material perfeitamente plástico, não associado, com resistência igual à de pico e dilatância nula. O coeficiente de segurança calculado foi  $F=1,61$ .

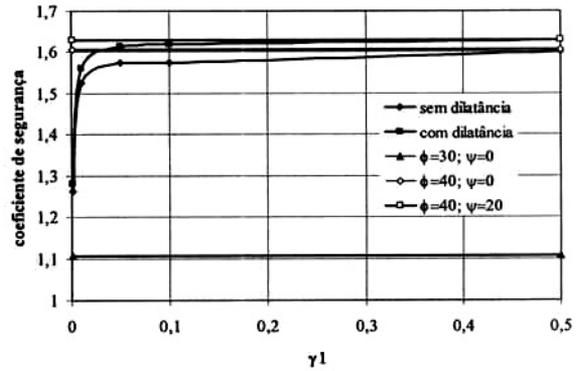


Fig. 18 - Variação do coeficiente de segurança com o parâmetro  $\gamma_1$ , talude friccional.

Como seria expectável, a dilatância faz aumentar o coeficiente de segurança. No entanto, esse aumento é pouco significativo, talvez pelo facto de as deformações, no caso de um talude, serem pouco confinadas.

**5 - COMPARAÇÃO**

De forma a poder comparar directamente os coeficientes de segurança obtidos para todas as análises, foram adoptados critérios de normalização que a seguir se descrevem. Os coeficientes de segurança são normalizados de forma a variarem entre zero, para o coeficiente de segurança,  $F_c$ , associado a um material perfeitamente plástico com resistência igual à do estado crítico (limite inferior) e um, para o coeficiente de segurança,  $F_p$ , correspondente a um material perfeitamente plástico com resistência igual à pico (limite superior). O coeficiente de segurança normalizado é dado por

$$\chi = \frac{F - F_c}{F_p - F_c} \tag{7}$$

O parâmetro  $\gamma_1$ , que é o valor da deformação distorcionnal plástica acumulada que determina o módulo de amolecimento plástico e consequentemente a taxa de redução da resistência, deve ser normalizado relativamente à deformação distorcionnal elástica associada à rotura. Para o caso coesivo (análise em tensões totais), o valor normalizado é dado por

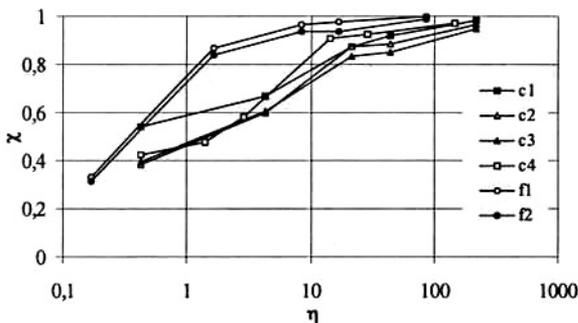
$$\eta = \frac{\gamma_1 G}{c_0} \tag{8}$$

Para materiais puramente friccionais tem-se

$$\eta = \frac{\gamma_1 G}{\gamma H \operatorname{tg} \phi_0} \tag{9}$$

em que  $\gamma$  é o peso volúmico do material (no caso em análise este é seco) e  $H$  a altura do talude. Quanto menor o valor de  $\eta$ , maior o módulo plástico (em valor absoluto) e portanto maior a fragilidade do material.

Os resultados normalizados de todas as análises encontram-se sobrepostos na Figura 19.



**Fig. 19** - Sobreposição dos resultados normalizados de todas as análises.

As análises designadas por C1, C2 e C3 dizem respectivamente respeito às malhas grosseira, média e fina com o material coesivo com resistência não drenada de pico igual a 80 kPa, enquanto que a análise C4 corresponde a 120 kPa de resistência de pico. As análises F1 e F2 correspondem ao talude de material puramente friccionnal, respectivamente, com e sem dilatância.

Verifica-se que o talude friccionnal apresenta uma variação diferente da do talude coesivo, com o primeiro a manter coeficientes de segurança muito próximos do limite superior para valores mais elevados, em valor absoluto, do módulo plástico de amolecimento. Em todos os casos analisados, o valor do coeficiente de segurança é próximo do limite superior desde que  $\eta > 10$ . Mesmo para valores muito elevados do módulo plástico, os coeficientes de segurança obtidos são significativamente superiores ao limite inferior.

Os valores do coeficiente de segurança calculados para os limites inferior e superior (materiais perfeitamente plásticos) são bastante próximos dos obtidos pelos métodos tradicionais de equilíbrio limite.

**6 - CONCLUSÕES**

Como é sabido, os métodos de equilíbrio limite para análise da segurança de taludes, só aplicáveis a comportamentos rígidos perfeitamente plásticos, não permitem o tratamento adequado da ruptura progressiva. No presente artigo apresenta-se um procedimento de análise de estabilidade aplicável aos solos susceptíveis de gerar aquele tipo de rotura.

Tal como nos métodos clássicos, o procedimento exposto implica uma minoração progressiva da resistência até à formação de um mecanismo (superfície de deslizamento). Mas, ao contrário daqueles, tem em conta a perda adicional de resistência que tal minoração implica. Logicamente, o material tem um comportamento elastoplástico com amolecimento.

As principais conclusões são que o principal factor que condiciona o coeficiente de segurança é o módulo plástico de amolecimento e também que pode ser muito conservativa a opção de usar a resistência no estado crítico na quantificação da segurança. Não obstante, para usar este procedimento em casos práticos, tem que se quantificar o módulo plástico, o que implica a realização de ensaios com condições de fronteira muito bem controladas de forma a não se verificarem localizações.

Este método poderá ser estendido a comportamentos descritos por modelos do tipo Cam Clay

Para averiguar da adequação deste método de cálculo do coeficiente de segurança para materiais com amolecimento podem, por exemplo, ser

efectuados ensaios em centrífugadora geotécnica de modelos de taludes em argila sobreconsolidada e efectuar a respectiva modelação numérica.

## NOTAÇÃO

F – coeficiente de segurança

q – invariante da tensão deviatória,  $q = \sqrt{\frac{3}{2}} \|s\|$

s - tensor da tensão deviatória,  $s = \sigma - p\mathbf{I}$

p' - tensão média efectiva,  $p' = \text{tr } \sigma' / 3$

v – volume específico

LEC – linha dos estados críticos

$\gamma$  - peso volúmico

$\gamma_1$  – deformação distorcional plástica acumulada correspondente ao fim do amolecimento

H – módulo plástico

dy - multiplicador plástico

f( $\sigma$ ) - função de cedência

g( $\sigma$ ) - função de potencial plástico

$\varepsilon_s$  – invariante da deformação distorcional,

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \|e\|$$

e – deformação distorcional,  $e = \varepsilon - \varepsilon_v / 3 \mathbf{I}$

$\varepsilon_v$  - deformação volumétrica,  $\varepsilon_v = \text{tr } \varepsilon$

$\varepsilon$  - tensor da deformação

c – coesão

$\phi$  - ângulo de resistência ao corte

K – módulo de compressibilidade volumétrica

G – módulo de distorção

E – módulo de elasticidade

$\nu$  - coeficiente de poisson

$\chi$  - coeficiente de segurança normalizado

$\eta$  - parâmetro normalizado que define o módulo plástico de amolecimento

$e^{ps}$  - medida da deformação plástica acumulada

$\varepsilon^p$  - tensor da deformação plástica

$\mathbf{I}$  – tensor identidade de 2ª ordem

$\mathbf{D}$  – tensor de 4ª ordem dos módulos elásticos

$\|\cdot\|$  - norma de um tensor de 2ª ordem,

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\mathbf{a} : \mathbf{a}}$$

$\mathbf{a} : \mathbf{a}$  - produto escalar (dupla contracção) de dois tensores de 2ª ordem

$\mathbf{D}:\mathbf{a}$  – dupla contracção entre um tensor de 4ª ordem e um de 2ª ordem

Bazant, Z. P. e Lin, F. (1998) *Non-local yield limit degradation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 1805-1823.

Bishop, A.W (1955) *The use of the slip circle in the stability analysis of slopes*. Géotechnique, vol. 5, pp.7-17.

Dawson, E. M. e Roth, W. H. (1999) *Slope stability analysis with FLAC*, in *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Detournay & Hart (eds), Balkema, Rotterdam, pp.3-9.

Groen, A. E. e de Borst, R. (1997) *Failure in plane strain compression using a non-associative cosserat continuum*, in *Deformation and Progressive Failure in Geomechanics*, IS-NAGOYA '97, ed. Asaoka, A., Adachi, T. e Oka, F., Pergamon Press, pp. 39-44.

Gutierrez, M. e Cuisiat, F. (1999) *Predicting sub-seismic faulting from strain localization*, in *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Detournay e Hart (eds), Balkema, Rotterdam, pp. 173-181.

Kolymbas, D. (2000) *Introduction to hypoplasticity*, Balkema, Rotterdam.

Needleman, A. (1988). *Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 67, pp. 69-85.

Rudnicki, J. W. e Rice, J. R. (1975) *Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 23, pp. 371-394.

Schofield, A, e Wroth, P. (1968) *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill Book Company, London.

Terzaghi, K. e Peck, R. B. (1967) *Soil mechanics in engineering practice*, 1ª ed. 1948, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Vardoulakis, I., Muhlhaus, H.-B. e Aifantis, E. C. (1991) *Continuum models for localized deformations in pressure sensitive materials*, in *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, ed. Beer, Booker & Carter, Balkema, Rotterdam, pp. 441-448.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atkinson, J. (1993) *The mechanics of soils and foundations through critical state soil mechanics*, McGraw-Hill Book Company, London.