

# ANÁLISES DE ESTABILIDADE POR EQUILÍBRIO LIMITE EM MODELOS BI E TRIDIMENSIONAIS

## Limit equilibrium analysis on two- and three-dimensional models

Paula Tavares Pedrosa<sup>a</sup>, Raquel Quadros Velloso<sup>a</sup>, Ana Cristina Castro Fontenla Sieira<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil

<sup>b</sup> Departamento de Estruturas e Fundações, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, Brasil

**RESUMO** – Análises de estabilidade 2D são predominantemente utilizadas, devido à praticidade e resultados, em sua maioria, mais conservadores, tornando as análises 3D menos disseminadas. Por este motivo, o presente trabalho busca comparar os resultados de análises bi e tridimensionais a partir de um estudo de caso com retroanálises em um talude rompido. As análises foram executadas com o programa SVSlope, da SoilVision Systems Ltd., pelo método de equilíbrio limite de Morgenstern e Price (1965), adotando-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb para quantificação dos parâmetros de resistência dos solos. Preliminarmente, apresenta-se uma extensa revisão sobre análises e retroanálises 2D e 3D, com a experiência de diferentes autores. Posteriormente, procedeu-se às análises do caso estudado. Os resultados indicaram que foram obtidas superfícies de ruptura compatíveis com a situação de campo para ambas as análises (2D e 3D), com uma diferença pequena do plano de ruptura, e com fatores de segurança inferiores nas análises bidimensionais. Nas retroanálises, foram estimados parâmetros de resistência distintos para as análises 2D e 3D, para se obter resultados análogos, sendo que a retroanálise 3D forneceu valores de coesão do solo inferiores aos da retroanálise 2D.

**ABSTRACT** – 2D stability analyzes are predominantly used in geotechnical practice, due to their practicality and results, most of them, more conservative, making 3D analyzes still little disseminated. For this reason, the present work aims to verify results of these two types of analysis from a case study for performing back analysis on a collapsed embankment. The analyzes were performed in the SVSlope program, by SoilVision Systems Ltd., using the limit equilibrium method of Morgenstern and Price (1965), adopting the Mohr-Coulomb rupture criterion to quantify the soil resistance parameters. Preliminarily, an extensive review on 2D and 3D analyses and backanalysis is presented, with the experience of different authors. Subsequently, the case study was analyzed. The results indicated that rupture surfaces compatible with the field situation were obtained for both analyses (2D and 3D), with a small difference of the rupture plane, with lower safety factors in the two-dimensional analyses. In the back-analyses, different resistance parameters were estimated for the 2D and 3D analyses, to obtain analogous results. However, the 3D back-analysis provided soil cohesion values lower than those of the 2D back-analysis.

**Palavras-Chave** – análises de estabilidade, retroanálises, modelos 2D e 3D.

**Keywords** – stability analysis, back analysis, 2D and 3D modeling.

## 1 – INTRODUÇÃO

As análises de estabilidade bidimensionais são amplamente disseminadas, não somente por sua simplicidade, mas por apresentarem valores de fator de segurança geralmente conservadores. Esta análise considera a condição de deformação plana, ou seja, a componente de deformação

---

E-mails: paula.tpedrosa@yahoo.com.br (P. Pedrosa), raquelvelloso@puc-rio.br (R. Velloso), sieira@eng.uerj.br (A. Sieira)

ORCID: orcid.org/0000-0001-8941-6413 (A. Sieira)

perpendicular ao plano é nula. Sendo assim, a resistência ao cisalhamento nas laterais da massa escorregada não é considerada na estimativa do fator de segurança (Arellano e Stark, 2000).

As análises tridimensionais, em contrapartida, apresentam em geral valores considerados mais realísticos de fator de segurança, logo menos conservadores. No entanto, embora considerados conservadores em relação às análises 3D, Huang e Tsai (2000) afirmam que o uso de um método 2D pode ser simplificado demais quando comparado ao caso 3D real. Em estudos de retroanálises, a análise 2D pode resultar em valores de resistência do solo inferiores aos obtidos em análises tridimensionais.

Diante do exposto, este estudo apresenta a comparação entre resultados de análises de estabilidade e retroanálises, ambas para duas e três dimensões. As análises são executadas pelo método de equilíbrio limite de Morgenstern e Price (1965), regido pelas equações de equilíbrio estático. Com este estudo, pretende-se contribuir para a compreensão das análises tridimensionais e avaliar, para o caso analisado, os fatores de segurança obtidos, possibilitando uma escolha mais precisa e com maior análise crítica dos parâmetros geotécnicos em casos de retroanálise.

## **2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 - Estabilidade de taludes**

A análise de estabilidade é um método para determinação da carga máxima suportada por uma estrutura geotécnica, de forma que se mantenha em condições estáveis, ou seja, a carga suportada na iminência de ruptura. Há, portanto, duas questões centrais a serem determinadas: a superfície de ruptura crítica, e o cálculo do fator de segurança para a superfície de ruptura, que corresponde ao fator de segurança mínimo do talude.

Este trabalho estuda a obtenção de fatores de segurança para superfícies de ruptura de escorregamentos, movimento oriundo da mobilização de tensões cisalhantes que leva à ocorrência de deslocamentos ao longo de uma ou várias superfícies.

As análises serão realizadas por método determinístico para o cálculo da estabilidade de talude, sendo este método baseado nas leis físicas de conservação de massa, energia e momentum (quantidade de movimento), com o objetivo de estimar um fator de segurança a partir dos dados geométricos e parâmetros de resistência e de percolação do maciço (Silva, 2009).

As análises determinísticas serão realizadas com base no estado de equilíbrio limite, e o método do equilíbrio limite adotado será o de Morgstern e Price (1965).

### **2.2 - Análise por Equilíbrio Limite Bidimensional (2D)**

A análise de estabilidade por equilíbrio limite é composta, de maneira geral, pela solução de problemas de equilíbrio de forças e/ou momentos. Esta avaliação é feita assumindo-se a existência de uma superfície de ruptura conhecida, a partir da qual um fator de segurança global é calculado. Segundo Chen e Chameau (1983) esta abordagem teórica é um método simples e utilizado há décadas, considerado confiável, já que considera os principais fatores que influenciam na resistência ao cisalhamento da massa rompida, isto é, os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb, o estado de tensões geostático (incluindo poropressões e forças de percolação) e a geometria do talude.

De acordo com Pacheco (2005), os diferentes métodos de equilíbrio limite possuem algumas características em comum, sendo elas: (1) uma definição única para o fator de segurança, sendo considerado o mesmo fator para todos os pontos da superfície potencial de ruptura; (2) a consideração de que os maciços são materiais rígidos perfeitamente plásticos, ou seja, não se consideram os campos de tensão e deformação do solo; (3) o cálculo da tensão cisalhante mobilizada e tensão normal ao longo da superfície de ruptura a partir das equações de equilíbrio; e (4) a suposição de hipóteses visando reduzir o número de incógnitas das equações de equilíbrio. A hipótese (2) pode ser questionada pois há, de fato, um problema de compatibilidade de deformações

no plano (rupturas drenadas e não drenadas ocorrem em estados de tensão diferentes), assim como a existência de deformações fora do plano (geradas pelo coeficiente de Poisson). Todavia se despreza tais considerações pois a compatibilidade de deformações no plano aumenta o fator de segurança para análises drenadas e a existência de deformações fora do plano não afeta consideravelmente o problema de estabilidade em objetos longos.

Este estudo utiliza o método tradicional das fatias para as análises de equilíbrio limite. Segundo Terzaghi e Peck (1967, apud Fredlund e Krahn, 1977), este método é o mais utilizado nas análises, pois permite acomodar geometrias complexas e diversas condições de materiais e poropressões. Fredlund (1975, apud Fredlund e Krahn, 1977) distingue os principais métodos de fatias por duas características básicas: (1) a estática empregada na determinação do fator de segurança; e (2) as suposições assumidas para tornar o problema determinado.

Uma vez que o número de equações é inferior ao número de incógnitas nos problemas de estabilidade, todos os métodos de equilíbrio limite empregam suposições para tornar o problema determinado (Duncan, 1996). Os métodos tradicionais apresentam em geral duas simplificações em comum. A primeira admite que a base de cada fatia passa por um tipo de material apenas, e a segunda admite fatias estreitas o suficiente para que a superfície do deslizamento na base de cada fatia seja modelada como uma linha reta (Akhtar, 2011).

De acordo com Duncan (1996), assume-se ainda que o solo possui um comportamento tensão versus deformação dúctil, ou seja, não apresenta uma curva de tensão deformação com pico de resistência ao cisalhamento. Esta suposição é importante uma vez que este tipo de análise não fornece informações acerca da deformação do solo durante o deslizamento.

O método de Morgenstern e Price (1965), utilizado neste estudo, realiza o equilíbrio estático de momentos das forças na base das fatias, determinando-se a partir daí as equações de equilíbrio estático de forças nas direções normal e tangencial na base da fatia. Para este método admite-se o critério de Mohr-Coulomb, adicionando uma equação em termos da coesão do solo, ângulo de atrito e fator de segurança. Para remover a hiperestaticidade do problema, são introduzidas simplificações. Para isso, Morgenstern e Price (1965) propõem a análise da distribuição de forças internas em um elemento isolado situado na fronteira entre duas fatias, de forma a se obter uma relação entre as componentes de força de interação.

Com a disponibilidade de tecnologias, houve um aperfeiçoamento do cálculo da estabilidade de taludes, aumentando o grau de confiabilidade na procura da superfície crítica, pela realização da pesquisa de um grande número de superfícies potenciais de deslizamento e pela utilização de diversos métodos de cálculo numérico avançados tais como o método dos elementos finitos, método das diferenças finitas, elementos discretos, entre outros, possibilitando a obtenção de melhores resultados, já que os métodos satisfazem a todas as condições de equilíbrio, isto é, cinemáticas e dinâmicas com deformações do corpo sólido.

Deve-se atentar, no entanto, para as limitações relacionadas principalmente com a confiabilidade na obtenção de parâmetros que serão inseridos na análise de estabilidade. É imprescindível que a estimativa de poropressões, pesos específicos e tensões de cisalhamento seja realizada corretamente. Na prática, no entanto, muitas vezes não é possível a execução de ensaios para obtenção dos parâmetros de resistência do solo. Nestes casos, existem correlações que podem ser utilizadas para obtenção destes parâmetros.

Os métodos de equilíbrio limite mais consolidados definem o fator de segurança como a razão entre a resistência ao cisalhamento do solo e a tensão de cisalhamento mobilizada. Sendo assim, dividindo-se a resistência ao cisalhamento do solo por este fator, o talude estará em estado de equilíbrio estável (Duncan, 1996). De acordo com a literatura e estudos anteriores, são estabelecidos valores mínimos de fator de segurança para análises 2D. Duncan (1996) apresenta os seguintes fatores: 1,5 para condições normais de carregamento a longo prazo (drenado), 1,3 para final de construção ou carregamentos em mais e um estágio, e de 1,0 a 1,2 para construções rápidas (não drenadas) com carregamento pouco frequente. É recomendado ainda por Duncan (1996) que alguns critérios sejam estabelecidos, considerando-se as incertezas na avaliação das condições da análise e

da resistência ao cisalhamento, além de considerar as possíveis consequências de uma eventual ruptura.

Stark e Ruffing (2017) destacam que, mesmo em casos em que o problema seja bem modelado e os parâmetros bem selecionados, o movimento de ruptura pode se iniciar em um fator de segurança de até 1,05. De acordo com os autores, isto indica que pelo menos 5% das incertezas no cálculo de estabilidade são devidas às limitações nas análises de estabilidade, sendo os outros 95% referentes à experiência do profissional. Sendo assim, com uma boa estimativa dos parâmetros e boa confecção do modelo, a análise torna-se mais confiável.

### **2.3 - Análise por Equilíbrio Limite Tridimensional (3D)**

Akhtar (2011) define a análise 2D como uma larga e infinita camada de solo em eminência de ruptura restringida em suas duas extremidades. Em uma geometria 3D, no entanto, sabe-se que os deslizamentos não possuem esta condição. Sendo assim, de acordo com Stark e Eid (1998), casos de maior complexidade necessitam uma abordagem 3D, como, por exemplo, quando a direção do deslizamento é de difícil determinação, quando o problema consiste em uma geometria encaixada, ou quando existem configurações de poropressão e parâmetros de resistência complexos, onde não seja possível extrair uma seção representativa. A geometria do talude é, portanto, um grande fator influenciador na diferença entre as análises 2D e 3D.

Kalatehjari (2015) explicam que o método de análise 2D simplifica o modelo e, desta forma, devido às suas dimensões extras, o modelo 3D é mais recomendado para algumas definições específicas. Como exemplo, os autores citam a capacidade de considerar uma superfície de ruptura em 3 dimensões, com assimetria e formatos complexos, além da determinação das forças entre colunas e da direção do deslizamento.

Segundo Duncan (1996), os estudos das análises 3D são desenvolvidos desde os anos 1960, para tratar, principalmente, escorregamentos em encostas com variação de topografia. Apenas com o surgimento dos computadores foi possível avançar com as análises 3D, sendo sua utilização, ainda hoje, bastante inferior às análises bidimensionais.

Alguns autores destacam limitações dos métodos de análise de estabilidade 3D. Stark e Eid (1998) atentam para o fato de que muitos métodos e programas de computadores de análises 3D foram desenvolvidos utilizando estudos paramétricos ao invés de casos reais como base, o que os tornaria menos aceitáveis.

Akhtar (2011) destaca que a inclusão da terceira dimensão na análise dificulta a solução do problema, pois eleva seu grau de indeterminação. Segundo este autor, a melhor solução seria aumentar o número de equações e reduzir o número de incógnitas para tornar o problema estaticamente determinado. O número máximo de equações, contudo, é limitado pelas condições de equilíbrio inerentes ao método do equilíbrio limite, fazendo com que as suposições sejam a solução prática utilizada para os problemas de análise tridimensional.

Os métodos para análise 3D se diferenciam, segundo Akhtar (2011), pelas equações de equilíbrio utilizadas, pelas hipóteses admitidas sobre as forças nas colunas, e, pelas simplificações referentes à forma da superfície de ruptura.

Moura (2018) define o método das colunas como uma extensão ao método das fatias para o caso de análises 3D, sendo ambos diferenciados pelas simplificações admitidas. Entretanto, assume-se que boa parte das análises 3D por equilíbrio limite estudadas usam as mesmas suposições e estrutura das análises 2D, estendidas para a terceira dimensão. Uma dessas suposições é a utilização do fator de segurança (FS) para a estimativa da resistência da massa do solo, sendo este utilizado tanto para análises 2D, quanto para 3D (Akhtar, 2011). Segundo Lam e Fredlund (1993), o método de equilíbrio limite das colunas é um método popular, considerado mais prático para aplicações na engenharia.

A literatura indica que Hovland (1977, apud Lam e Fredlund, 1993) foi pioneiro em realizar uma análise de estabilidade 3D pelo método das colunas. Segundo estes autores, Hovland (1977)

elaborou uma extensão do método ordinário das fatias, em que todas as forças entre colunas são ignoradas, e as forças normais e de cisalhamento na base de cada coluna são componentes do seu peso. Desde então, outros métodos passaram a ser estudados. Huang e Tsai (2000) dividem os métodos desenvolvidos entre os que investigam os “efeitos finais” (end effect) ou “efeitos de contorno” (boundary effect) nas superfícies de ruptura 3D (Leshchinsky e Baker, 1986; Baligh e Azzouz, 1975; Hovland, 1977; Xing, 1987; Chen e Chameau, 1983; e Hungr, 1987); e os que utilizam métodos rigorosos para o cálculo do fator de segurança em análises 3D [Leshchinsky e Huang (1992), Leshchinsky et al. (1985), e Lam e Fredlund (1993)].

Ainda que haja diversos métodos das fatias, poucos métodos tridimensionais foram desenvolvidos para estudar os efeitos finais em deslizamentos reais, e esses métodos são limitados a condições simples de geometria e poropressão (Chen e Chameau, 1983).

Akhtar (2011), comparando diversos métodos de análise de estabilidade 3D, destaca que há uma considerável discrepância entre as teorias, hipóteses e condições de equilíbrio satisfeitas nos métodos 3D existentes. De acordo com este autor, a maioria das pesquisas usa uma abordagem mecânica, tendo como resultado suposições e geometrias que não representam condições reais. Dentre as 23 referências analisadas por ele, apenas 10 utilizam históricos de casos reais. Além disso, muitos casos desenvolvidos são baseados no Método Ordinário das Fatias, proposto por Fellenius (1936), que demonstrou calcular valores de fatores de segurança abaixo dos calculados pelos demais métodos. Reforça-se, portanto, o fato de que os fatores de segurança obtidos em análises bidimensionais são geralmente inferiores aos obtidos nas análises tridimensionais, considerando-se a influência da resistência ao cisalhamento nas laterais da massa de solo escorregada.

De acordo com a literatura, a relação entre os fatores de segurança destes dois tipos de análise, entretanto, é ainda bastante controversa. Hungr (1987) e Hutchinson e Sarma (1985, apud Moura, 2018), afirmam que o  $FS_{3D}$  é sempre maior ou igual ao  $FS_{2D}$ . Cavounidis (1987) compartilha desta mesma opinião, enfatizando que as análises devem ser realizadas na mesma massa escorregada. Este autor acrescenta dois procedimentos que devem ser seguidos para comparar os fatores de segurança 3D e 2D ( $FS_{3D}$  e  $FS_{2D}$ ): o primeiro é que o fator de segurança 2D deve ser analisado para a seção mais crítica, que apresenta o menor FS em todo o modelo; o segundo procedimento indica que os fatores de segurança devem ser calculados por métodos menos simplificados.

Sendo assim, o fator de segurança 2D mínimo é o menor fator que pode ser obtido, não em uma seção arbitrária, mas na seção crítica, a qual irá obter o menor fator de segurança para toda a massa de solo analisada. Cavounidis (1987) denominou este fator de segurança mínimo de  $FS_{2Dmin}$ , sendo este único para cada modelo. Este mesmo autor denomina o mínimo fator de segurança 3D de  $FS_{3Dmin}$ , e afirma que neste caso o  $FS_{3Dmin}$  não depende apenas da geometria e das propriedades dos materiais, mas também da forma e dos limites laterais da superfície de ruptura. Considera-se, portanto, que comparações entre fatores de segurança 2D e 3D devem ser feitas entre  $FS_{3Dmin}$  e  $FS_{2Dmin}$ . Cavounidis (1987) destaca, ainda, que a superfície de ruptura 3D crítica, em geral, não contém a linha de deslizamento crítico 2D. Assim, o Fator de segurança 3D de uma superfície que incluía a linha de ruptura crítica 2D seria ainda maior quando comparado ao  $FS_{2D}$ , uma vez que não seria o fator de segurança 3D crítico.

Alguns autores, como Chen e Chameau (1983), indicam que em algumas circunstâncias  $FS_{3D}$  pode ser menor do que o  $FS_{2D}$ . Para esta teoria, Chen e Chameau (1985, apud Cavounidis 1987) baseiam-se na inclinação da força normal na base da coluna. Estes autores defendem que os momentos gerados pelo peso da coluna com espessura unitária seria o mesmo para análises 2D e 3D, mas na prática o valor da força normal seria menor para análises 3D.

Nesta mesma linha de pensamento, Hovland (1977, apud Cavounidis, 1987) também sugeriu que, em alguns casos, a razão  $FS_{3D}/FS_{2D}$  pode ser menor que a unidade, o que apresentou em seus estudos de ampliação do método ordinário das fatias para três dimensões.

Outros autores ainda discutiram os resultados das análises, concluindo que materiais menos coesivos podem levar a uma razão  $FS_{3D}/FS_{2D}$  inferior à unidade (Azzouz e Baligh, 1978, apud

Cavounidis, 1987; e Chen e Chameau, 1983). Estes resultados foram criticados por Duncan (1996) e Cavounidis (1987), que afirmam que estes métodos possuem imprecisões significativas e comparam fatores inapropriados ou apresentam simplificações que negligenciam aspectos importantes.

Por fim, sugere-se que a comparação entre fatores de segurança 2D e 3D seja realizada com a máxima atenção. Stark e Ruffing (2017) afirmam que a comparação entre 2D e 3D pode resultar em grande incerteza e risco. Assim sendo, estes autores salientam para o fato de que os fatores de segurança mínimos estabelecidos para determinadas situações, como, por exemplo, 1,5 para condições normais de longo prazo, devem ser apenas comparados com fatores de segurança obtidos em análises 2D.

Alguns autores (Sherard et al., 1963; Arellano e Stark, 2000; Wei et al., 2009; Li et al., 2010; Zhang et al., 2015, apud Moura, 2018) destacam, ainda, que a diferença entre os  $FS_{3D}$  e  $FS_{2D}$  pode chegar a 50%, sendo o resultado 3D superior ao 2D.

## 2.4 - Retroanálises

Análises de estabilidade 2D apresentam, em geral, resultados considerados conservadores em relação aos das análises 3D. No entanto, em alguns casos, as simplificações do método 2D o distanciam do caso real 3D. De acordo com Huang e Tsai (2000), a utilização de métodos 2D em casos de retroanálises pode conduzir a parâmetros de resistência do solo superiores.

As retroanálises podem ser realizadas a fim de estimar parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo (representada pelos parâmetros efetivos de Mohr-Coulomb,  $c'$ , coesão, e  $\phi'$ , ângulo de atrito interno), com a intenção de evitar algumas incertezas dos testes de laboratório, quando não é possível a obtenção de amostras representativas. Sendo assim, de acordo com Mello (1972), a retroanálise é uma maneira confiável e simples para se estimar rapidamente e com baixo custo os parâmetros médios de resistência dos solos.

Tang et al. (1999) afirmam que a retroanálise é amplamente utilizada em casos de reparos de danos causados por escorregamentos. Segundo Borchardt (2012, apud Moscateli, 2017), as retroanálises são testes realizados em taludes ou encostas após a ruptura, com o objetivo de estimar os parâmetros de resistência mobilizados no momento anterior ao escorregamento. De maneira simples, a retroanálise considera que, no instante da ruptura, o fator de segurança atinge um valor inferior à unidade. A partir daí, é possível determinar os parâmetros de resistência no equilíbrio limite, ou seja, referentes ao fator de segurança unitário ( $FS = 1,00$ ) (Moscateli, 2017).

A NBR 11682: Estabilidade de Taludes (ABNT, 2009) sugere que a retroanálise seja realizada com base nas investigações procedidas, na geometria do talude e no mecanismo de ruptura associado, além de ser desempenhada com modelos matemáticos baseados no equilíbrio limite, admitindo-se  $FS = 1,00$ .

De acordo com Gomes (2003), a aplicação da retroanálise serve para determinar, de forma empírica, os parâmetros de resistência médios de um talude instável, a partir da determinação de um par de parâmetros de resistência da curva  $c' = f(\phi')$ , baseada na estimativa do ângulo de atrito do solo, de forma a satisfazer a condição do fator de segurança unitário. Uma vez que os valores usuais de ângulo de atrito para diferentes tipos de solos apresentam menor dispersão, deve-se estabelecer inicialmente este parâmetro, e obter a coesão por decorrência (Augusto Filho e Virgili, 1998).

Mello (1972) acrescenta que, para utilizar os parâmetros de resistência ( $c'$  e  $\phi'$ ) obtidos em retroanálise em projetos de estabilização, o ângulo de atrito deve ser estimado com boa precisão (inferior a  $\pm 5$  graus), e a partir do valor de  $\phi'$  adotado, obtém-se a coesão. Segundo este autor, é possível obter conjuntos distintos de parâmetros de resistência que satisfaçam ao fator de segurança admitido. Ressalta-se que a escolha dos parâmetros de resistência afeta a própria geometria da superfície de ruptura. Solos isotrópicos e homogêneos tendem a romper em superfícies circulares. Solos anisotrópicos ou fortemente estratificados tendem a romper em superfícies planas ou geometrias mais complexas a depender da interação entre as diferentes rigidezes. Sendo assim,



conclui-se que é possível retroanalisar taludes já rompidos ou em estado de iminência de ruptura e obter os pares de parâmetros de resistência ao cisalhamento, que satisfaçam o fator de segurança unitário.

Os parâmetros de resistência ao cisalhamento calculados pela retroanálise podem ser usados em análises para medidas corretivas em taludes rompidos ou instáveis, ou ainda em projetos de taludes em locais com condições semelhantes às analisadas (Stark e Eid, 1998). No entanto, alguns cuidados são recomendados para novas análises. Conforme recomendações de Mello (1972), os parâmetros obtidos por retroanálises não devem ser utilizados em projetos distintos de estabilização de taludes. Carvalho et al. (1991, apud Gomes 2003) acrescenta que os parâmetros sejam utilizados em casos em que se tenham condições de poropressão e tipo de solo semelhantes.

Sendo a retroanálise uma ferramenta importante para obtenção de parâmetros de resistência em situações de iminência de ruptura, é relevante, portanto, estudar a diferença entre os resultados de retroanálises 2D e 3D. De acordo com Stark e Eid (1998), a análise 2D não inclui os efeitos finais (end effects) na estimativa do fator de segurança, sendo, portanto, uma análise conservadora. Desta forma, recomenda-se a análise 3D para retroanálises de rupturas de taludes, uma vez que é desejável que a resistência ao cisalhamento obtida pela retroanálise considere os efeitos finais de uma análise tridimensional.

Stark e Ruffing (2017) afirmam que os valores de resistência ao cisalhamento estimados por retroanálises 2D podem ser até 30% superiores aos obtidos em retroanálises 3D. Akhtar (2011) acrescenta que a análise 3D é importante na avaliação da resistência e dos efeitos de alteração de declive, precipitação e medidas corretivas levando a um melhor conhecimento da causa do deslizamento. Estudos indicam que os efeitos 3D no fator de segurança são superiores em deslizamentos de terra translacionais, em decorrência da resistência ao cisalhamento considerada ao longo das laterais da massa escorregada, paralela à direção do movimento. Com isso, o fator de segurança na análise 3D é subestimado, levando à superestimação dos parâmetros de resistência ao cisalhamento obtidos em retroanálise (Akhtar e Stark, 2017, apud Stark e Ruffing, 2017).

Skempton (1985, apud Stark e Eid, 1998) sugere a aplicação de um fator de correção aplicado à resistência ao cisalhamento calculada em análises 2D, de forma que se possa reduzir a diferença entre os resultados de análises 2D e 3D. Este fator está relacionado às dimensões da superfície de ruptura (profundidade e largura) e ao coeficiente de empuxo do solo mobilizado. Nesse estudo, o autor relata que a aplicação do fator de correção pode resultar em um aumento médio de 5% na resistência ao cisalhamento calculada em uma retroanálise 2D, podendo variar para diferentes casos e tipos de material. Stark e Eid (1998) obtiveram em seus estudos porcentagens de até 30%, recomendando, por fim, que as retroanálises para obtenção das forças de cisalhamento mobilizadas ao longo da superfície de ruptura sejam feitas a partir de análises 3D.

### **3 – ESTUDO DE CASO**

O presente estudo de caso tem por finalidade a análise e retroanálise da estabilidade de uma encosta que sofreu movimentações na camada superficial de solo. A encosta está localizada em um condomínio na Rodovia Rio-Santos, km 434, no bairro de São Brás, município de Mangaratiba, no Rio de Janeiro (Fig. 1).

Para a execução das análises, foram disponibilizados a topografia da região, a seção transversal da área movimentada, e os boletins de sondagens a percussão (SPT) executadas na encosta.

#### **3.1 - Propriedades geotécnicas do maciço**

As informações recebidas, relacionadas às propriedades geotécnicas do maciço, possuem diversas limitações, o que levou à necessidade da realização de correlações empíricas com os valores de  $N_{SPT}$ , obtidos das sondagens SPT, para a estimativa dos parâmetros geotécnicos dos solos.

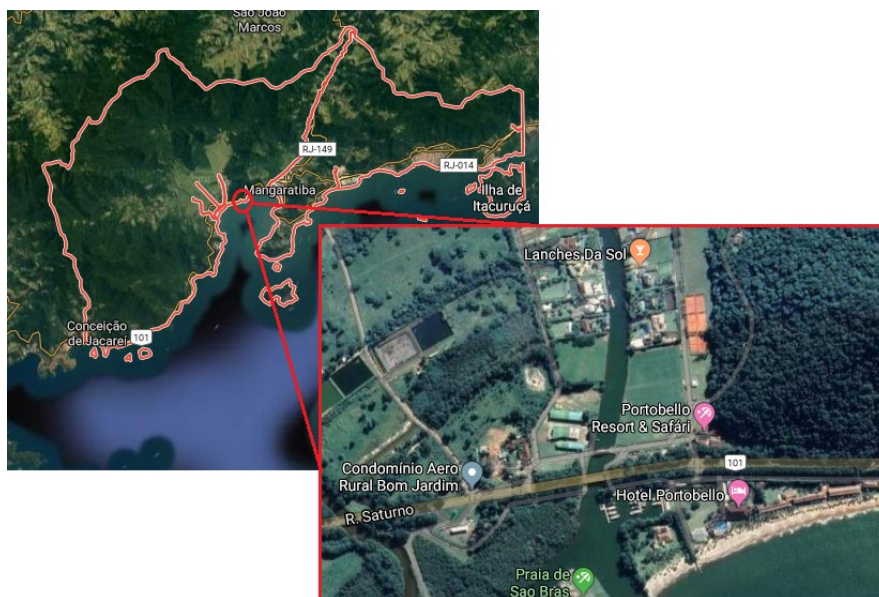


Fig. 1 - Região onde se localiza o incidente geotécnico. Fonte: Google Maps (2020)

### 3.1.1. Análise e interpretação das sondagens

O programa de sondagens de simples reconhecimento SPT constou de três sondagens realizadas em 2010 e duas em 2019. Estes perfis foram analisados a fim de se obter os parâmetros de resistência dos solos por correlações empíricas. A análise dos perfis indicou as seguintes camadas de solo:

- camada superior contendo silte predominantemente arenoso, com espessura média de 5 m,  $N_{SPT}$  médio de 3, e compactidade fofa. É provavelmente uma camada de solo coluvionar, decorrente de movimentações já ocorridas no maciço;
- camada intermediária com silte predominantemente arenoso, com aproximadamente 4 m de espessura,  $N_{SPT}$  variando entre 10 e 15, medianamente compacto. Refere-se a uma camada de solo residual maduro;
- camadas inferiores contendo silte arenoso ou silte arenoso micáceo, com  $N_{SPT}$  variando entre 37 e 90, compacto a muito compacto. Trata-se de uma camada de solo residual jovem.

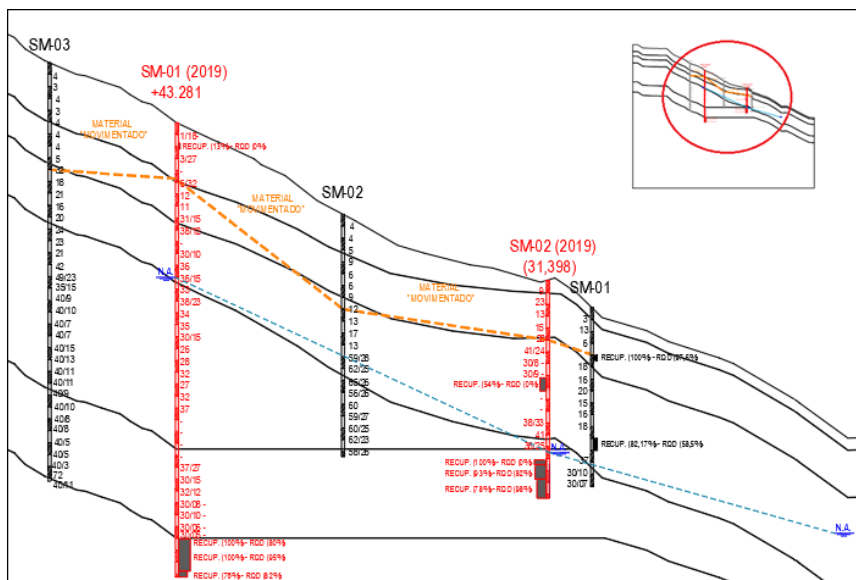
Nos perfis das sondagens realizados em 2010, observou-se uma camada de silte pouco argiloso, que não corresponde às camadas observadas nas sondagens atuais (principalmente no perfil SM-03). Tendo em vista que essa diferença nos perfis ocorre em maiores profundidades, e sabendo-se que a ruptura analisada é local e superficial, foram mantidos os parâmetros das sondagens realizadas em 2019. Além disso, priorizando-se as sondagens mais recentes, são mantidos parâmetros mais representativos da situação atual do talude.

Após as análises, foram admitidas 6 camadas de solo, divididas da seguinte forma:

- camada 1 - silte arenoso com restos vegetais, provável colúvio, com espessura entre 1,0 m e 5,0 m;
- camada 2 - solo residual maduro, com espessura variando de 3,5 m a 4,0 m;
- camada 3 - solo residual jovem, com espessura de 5,0 m a 8,5 m;
- camada 4 - solo residual jovem compacto, com espessura entre 0 a 14,0 m;
- camada 5 - solo residual jovem muito compacto, com espessura de 5,0 m a 7,5 m.
- camada 6 - rocha sã.



A Figura 2 apresenta a seção transversal contendo as camadas estabelecidas. Esta figura apresenta ainda as sondagens realizadas, com os respectivos valores de  $N_{SPT}$ . A linha em laranja (tracejada) indica a possível superfície de ruptura, estimada a partir da análise das sondagens; e a linha azul representa o nível d'água, também obtido a partir das sondagens. Salienta-se que este estudo não tem como objetivo analisar a variação do nível d'água, tendo sido assumido o nível d'água médio da seção transversal recebida para análise.



**Fig. 2** – Seção transversal analisada. Fonte: Adaptado de Levantamento Planialtimétrico e Cadastral - Condomínio Cação, Mangaratiba – RJ (2019).

### 3.1.2. Correlações empíricas

Os parâmetros de resistência dos solos foram estimados por correlações empíricas, com os valores de  $N_{SPT}$ , com base nas sondagens realizadas em 2019.

Para a obtenção destes parâmetros, portanto, foi estimado primeiramente o ângulo de atrito, calculado pelo valor mínimo dentre diversos métodos de correlação entre ângulo de atrito para solos arenosos com o valor de  $N_{SPT}$ . A escolha do valor mínimo garante o resultado mais conservador.

As correlações utilizadas para estimativa de parâmetros de resistência em solos arenosos estão apresentadas no Quadro 1. Dentre as correlações adotadas, a proposta por Bowles (1996, apud Tonus, 2009) forneceu os menores valores de ângulo de atrito.

Os valores de peso específico dos solos foram obtidos a partir da proposta de Godoy (1972, apud Cintra et al., 2011), apresentada no Quadro 2. Os resultados obtidos para o ângulo de atrito e peso específico dos diferentes solos são apresentados no Quadro 3.

Finalmente, conforme proposto pela literatura, estimou-se o valor da coesão. Uma vez que o solo predominante é um silte arenoso, foram inicialmente estimados valores de coesão variando de 1 kPa até 5 kPa com as camadas de solo.

Com a realização das retroanálises, estes valores iniciais foram variados no decorrer das análises. Desta forma, conforme sugerido por Mello (1972), Gomes (2003) e Augusto Filho e Virgili (1998), foram fixados os valores do ângulo de atrito inicialmente estimados, e a coesão foi variada até a obtenção do resultado esperado, ou seja, até que fosse encontrada a geometria crítica mais próxima da ruptura real, com um fator de segurança igual ou próximo à unidade.

**Quadro 1** - Correlações adotadas no presente estudo

Referência	Correlação
Teixeira (1996)	$\phi = \sqrt{23 \cdot N_{SPT}} + 15^\circ$ $\phi = 15^\circ + \sqrt{24 \cdot N_{SPT}}$
Bowles (1996, apud Tonus, 2009)	$\phi = 0,45 \cdot N_{70} + 20$ $N_{70} = \frac{(N_{SPT} \cdot \text{Energia aplicada})}{0,70}$
Hatanaka e Uchida (1996)	$\phi = 20^\circ + \sqrt{15,4 \cdot N_{SPT}^{60}}$ $N_{60} = \frac{(N_{SPT} \cdot \text{Energia aplicada})}{0,60}$
Godoy (1983)	$\phi = 28^\circ + 0,4N_{SPT}$

**Quadro 2** – Peso específico de solos arenosos. Fonte: Godoy (1972, apud Cintra et al., 2011).

‘N (golpes)	Consistência	Peso específico Areia (kN/m³)		
		Seca	Úmida	Saturada
< 5	Fofa	16	18	19
5 - 8	Pouco Compacta			
9 - 18	Medianamente compacta	17	19	20
19 – 40	Compacta	18	20	21
> 40	Muito compacta			

**Quadro 3** – Valores de ângulo de atrito e peso específico estimados por correlações

Camada	$\phi'$ (°)	$\gamma$ (kN/m³)
	Bowles (1996)	Godoy (1972)
Camada 1	21,0	16,0
Camada 2	25,0	17,0
Camada 3	41,0	20,0
Camada 4	36,0	21,0
Camada 5	41,0	21,0

A Figura 3 apresenta a configuração final da seção analisada, contendo os parâmetros estimados pelas correlações realizadas.

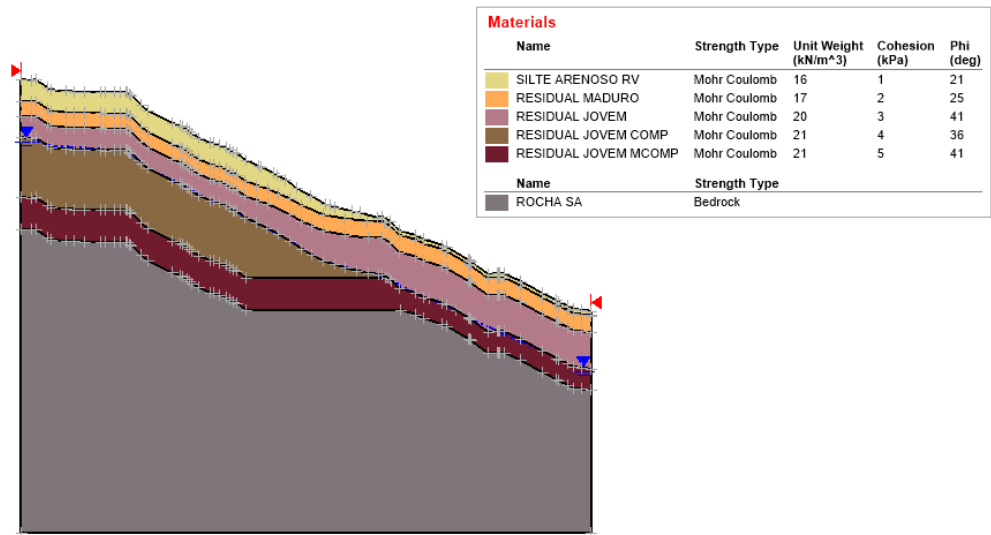


Fig. 3 – Seção transversal e tabela de parâmetros de resistência estimados pelas correlações.

3.1.3. Parâmetros da literatura

Para uma melhor avaliação dos parâmetros estimados a partir das correlações, foram realizadas pesquisas na literatura acerca dos parâmetros de resistência obtidos por ensaios executados na região.

Segundo estudo realizado por Salaverry (2013), e conforme apresentado no mapa Geológico do CPRM (2016), a região da encosta analisada está inserida no Complexo Rio Negro, cuja predominância é de rochas tipo biotita gnaiss com presença de migmatitos e granitos.

Amaral Jr. (2007) pesquisou sobre rochas e solos nos municípios de Mangaratiba e Itaguaí, e indicou também que a geologia desta região pertencente à unidade Rio Negro (DRM, 1983, apud Amaral Jr., 2007), sendo formada por migmatitos, granitos e biotita gnaiss, com depósitos de colúvios-aluvionares.

Quadro 4 – Parâmetros geotécnicos dos solos residuais obtidos por Amaral Jr. (2007).

Características dos Solos			Parâmetros Efetivos			Parâmetros Residuais		
Litologia	Solo	Textura	γ (kN/m³)	c' (kPa)	ϕ' (°)	γ (kN/m³)	c' (kPa)	ϕ' (°)
Biotita Gnaiss	Residual Maduro	Areno-silto-argiloso	13,3	14,5	37,0	15,6	8,0	32,0
	Residual Jovem	Areno-siltoso	14,9	17,5	41,0	17,0	4,5	42,0
	Saprolítico	Areno-siltoso	12,5	26,5	32,0	14,9	10,0	32,0
Migmatito	Residual Maduro	Areno-siltoso	12,7	6,5	42,0	13,3	5,5	39,0
	Residual Jovem	Areno-silto-argiloso	11,0	6,5	45,0	13,5	1,0	42,0
	Saprolítico	Areno-siltoso	12,4	12,0	34,0	13,3	9,0	32,0

Este mesmo autor obteve, a partir de ensaios de cisalhamento direto e análise dos índices físicos em laboratório, os parâmetros de resistência dos “materiais inconsolidados residuais” das rochas da região estudada. Os resultados estão consolidados no Quadro 4.

No presente trabalho, foram adotados, como base de comparação, os menores valores obtidos por Amaral Jr. (2007), conforme apresentado no Quadro 5.

Amaral Jr. (2007) realizou ainda ensaios nos solos transportados da região, que podem ser relacionados à camada de provável solo coluvionar superficial. Nos seus estudos, foram obtidos os valores mínimos: peso específico  $\gamma = 14 \text{ kN/m}^3$ ; coesão  $c' = 9 \text{ kPa}$ ; ângulo de atrito  $\phi' = 26^\circ$ .

O Quadro 6 compara os solos do talude analisado neste estudo e os solos estudados por Amaral Jr. (2007).

**Quadro 5** – Valores mínimos adotados a partir dos parâmetros obtidos por Amaral Jr. (2007).

Solo	Parâmetros Mínimos		
	$\gamma \text{ (kN/m}^3\text{)}$	$c' \text{ (kPa)}$	$\phi' \text{ (}^\circ\text{)}$
Residual Maduro	12,7	5,5	32,0
Residual Jovem	11,0	1,0	41,0
Saprolítico	12,4	9,0	32,0

**Quadro 6** – Comparação entre os solos estudados por Amaral Jr. (2007) e as camadas adotadas no presente estudo.

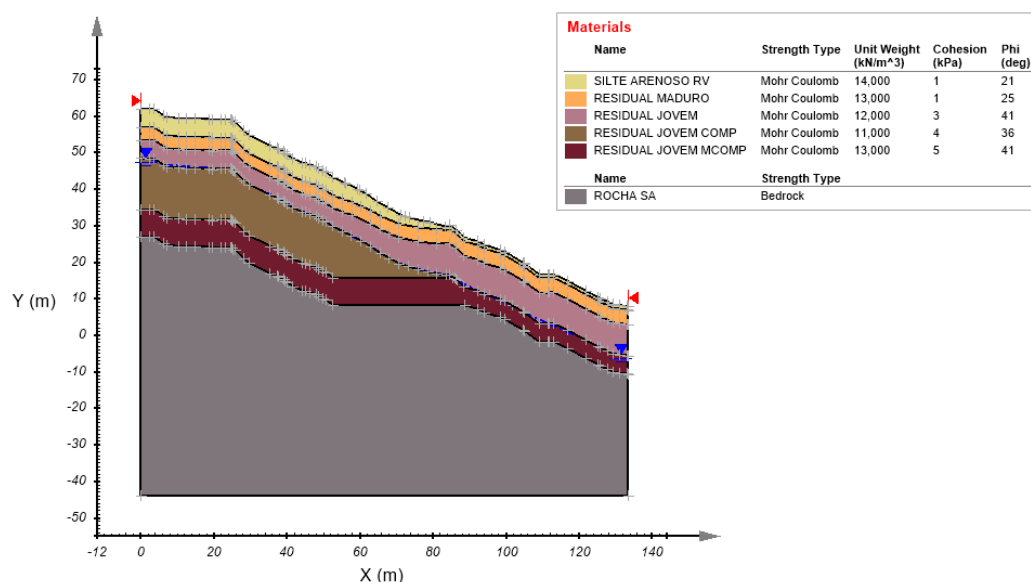
Camada	Descrição obtida pelas sondagens	Descrição Amaral (2007)
Camada 1	Silte arenoso com restos vegetais	Solos transportados
Camada 2	Solo residual maduro	Solo residual maduro
Camada 3	Solo residual jovem	Solo residual jovem
Camada 4	Solo residual jovem compacto	Solo saprolítico
Camada 5	Solo residual jovem muito compacto	

### 3.1.4. Parâmetros de resistência adotados

Os parâmetros de resistência foram adotados a partir da comparação dos valores mínimos obtidos por Amaral Jr. (2007) com os parâmetros estimados pelas correlações, concluindo-se que:

- os valores de peso específico obtidos nas correlações foram consideravelmente superiores aos obtidos nos ensaios feitos por Amaral Jr. (2007), principalmente em solos residuais jovens mais profundos. Sendo assim, optou-se por reduzir esses valores, conforme os resultados obtidos nos ensaios;
- os valores de coesão dos solos também apresentam diferenças quando comparados aos resultados dos ensaios realizados por Amaral Jr. (2007). Apesar disso, os valores estimados inicialmente foram mantidos, buscando-se prosseguir com a retroanálise e avaliar a necessidade de alteração desses parâmetros;
- os valores de ângulo de atrito foram elevados tanto nos resultados obtidos por Amaral Jr. (2007), quanto nos valores adotados pelas correlações empíricas, principalmente para solos residuais jovens, os quais apresentaram valores de ângulo de atrito considerados elevados para o tipo de material ( $41^\circ$ ). Com isso, os valores inicialmente estimados foram mantidos.

A Figura 4 apresenta os parâmetros de resistência adotados a partir das análises realizadas.



**Fig. 4** – Seção transversal e parâmetros de resistência finais adotados para as análises.

### 3.2 - Estabilidade do maciço

Para a realização das análises, foram elaborados os modelos no programa SVSlope. O modelo 2D foi construído a partir da seção transversal do talude. O modelo tridimensional foi gerado no próprio software com base na topografia local, a partir da montagem de regiões (delimitação lateral do modelo) e superfícies (definição do volume do modelo).

#### 3.2.1. Análises de estabilidade

Foram inicialmente realizadas análises de estabilidade nos modelos 2D e 3D, considerando os parâmetros de resistência apresentados na Figura 4.

##### (a) Análises 2D

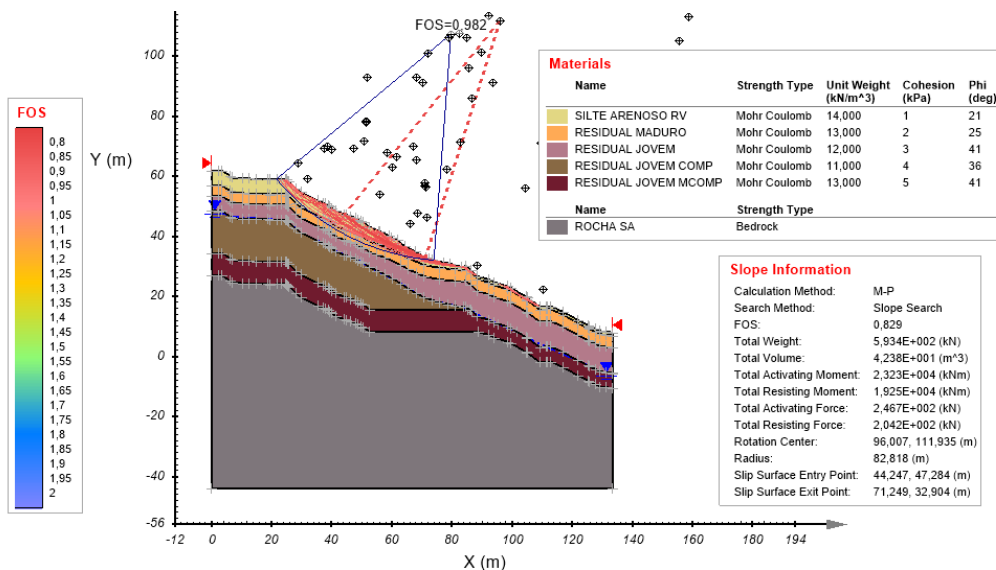
Esta análise foi realizada no programa SVSlope pelo método de equilíbrio limite de Morgenstern e Price (1965) com procura da região de ruptura tipo *Slope Search* para rupturas compostas (*Composite Circular*), uma vez que se trata de um talude não homogêneo, com diferentes camadas de solo, onde a movimentação apresentou formato não circular. O método procura a superfície de ruptura crítica para a região adotada, ou seja, a superfície com o menor fator de segurança.

Nesta análise, não foram inseridos ângulos de entrada e saída da superfície de ruptura, nem estabelecidos profundidade e volume mínimos para a seção de ruptura. O nível d'água foi considerado conforme seção transversal recebida de projeto, adotado no programa como lençol freático (*water table*), aplicado às três camadas mais profundas de solo residual jovem.

As análises forneceram um fator de segurança mínimo ( $FS_{MIN}$ ) de 0,829, conforme apresentado na Figura 5, que também mostra todas as superfícies de ruptura para fatores de segurança com valores até a unidade.

A análise com os parâmetros admitidos inicialmente possui rupturas superficiais na camada de silte arenoso, provável colúvio. Dentre as superfícies de ruptura com fatores de segurança entre o





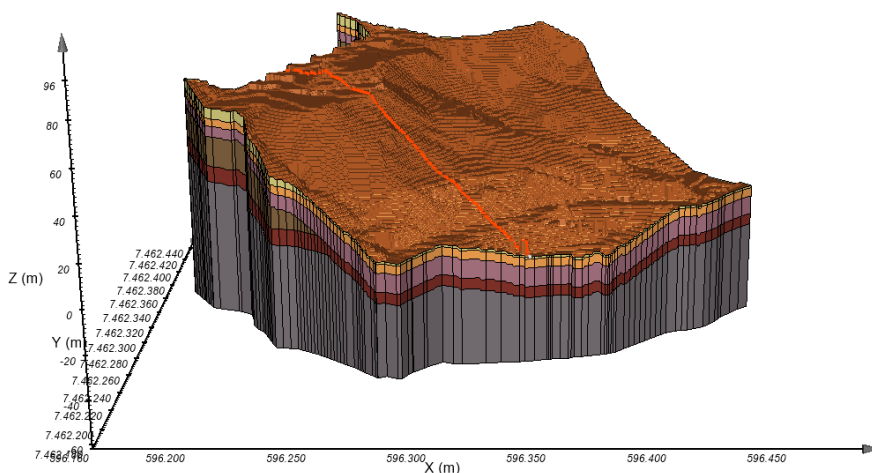
**Fig. 5** – Resultado da análise de estabilidade 2D na seção transversal do maciço analisado.

mínimo,  $FS = 0,829$ , e a unidade,  $FS = 1,00$ , destaca-se uma superfície que atravessa a camada de solo residual maduro, a aproximadamente 8,0 m de profundidade, com  $FS = 0,982$ .

### (b) Análises 3D

A análise de estabilidade 3D foi realizada pelo mesmo método adotado na análise 2D, com procura das rupturas por *Slope Search* para rupturas compostas (*Composite Circular*). Foram admitidas rupturas do tipo elipsoide híbrido, com proporção (*aspect ratio*) entre 0,8 e 0,9.

Da mesma forma, não foram admitidos ângulos de entrada e saída, nem profundidade e volume mínimos para a seção de ruptura. Definiu-se o nível d'água como lençol freático (*water table*), aplicado às três camadas mais profundas de solo residual jovem.



**Fig. 6** – Região de procura para a análise do modelo tridimensional.

Foi considerada a resistência ao cisalhamento ao longo das laterais da superfície de ruptura 3D. A região de procura foi definida a partir da localização da seção transversal no modelo, a mesma analisada no modelo 2D. Esta seção está representada em vermelho na Figura 6. Esta análise forneceu uma superfície de ruptura provável, com fator de segurança  $FS = 1,001$ . A Figura 7 apresenta o resultado da análise 3D e do corte 2D referente a esta análise.

A análise de estabilidade 3D com os parâmetros inicialmente admitidos, apresentou uma condição de iminência de ruptura, com tendência a ocorrer também na camada superficial de solo coluvionar, a uma profundidade de aproximadamente 4,0 m.

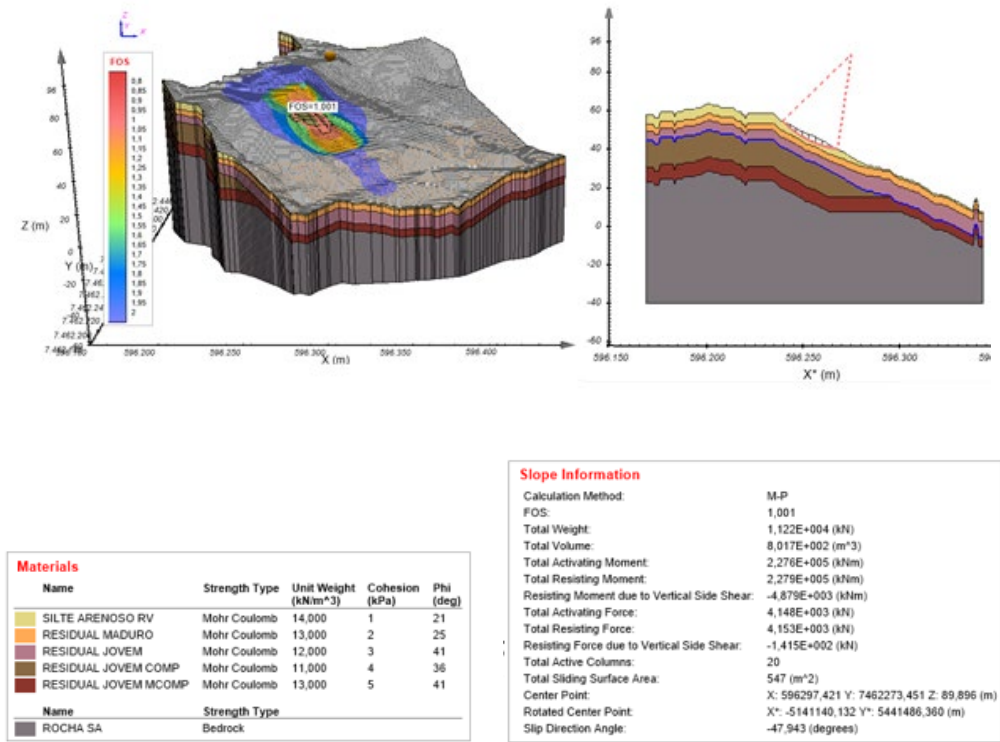


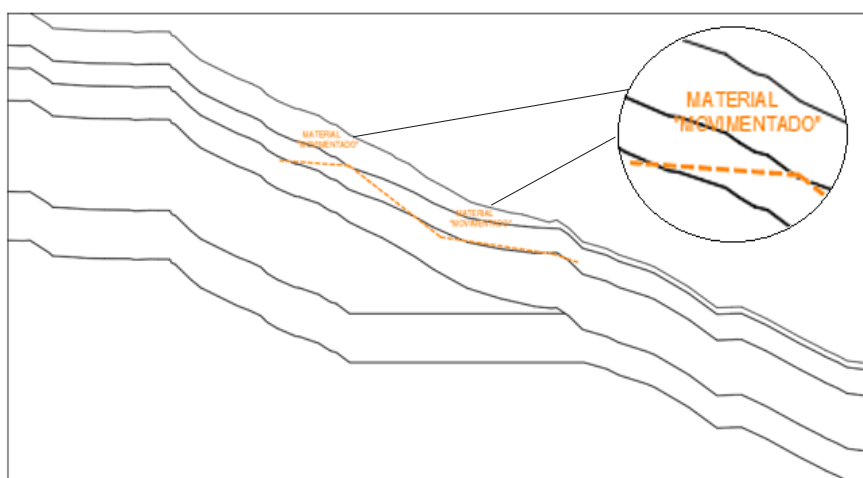
Fig. 7 – Resultado da análise de estabilidade 3D.

### 3.2.2. Retroanálises

As análises 2D e 3D utilizando os parâmetros estimados inicialmente não apresentaram geometria compatível com a ruptura real observada em campo. Sendo assim, foram realizadas retroanálises em ambos os modelos (2D e 3D), variando-se os parâmetros geotécnicos, com o objetivo de estimar a ruptura mais próxima da condição real para um fator de segurança unitário. A Figura 8 apresenta a geometria mais aproximada da ruptura real.

#### (a) Retroanálises 2D

A fim de reproduzir a ruptura ocorrida no local, foram realizadas retroanálises 2D, variando-se a coesão dos solos. As configurações inseridas no programa foram as mesmas da análise de estabilidade 2D, apresentadas anteriormente.

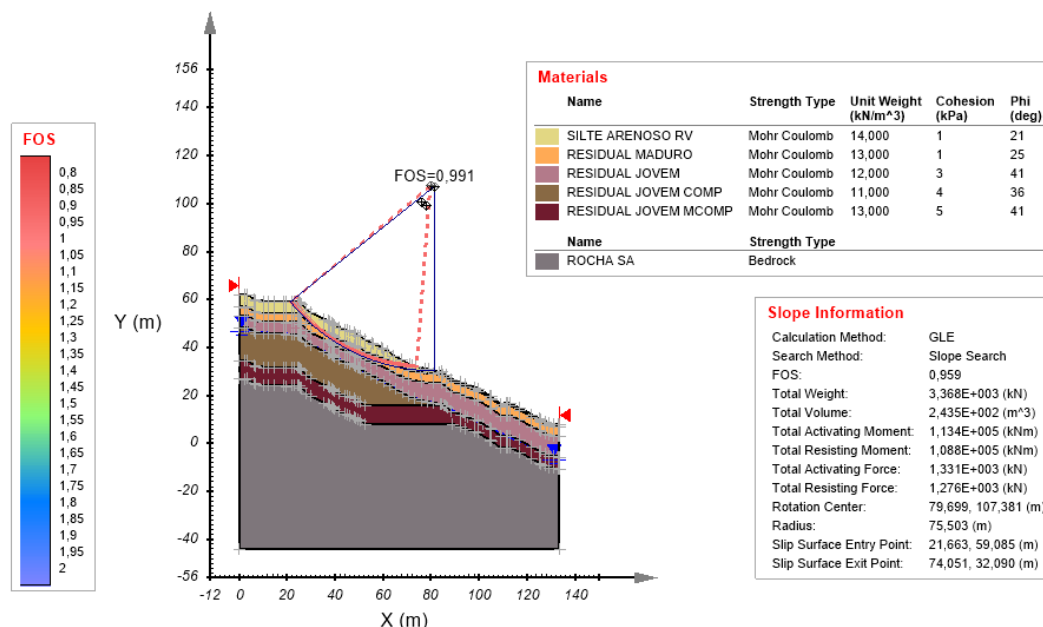


**Fig. 8** – Seção transversal com representação da região de ruptura. Fonte: Adaptado de Levantamento Planialtimétrico e Cadastral - Condomínio Cação, Mangaratiba – RJ (2019).

Nesta análise, no entanto, considerou-se uma profundidade mínima de 7,0 m para a seção de ruptura, com o objetivo forçar a superfície de ruptura a passar pelo local indicado em planta.

Foram executadas algumas análises variando-se a coesão efetiva dos solos, até alcançar a combinação de parâmetros de resistência que apresentou uma condição de ruptura com fator de segurança e geometria próximos ao esperado. O fator de segurança mínimo encontrado para esta análise foi  $FS = 0,959$ , e a superfície de ruptura é apresentada na Figura 9.

A retroanálise 2D apresentou algumas superfícies de ruptura passando pela camada desejada (solo residual maduro). A superfície de ruptura que apresentou a geometria mais próxima da situação real foi destacada em azul marinho na Figura 9, com fator de segurança  $FS = 0,991$ , sendo considerada



**Fig. 9** – Resultado da retroanálise 2D na seção transversal do maciço analisado.

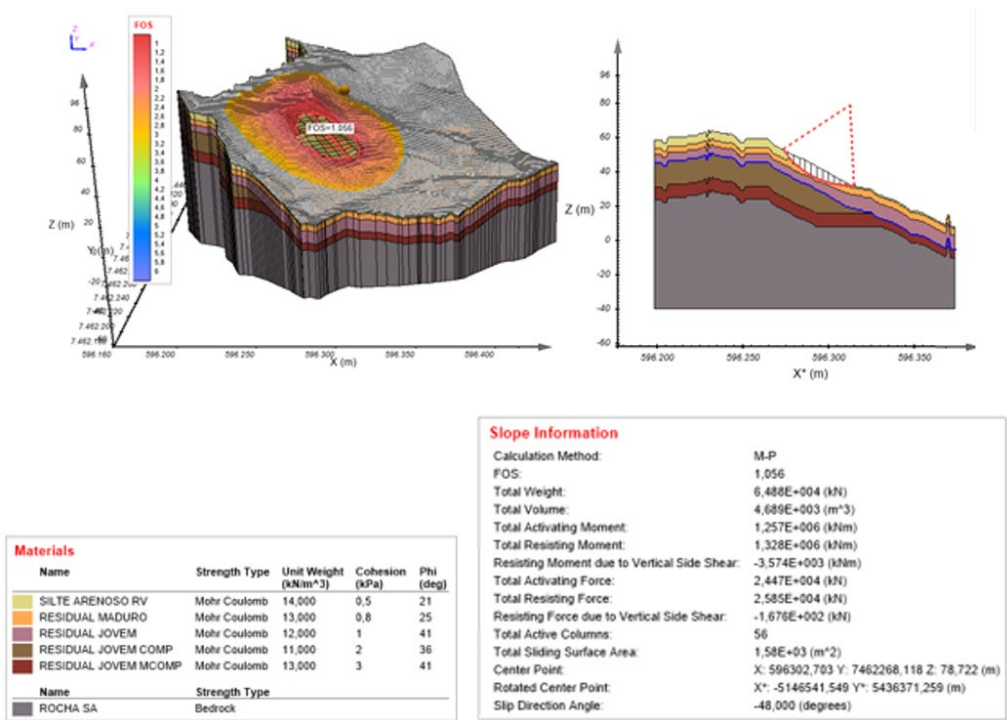
a superfície crítica. Além de atravessar a camada de solo residual maduro, esta ruptura possui ponto de saída próximo ao sugerido na seção de projeto, com profundidade máxima de aproximadamente 8,0 m.

**(b) Retroanálises 3D**

A retroanálise 3D foi executada com as mesmas configurações da análise de estabilidade 3D. No entanto, estabeleceu-se a profundidade mínima de 7,0 m, conforme apresentado na retroanálise 2D, e o volume mínimo definido como o volume médio calculado a partir da superfície de ruptura da seção transversal. Para este cálculo, adotou-se uma superfície circular, com 45 m de diâmetro (comprimento da ruptura medido em planta) e 3,5 m de profundidade (metade da profundidade medida na seção, uma vez que a superfície é “circular”). Foi estimado um volume de 5.500 m³, sendo estabelecido como mínimo o volume de 4.000 m³.

A retroanálise foi realizada com a mesma região de procura da análise 3D, variando-se a coesão efetiva dos solos, até a obtenção da geometria esperada, com FS = 1,0. A Figura 10 apresenta o resultado obtido, com fator de segurança FS = 1,056, para uma situação de iminência de ruptura na camada de solo residual maduro, com uma geometria similar à de campo (indicada na seção transversal de projeto), e profundidade máxima de 7,0 m.

Diante do exposto, o estudo de caso apresentou resultados próximos da situação de equilíbrio limite de campo, representada na seção transversal do talude. As análises de estabilidade executadas com os parâmetros de resistência primeiramente estimados indicaram rupturas superficiais, que foram posteriormente ajustadas com a variação dos parâmetros durante as retroanálises, objetivando aproximar a geometria da análise à situação observada em campo.



**Fig. 10 – Resultado da retroanálise 3D.**

A retroanálise 3D indicou valores de coesão inferiores aos adotados na retroanálise 2D (Quadro 7), o que resulta em uma tensão cisalhante de ruptura do solo inferior, conforme critério de Mohr-Coulomb. Com relação aos fatores de segurança, houve uma diferença de 6,5% entre  $FS_{2D}$  e  $FS_{3D}$ , sendo o  $FS_{3D}$  (1,056) superior ao 2D (0,991).

**Quadro 7** – Variação da coesão durante as análises.

Parâmetros			Análise 2D/3D	Retroanálise 2D	Retroanálise 3D
Camada	$\gamma$ (kN/m³)	$\phi'$ (°)	$c'$ (kPa)	$c'$ (kPa)	$c'$ (kPa)
Camada 1	14	21	1	1	0.5
Camada 2	13	25	2	1	0.8
Camada 3	12	41	3	3	1
Camada 4	11	36	4	4	2
Camada 5	13	41	5	5	3

#### 4 – CONCLUSÃO

O principal objetivo deste trabalho foi comparar fatores de segurança obtidos em análises e retroanálises 2D e 3D, buscando-se verificar tanto o comportamento do talude quanto a necessidade da utilização de uma análise 3D em determinados problemas de estabilidade.

Para este fim, o trabalho apresenta um estudo de caso de retroanálise de um talude rompido em modelos bi e tridimensionais. Como principais conclusões, destaca-se:

- foram obtidas superfícies de ruptura compatíveis com a situação de campo para ambas as análises (2D e 3D), com uma diferença pequena do plano de ruptura;
- para as superfícies de ruptura, consideradas eqwuivalentes, o fator de segurança 2D (0,991) foi inferior ao 3D (1,056);
- nas retroanálises foram estimados parâmetros de resistência distintos para as análises 2D e 3D, para se obter resultados análogos. A retroanálise 3D forneceu valores de coesão do solo inferiores aos da retroanálise 2D.

De maneira geral, portanto, conclui-se que as análises bidimensionais apresentam resultados condizentes com a situação real, para ambas as condições de talude. Comprova-se que este é um método conservador para obtenção de fatores de segurança em análises de estabilidade, uma vez que oferece valores próximos aos obtidos em análises 3D, sendo ainda mais conservadores.

Para estudos de retroanálise, entretanto, acredita-se ser mais indicada a utilização de análises 3D, de forma a obter os parâmetros de resistência do solo mais realistas.

Ressalta-se que os resultados aqui obtidos são válidos para o talude estudado no presente trabalho, levando-se em conta sua topografia e propriedades geotécnicas.

#### 5 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akhtar. K. (2011). *Three-dimensional slope stability analyses for natural and manmade slopes*. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign.

Amaral Jr., A. F. (2007). *Mapeamento geotécnico aplicado à análise de processos de movimentos de massa gravitacionais: Costa Verde-RJ – escala 1:13.003*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.



- Arellano, D.; Stark, T. D. (2000). *Importance of three-dimensional slope stability analysis in practice*. In: Conference Geo-Denver 2000, Denver, Colorado, USA. pp. 18-32.  
[https://doi.org/10.1061/40512\(289\)2](https://doi.org/10.1061/40512(289)2)
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2009) NBR 11682 - *Estabilidade de Taludes*. Rio de Janeiro.
- Augusto Filho, O.; Virgili, J. C. (1998). *Estabilidade de Taludes*. In: Oliveira, A. M. S.; Brito, S. N. A. (Eds.) *Geologia de Engenharia*. São Paulo: Associação Brasileira de Geologia de Engenharia.
- Azzouz, A. S.; Baligh, M. M. (1978). *Discussion on Three-dimensional slope stability analysis method*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 104 (9), 12061208.  
<https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0000691>
- Baligh, M. M.; Azzouz, A. S. (1975). *End effects on stability of cohesive slopes*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(11), pp. 1105–1117.  
<https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0000210>
- Borchardt, N. (2012) *Análise da estabilidade de taludes por retroanálise do rio Paute: Aplicação nos estudos construtivos da usina hidroelétrica Mazar – Equador*. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná.
- Bowles, J.E. (1996). *Foundation analysis and design*. 5th ed. McGraw Hill Book Company, New York.
- Carvalho, P. A. S. (Coord.) (1991). *Manual de Geotecnia – Taludes de Rodovias: Orientação para Diagnóstico e Soluções de Seus Problemas*. Publicação IPT 1843, São Paulo, 410p.
- Cavounidis, S. (1987). *On the ratio of factors of safety in slope stability analyses*. Géotechnique, 37(2), pp. 207–210, jun. <https://doi.org/10.1680/geot.1987.37.2.207>
- Chen, R. H.; Chameau, J.-L. (1983). *Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes*. Géotechnique, 33(1), pp. 31–40. <https://doi.org/10.1680/geot.1983.33.1.31>
- Cintra, J.; Aoki, N; Albiero, J. (2011). *Fundações diretas: projeto geotécnico*. São Paulo: Editora Oficina de textos.
- Duncan, J. M. (1996). *State of the Art: Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes*. Journal of Geotechnical Engineering, 122 (7), pp. 577–596.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:7\(577\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577))
- Fredlund, D. G.; Krahn, J. (1977). *Comparison of slope stability methods of analysis*. Canadian Geotechnical Journal, 14(3), pp 429–439. <https://doi.org/10.1139/t77-045>
- Godoy, N. S. (1972). *Fundações: Notas de aula, Curso de Graduação, São Carlos (SP)*. Escola de Engenharia de São Carlos - USP.
- Godoy, N. S. (1983). *Estimativa da capacidade de carga de estacas a partir de resultados de penetrômetro estático. (Estimate of the load capacity of pilings from the results of a static penetrometer)*. Lecture given at the Engineering School of São Carlos USP.
- Gomes, C. L. R. (2003). *Retroanálise em Estabilidade de Taludes em Solo: Metodologia para Obtenção dos Parâmetros de Resistência ao Cisalhamento*. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Civil.
- Hovland, H.J. (1977). *Three-dimensional slope stability analysis method*. ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, 103(GT9), pp. 971-986.

<https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0000493>

- Huang, C.-C.; Tsai, C.-C. (2000). *New Method for 3D and Asymmetrical Slope Stability Analysis*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126(10), pp. 917–927. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:10\(917\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:10(917))
- Hungr, O. (1987). *An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions*. Géotechnique, 37(1), pp 113–117. <https://doi.org/10.1680/geot.1987.37.1.113>
- Kalatehjari, R. (2015). *Determination of three-dimensional shape of failure in soil slopes*. Canadian Geotechnical Journal, 52(9), pp. 1283–1301. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-0326>
- Lam, L.; Fredlund, D. G. (1993). *A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis*. Canadian Geotechnical Journal, 30(6), pp. 905–919. <https://doi.org/10.1139/t93-089>
- Leshchinsky, D.; Baker, R. (1986). *Three-dimensional slope stability: End effects*. Soils and Foundations, Tokyo, 26(4), pp 98–110. [https://doi.org/10.3208/sandf1972.26.4\\_98](https://doi.org/10.3208/sandf1972.26.4_98)
- Li, AJ, Merifield, RS, Lyamin, AV. (2010). *Three-dimensional stability charts for slopes based on limit analysis methods*. Canadian Geotechnical Journal, 47, pp 1316-1334. <https://doi.org/10.1139/T10-030>
- Mello, V. F. B. (1972). *Thoughts on Soil Mechanics Applicable to Residual Soils*. Southeast Asian Conference on Soil Engineering, 3, Hong-Kong, Proceedings, pp 5-34.
- Morgenstern, N. R.; Price, V. E. (1965). *The Analysis of the Stability of General Slip surfaces*. Géotechnique, 15(1), pp 79-93. <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>
- Moscатели, D. C. (2017). *Taludes Estabilizados por Retroanálise – Análise Crítica e Comparação com Métodos Tradicionais de Análise de Equilíbrio Limite*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná.
- Moura, N. R. (2018). *Contribution to the Study of the Effect of Three-Dimensional Stress States to Slope Stability Analysis*. Goiânia: Universidade Federal de Goiás.
- Pacheco, P. G. M. (2005). *Análise Numérica do Fluxo e da Estabilidade de uma Pilha de Lixiviação de Minério de Cobre*. Dissertação Mestrado em Engenharia Civil: Geotecnia. Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Salaverry, R. N. (2013). *Mapeamento Geológico da Parte Noroeste da Folha Mangaratiba – Escala 1:53.000 – Sul do Estado do Rio de Janeiro*. Trabalho Final de Curso. Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Sherard, J.L.; Woodward, R.J.; Gizienski, S.F.; Clevenger, W.A. (1963). *Earth and earth-rock dams*. New York, NY: John Wiley and Sons.
- Silva, A. F. da. (2009). *Estudo de previsão de escorregamento a partir do fator de segurança 3D: Campos do Jordão-SP*. São Carlos: Universidade de São Paulo.
- Stark, T. D.; Eid, H. T. (1998). *Performance of Three-Dimensional Slope Stability Methods in Practice*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 124 (11), pp. 1049–1060. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1998\)124:11\(1049\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1998)124:11(1049))
- Stark, T. D.; Ruffing, D. G. (2017). *Selecting minimum factors of safety for 3D slope stability analyses*. In: Geo-Risk 2017: Reliability-Based Design and Code Developments, Denver, Colorado, USA. pp 259-266. <https://doi.org/10.1061/9780784480700.025>

- Tang, W. H.; Stark, T. D.; Angulo, M. (1999). *Reliability in Back Analysis of Slope Failures*. Japanese Geotechnical Society. Soils and Foundations, 39(5), pp 73-80.  
[https://doi.org/10.3208/sandf.39.5\\_73](https://doi.org/10.3208/sandf.39.5_73)
- Teixeira, A. H. (1996) *Projeto e execução de fundações*. In: Anais do SEFE. São Paulo: [s.n.]. v. 1.
- Terzaghi, K.; Peck, R. B. (1967). *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y.
- Tonus, B. P. A. (2009). *Estabilidade de taludes: avaliação dos métodos de equilíbrio limite aplicados a uma encosta coluvionar e residual da Serra do Mar Paranaense*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Wei, W.B.; Cheng, Y.M.; Li, L. (2009). *Three-dimensional slope failure analysis by the strength reduction and limit equilibrium methods*. Computers and Geotechnics, 36(1-2), pp 70-80.  
<https://doi.org/10.1139/t2012-014>
- Xing, Z. (1987). *Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 114(6), pp 658–671.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1988\)114:6\(658\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1988)114:6(658))
- Zhang, L.L.; Fredlund, M.D.; Fredlund, D.G.; Lu, H.; Wilson, G.W. (2015). *The influence of the unsaturated soil zone on 2-D and 3-D slope stability analyses*. Engineering Geology, 193, pp. 374–383. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2015.05.011>