ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA ROTURA DE GRANOS POROSOS BAJO CARGAS ALEATORIAS: PROPUESTA DE UN CRITERIO DE ROTURA PROBABILÍSTICO

Experimental study on the breakage of porous grains under random loads: proposal for a probabilistic breakage criterion

Elías Roces^a, Jose Estaire^b, Jesús González-Galindo^a

RESUMEN – Se presenta en este artículo un criterio probabilístico de rotura para los granos de arcilla expandida. La arcilla expandida es un material formado por granos porosos que pueden colapsar bajo presiones de isocompresión. Como criterio de rotura se emplea el propuesto Serrano et al. (2016) para materiales volcánicos colapsables tipo piroclastos que permite considerar roturas de grano para cualquier situación de carga posible, incluyendo isotracción e isocompresión. Este modelo propuesto es un avance sobre otros modelos que consideran situaciones de carga más sencillas. Para validar el modelo se han llevado a rotura más de 1300 granos de arcilla expandida en compresión simple, biaxial y triaxial y en tracción directa, midiendo todas las fuerzas aplicadas en ese proceso de rotura. El modelo propuesto es fácilmente implementable mediante el método de los elementos discretos (MED) que permitirían simular la rotura de materiales con doble porosidad (porosidad interior al grano o intragranular y porosidad intergranular), como arcilla expandida y materiales volcánicos porosos, susceptibles de colapso bajo fuerzas de isocompresión.

ABSTRACT – In this article, a breakage probabilistic criterion for expanded clay grains is presented. Expanded clay is a material formed by porous grains that can collapse under isocompression pressures. The criterion for breaking is that proposed by Serrano et al. (2016) for collapsible volcanic materials such as pyroclasts and allows considering grain breakage for any possible loading situation, including traction and compression. This proposed model is an advance over other models that consider simpler loading situations. To validate the model, more than 1,300 expanded clay grains have been broken in uniaxial, biaxial and triaxial compression (measuring all applied forces). In addition to breaks in direct traction. The proposed model can be easily implemented using the discrete element method (DEM) code and would allow simulating the failure of materials with double porosity (porosity inside the grain and intergranular porosity), which can collapse only with pressure, a situation that occurs in expanded clay fills subjected to loads. of a certain magnitude.

Palabras Clave – arcilla expandida, Weibull, rotura de grano.

Keywords – lightweight expanded clay aggregate, Weibull, grain breakage.

E-mails: earoces@rocesingenieria.es (E. Roces), jose.estaire@cedex.es (J. Estaire), jesus.gonzalezg@upm.es (J. González) ORCID: orcid.org/ 0000-0002-9606-6180 (J. Estaire), orcid.org/ 0000-0003-3371-5865 (J. González)

^a Departamento: Ingeniería y Morfología del Terreno, ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid, España.

^b Laboratorio de Geotecnia, CEDEX, España.

1 – INTRODUCCIÓN

En construcción, en algunas ocasiones, se emplean materiales con una gran porosidad intragranular, como son algunos materiales volcánicos (Conde Palacios, 2013; Serrano, Perucho et al., 2016) o arenas calcáreas de coral (Wang, Jiao et al., 2011; Ma, Zhu et al., 2023). Esta porosidad intragranular, además de disminuir de forma importante la resistencia del material (Lv et al., 2021; Li et al., 2023) puede causar formas de roturas particulares como es el colapso de los granos, incluso cuando están sometidos a isocompresión (entendida como una compresión pura sin desviador de tensiones) (Serrano, 2004; Wong y Baud, 2012). Se entiende por colapso como el cambio en la estructura de un suelo que tiene asociado una disminución importante del volumen cuando se modifican algunas condiciones externas (Uriel y Serrano, 1975), siendo, en este caso, la modificación de las fuerzas aplicadas.

Otro material cuyo uso es bastante habitual en construcción es la arcilla expandida, conocida también como LECA por su acrónimo "Lightweight Expanded Clay Aggregate". La arcilla expandida está formada por granos aproximadamente esféricos con un diámetro medio que habitualmente oscila entre 10 y 20 mm. Los granos tienen un núcleo poroso que les transmite ligereza y una corteza más rígida (Prisco, 2007). Estos tres materiales porosos (materiales volcánicos, arenas calcáreas de coral y arcilla expandida) presentan un comportamiento que puede considerarse semejante en lo relativo a rotura.

En la literatura científica existen numerosos criterios de rotura para todo tipo de materiales. En general, estos criterios se pueden representar en el plano triaxial de Cambridge p-q. Para cargas genéricas (no necesariamente uniaxiales) en discos planos (2D) se han propuesto varios criterios de rotura (Tsoungui et al., 1999; Ben-Nun y Einav, 2010). En geotecnia, el criterio de rotura más habitual es, sin duda, el de Mohr-Coulomb, que se emplea como criterio de rotura al corte en suelos. Para la rotura al corte de materiales granulares (que pueden entenderse como agregados de granos o partículas) a veces se emplean criterios no lineales como el propuesto para escolleras (Pinto, 1983) o criterios exponenciales (Lade, 2016) empleado habitualmente, por ejemplo, para balasto (Estaire y Santana, 2018). En cuanto a los criterios para la rotura de granos, se han empleado tanto criterios no lineales (Russell y Wood, 2009) como otros lineales como el basado en la tensión tangencial octaédrica que, en el plano triaxial p-q, queda representado como una recta paralela al eje p, (McDowell et al., 2013; Roces-Alonso et al., 2021) por lo que además de no poder representar el colapso del material a isocompresión, asume que la resistencia a compresión simple del material es idéntica a la resistencia a tracción, situación que no se corresponde con el comportamiento mecánico de los materiales térreos.

Para poder explicar una rotura bajo cualquier tipo de carga en materiales colapsables, los criterios de rotura representados en el plano triaxial p-q deben formar una superficie cerrada sobre el eje de tensiones isotrópicas (p), para poder modelizar correctamente el colapso del material bajo una tensión de isocompresión. En este sentido, Serrano propuso dos modelos: uno teórico basado en consideraciones energéticas (Serrano, 2004; Conde Palacios, 2013) y otro experimental basado en los resultados obtenidos en una campaña de ensayos sobre piroclastos canarios (Serrano et al. 2016). También se podría pensar en emplear como criterio de rotura una superficie elíptica, como la superficie de fluencia del modelo Cam-Clay modificado (Wood, 1990). En la Figura 1 se presentan, en el plano triaxial p-q, de forma esquemática el criterio de Mohr-Coulomb, el basado en la tensión tangencial octaédrica y el criterio de Serrano et al. (2016).

Otro aspecto que se debe tener en cuenta es que la resistencia a rotura de los granos no es un valor determinista, sino que varía de forma sensible. Lo más habitual es ajustar las resistencias obtenidas en los ensayos con una función de probabilidad de Weibull, como aparece recogido tanto en numerosos artículos científicos como en varias normas como, por ejemplo: EN ISO 20501 (AENOR, 2022) o ASTM C1239-13 (ASTM, 2018). Por todo ello un criterio de rotura general válido para los granos de arcilla expandida debe ser capaz de explicar el colapso de los granos y la variación en los resultados obtenidos para los distintos granos.

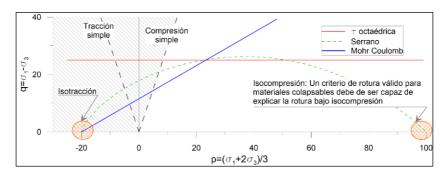


Fig. 1 – Representación esquemática (sin unidades) de los siguientes criterios de rotura: el basado en la tensión tangencial octaédrica (τ_{oct}); Mohr Coulomb y Serrano et al. (2016). Se han sombreado en naranja los puntos de isotracción e isocompresión.

Para establecer un nuevo modelo de rotura, se han realizado ensayos que han permitido ajustar y modificar el criterio de Serrano (2016). Para ello se han llevado a rotura más de 1300 granos de arcilla expandida aplicando fuerzas controladas en 2, 4 y 6 contactos, además de realizar rotura de granos a tracción directa. Sólo se han podido aplicar fuerzas en esos números de contactos (2, 4 y 6) debido a las limitaciones de los equipos de ensayo empleados en el estudio. Estos resultados se ajustan al modelo enunciado inicialmente para piroclásticos volcánicos por Serrano et al. (2016), pero realizando una interpretación estocástica del mismo y no determinista, como fue formulado originalmente.

2 - MATERIALES

El grano de arcilla expandida tiene una composición heterogénea, estando compuesto por una cáscara exterior rígida clinkerizada que le aporta resistencia y un núcleo poroso que le aporta la ligereza característica al material. En el esquema de la Figura 2 se puede ver claramente la diferencia entre el núcleo y la cáscara.

Parte de los huecos del núcleo son accesibles al agua (por lo que pueden llegar a saturarse con agua) mientras que otra parte son huecos cerrados y, por tanto, inaccesibles al agua.

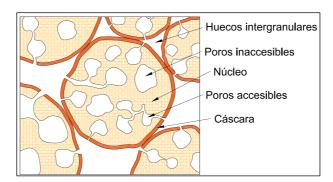


Fig. 2 – Representación de la porosidad intergranular e intragranular (formada por poros accesibles e inaccesibles) de un agregado de granos de arcilla expandida.

Aunque en el mercado existen materiales con numerosas granulometrías, cada una con unas propiedades y pensada para una aplicación concreta, en geotecnia se utiliza habitualmente la arcilla expandida con granulometría 10/20, reservándose otras granulometrías mejor graduadas, como puede ser la 0/32, para situaciones en que el relleno ligero pueda sufrir mayores cargas. Los granos habitualmente son más o menos esféricos, según se ha podido verificar en esta campaña de ensayos.

De los ensayos realizados en el CEDEX (Roces-Alonso et al., 2021) mediante picnómetro de agua y por el método geométrico (midiendo granos con calibre y obteniendo un volumen equivalente) se deduce que la densidad del grano seco en estufa es de 5,8 kN/m³ independientemente del diámetro del grano por lo que las partículas de arcilla expandida flotan en agua. Por otro lado, el peso específico mínimo del agregado (entendido como conjunto de granos) calculado según la norma UNE 103 105 (1993), varía entre 3,3 y 3,5 kN/m³, cuando los granos se han secado totalmente y de forma previa en estufa.

La arcilla expandida empleada para estos ensayos fue fabricada por la empresa LECA Portugal S.A. en su fábrica de Avelar (Portugal) y ensayada en el Laboratorio de Geotecnia del CEDEX en Madrid.

3 – MÉTODOS DE ENSAYO

Para la realización de este trabajo, se llevaron a cabo ensayos de rotura a compresión simple, compresión biaxial, compresión triaxial y tracción directa de granos individuales de arcilla expandida. Todos los ensayos se realizaron con los granos secos, tras estar en estufa durante 24 horas a 105°C.

Antes de realizar cada uno de los ensayos de rotura se midieron, con un calibre de precisión 0,01 mm, tres diámetros, lo más perpendiculares posible entre sí, de cada uno de los granos: el diámetro mayor, el perpendicular menor y un tercero ortogonal a los otros dos y se obtuvo el diámetro medio como la media aritmética de los tres diámetros medidos. Se pudo comprobar visualmente que los granos se rompieron en posiciones aparentemente aleatorias independientemente de la orientación de sus diámetros mayor, intermedio o menor en relación con la posición de los puntos de aplicación de la carga. Por otra parte, se consideró que los granos eran casi esféricos y que todas las fuerzas aplicadas fueron normales a la superficie del grano. A continuación, se describen los cuatro tipos de ensayos realizados en este trabajo.

3.1 – Resistencia a la rotura a compresión simple

La resistencia a compresión simple se determinó empleando un equipo de carga puntual ("Point Load Test", PLT, en inglés) de acuerdo con la norma ASTM D5731-16 (Figura 3a). En este caso, la fuerza vertical aplicada por el equipo del PLT era la que provocaba la rotura del grano, la cual se registró durante todo el ensayo. El cálculo de las tensiones en el grano se realiza según la formulación desarrollada en § 4.1 –

3.2 - Resistencia a la rotura a compresión biaxial

Para llevar a cabo los ensayos de rotura a compresión biaxial, se añadió al aparato PLT un equipo específico, consistente en una prensa y un anillo dinamométrico colocados horizontalmente, que permitía aplicar una fuerza horizontal al grano a través de superficies planas y su medición a lo largo de todo el ensayo, según se muestra en la Figura 3b. Se hicieron ensayos en los que se aplicaron primeramente fuerzas horizontales de 50, 100 y 150 N, con el equipo específico, y posteriormente se aplicó, con el equipo del PLT, una fuerza vertical creciente hasta alcanzar la rotura, (Roces-Alonso et al., 2021) como se recoge en la Tabla 1.

3.3 - Resistencia a la rotura a compresión triaxial axilsimétrica

Para realizar los ensayos de rotura a compresión triaxial, las cuales presentaban simetría axil, se construyó un útil específico para este trabajo capaz de aplicar fuerza en tres ejes perpendiculares entre sí a un grano, como se muestra en la Figura 3c. El procedimiento de ensayo consistía en que en uno de los ejes horizontales se aplicaba una fuerza conocida mediante un anillo dinamométrico

que se bloqueaba mediante una tuerca, para repetir el proceso en el otro eje horizontal y terminar aplicando una fuerza creciente en el eje vertical hasta producir la rotura del grano. De esta forma, en función del orden de aplicación de las cargas hasta llegar a rotura, se pueden inducir distintas trayectorias de tensiones en el grano, como se muestra en la Tabla 1 donde se recogen las seis trayectorias de tensiones triaxiales empleadas en este trabajo.

Por otra parte, en la cuantificación de las fuerzas, una vez bloqueadas mediante las tuercas correspondientes, no se ha considerado un posible aumento de dicha fuerza por efecto Poisson, al aplicar las cargas subsiguientes. Sin embargo, aunque este aumento en la fuerza aplicada no ha podido ser medido, dado el tipo de equipo empleado, se considera que no tiene un valor significativo, (del orden de magnitud del margen de error de medida de los aparatos utilizados) que pueda poner en cuestión la validez de los resultados.

3.4 – Resistencia a la rotura a isocompresión triaxial

Para realizar los ensayos de rotura a isocompresión triaxial, se utilizó el mismo útil que el usado para los ensayos de compresión triaxial axilsimétrica. Sin embargo, realmente la fuerza de rotura sólo se alcanza en uno de los ejes, siendo ligeramente inferior en los otros tres, por lo que este mecanismo de rotura no puede considerarse como "isocompresión triaxial pura", aunque las tensiones desviadoras son muy pequeñas en el momento de rotura.

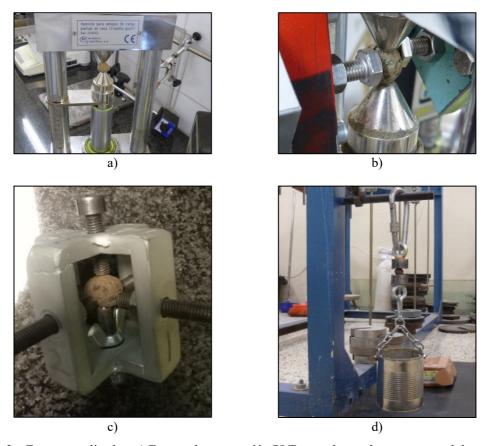


Fig. 3 – Ensayos realizados: a) Ensayo de compresión PLT para obtener la carga puntual de rotura; b) Ensayo de carga biaxial, aplicada con el PLT y un anillo dinamométrico; c) Aparato empleado para aplicar cargas triaxiales, fijando las presiones mediante tuercas; d) Ensayo de tracción directa.

3.5 – Resistencia a la rotura a tracción directa

Para realizar los ensayos de rotura a tracción directa, se procedió a pegar con resina epoxi granos individuales en unas piezas metálicas, equipadas con argollas, situadas en diámetros opuestos, de forma similar a los ensayos de tracción en lechadas realizados por (García Wolfrum, 2005). Una vez la resina hacía efecto, el grano se colgaba de una de las piezas metálicas a un bastidor metálico, mientras que en la otra pieza se colgaba un bote que se fue cargando con bolas de rodamiento hasta alcanzar la rotura (Figura 3d). Una vez alcanzada la rotura se pesó la cabeza inferior, y el bote con las bolas de los rodamientos, pudiendo determinar de esta forma la fuerza de tracción de rotura del grano.

Tabla 1 – Características de los ensayos realizados.

Tipo ensayo	Número de trayectoria	Paso	Fuerzas ortogonales aplicadas (1)			Número	d (mm) (2)
			F ₁ (N)	F ₂ (N)	F ₃ (N)	de granos ensayados	(5%/ media/ 95%)
Compresión simple	1	1	Fr	0	0	466	12,2/ 15,1/ 18,9
Compresión biaxial	1	1	50	0	0	150	12,9/ 16,2/ 19,1
		2	50	Fr	0		
	2	1	100	0	0	157	13,2/ 16,4/ 18,9
		2	100	Fr	0		
	3	1	150	0	0	115	12,7/ 15,9/ 19,3
		2	150	Fr	0		
Compresión triaxial	1	1	50	0	0	30	14,5/ 15,6/ 16,9
		2	50	125	0		
		3	50	125	Fr		
	2	1	50	0	0	30	16,0/ 17,6/ 19,5
		2	50	150	0		
		3	50	150	Fr		
	3	1	100	0	0	90	13,2/ 15,6/ 18,9
		2	100	100	0		
		3	100	100	Fr		
	4	1	125	0	0	30	14,4/ 15,7/ 16,9
		2	125	125	0		
		3	125	125	Fr		
	5	1	150	0	0	60	16,1/ 17,5/ 19,4
		2	150	150	0		
		3	150	150	Fr		
	6	1	235	0	0	20	15,8/ 16,6/ 17,6
		2	235	235	0		
		3	235	235	235		
		4	470	235	235		
		5	470	470	235		
		6	470	470	470		
		7	705	470	470		
		8	705	705	470		
		9	705	705	Fr		
Isocompresión triaxial	1	1	235	0	0	43	12,7/ 16,2/ 19,8
		2	235	235	0		
		3	235	235	235		
		4	Fr	Fr	Fr ⁽³⁾		
Tracción directa	1	1	-Fr	0	0	112	12,7/ 16,2/ 19,8
Total						1303	12,5/ 16,0/ 19,1

Nota (1): Fr indica que se aumenta la carga hasta alcanzar la fuerza de rotura del grano

Nota (2): d (mm) (5%/ media/ 95%): indica percentil 5% del diámetro medio del grano, la media y el percentil 95%

3.6 - Resumen de ensayos realizados

En la Tabla 1 se muestra un resumen con todos los ensayos incluidos en este trabajo, indicando, para las diferentes tipologías de ensayo, tanto la trayectoria de tensiones utilizada como el número de granos ensayados. En total se han ensayado 1303 granos, llevados a rotura a través de 12 trayectorias de tensiones diferentes. En los ensayos de rotura a compresión biaxial y triaxial, se muestra el orden secuencial en el que se han ido aplicando las fuerzas hasta alcanzar la rotura, a la que se llegó mediante la aplicación de la denominada «fuerza de rotura (Fr)». Se han incluido también, los valores del diámetro de los granos, haciendo referencia al percentil 5% del diámetro medio del grano, la media y el percentil 95%.

Se ensayaron un mínimo de 20 granos para cada trayectoria de tensiones, según se muestra en la tabla siguiente, para disponer de un número suficiente de datos que permita considerar el estudio estadístico posterior, como significativo.

4— RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1 - Tensor de tensiones generadas por las fuerzas aplicadas al grano

A partir de las fuerzas aplicadas al grano, el estado tensional del grano se puede representar mediante el tensor de tensiones, siendo la expresión más habitual la que se muestra en la ecuación 1 (Weber, 1966; Rothenburg, 1981), donde σ_{ij} son las componentes del tensor de tensiones, V es el volumen del grano, N_c el número de fuerzas de contacto, $x_i^{(c)}$ y $x_i^{(p)}$ son las posiciones del centro del grano (c) y del contacto de la fuerza (p), respectivamente, mientras que $F_j^{(c,p)}$ es la fuerza aplicada en el contacto.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{N_c} (x_i^{(c)} - x_i^{(p)}) F_j^{(c,p)}$$
(1)

Para el caso de un grano esférico con diámetro d bajo condiciones de carga triaxial, en el que se aplican una pareja de fuerzas verticales de igual magnitud y sentido opuesto (F_v) y dos parejas de fuerzas horizontales F_{h1} y F_{h2} , todas ellas perpendiculares entre sí, el primer componente del tensor de tensiones sería el siguiente:

$$\sigma_{11} = \frac{1}{4/3 \pi (d/2)^3} \left[(d/2 F_v) + (d/2 F_v) \right] = \frac{6F_v}{\pi d^2} = \sigma_1$$
 (2)

De la misma manera se puede obtener el valor de σ_{22} y de σ_{33} , siendo nulas las restantes componentes del tensor, según se muestra en la ecuación 3, en la que el tensor se ha representado en su forma matricial. En todo el artículo se consideran las compresiones como positivas y las tracciones como negativas.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{6F_v}{\pi d^2} & 0 & 0\\ 0 & \frac{6F_{h1}}{\pi d^2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{6F_{h2}}{\pi d^2} \end{bmatrix} = \frac{6}{\pi d^2} \begin{bmatrix} F_v & 0 & 0\\ 0 & F_{h1} & 0\\ 0 & 0 & F_{h2} \end{bmatrix}$$
(3)

Como en todo tensor, se pueden definir una serie de invariantes; en este artículo se utilizarán los invariantes I_1 , I_2 y I_2 :

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{4}$$

Dado que las componentes diagonales $(\sigma_{12}, \sigma_{13} \ y \ \sigma_{23})$ son iguales a $0, \sigma_{11} = \sigma_1, \sigma_{11} = \sigma_1 \ y \ \sigma_{11} = \sigma_1$:

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3 \tag{5}$$

$$J_2 = \frac{I_1^2}{3} - I_2 \tag{6}$$

A partir de los invariantes, se pueden definir los parámetros de Cambridge p y q, siendo p la tensión isotrópica y q la tensión desviadora, como se indica en la ecuación 7.

$$p = \frac{I_1}{3}$$
; $q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$ (7)

4.2 – Trayectoria de tensiones utilizadas en los ensayos

Conocidos los valores de p y q a lo largo de los diferentes ensayos de rotura de grano, se puede representar su evolución, sobre el plano triaxial p-q, obteniéndose la trayectoria de tensiones aplicadas en el ensayo. En la Figura 4 se muestran de forma esquemática las trayectorias de tensiones de la Tabla 1. Las trayectorias de tensiones representadas son las seguidas por un conjunto de granos de igual diámetro; hay que tener en cuenta que, en la realidad, la tensión en el grano y, por tanto, la trayectoria de tensiones depende tanto de las fuerzas aplicadas como del diámetro del grano.

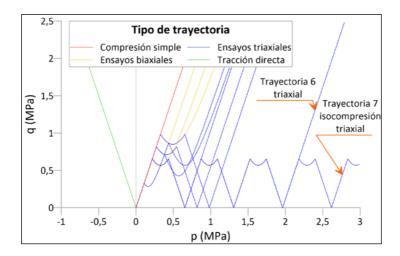


Fig. 4 – Representación, en el plano triaxial p-q, de las trayectorias de tensiones utilizadas en los ensayos para granos de igual diámetro

Como se verá más adelante, el análisis de las trayectorias de tensiones durante los ensayos servirá para determinar las características geométricas que debe cumplir un criterio de rotura para representar adecuadamente las tensiones de rotura de los granos de arcilla expandida.

4.3 – Descripción de resultados experimentales

4.3.1 – Representación de los resultados

En la Fig. se han representado en el plano triaxial p-q, los puntos que indican las tensiones de rotura de todos los granos ensayados, en función de su diámetro, utilizando una gama de colores para su diferenciación. Asimismo, se han indicado unas zonas en las que se agrupan los granos rotos en función de la trayectoria de tensiones aplicada en su rotura, según se mostró en la Tabla 1 y en la Figura 4. Los puntos de rotura se agrupan en bandas y no en líneas rectas, porque según se comentó anteriormente, la trayectoria de tensiones depende de los diámetros de los granos que, aunque similares, no son idénticos entre sí.

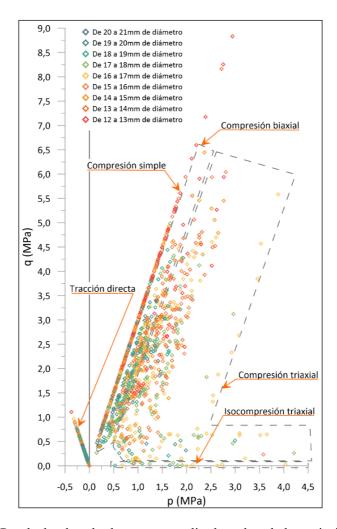


Fig. 5 – Resultados de todos los ensayos realizados sobre el plano triaxial p-q.

Dado que en la Figura 5 es imposible detectar a simple vista ningún patrón de comportamiento, se ha elaborado la Figura 6, en la que se representan las funciones de distribución de probabilidad del valor de la tensión de rotura, obtenida como cociente de la fuerza de rotura (Fr) y el cuadrado del diámetro medio del grano, para los ensayos de compresión simple (Figura 6a) y tracción directa (Figura 6b) y alguno de los ensayos de compresión biaxial (Figura 6 y Figura 6d) y de compresión triaxial (Figura 6 y Figura 6f), todos ellos en función de diferentes rangos de tamaños de grano.

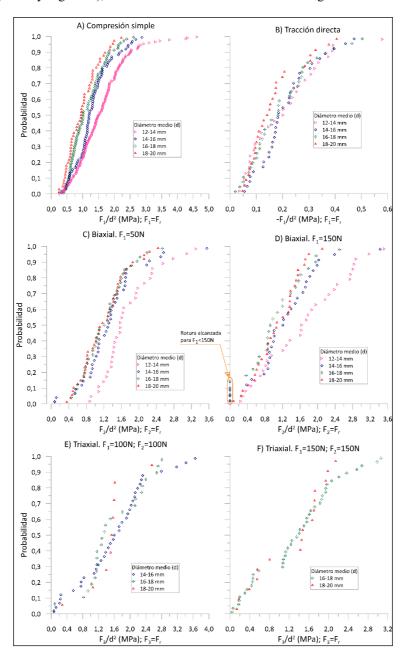


Fig. 6 – Funciones de distribución de probabilidad del valor de la tensión de rotura, para ensayos de compresión simple, tracción directa, compresión biaxial y compresión triaxial.

El análisis de la figura anterior permite deducir que la resistencia de los granos (Figuras 6a, 6c y 6d), independientemente de la trayectoria de tensiones seguida en el proceso de rotura, es mayor cuanto menor es el diámetro de los granos, aunque en algunos de los casos esta tendencia es menos clara (Figuras 6b, 6e y 6f), por el escaso número de granos ensayados.

4.3.2 – Relación entre compresión simple y tracción directa

Otro aspecto a considerar es la relación numérica que pudiera existir entra la resistencia a compresión simple y a tracción directa de los granos de arcilla expandida. Teniendo en cuenta que las resistencias de los granos son funciones estadísticas y no valores deterministas, dicha relación numérica deberá ser un factor de proporcionalidad que haga iguales o semejantes las funciones de distribución, no una relación entre dos valores fijos.

Para determinar dicho factor, en la Figura 7 se muestra la comparación entre las funciones de distribución de la resistencia a compresión simple (mostrada en la Figura 6a y la resistencia a tracción directa (mostrada en la Figura 6b) multiplicada ésta por un factor de 6. De esta forma, se puede ver que aproximadamente las funciones de distribución coinciden y con ello se podría estimar que la resistencia a tracción directa de los granos de arcilla expandida es $1/6 (\approx 17\%)$ de la resistencia a compresión simple, aunque para el caso de la fracción granulométrica de 12 a 14 mm el ajuste es peor.

El valor del factor de proporcionalidad que se obtiene en este trabajo va en línea con los resultados habituales para rocas (en general obtenidos como una relación determinista entre dos valores medios); por ejemplo, en la recopilación de datos realizada por Perras y Diederichs (2014) para numerosas rocas, el factor varía entre 4% para granitos y 25% para esquistos, con un valor medio del 10%.

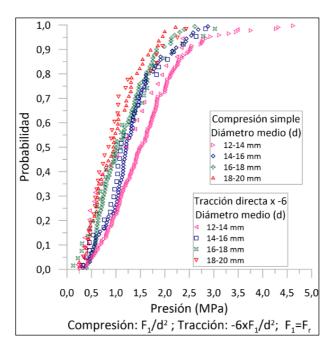


Fig. 7 – Comparación de las funciones de distribución de probabilidad de la tensión de rotura de los ensayos a compresión simple y tracción directa (multiplicada por un factor de 6).

5 – RESULTADOS DE LA MODELIZACIÓN

Este apartado se divide en cuatro apartados: en el primero, en base a los resultados obtenidos de los ensayos, se explica de forma cualitativa las características que debe cumplir un criterio de rotura válido para los granos de arcilla expandida; en el segundo se explica y formula el criterio de rotura a emplear; en el tercero se explica la aplicación de la estadística de Weibull a los criterios de rotura, y en el cuarto se ajusta el modelo de rotura propuesto a los datos reales.

5.1 – Aspectos cualitativos del criterio de rotura

En este apartado, se explican de forma cualitativa las condiciones que debería cumplir un criterio de rotura de granos de arcilla expandida para que se pudiera considerar que modeliza adecuadamente los resultados obtenidos en los ensayos de este trabajo. Para aclarar los conceptos y las ideas básicas se han preparado unas figuras esquemáticas, con datos idealizados basados en los resultados reales de los ensayos.

En primer lugar, si fuese posible disponer de una familia de granos totalmente idénticos, desde un punto de vista geométrico y mecánico (es decir, que tuviesen exactamente el mismo diámetro y la misma resistencia), y se ensayaran diferentes granos de esa familia utilizando las distintas trayectorias de tensiones recogidas en la Figura 8, se obtendría un punto de rotura para cada trayectoria. En ese caso, se tendrían 12 puntos de rotura para las 12 trayectorias ensayadas, los cuales se pueden representar en el plano triaxial p-q. Uniendo esos puntos de rotura, se dispondría de una curva que sería la representación gráfica del criterio de rotura para esa familia de granos totalmente idénticos, como se puede ver en la Figura 8.

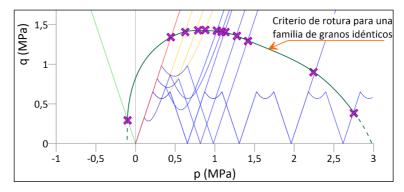


Fig. 8 – Criterio de rotura para una hipotética familia de granos idénticos.

Otras dos características que el criterio de rotura debería cumplir son:

- i. Su curva representativa no debe cortar la trayectoria de tensiones seguida por ninguno de los granos ensayados en ningún punto previo al punto en que se alcanza la rotura. Esto es así porque la rotura del grano se debe alcanzar en el punto en el que la trayectoria de tensiones seguida y el criterio de rotura se cortan. En la Figura 9 se muestra un criterio de rotura que sería válido y uno que no sería válido por cortar la trayectoria de tensiones seguida por un grano antes de alcanzar la rotura (zona marcada en amarillo en la figura).
- ii. Las curvas representativas del criterio de rotura de dos familias diferentes, formadas por granos totalmente idénticos entre sí dentro de cada familia, pero diferentes a los de la otra familia, deberían tener formas geométricas similares y no se deberían cortar. La curva representativa de la familia más resistente debería englobar a la curva representativa de la familia menos resistente, como se ha esquematizado en la Figura 10.

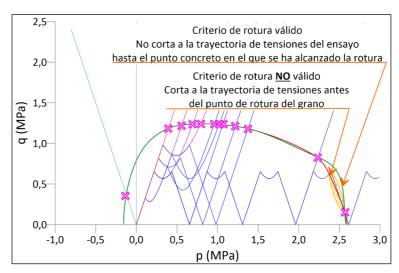


Fig. 9 – Validez de los criterios de rotura en función de su corte con trayectoria de tensiones en puntos anteriores a la rotura del grano.

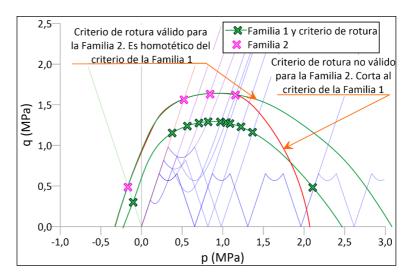
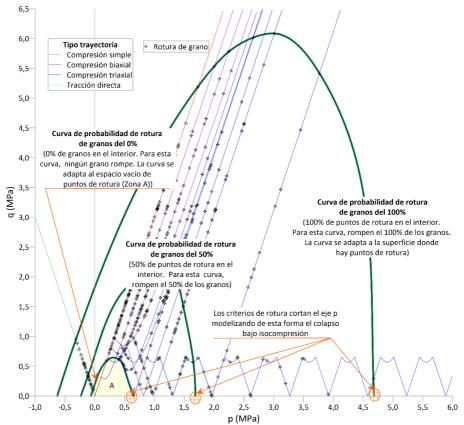


Fig. 10 – Validez de criterios de rotura para dos familias diferentes de granos totalmente idénticos entre sí.

Una vez vistas las características generales que deben cumplir las curvas representativas de los criterios de rotura, a continuación, se utilizan los resultados obtenidos para determinar, mediante un razonamiento cualitativo, la forma que deberían adoptar las curvas representativas de los criterios de rotura y las condiciones adicionales que deberían cumplir. Para ello, se ha elaborado la Figura 11 en la que se han representado las doce trayectorias de tensiones de la Tabla 1, asumiendo que todos los granos tienen un mismo diámetro, pero diferente resistencia. Las cruces representan las tensiones para las que rompieron los diferentes granos (los puntos representados se basan en los resultados reales de los ensayos, pero han sido idealizados, añadiendo, borrando y moviendo puntos para facilitar la explicación).



Nota: Se han representado los puntos de rotura, las trayectorias de tensiones y tres superficies del criterio de rotura

Fig. 11 – Representación esquemática de las condiciones que debe cumplir un criterio de rotura válido para los granos de arcilla expandida.

Observando la figura se puede deducir que las curvas representativas del criterio de rotura deben cumplir, al menos, los siguientes aspectos adicionales:

- La curva de probabilidad de rotura de granos del 0% (o un valor muy pequeño similar) debe tener la forma aproximada que se obtiene al delimitar el espacio vacío de puntos de rotura que aparece en la zona del origen de coordenadas (Zona A en la Figura 10), de tal manera que ningún punto de rotura quede en el interior de dicha curva.
- La curva de probabilidad de rotura de granos del 100% (o un valor grande muy similar) debe tener la forma aproximada que se obtiene al unir los granos más resistentes para cada una de las trayectorias de tensiones utilizadas en los ensayos, de tal manera que todos los puntos de rotura queden en el interior de dicha curva.
- Se puede comprobar que las curvas de probabilidad de rotura de granos del 0 y 100% tienen una forma similar, como debe ocurrir a dos curvas procedentes de un mismo criterio de rotura matemático.
- Las dos curvas correspondientes a la probabilidad de rotura de granos de 0 y 100% se deben considerar las dos curvas extremas del criterio de rotura, por lo que el resto de las curvas representativas de probabilidades intermedias deben tener una forma similar y situarse entre ambas.

- Adicionalmente se debería cumplir que, para cualquier trayectoria de tensiones, el porcentaje de granos que quedan dentro de la curva del criterio de rotura debería ser el mismo. Así, por ejemplo, la curva con probabilidad de rotura de granos del 50% debería englobar en su interior el 50% de los granos que se han roto a tracción directa, a compresión simple, a compresión biaxial o a compresión triaxial. Esta curva del 50% de probabilidad se ha dibujado en la Figura 11 y también tiene una forma semejante a las curvas de probabilidad de rotura del 0 y 100%.
- De igual modo, si se selecciona un número aleatorio de granos (de entre todos los granos ensayados con cualquier trayectoria de tensiones), la curva con probabilidad de rotura de granos del 50% deberá englobar en su interior el 50% de los granos ensayados. Esta característica deberá cumplirse para cualquier conjunto aleatorio de granos seleccionados que sea estadísticamente significativo.
- Por último, se ha comprobado que los granos también pueden romper por colapso a isocompresión, es decir en situaciones tensionales en las que la tensión desviadora es nula o tiene un valor muy pequeño (q=0). La modelización correcta de estas situaciones tensionales implica que las curvas del criterio de rotura debe ser curvas cóncavas respecto al eje horizontal p, representativo de la tensión isotrópica.

Teniendo en cuenta lo anterior, se podrían considerar como criterios de rotura válidos las superficies de flujo plástico del modelo Cam-Clay (Wood, 1990) o del modelo Cam-Clay modificado (Wood, 1990) o cualquier otro modelo basado en dichas superficies como el modelo de rotura para piroclastos colapsables, desarrollado por (Serrano et al., 2016). Por el contrario, criterios como el de Mohr Coulomb o criterios parabólicos o logarítmicos, como los empleados para modelizar la resistencia al corte de medios granulares, no son capaces de explicar la rotura de granos a isocompresión, por lo que deben descartarse para este trabajo.

Por último, hay que tener en cuenta que todo lo explicado en este apartado se ha realizado suponiendo familias de granos idénticos. Sin embargo, dado que es imposible disponer de familias de granos idénticos, para obtener un criterio de rotura válido para situaciones reales se debe recurrir a procedimientos probabilísticos que transformen los criterios deterministas en criterios probabilísticos que tengan en cuenta la dispersión de resultados que se obtiene en los ensayos.

5.2 – Criterio de rotura a utilizar

Serrano y sus colaboradores propusieron dos criterios para piroclastos volcánicos ligeros: un primer criterio de carácter teórico, basado en principios energéticos (Serrano, 2004; Conde Palacios, 2013) que puede considerarse como una generalización de la superficie de fluencia del modelo Cam-Clay modificado, interpretada como criterio de rotura; y un segundo criterio de carácter empírico (Serrano et al., 2016), basado en una expresión matemática, inspirada en la expresión del del modelo de Cam-Clay modificado, capaz de ajustar un conjunto de resultados experimentales obtenidos en laboratorio. La formulación de este último criterio es la que se empleará en este artículo como criterio de rotura para los granos de arcilla expandida.

El criterio de rotura considera dos valores de resistencia del material: las resistencias a isocompresión (p_0) y a isotracción (t) del grano; e incorpora dos parámetros de ajuste: M_i y λ , donde ' M_i ' representa la pendiente inicial de la curva y λ es un parámetro de forma. La formulación propuesta por Serrano et al. (2016) es la siguiente:

$$q = M_i \cdot (p+t) \cdot \left(1 - \frac{p+t}{p_0 + t}\right)^{\lambda} \tag{8}$$

En la Figura 12 se muestran diferentes curvas representativas del criterio de rotura en las que se puede ver la influencia de los dos valores de resistencia del material (las resistencias a isocompresión (p_0) y a isotracción (t) del grano) y de los parámetros de ajuste (M_i, y, λ) , en la forma de las curvas.

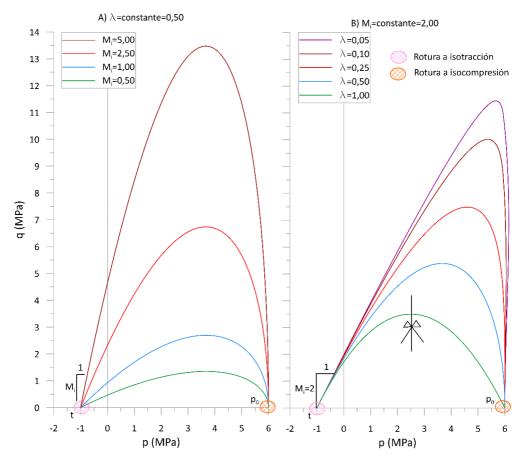


Fig. 12 – Representación de varias familias de curvas representativas del criterio de rotura seleccionado, para $p_0 = 6$ MPa y t = 1 MPa: a) Curvas para $\lambda = 0.50$, con variación de M_i ; b) Curvas para $M_i = 2.0$, con variación de λ .

El análisis de las curvas representadas en la Figura 12 permite realizar los siguientes comentarios:

- Los puntos de corte de todas las curvas con el eje p, (puntos de rotura con q=0), coinciden con los valores de t=-1 MPa y $p_0=6$ MPa, fijados intencionadamente para esta figura.
- Las curvas quedan desplazadas, respecto del origen de coordenadas, un valor igual a la resistencia a isotracción (t).
- La forma de las curvas queda determinada por los parámetros de ajuste del criterio (M_i, y, λ) :
 - La pendiente inicial de la curva queda fijada por el valor de M_i , por lo que, a mayor valor de M_i , la curva presenta más pendiente en su inicio, como se aprecia en la Figura 12a; por el contrario, cuando M_i se mantiene constante todas las curvas comienzan con la misma pendiente, como se aprecia en la Figura 12b.

 Cuando λ = 1, la curva tiene simetría vertical, como se ha señalado en la Figura 12b, mientras que a medida que su valor va disminuyendo, tiende a perder la simetría y a inclinarse hacia valores crecientes de p.

Por otro lado, un paso adicional que se puede dar en la definición del criterio de rotura es asumir que existe un factor de proporcionalidad entre las resistencias a isocompresión e isotracción de los granos de arcilla expandida, de tal forma que $t=p_0\cdot\xi$, donde ξ es dicho factor de proporcionalidad, el cual se debe determinar en cada caso. A modo de ejemplo, para el caso de la Figura 12, el factor de proporcionalidad sería 0,1, ya que $\xi=t/p_0=1$ MPa/6 MPa=1/6.

Esta relación entre resistencia a isotracción e isocompresión es similar conceptualmente a las relaciones existentes en la bibliografía entre la resistencia a compresión simple y la tracción directa para numerosos materiales rocosos como, por ejemplo, la recopilación de datos experimentales llevada a cabo por Perras y Diederichs (2014). A priori, se podría considerar que los factores de proporcionalidad entre resistencia a isotracción e isocompresión (de los cuales no se han encontrado datos experimentales en la bibliografía) podrían ser del mismo orden de magnitud que los factores de proporcionalidad entre compresión simple y tracción directa.

Con estas consideraciones adicionales, la ecuación 8 incluiría el factor de proporcionalidad ξ y tendría la siguiente expresión.

$$q = M_i \cdot (p + p_0 \cdot \xi) \cdot \left(1 - \frac{p + p_0 \cdot \xi}{p_0 \cdot (1 + \xi)}\right)^{\lambda} \tag{9}$$

5.3 – Criterio de rotura probabilístico propuesto en este trabajo

El criterio de Serrano comentado en el punto anterior se formuló originalmente de forma determinista lo que implica asumir que los valores de resistencia de los materiales $(t; p_0)$ son constantes. Como ya se ha comentado, para el caso de la arcilla expandida al igual que para otros muchos materiales esto no es así y lo más habitual es asumir que la resistencia de los granos sigue un criterio de rotura estadístico basado en la probabilidad de Weibull. En este caso se asume que los parámetros de la ecuación 9 son todos constantes $(M_i; \xi; \lambda)$, mientras que el valor de p_0 es un valor que sigue una función de distribución de Weibull. Como se ha asumido que las resistencias a isocompresión (p_0) e isotracción (t) son proporcionales según el factor de proporcionalidad ξ , la resistencia a isotracción (t) también seguiría una función de distribución de Weibull.

Adicionalmente, con el fin de tener en cuenta que la resistencia de los granos tiende a disminuir a medida que aumenta su tamaño, en la función de distribución de probabilidad de Weibull, el valor de p_0 se ha hecho depender del volumen del grano, por analogía con la propuesta de probabilidad de supervivencia bajo cargas de fluencia realizada por Kwok y Bolton (2013). De esta forma, la probabilidad de fallo de un grano a isocompresión que se muestra en la ecuación 10 depende de p_0 y del volumen del grano:

$$P_f = 1 - exp\left[-\left(\frac{V}{V_0}\right) \cdot \left(\frac{p_0}{\beta}\right)^m\right] \tag{10}$$

donde: P_f es la probabilidad de fallo de un grano, V es el volumen del grano, m es el parámetro de forma de la distribución, β es un parámetro de escala con unidades de tensión y V_0 es un volumen de referencia para adimensionalizar la expresión. Este volumen de referencia corresponde al volumen del percentil 63,21% de los granos que rompen para una tensión β (McDowell y Amon,

2000). De forma análoga, para el caso de granos con volumen $V = V_0$, el valor de β corresponde con aquella tensión que tiene una probabilidad de fallo del grano a isocompresión del 63,21%.

A partir de la ecuación 10, se puede obtener la expresión de la distribución de la presión de rotura a isocompresión (p_0) en función de los distintos parámetros del modelo y de la probabilidad de rotura (P_f) :

$$p_0 = \beta \cdot \left[-\frac{V_0}{V} \cdot \ln(1 - P_f) \right]^{1/m} \tag{11}$$

Por tanto, el criterio de rotura propuesto es el mostrado en la ecuación 9, en el que el valor de la resistencia a isocompresión (p_0) sigue una distribución de probabilidad de Weibull como la mostrada en la ecuación 11.

En la Figura 13 se muestran diferentes curvas representativas de la función de distribución de Weibull, para el caso de $V = V_0$. En la Figura 13a, en la que se ha considerado $\beta = constante = 3$ MPa, se puede ver que, para la probabilidad de rotura de 63,21%, todas las curvas tienen un valor de $p_0 = \beta = 3$ MPa. Por su parte, en la Figura 13b, se han representado curvas en las que m = constante = 2,5, donde puede verse que, para la probabilidad de rotura de 63,21%, $p_0 = \beta$ para cada curva.

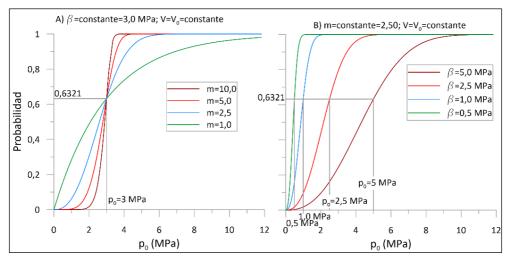


Fig. 13 – Curvas representativas de la función de distribución de probabilidad de Weibull.

5.4 – Modelización de los resultados

En este apartado, se utiliza el criterio de rotura propuesto en el apartado anterior para modelizar los resultados experimentales disponibles. El ajuste se ha realizado mediante una minimización de los errores cuadráticos al comparar los resultados del criterio de rotura, definido mediante las ecuaciones 9 y 11, y los resultados obtenidos en los ensayos. El ajuste se realizó mediante hoja de cálculo comercial de la siguiente forma:

• Para cada una de las 12 trayectorias de tensiones se ordenaron, de menor a mayor, los resultados de la tensión de rotura en términos (p-q) y se seleccionó la tensión de rotura de una serie de 21 percentiles (entre 0% y 100%, con escalones de 5%). Esto dio lugar a 21 grupos con 12 valores de tensiones cada uno.

- Con cada uno de esos 21 grupos de valores, se ajustaron, mediante mínimos cuadrados, los parámetros de la ecuación 9 con lo que se obtuvieron 21 cuartetos de valores ξ , M_i , λ y p_0 .
- Como se observó que, en los 21 cuartetos, el valor del factor de proporcionalidad (ξ) y los parámetros M_i y λ eran muy similares, se tomó el valor medio de dichos parámetros como representativo y se repitió el paso anterior con esos tres valores fijos, variando únicamente el valor de p₀. De esta forma se obtuvieron 21 valores para la tensión de isocompresión p₀ para los valores medios de ξ, M_i y λ.
- Con esos 21 cuartetos de valores, se pudieron dibujaron 21 curvas de acuerdo con la ecuación 9. Una vez dibujadas, se verificó el ajuste era bueno, como se ve en la Figura 14, por lo que se dieron por válidos los 21 cuartetos de valores: valores fijos de ξ , M_i y λ y los diferentes valores de p_0 .
- El siguiente paso fue ajustar los valores de p₀ a una curva de Weibull, empleando para ello regresión lineal en un papel probabilístico de Weibull y obteniendo los parámetros m y b de la ecuación 11.

Con este proceso de ajuste, se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros de ajuste $(M_i \ y \ \lambda)$, del factor de proporcionalidad (ξ) y de los parámetros de la función de distribución de probabilidad de Weibull (V_0, β, m) utilizada para obtener el valor de p_0 , definida mediante la ecuación 11:

- $M_i = 2.8$. Este valor está en consonancia con los valores indicados por Serrano et al. (2016) para distintos tipos de piroclastos canarios que oscilan entre 1,16 y 2,99.
- $\lambda = 0.5$. Este valor es un poco menor que los valores indicados por Serrano et al. (2016) para distintos tipos de piroclastos canarios que oscilan entre 0,78 y 1,00.
- $\xi = t/P_0 = 0.13 = 1/7.5$. Este valor es del mismo orden de magnitud que el valor obtenido de la Fig., cifrado en 1/6 (17%). A su vez, en los resultados experimentales obtenidos con piroclastos publicados por Serrano et al. (2016), el valor de ξ varía entre 0 y 0,19.
- $V_0 = 2.5 \text{ mm}^3$. El 60% de los granos ensayados tiene un volumen inferior a esa cifra (2.5 mm^3) .
- β = 2,4 MPa. Este valor es muy próximo al valor de la tensión de rotura para una probabilidad del 90% en los ensayos de compresión simple, como puede verse en la Figura 6a.
- m = 2,3. Este valor coincide con el obtenido por Roces-Alonso et al. (2021) en los ensayos a rotura a compresión simple y a compresión biaxial, realizados con arcilla expandida y asumiendo como criterio de rotura la tensión tangencial octaédrica. A su vez, este valor está en consonancia con la recopilación de datos realizada por Ovalle et al. (2014), de la que se dedujo que el valor de m para distintas rocas está comprendido entre 1,2 y 4,2.

En la Figura 14 se han representado todos los resultados de los ensayos mostrados en la Fig., agrupados por tamaños, para minimizar en la representación la influencia del volumen del grano en la resistencia de éstos, según se expresó en la ecuación 11. De forma complementaria, se han representado las curvas del criterio de rotura, obtenidas teóricamente a partir de la ecuación 9 para las probabilidades de rotura del 5, 25, 50, 75 y 95% y unas curvas similares a las obtenidas del criterio de rotura cuyo tamaño se ha determinado para que bajo ellas queden el 5, 25, 50, 75 y 95% de los granos ensayados, en cada uno de los tamaños. De esta manera pueden compararse las curvas teóricas con las curvas deducidas de los resultados experimentales, para determinar si el criterio de rotura es capaz de modelizar adecuadamente dichos resultados experimentales.

Primeramente, el análisis de la Figura 14 en su globalidad permite comprobar que las curvas teóricas y experimentales son muy parecidas entre ellas para todos los tamaños de granos ensayados y para las diferentes probabilidades de rotura analizadas (5, 25, 50, 75 y 95%). Esta coincidencia

permite afirmar que el criterio de rotura es muy adecuado para modelizar la rotura de granos de arcilla expandida para todas las trayectorias de tensiones analizadas las cuales cubren un espectro muy grande de las diferentes formas de rotura que se pueden producir en la realidad.

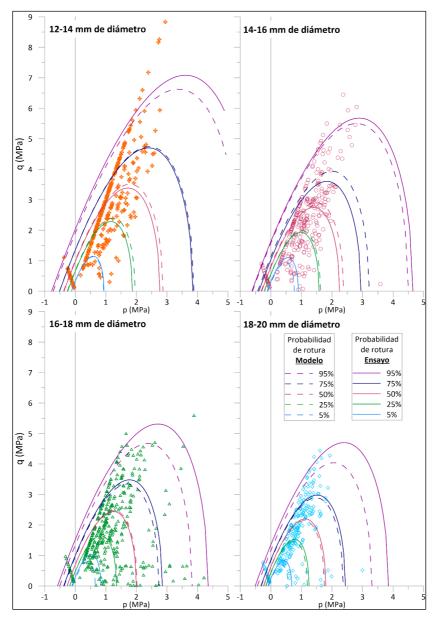


Fig. 14 – Comparación entre las curvas del criterio de rotura teóricas y las derivadas de los resultados de los ensayos, para cinco probabilidades de rotura.

Primeramente, el análisis de la Figura 14 en su globalidad permite comprobar que las curvas teóricas y experimentales son muy parecidas entre ellas para todos los tamaños de granos ensayados y para las diferentes probabilidades de rotura analizadas (5, 25, 50, 75 y 95%). Esta coincidencia

permite afirmar que el criterio de rotura es muy adecuado para modelizar la rotura de granos de arcilla expandida para todas las trayectorias de tensiones analizadas las cuales cubren un espectro muy grande de las diferentes formas de rotura que se pueden producir en la realidad.

En segundo lugar, el análisis de las curvas del criterio de rotura, tanto las teóricas como experimentales, permite comprobar que cuanto más pequeño es el tamaño de la fracción granulométrica, mayor es el tamaño de las curvas para una misma probabilidad de rotura. Así, por ejemplo, para la curva del 50% de probabilidad de rotura, el valor de p_0 (resistencia a isocompresión) toma los valores de 2,8; 2,3; 2,0 y 1,8 MPa, respectivamente, para las fracciones 12-14; 14-16; 16-18 y 18-20 mm. Esta tendencia también se aprecia en los valores de la resistencia a isotracción (t).

6 – CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha propuesto un criterio de rotura general (para cargas aleatorias) para granos de un material muy poroso y, por tanto, susceptible de colapso, como es la arcilla expandida. El criterio se basa en un criterio propuesto para piroclastos volcánicos al que se le ha dotado de un carácter probabilístico para que fuera capaz de explicar los resultados obtenidos. Las principales novedades aportadas en el artículo son las siguientes:

- Se han hecho ensayos de tracción directa sobre granos de arcilla expandida.
- Se han diseñado y construido unos aparatos capaces de aplicar fuerzas biaxiales y triaxiales a granos de arcilla expandida. En total se han ensayado individualmente más de 1300 granos de arcilla expandida.
- Se ha realizado una adaptación de un criterio de rotura para piroclastos volcánicos. Dado que la rotura de granos de arcilla expandida no es un valor determinista, el criterio de rotura de piroclastos se ha modificado haciendo que sea un criterio probabilístico.

Con todo ello, se ha obtenido un criterio de rotura que modeliza muy adecuadamente los resultados experimentales, por lo que es capaz de simular la rotura en un muy amplio espectro de trayectoria de tensiones (isocompresión, isotracción, compresión biaxial y compresión triaxial).

Se considera un criterio de rotura sencillo de implementar en simulaciones DEM tanto para arcilla expandida como para otros materiales porosos susceptibles de colapso bajo fuerzas de isocompresión. Asimismo, podría aplicarse en la simulación de la degradación granulométrica de la arcilla expandida cuando es sometida a cargas de cierta importancia o las derivadas de la compactación.

7 – AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la colaboración del Dr. Mauro Muñiz, Dña. María Santana y D. Felipe García del LG del CEDEX durante la realización de los ensayos geotécnicos de este trabajo. Asimismo, se agradece a D. Raúl Murciego de LECA Portugal por compartir alguna de la información empleada en la redacción de este artículo y proporcionar el material usado en los ensayos.

8 – REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AENOR (2022). UNE-EN ISO 20501:2022 Cerámicas técnicas (cerámica avanzada, cerámica técnica avanzada). Estadísticas de Weibull para datos de resistencia (ISO 20501:2019). UNE. Associação Espanhola de Normalização e Certificação.

ASTM (2018). C1239-13(2018) Standard Practice for Reporting Uniaxial Strength Data and Estimating Weibull Distribution Parameters for Advanced Ceramics. American Society for Testing and Materials.

- Ben-Nun, O.; Einav, I. (2010). The role of self-organization during confined comminution of granular materials. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 368(1910), pp. 231-247. https://doi.org/10.1098/rsta.2009.0205
- Conde Placidos, M. M. (2013). Caracterización geotécnica de materiales volcánicos de baja densidad, Universidad Complutense de Madrid.
- Estaire, J.; Santana, M. (2018). Large direct shear tests performed with fresh ballast. In: Stark, Timothy D.: Swan J. R., Robert H. and Szecsy R., eds, Railroad Ballast Testing and Properties. ASTM International, pp. 144-161.
- Garcia Wolfrum, S. (2005). Anclajes en roca. Universidad Politécnica de Madrid.
- Kwok, C. Y.; Bolton, M. D. (2013). *DEM simulations of soil creep due to particle crushing*. Géotechnique, 63(16), pp. 1365-1376. https://doi.org/10.1680/geot.11.P.089
- Lade, P. V. (2016). Triaxial testing of soils. John Wiley & Sons.
- Li, X.; Lv, Y.; Su, Y.; Zou, K.; Wang, Y.; Huang, W. (2023). Coupling effects of morphology and inner pore distribution on the mechanical response of calcareous sand particles. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 15(6), pp. 1565-1579. https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2022.09.017
- Lv, Y.; Li, X.; Fan, C.; Su, Y. (2021). Effects of internal pores on the mechanical properties of marine calcareous sand particles. Acta Geotechnica, 16(10), pp. 3209-3228. https://doi.org/10.1007/s11440-021-01223-8
- Ma, C.; Zhu, C.; Qu, R.; Liu, H.; Wang, T. (2023). *Influence of the particle morphology and internal porosity characteristics of coral sand in the South China Sea on its limit void ratio*. Powder Technology, 428, pp. 118771. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118771
- McDowell, G. R.; Amon, A. (2000). *The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles*. Soils and Foundations, 40(5), pp. 133-141. https://doi.org/10.3208/sandf.40.5 133
- McDowell, G. R., de Bono, J. P., Yue, P.; Yu, H. (2013). *Micro mechanics of isotropic normal compression*. Géotechnique Letters, 3(4), pp. 166-172. https://doi.org/10.1680/geolett.13.00050
- Ovalle, C.; Frossard, E.; Dano, C.; Hu, W.; Maiolino, S.; Hicher, P. (2014). The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data. Acta Mechanica, 225(8), pp. 2199-2216. https://doi.org/10.1007/s00707-014-1127-z
- Perras, M. A.; Diederichs, M. S. (2014). *A review of the tensile strength of rock: concepts and testing*. Geotechnical and Geological Engineering, 32, pp. 525-546. https://doi.org/10.1007/s10706-014-9732-0
- Pinto, A. A. V. (1983). Previsão do comportamento estrutural de barragens de enrocamento. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Prisco, C. D. (2007). Applicazioni geotecniche e caratterizzazione meccanica dell'argilla espansa Leca. Bregnano (Co), Italia: Leca.
- Roces-Alonso, E. A.; González-Galindo, J.; Estaire, J. (2021). Experimental study on grain failure of lightweight expanded clay aggregate under uniaxial and biaxial load conditions. Powder Technology, 383, pp. 542-553. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.01.052

- Roces-Alonso, E. A.; Muñiz-Menendez, M.; González-Galindo, J.; Estaire, J. (2021). Usos geotécnicos de la arcilla expandida (Geotechnical uses of lightweight expanded clay aggregate). Ingeniería Civil CEDEX, 197(1).
- Rothenburg, L. (1981). Micromechanics of idealized granular systems, Ottawa Canada.
- Russel, A. R.; Wood, D. M. (2009). *Point load tests and strength measurements for brittle spheres*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 46(2), pp. 272-280. https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2008.04.004
- Serrano, A. (2004). Mecánica de las Rocas II: Propiedades de las Rocas. Sexta edición edn. Madrid: ETSI Caminos, Canales y Puertos.
- Serrano, A.; Perucho, A.; Conde, M. (2016). *Yield criterion for low-density volcanic pyroclasts*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 100(86), pp. 194-203. https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.04.014
- Tsoungui, O.; Vallet, D.; Charmet, J. (1999). Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials. Powder Technology, 105(1-3), pp. 190-198. https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00137-0
- Uriel, S.; Serrano, A. A. (1975). Geotechnical properties of two collapsible volcanic soils of low bulk density at the site of two dams in Canary Islands-Spain. Proceedings of the Eight International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscow, V2.2, 1973, pp. 257–264.
- Wang, X.; Jiao, Y.; Wang, R.; Hu, M.; Meng, Q.; Tan, F. (2011). Engineering characteristics of the calcareous sand in Nansha Islands, South China Sea. Engineering Geology, 120(1-4), pp. 40-47. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2011.03.011
- Weber, J. (1966). Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents. Bulletin de Liaison des Ponts-et-chaussées, 20, pp. 1-20.
- Wong, T.; Baud, P. (2012). *The brittle-ductile transition in porous rock: A review*. Journal of Structural Geology, 44, pp. 25-53. https://doi.org/10.1016/j.jsg.2012.07.010
- Wood, D. M. (1990). Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge University Press.