NOTA SOBRE O CÁLCULO DE IMPULSOS ACTIVOS SÍSMICOS

A note on determining seismic active earth pressures

Nuno Guerra^a

^a UNIC, Dep. de Eng. Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Portugal

RESUMO – Para muros de suporte gravidade suportando aterros sem coesão, analisa-se uma limitação da validade dos métodos de Coulomb e Mononobe-Okabe para calcular impulsos activos estáticos e sísmicos de-terminados através de forças estáticas equivalentes. Mostra-se que para inclinações do tardoz dos muros de suporte superiores a dado valor, esses métodos clássicos não são válidos, formando-se um mecanismo diferente do considerado naqueles métodos. Apresenta-se uma metodologia simples para determinar os impulsos de terra activos em função da inclinação do tardoz da estrutura de suporte.

ABSTRACT – For gravity retaining walls supporting cohesionless backfill, a limitation of the validity of Coulomb and Mononobe-Okabe methods for determining static and seismic static-equivalent active earth thrusts, is analysed. It is shown that beyond a certain inclination of the back of the retaining walls, those classic methods are not valid. In these cases a mechanism different from the one of the classical methods is formed. A simple methodology to determine the active earth thrusts depending on the inclination of the back of the retaining wall is presented.

Palavras Chave - impulsos activos, impulsos sísmicos, equilíbrio limite.

Keywords - active earth pressures, seismic earth pressures, limit equilibrium.

1 – INTRODUÇÃO

A determinação de impulsos activos e passivos é um problema clássico da mecânica dos solos que continua a ser abordado em estudos recentes focando diferentes questões, como acções sísmicas (Kim et al., 2010; Santana et al., 2013) e efeitos de percolação (Barros e Santos, 2012), usando diferentes técnicas, como métodos numéricos elastoplásticos (Loukidis e Salgado, 2012), análise limite (Yang, 2007; Antão et al., 2011, 2016) e equilíbrio limite (Xinggao e Weining, 2010).

Apesar dessas contribuições, o método clássico de equilíbrio limite de Coulomb (1776) e o método dele derivado de Mononobe-Okabe, que considera os efeitos sísmicos através de uma análise estática equivalente (Okabe, 1926; Mononobe e Matsuo, 1926), estão entre os métodos mais comumente usados para avaliar impulsos activos em solos sem coesão em condições drenadas, tendo alguns melhoramentos sido propostos, particularmente para cargas sísmicas muito grandes (Koseki et al., 1998; Watanabe et al., 2011).

Os impulsos activos são de interesse para o projecto de estruturas de suporte de diversos tipos e materiais, seja para suporte de aterros ou para suporte de escavações, e vários casos de mau de-

E-mail: nguerra@fct.unl.pt

ORCID: orcid.org/0000-0001-8380-9902

sempenho de estruturas de suporte estão descritos na literatura, particularmente sob carregamento sísmico (Tatsuoka et al., 1996; Fang et al., 2003; Yonezawa et al., 2014).

Este trabalho pretende esclarecer uma limitação dos métodos originais de Coulomb e Mononobe-Okabe relacionada com a inclinação do tardoz da estrutura de suporte e mostrar como superar essa limitação. Mostra-se que para inclinações do tardoz β_m (Figura 1) maiores que um certo valor crítico, β_c , os métodos de Coulomb e Mononobe-Okabe deixam de dar boas aproximações dos impulsos activos, porque os mecanismos que esses métodos assumem não estão próximos dos mecanismos reais em tais casos. Para esses casos, propõe-se um procedimento modificado.



Fig. 1 – Impulso activo, I_a^{M1} , determinado pelos métodos de Coulomb ou Mononobe-Okabe; impulso activo, I_a^{M2} , determinado pelo método modificado (para β_m superior a um certo valor crítico β_c).

2 – COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

As estruturas de suporte gravidade, como a representada na Figura 1, são geralmente projectadas considerando o desenvolvimento de impulsos activos no tardoz da estrutura. Tal admite que a estrutura é capaz de se mover um pouco para a esquerda por translação e (ou) rotação da sua base, o que é uma suposição realista.

O impulso activo determinado através do método clássico de Coulomb (Método 1, neste trabalho) é representado como I_a^{M1} , na Figura 1. Esta força actua na direcção que forma um ângulo δ com a normal ao tardoz, onde δ é o ângulo de atrito solo-estrutura. O impulso pode ser determinado através de:

$$I_{a}^{M1} = \frac{1}{2} K_{a}^{M1} \gamma h^{2}$$
(1)

onde $\gamma \notin o$ peso volúmico do solo, $h \notin a$ altura do tardoz da estrutura de suporte e $K_a^{M1} \notin o$ coeficiente de impulso activo determinado pelo método de Coulomb. O coeficiente de impulso activo, K_a^{M1} , pode, portanto, ser considerado igual a K_a^{M-B} , determinado pela equação obtida por Müller-Breslau (1906):

$$K_{a}^{M-B} = \left[\frac{\operatorname{cosec}\beta\operatorname{sen}\left(\beta - \phi'\right)}{\sqrt{\operatorname{sen}\left(\beta + \delta\right)} + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\left(\phi' + \delta\right)\operatorname{sen}\left(\phi' - i\right)}{\operatorname{sen}\left(\beta - i\right)}}}\right]^{2}$$
(2)

68 ISSN 0379-9522; e-ISSN 2184-8394 – Geotecnia nº 159 – novembro/noviembre/november 2023 – pp. 67-80 https://doi.org/10.14195/2184-8394_159_4 – © 2023 Sociedade Portuguesa de Geotecnia onde ϕ' é o ângulo de resistência ao corte do solo, β é, neste caso, igual a β_m (o ângulo que o tardoz faz com o plano horizontal, conforme mostrado na Figura 1), *i* é o ângulo que a superfície do solo suportado faz com o plano horizontal e δ tem o significado descrito anteriormente.

Como se referiu, as acções sísmicas são frequentemente consideradas usando o método de Mononobe-Okabe (Okabe, 1926; Mononobe e Matsuo, 1926), que é derivado do de Coulomb. Neste método, a acção sísmica é substituída por um carregamento estático equivalente através dos coeficientes sísmicos $k_h e k_v$ (na direção horizontal e vertical, respectivamente) e o ângulo θ é determinado através de:

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{k_h}{1 \pm k_v} \tag{3}$$

Neste caso, I_a^{M1} é o impulso activo sísmico, dado por:

$$I_{a}^{M1} = \frac{1}{2} \left(1 \pm k_{\nu} \right) K_{a}^{M1} \gamma h^{2}$$
(4)

onde K_a^{M1} é, nesta situação, determinado usando a equação de Mononobe-Okabe para o coeficiente de impulsos activo sísmico e, portanto, é igual a K_a^{M-O} com, novamente, $\beta = \beta_m$:

$$K_{a}^{M-O} = \frac{1}{\cos\theta} \left[\frac{\csc\beta \operatorname{sen}\left(\beta + \theta - \phi'\right)}{\sqrt{\operatorname{sen}\left(\beta + \theta + \delta\right)} + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\left(\phi' + \delta\right)\operatorname{sen}\left(\phi' - i - \theta\right)}{\operatorname{sen}\left(\beta - i\right)}}} \right]^{2}$$
(5)

Tudo isto é bem conhecido e corresponde à solução clássica do problema.

A solução do problema da determinação de impulsos activos em muros de suporte "em L", como o representado na Figura 2, também é conhecida. Várias contribuições importantes foram feitas para este assunto (Barghouthi, 1990; Greco, 1992, 1999; Loureiro et al., 2014). Sob carregamento estático, estas contribuições podem ser resumidas da seguinte forma, se a altura da base do muro, $\overline{AA'}$, puder ser considerada pequena e a se sua largura for suficientemente elevada:

a) as condições de mobilização do impulso activo levam à formação de uma cunha de solo *ABC* (Figura 2), em que *AB* faz um ângulo β_t com a horizontal, sendo β_t dado por (Barghouthi, 1990; Greco, 1999):

$$\beta_t = 135^{\circ} - \frac{\phi'}{2} - \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \phi'} - i \right)$$
(6)



Fig. 2 – Acções sobre estruturas de suporte "em L".

- b) isso significa que, formando-se a superfície *AB* no solo, tudo à esquerda desta superfície pode ser considerado como parte da estrutura de suporte, à qual o impulso activo de Coulomb, I_a^C , é aplicado;
- c) o impulso activo I_a^C pode ser determinado usando o coeficiente de impulso de Müller-Breslau (equação 2), com $\beta = \beta_t$ e $\delta = \phi'$;
- d) o que foi descrito acima poderia ser utilizado directamente no projecto dessas estruturas; no entanto, se uma linha vertical *AD* for considerada (Figura 2), foi mostrado que a força I_a^C é igual à soma vectorial de duas outras: o peso da cunha *ABD*, W_1 , e o impulso activo I_a^R aplicado a *AD* e determinado usando o método de Rankine (1857), na sua extensão para solo com superfície inclinada, podendo o coeficiente de impulso activo K_a^R ser calculado através de:

$$K_a^R = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \phi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \phi'}} \cos i \tag{7}$$

Isto significa que um procedimento equivalente e mais simples é considerar as forças $W_1 \in I_a^R$ em vez do impulso I_a^C ; naturalmente, neste caso o peso W_1 não necessita de ser determinado explicitamente, pois estará incluído no peso do solo acima da base do muro, à esquerda de AD; como I_a^R é determinado pelo método Rankine, esta força é paralela à superfície do solo, e assim $\eta = i$;

 e) este procedimento simplificado é exacto quando a base da estrutura de suporte é suficientemente larga e, portanto, AB intersecta a superfície do solo, e é uma boa aproximação para casos onde AB intersecta o muro (e neste caso a equação 6 deixa de ser válida).

Vários autores analisaram o mesmo problema considerando os efeitos sísmicos como carregamento estático equivalente (Greco, 2001; Evangelista et al., 2010; Kloukinas e Mylonakis, 2011). As suas conclusões podem ser resumidas da seguinte forma:

a) o ângulo β_t é:

$$\beta_t = 135^{\circ} - \frac{\phi'}{2} - \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{\operatorname{sen}(i+\theta)}{\operatorname{sen}\phi'} - i + \theta \right)$$
(8)

- b) o impulso activo sísmico é aplicado em AB;
- c) o impulso activo sísmico pode ser determinado usando o coeficiente de impulso activo de Mononobe-Okabe (equação 5) com β igual a β_t dado pela equação 8 e $\delta = \phi'$;
- d) o impulso activo sísmico pode também ser determinado através da soma vectorial de $(1 \pm k_v)W_1$, k_hW_1 e de um impulso activo I_a^R aplicado em *AD*, determinado usando um coeficiente de impulso sísmico, K_a^{K-M} , obtido por Kloukinas e Mylonakis (2011), igual a:

$$K_{a}^{K-M} = \frac{\cos i \cos(i+\theta) \left[1 - \sin \phi' \cos\left(\arccos\left(\frac{\sin(i+\theta)}{\sin\phi'} - i + \theta\right)\right]}{\cos \eta \cos \theta \left[1 + \sin \phi' \cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(i+\theta)}{\sin\phi'} + i + \theta\right)\right]}\right]$$
(9)

onde η é dado por:

$$\eta = \arctan\left[\frac{\operatorname{sen}\phi'\operatorname{sen}\left(\operatorname{arcsen}\frac{\operatorname{sen}\left(i+\theta\right)}{\operatorname{sen}\phi'}-i+\theta\right)}{1-\operatorname{sen}\phi'\cos\left(\operatorname{arcsen}\frac{\operatorname{sen}\left(i+\theta\right)}{\operatorname{sen}\phi'}-i+\theta\right)}\right]$$
(10)

Os resultados apresentados acima levantam a seguinte questão: numa estrutura de suporte "em L" forma-se a superfície *AB* (seja em condições estáticas ou sísmicas; Figura 2); será que tal superfície também se forma numa estrutura de suporte do tipo gravidade com inclinação do paramento, β_m (Figura 1), maior que um determinado ângulo crítico β_c ?

3 – ANÁLISE DO PROBLEMA

Para diferentes valores de ϕ' , δ e *i*, determinam-se, no presente trabalho, as acções nas estruturas de suporte gravidade usando três métodos para uma ampla gama de valores da inclinação do tardoz, β_m . Os métodos, que serão descritos em seguida, são comparados entre si através da relação entre as componentes horizontal e vertical da acção, seguindo o concluído por Greco (1999), que estabeleceu que as acções são tanto mais adversas à estrutura quando maior a referida relação.



Fig. 3 – Forças envolvidas nos Métodos 1, 2 e 3.

Os três métodos estão esquematizados na Figura 3 e são descritos em seguida:

- a) Método 1 (M1): trata-se do método tradicional de Coulomb Müller-Breslau (ou Mononobe-Okabe, sob acções sísmicas) (C-MO). O impulso activo, I_a^{M1} , é determinado directamente no tardoz *AF* usando os coeficientes de impulso activo das equações 2 e 5, para condições estáticas e sísmicas, respectivamente, usando $\beta = \beta_m$.
- b) Método 2 (M2): considera a possibilidade de formação de uma superfície *AB*; uma ampla gama de valores de $\beta_{M2} < \beta_m$ é considerada e a acção resultante na estrutura de suporte é a soma do impulso activo em *AB*, I_a^{M2} , com o peso, W_{M2} , da cunha *ABF* (e incluindo as forças estáticas

equivalentes $k_h W_{M2}$ e $\pm k_v W_{M2}$, sob acções sísmicas). O impulso activo I_a^{M2} é determinado usando os coeficientes de impulso activo das equações 2 e 5, como no Método 1, mas com $\delta = \phi' \ e \ \beta = \beta_{M2}$. O resultado final do Método 2 é aquele obtido a partir do valor de β_{M2} para o qual esta acção resultante é mais adversa, ou seja, para o qual a razão entre as componentes horizontal e vertical da resultante assume o maior valor (Greco, 1999). O Método 2 é, portanto, baseado numa modificação dos métodos de Coulomb - Müller-Breslau e de Mononobe-Okabe (C-MO modificado).

c) Método 3 (M3): trata-se do método de Rankine (e a variação deste baseada em Kloukinas e Mylonakis (2011), para condições sísmicas (R-KM)). O impulso activo, I_a^{M3} , é determinado em *AD* usando os coeficientes de impulso activo obtidos das equações 7 e 9. A acção resultante é a soma do impulso activo em *AD*, I_a^{M3} , com o peso, W_{M3} , da cunha *ADF* (e incluindo as forças estáticas equivalentes $k_h W_{M3}$ e $\pm k_v W_{M3}$, sob acções sísmicas). Claro, o Método 3 só pode ser aplicado se $\beta_m \geq 90^\circ$.

4 - APLICAÇÃO A UM CASO DE ESTUDO

4.1 – Condições estáticas

Analisa-se um caso de estudo sob condições estáticas ($\theta = 0$) usando os três métodos descritos na secção anterior. São utilizados os seguintes parâmetros: $\phi' = 30^{\circ}$; $\delta = 25^{\circ}$ e $i = 5^{\circ}$. O ângulo β_m é considerado numa gama ampla de valores e a Figura 4 apresenta a razão entre a resultante horizontal e a vertical aplicadas na estrutura, $\Delta H/\Delta V$, em função de β_m .



Fig. 4 – Relação entre as resultantes horizontal e vertical aplicadas sob condições estáticas na estrutura de suporte, para os três métodos, em função de β_m , para o caso $\phi' = 30^\circ$, $\delta = 25^\circ$ e $i = 5^\circ$.

Comparando os resultados obtidos nos Métodos 1 e 2 para este caso de estudo, pode-se observar que para a maioria dos valores de β_m (menores do que um certo valor crítico β_c , igual a 136.1°), o Método 1 fornece valores maiores de $\Delta H/\Delta V$, o que significa que o Método 1 deve ser o adoptado, no

espírito de um método de equilíbrio limite. Isto era esperado, uma vez que o Método 1 corresponde à aplicação do método clássico de Coulomb para determinar impulsos activos.

No entanto, para estruturas com tardoz muito inclinado (β_m maiores que 136.1°), o Método 2 fornece razões $\Delta H/\Delta V$ maiores, o que significa, novamente no espírito dos métodos de equilíbrio limite, que deve ser este último o resultado escolhido. Além disso, foi demonstrado (Collins, 1973) que o método de Coulomb, embora baseado no equilíbrio limite, fornece uma solução equivalente a um método suportado no teorema cinemático da análise limite usando o mesmo mecanismo. E o mesmo pode ser dito do Método 2, o que também significa que o resultado do Método 2, que é maior, corresponde a uma solução melhor, pois está mais próxima da solução exacta do problema. E como a diferença entre a proporção $\Delta H/\Delta V$ é significativa, isso também significa que o Método 1 se torna bastante inseguro para $\beta_m > \beta_c$.

Este exemplo mostra que a resposta à questão apresentada na secção 2 é positiva.

Os resultados do Método 3 são exactamente iguais aos do Método 2 para β_m maiores ou iguais a β_t (equação 6, neste caso igual a 117.5°), o que é esperado, uma vez que é comumente aplicado ao caso de muros "em L". Mas o resultado relevante aqui é que os Métodos 2 e 3 fornecem os mesmos resultados para $\beta_m \ge \beta_c$. Fornecendo o Método 2 uma solução do teorema cinemático e sendo o Método 3 uma solução do teorema estático, a igualdade dos resultados significa que ambos fornecem a solução exacta.

A figura 5 apresenta os mecanismos associados ao método crítico (M1 ou M2) para cinco valores diferentes de β_m . Até que β_m atinja β_c , neste caso igual a 136.1°, o método clássico de Coulomb é crítico, como pode ser visto nas Figuras 5(a) a (c). Se β_m for maior que β_c , o Método 2 torna-se o crítico, e pode ver-se uma mudança dramática no mecanismo (Figuras 5(c) e (d)). Para valores maiores de β_m (Figura 5(e)) a inclinação das superfícies torna-se constante.



Fig. 5 – Caso de estudo com $\phi' = 30^\circ$, $\delta = 25^\circ$ e $i = 5^\circ$; impulso activo sob condições estáticas: mecanismos associados ao método crítico (M1 ou M2) para diferentes valores de inclinação do tardoz da estrutura de suporte.

4.2 – Condições sísmicas

Os três métodos são também aplicados ao mesmo caso de estudo com os mesmos parâmetros $(\phi' = 30^{\circ}, \delta = 25^{\circ} \text{ e } i = 5^{\circ})$ e considerando a acção sísmica através de um carregamento estático equivalente, assumindo neste caso $\theta = 10^{\circ}$.

Os resultados são apresentados na Figura 6 e podem fazer-se observações semelhantes às anteriormente apresentadas para o caso estático: o Método 1 fornece resultados mais altos de $\Delta H/\Delta V$ do que o Método 2 para uma ampla gama de β_m , o que significa que a solução do Método 1 é melhor (mais próxima da solução exacta), mas após um certo valor crítico de β_m , igual neste caso a 120.6°, ocorre o oposto. Além disso, o Método 3 fornece os mesmos resultados que o Método 2 para $\beta_m \ge \beta_t = 101.9^\circ$.



Fig. 6 – Relação entre as resultantes horizontal e vertical aplicadas na estrutura de suporte, para os três métodos, em função de β_m , para o caso $\phi' = 30^\circ$, $\delta = 25^\circ$, $i = 5^\circ$ e $\theta = 10^\circ$.

4.3 – Observações

Os resultados dos dois casos de estudo apresentados ($\theta = 0 \text{ e } 10^\circ$) mostram que para estruturas suporte com tardoz muito inclinado (β_m de 136.1 e 120.6°), o Método 1 não é válido. Poderá afirmar-se que tais valores de β_m não são frequentemente utilizados na prática, mas na verdade o valor crítico da inclinação do tardoz depende de vários factores. Por exemplo, se uma acção sísmica elevada for considerada — $\theta = 20^\circ$, por exemplo — o valor crítico β_c é consideravelmente reduzido (para 102.3°), como pode ser visto na Figura 7, onde os resultados obtidos nos dois estudos de caso anteriores são comparados com aquele com $\theta = 20^\circ$. A inclinação crítica do tardoz, β_c , também depende dos ângulos ϕ' , δ e *i*, como se analisa em seguida.

É interessante notar que todos os casos correspondem aos mesmos resultados de $\Delta H/\Delta V$ para o Método 1, já que a inclinação do impulso activo depende apenas de β_m e de δ .

5 – DETERMINAÇÃO DA INCLINAÇÃO CRÍTICA DO TARDOZ, β_c

Os exemplos apresentados na secção anterior mostram que há uma inclinação crítica do tardoz, β_c , para a qual o Método 1 (o usual método de Coulomb - Müller-Breslau / Mononobe-Okabe) deixa de ser válido e esta inclinação crítica foi determinada usando o método de equilíbrio limite.

Este procedimento foi aplicado para outros casos, utilizando valores diferentes de ϕ' (de 10 a 45°), e das relações δ/ϕ' , $i/\phi' \in \theta/\phi'$, todas entre 0 e 1, mas também garantindo que $(i+\theta)/\phi'$ seja menor ou igual a 1. Assim, para todos esses casos, aplicaram-se os Métodos 1 e 2 e o valor de β_m para o qual o Método 2 fornece razões $\Delta H/\Delta V$ mais altas (o valor crítico β_c) foi determinado.



Fig. 7 – Relação entre as resultantes horizontal e vertical aplicadas na estrutura de suporte, para os três métodos, em função de β_m , para o caso $\phi' = 30^\circ$, $\delta = 20^\circ$, $i = 5^\circ$: comparação entre os resultados obtidos para $\theta = 0$, 10° e 20° .

Verificou-se que uma forma conveniente de mostrar esses resultados é através da representação de $\beta_c + \theta$ em função de $(i + \theta)/\phi'$, para diferentes $\phi' \in \delta/\phi'$. Isso é mostrado na Figura 8, onde os pontos do gráfico representam os resultados obtidos usando este procedimento.

A análise destes resultados mostra que a inclinação crítica do tardoz, β_c , é menor para maiores ϕ' , δ , *i* e θ . Como se pode verificar na Figura 8, essas inclinações críticas do tardoz são, em muitas circunstâncias, valores que correspondem a casos práticos, pelo que esta questão deve ser tida em conta no dimensionamento de estruturas de suporte.

A Figura 8 também mostra que os resultados determinados usando o método de equilíbrio limite são descritos com precisão pela seguinte equação:

$$\beta_c + \theta = 180^{\circ} - \frac{1}{2} \left[\arccos \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \phi'} + \operatorname{arcsen} \frac{\operatorname{sen} (i + \theta)}{\operatorname{sen} \phi'} + \delta - i - \theta \right]$$
(11)

que pode ser escrita de forma conveniente para a determinação directa de β_c como:

$$\beta_c = 180^{\circ} - \frac{1}{2} \left[\arccos \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \phi'} + \operatorname{arcsen} \frac{\operatorname{sen} (i+\theta)}{\operatorname{sen} \phi'} + \delta - i + \theta \right]$$
(12)

Se, na equação 12, δ for considerado igual a ϕ' , β_c é igual a β_t (equação 8, ou equação 6 se $\theta = 0$).

A condição $\beta_m \ge \beta_c$, com β_c dado pela equação 12, é também a condição apresentada por Kloukinas e Mylonakis (2011) para a validade de uma solução do tipo Rankine (equações 7 e 9), o que está correcto, como se viu da comparação entre os Métodos 2 e 3 nas secções anteriores. Na verdade, o Método 3 fornece o mesmo resultado que o Método 2 para $\beta_m \ge \beta_t$, mas o Método 3 não é válido até $\beta_m \ge \beta_c$, que é também a condição para o Método 2 ser melhor que o Método 1, como foi visto.



Fig. 8 – Valores críticos da inclinação do tardoz, β_c , determinados através de método de equilíbrio limite. Comparação com os resultados da equação 11.

76 ISSN 0379-9522; e-ISSN 2184-8394 – Geotecnia nº 159 – novembro/noviembre/november 2023 – pp. 67-80 https://doi.org/10.14195/2184-8394_159_4 – © 2023 Sociedade Portuguesa de Geotecnia



Fig. 9 – Metodologia proposta para a determinação de impulsos activos sob condições estáticas e sísmicas (forças estáticas equivalentes). Notas: (a) O caso estático pode ser determinado usando as equações para o caso sísmico com $\theta = 0$ e $k_h = k_v = 0$; (b) No Método 1 a acção no tardoz é I_a^{M1} ; para os Métodos 2 e 3, a acção no tardoz é I_a^{M2} (ou I_a^{M3}) somada a $k_h W_{M2}$ e $(1 \pm k_v) W_{M2}$ (ou $k_h W_{M3}$ e $(1 \pm k_v) W_{M3}$).

ISSN 0379-9522; e-ISSN 2184-8394 – Geotecnia nº 159 – novembro/noviembre/november 2023 – pp. 67-80 77 https://doi.org/10.14195/2184-8394_159_4 – © 2023 Sociedade Portuguesa de Geotecnia

Como se referiu a propósito das condições estáticas, o facto de que para $\beta_m \ge \beta_c$ o Método 3 é válido (e é uma solução do teorema estático) e fornece os mesmos resultados que o Método 2 (que é um método baseado no teorema cinemático), implica que para tais casos ambos os métodos fornecem a solução exacta do problema. Portanto, para $\beta_m < \beta_c$ o Método 1 (solução clássica) pode ser aplicado, como tem sido a prática, pois é uma solução de equilíbrio limite que corresponde a um bom resultado do teorema cinemático, e para $\beta_m \ge \beta_c$ tanto o Método 2 quanto o 3 podem ser aplicados, ambos fornecendo a solução exacta. Claro, o Método 3 só pode ser aplicado se $\beta_m > 90^\circ$.

6 - METODOLOGIA PROPOSTA PARA O CÁLCULO DE IMPULSOS ACTIVOS

A metodologia proposta está descrita na Figura 9. Propõe-se que na determinação dos impulsos activos sobre estruturas de suporte do tipo gravidade, seja calculado o valor crítico de β_c , através da equação 12. Se $\beta_m \leq \beta_c$, as soluções clássicas (Coulomb e Mononobe-Okabe - Método 1) são válidas. Se ocorrer o contrário, elas não são válidos e o Método 2 deve ser utilizado, podendo ser substituído pelo Método 3 se $\beta_m \geq 90^\circ$.

7 - CONCLUSÕES

Foi demonstrado que os métodos clássicos de equilíbrio limite de Coulomb e Mononobe-Okabe para determinar impulsos activos não são válidos para inclinações do tardoz além de um certo valor crítico. Apresentou-se uma equação simples para determinar este ângulo crítico e a sua aplicação mostra que a questão pode afectar casos práticos, particularmente para ϕ' , δ , *i* e θ elevados.

Para inclinações do tardoz superiores a este valor crítico, forma-se um mecanismo composto por duas superfícies que se desenvolvem no solo, correspondendo à solução exacta. Foi proposta uma metodologia simples para determinar os impulsos de terra activos em função da inclinação do tardoz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antão, A. N.; Santana, T.; Vicente da Silva, M.; Guerra, N. M. C. (2011). Passive earth-pressure coefficients by upper-bound numerical limit analysis. Canadian Geotechnical Journal, 48(5), pp. 767–780. https://doi.org/10.1139/t10-103.
- Antão, A. N.; Santana, T.; Vicente da Silva, M.; Guerra, N. M. C. (2016). *Three-dimensional active earth pressure coefficients by upper bound numerical limit analysis*. Computers and Geotechnics, 79, pp. 96–104. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.05.022.
- Barghouthi, A. F. (1990). Active earth pressure on walls with base projection. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 112(7), pp. 727–745. https://doi.org/10.1061/ (ASCE)0733-9410(1990)116:10(1570).
- Barros, P. L.; Santos, P. J. (2012). Coefficients of active earth pressure with seepage effect. Canadian Geotechnical Journal, 49(6), pp. 651–658. https://doi.org/10.1139/t2012-020.
- Collins, L. F. (1973). A note on the interpretation of coulomb's analysis of the thrust on a rough retaining wall in terms of the limit theorems of plasticity theory. Géotechnique, 23(3), pp. 442–447. https://doi.org/10.1680/geot.1973.23.3.442.
- Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mem. Acad. Roy., 7, p. 38.

- Evangelista, A.; Scotto di Santolo, A.; Simonelli, A. L. (2010). Evaluation of psudostatic active earth pressure coefficient of cantilever retaining walls. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 30(11), pp. 1119–1128. https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2010.06.018.
- Fang, Y.; Yang, Y.; Chen, T. (2003). Retaining walls damaged in the Chi-Chi earthquake. Canadian Geotechnical Journal, 40(6), pp. 1142–1153. https://doi.org/10.1139/t03-055.
- Greco, V. R. (1992). Discussion of Active earth pressure on walls with base projection (Barghouthi, 1990). ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 118(5), pp. 825–827. https://doi.org/10.1061/ (ASCE)0733-9410(1992)118:5(825).
- Greco, V. R. (1999). Active thrust on cantilever walls in general conditions. Soils and Foundations, 39(6), pp. 65–78. https://doi.org/10.3208/sandf.39.6_65.
- Greco, V. R. (2001). *Pseudo-static thrust on cantilever walls*. Soils and Foundations, 41(3), pp. 87–92. https://doi.org/10.3208/sandf.41.3_87.
- Kim, W.-C.; Park, D.; Kim, B. (2010). *Development of a generalised formula for dynamic active earth pressure*. Géotechnique, 60(9), pp. 723–727. https://doi.org/10.1680/geot.09.T.001.
- Kloukinas, P.; Mylonakis, G. (2011). Analysis of seismic earth pressures: some recent developments. Proceedings of the ERTC-12 Workshop on evaluation of EC-8, XV European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Athens, Greece.
- Koseki, J.; Tatsuoka, F.; Munaf, Y.; Tateyama, M.; Kojima, K. (1998). A modified procedure to evaluate active earth pressure at high seismic loads. Soils and Foundations, Special Issue, pp. 209–216. https://doi.org/10.3208/sandf.38.Special_209.
- Loukidis, D.; Salgado, R. (2012). Active pressure on gravity walls supporting purely frictional soils. Canadian Geotechnical Journal, 49(1), pp. 78–97. https://doi.org/10.1139/t11-087.
- Loureiro, G.; Guerra, N. M. C.; Almeida e Sousa, J. (2014). Acções sobre muros de suporte em consola. Geotecnia, 132, pp. 69–92. https://doi.org/10.24849/j.geot.2014.132.05.
- Mononobe, N.; Matsuo, H. (1926). On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Conference, volume 9, pp. 177–185. Em japonês; obra não consultada directamente.
- Müller-Breslau, H. (1906). *Erddruck auf Stützmauern*. Kroener, Stuttgart. Em alemão; obra não consultada directamente.
- Okabe, S. (1926). *General theory of earth pressure*. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers, 12(1), pp. 123–134. Em japonês; obra não consultada directamente.
- Rankine, W. J. M. (1857). On the stability of loose earth. Phil. Trans. Royal Soc.
- Santana, T.; Guerra, N. M. C.; Antão, A. N.; Vicente da Silva, M. (2013). Three-dimensional seismic active earth pressure coefficients using upper bound numerical limit analysis: a few preliminary results. Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Challenges and Innovations in Geotechnics, pp. 1579–1582, Paris. Presses des Ponts. https://www.issmge.org/uploads/publications/1/2/1579-1582.pdf.
- Tatsuoka, F.; Tateyama, M.; Koseki, J. (1996). Performance of soil retaining walls for railway embankments. Soils and Foundations, Special Issue, pp. 311–324. https://doi.org/10.3208/sandf. 36.Special_311.

- Watanabe, K.; Koseki, J.; Tateyama, M. (2011). Seismic earth pressure exerted on retaining walls under a large seismic load. Soils and Foundations, 51(3), pp. 379–394. https://doi.org/10.3208/ sandf.51.379.
- Xinggao, L.; Weining, L. (2010). Study on the action of the active earth pressure by variational limit equilibrium method. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 34(10), pp. 991–1008. https://doi.org/10.1002/nag.840.
- Yang, X.-L. (2007). Upper bound limit analysis of active earth pressure with different fracture surface and nonlinear yield criterion. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 47(1), pp. 46–56. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2006.10.003.
- Yonezawa, T.; Yamazaki, T.; Tateyama, M.; Tatsuoka, F. (2014). Design and construction of geosynthetic-reinforced soil structures for hokkaido high-speed train line. Transportation Geotechnics, 1, pp. 3–20. https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2013.12.001.