

A MECÂNICA DOS SOLOS NA PRÁTICA DO PROJETO GEOTÉCNICO

Soil mechanics and geotechnical design practice

Emanuel Maranha das Neves^a

^a Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal.

RESUMO – O objetivo principal deste artigo é o de salientar que no uso prático de modelos clássicos de comportamento dos solos, possa ser de grande utilidade analisar os resultados de sua aplicação tendo presentes os conceitos da mecânica dos solos moderna. Dois modelos, um elástico perfeitamente plástico e outro baseado na teoria dos estados críticos, são apresentados como exemplos da mecânica dos solos clássica e da mecânica dos solos de estados críticos, respetivamente. São mencionados os modelos hipoeásticos não apenas pela sua reconhecida utilidade na previsão das deformações de estruturas geotécnicas, mas sobretudo para salientar que a sua natureza elástica não permite tirar ilações que enriqueçam a capacidade crítica dos resultados da aplicação dos modelos da mecânica dos solos clássica. São apresentados modelos elásticos perfeitamente plásticos com dilatação na sua fase plástica, procedendo-se à sua análise à luz da teoria dos estados críticos. Expõem-se outros modelos elastoplásticos abertos com endurecimento, com amolecimento (ou ambos). Qualificam-se os modelos elásticos perfeitamente plásticos quando utilizados na verificação de estados limite nas estruturas geotécnicas. São expostas algumas reflexões sobre solos que se afastam significativamente do arquétipo inicialmente descrito.

ABSTRACT – The main objective of this paper is to emphasize the importance of resorting to the fundamental concepts of critical state theory when analyzing the practical results of the use of classical soil behaviour models. Two models, one perfectly elastic and the other based on the critical state theory, are described as examples of classical soil mechanics and critical state soil mechanics, respectively. Hypoelastic models for deformations prediction of geotechnical structures are mentioned and the main objective of this mention is to make clear that their elastic nature avoids the enrichment of the judgment capacity of the results of applying classical soil mechanics models. Elastic perfect plastic models with dilation in their plastic phase are presented. Elastic-plastic models with hardening, softening (or both), which are a function of the increments of distortional plastic deformation are introduced. A qualification of perfectly plastic elastic models used in the verification of limit states in geotechnical structures design is also presented. Some reflections about soils that deviate significantly from the archetype initially described, are exposed.

Palavras Chave – plasticidade, dilatação, estados críticos.

Keywords – plasticity, dilation, critical states.

1 – INTRODUÇÃO

Historicamente, a avaliação da segurança de estruturas geotécnicas iniciou-se com o cálculo à rotura baseado na teoria da plasticidade (Coulomb, 1773). Só muito tempo depois (década de 60 do século XX), beneficiando dos desenvolvimentos mais recentes na teoria da plasticidade aplicável

E-mail: emanuelmaranhadasneves@gmail.com (E. Maranha das Neves)

ORCID: orcid.org/0000-0001-5395-8560 (E. Maranha das Neves)

aos solos (Drucker et al.,1957), surgiu a teoria dos estados críticos (Roscoe et al.,1958) que possibilitou atingir um de seus principais objetivos: a previsão dos deslocamentos estruturais antes da rotura.

Este progresso resultou da incorporação na teoria entretanto desenvolvida nesse intervalo de tempo, de um fenómeno intrínseco ao comportamento dos meios particulados, logo aos solos: a dilatância (Reynolds, 1885). Deste avanço resultou uma mecânica baseada no conceito de estado, em detrimento da mecânica dos solos clássica, baseada no conceito de tensão. Mas também foi muito relevante ter-se estabelecido que a resistência ao corte do solo depende do atrito entre partículas e em certas circunstâncias, do imbricamento das partículas. O que tem como corolário a inexistência de coesão efetiva em qualquer solo saturado, arenoso ou argiloso, cuja estrutura seja caracterizada pela não ocorrência de cimentação entre as suas partículas (ou cimentação suscetível de anular-se em resultado de reduzidas deformações).

Neste artigo, além de se abordarem vários aspetos relacionados com a modelação do comportamento do solo, será destacada a vantagem para os projetistas geotécnicos de se familiarizarem com os conceitos fundamentais da mecânica dos solos dos estados críticos (*MSEC*). Por familiarização entende-se uma atitude que vise uma perceção do verdadeiro (real) comportamento do solo. Assim, com base naqueles conceitos que justificaram a consagração do modelo e independentemente dum conhecimento mais aprofundado da sua base física e matemática, uma interpretação qualitativa do modelo vai possibilitar uma visão crítica não só do projeto, como do comportamento da estrutura, durante e após a construção, principalmente se o projeto adotar o método observacional.

Por outro lado, o tipo de modelos que adiante são abordados, são frequentemente usados em programas de cálculo atualmente disponíveis. Acontece que o uso desses programas nem sempre é acompanhado, por parte do utilizador, dum conhecimento que lhe permita, entre os numerosos modelos existentes, compreender com clareza aquele que está a utilizar. Esta situação pode influenciar a interpretação dos resultados do projeto, mesmo quando são usados modelos hipoeásticos, elásticos perfeitamente plásticos ou elastoplásticos.

Não se pretende descrever, discutir ou promover o uso de modelos mais recentes baseados na teoria dos estados críticos. Visa-se sim a atividade geotécnica onde é frequente o uso de modelos da mecânica dos solos clássica (*MSC*) através de programas de cálculo comerciais. Por outras palavras, concentra-se na contribuição que os fundamentos da *MSEC* podem fornecer para a interpretação dos resultados dos modelos empregues no projeto (qualquer que eles sejam).

Deste modo são caracterizados os fundamentos da *MSC* e da *MSEC*, indispensáveis ao objetivo deste artigo. Seguem-se considerações sobre o modelo elástico perfeitamente plástico fundamental na *MSC* e bem como em versões com melhoramentos concretizados numa abordagem que procura introduzir a dilatância na fase plástica.

A apresentação de um modelo hipoeástico num artigo que é sobretudo dedicado à plasticidade tem duas razões. A primeira, por bons motivos, para assinalar a antecipação do modelo na obtenção das deformações em qualquer fase da vida de uma estrutura geotécnica. A segunda, de índole diferente, deve-se ao desejo de contrastar o principal objetivo deste artigo (uso da teoria dos estados críticos no julgamento dos resultados dos projetos baseados na *MSC* e na aplicação do método observacional) com uma informação da mesma natureza (sobre o comportamento real dos solos) obtida de um modelo elástico-variável. Mas esta última é praticamente nula.

São também discutidos os modelos elastoplásticos que incorporam o endurecimento e amolecimento inspirados pela teoria dos estados críticos, mas em que aqueles comportamentos são função das deformações distorcionais plásticas.

Dado o largo emprego, mesmo nos dias de hoje, de modelos da *MSC*, e a avaliação da segurança e funcionalidade estrutural é baseada nos conceitos de estados limite, apresenta-se uma qualificação da utilidade dos diferentes modelos para esse fim.

Por meio do método observacional, a descrição dos deslocamentos estruturais durante e após a construção é obtida em tempo real. Este método é utilizado em estruturas geotécnicas mais ou menos

complexas. Levando em consideração a capacidade de medir de forma confiável os deslocamentos estruturais durante e após a sua execução, estes podem ser comparados com os previstos no projeto (se o modelo utilizado o permitir). Em princípio, um projeto baseado em tensões poderia seguir um caminho semelhante, mas a medição de tensões em obras geotécnicas está longe de apresentar a mesma fiabilidade que a medição das deformações.

Chama-se a atenção para o facto de em certas estruturas geotécnicas, o solo poder exibir variações de grande amplitude do estado de tensão. Sendo que é no domínio das tensões de menor valor que é mais acentuada a relação entre a deformação e a rigidez, podem ser importantes as repercussões na funcionalidade estrutural.

Finalmente discorre-se sobre o comportamento de solos que se desviam significativamente do arquétipo adotado na elaboração da teoria dos estados críticos.

2 – MECÂNICA DOS SOLOS CLÁSSICA E DOS ESTADOS CRÍTICOS

Espeem-se de seguida os dois modelos em que se baseia a descrição do comportamento do solo até à rotura bem como as condições a que esta deve satisfazer: um corresponde ao usado na *MSC*, baseado no conceito de tensão e outro, desenvolvido no âmbito da *MSEC*, fundamentado no conceito de estado (caracterizado por uma tensão e um volume específico).

Mesmo quando os modelos baseados na *MSEC* não são utilizados, os conceitos fundamentais desta teoria podem acrescentar uma importante contribuição adicional à avaliação da segurança de estruturas geotécnicas, mesmo que tal avaliação tenha sido feita utilizando modelos da *MSC*. Como foi aflorado em 1, na apresentação desses conceitos será privilegiada uma descrição qualitativa, sem prejuízo de uma abordagem física e matemática, quando indispensável.

Introduzem-se de seguida o modelo elástico perfeitamente plástico baseado no critério de rotura de Mohr-Coulomb (*MC*) e o modelo Cam Clay (*CC*), como exemplos paradigmáticos da *MSC* e da *MSEC*, respetivamente.

2.1 – O modelo elástico perfeitamente plástico com critério de rotura de *MC*

O modelo elástico perfeitamente plástico satisfaz o comportamento associado e é amplamente utilizado na *MSC*. Na sua fase plástica, satisfaz os princípios clássicos da plasticidade, isto é, a lei da normalidade (comportamento associado) e o postulado da estabilidade (Prager e Drucker, 1952), princípios esses em que se baseiam os teoremas fundamentais aplicáveis ao colapso plástico, indispensáveis na avaliação da segurança das estruturas geotécnicas.

A geotecnia baseada na *MSC* permanece na mente de muitos engenheiros, não apenas por caracterizar frequentemente a sua formação académica nessa área, mas também porque muitos dos conceitos fundamentais da *MSC* permanecem válidos e úteis, como é o caso, por exemplo, da análise limite, da avaliação da resistência num dado plano, nos métodos de equilíbrio limite, etc..

O modelo baseia-se no critério de cedência (rotura) de Mohr-Coulomb, aplicável ao plano em análise, e é descrito pela Equação 1:

$$\tau = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi' \quad (1)$$

onde τ é a resistência ao corte, c' a coesão efetiva, σ' a tensão normal efetiva e ϕ' o ângulo de resistência ao corte efetiva (ou ângulo de atrito interno efetivo). Esta equação é reproduzida na Figura 1. Como pode ver-se a Equação 1 envolve apenas tensões sendo que a tensão intermédia, σ_2 , não é tida em conta neste critério.

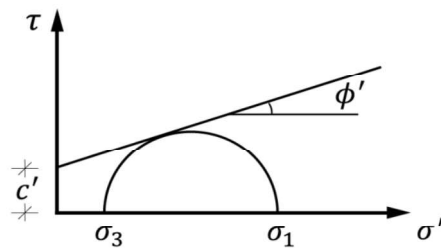


Fig. 1 – Critério de rotura no plano (τ, σ') .

2.2 – O modelo baseado na teoria dos estados críticos

Seguidamente é apresentado o modelo baseado na teoria dos estados críticos, teoria que está na base da MSEC. Não é integralmente demonstrado, pois tal é desnecessário face aos objetivos deste artigo. Como se verá de imediato esta mecânica beneficiou de avanços na teoria da plasticidade com endurecimento que ocorreram na década de 1950 (Drucker et al., 1957). São de mencionar a sugestão da existência de uma superfície de escoamento fechada, a ocorrência de incrementos de deformação plástica normais a essa superfície (lei da normalidade) e o controlo da variação da geometria daquela superfície limite ser função dos incrementos das deformações volumétricas plásticas.

O modelo Cam Clay Original (CCO), o primeiro no âmbito da teoria dos estados críticos, (Schofield e Wroth, 1968) considera não só a rotura do solo, mas também a deformação que a precede e sucede, e como já foi apontado, aborda o comportamento do solo com base no conceito de estado e não apenas no conceito de tensão. O modelo que será apresentado de seguida, tem apenas ligeira diferença quanto à geometria da superfície limite dos estados do CCO, logo da linha de cedência, daí ser denominado de Cam Clay Modificado (CCM), (Roscoe e Burland, 1969).

As equações básicas do modelo CCM, são as seguintes:

$$q = M' p' \quad (2)$$

$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (3)$$

$$v = v_k - \lambda \ln p' \quad (4)$$

As Equações 2, 3 e 4 são representadas nas Figuras 2a e 2b. Na Figura 2a está representado o modelo, no qual a linha de cedência é uma elipse. A Figura 2c resulta da substituição de p' por $\ln p'$ na Figura 2b.

A Equação 2, representada na Figura 2a, pode parecer à primeira vista o critério de rotura representado na Figura 1 (obviamente sem coesão efetiva). Mas na verdade, em vez do ângulo de atrito interno efetivo, é representado o parâmetro de atrito, M' e a linha em 2b) é o lugar geométrico dos estados de rotura, não definido apenas no plano das tensões (τ, σ') mas sim no espaço (q, p', v) . Tem assim em consideração as variações do volume específico v . Este lugar geométrico é designado por linha de estado crítico (LEC). O gradiente da LEC (M'), relaciona-se com o ângulo de atrito interno efetivo (ϕ'), através da expressão:

$$M' = (6 \tan \phi') / (3 - \tan \phi') \quad (5)$$

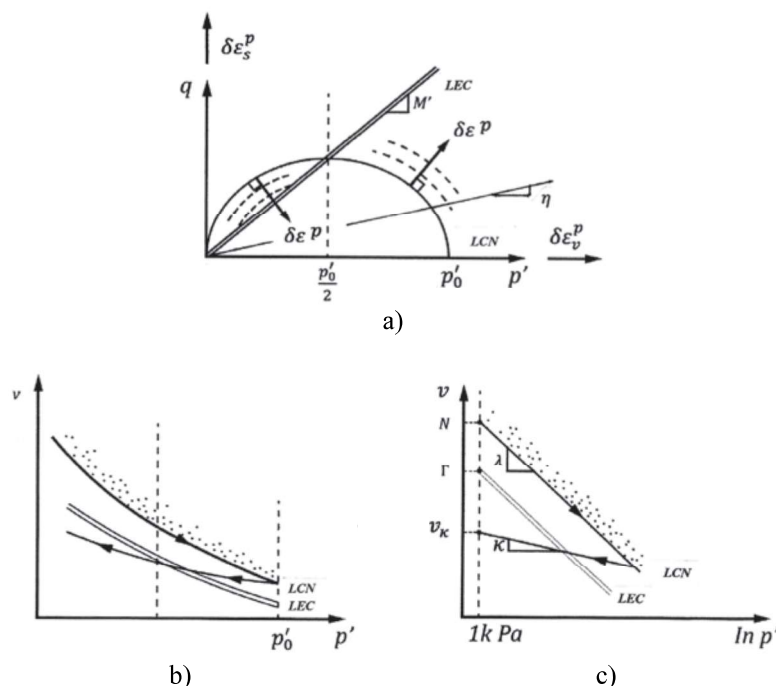


Fig. 2 – Representação gráfica do modelo CCM; a) sistemas de eixos sobrepostos (q, p') e $(\delta\epsilon_p, \delta\epsilon_v)$; b) sistema de eixos (v, p') ; c) sistema de eixos $(v, \ln p')$. LCN e LEC representam as linhas de compressão normal e dos estados críticos, respetivamente.

A LEC define assim um estado de rotura e não apenas uma tensão de rotura, o que vai permitir a modelação das deformações antes e depois da cedência. Abre-se assim a possibilidade de dotar o modelo com a capacidade de abranger o fenómeno da dilatância.

A dilatância (ψ) é definida pela relação entre o incremento na deformação volumétrica, $\delta\epsilon_v$, e o incremento da deformação distorcional de engenharia, $\delta\gamma$:

$$\operatorname{tg} \psi = -(\delta\epsilon_v)/\delta\gamma \quad (6)$$

sendo ψ o ângulo de dilatância e $\delta\gamma=2\delta\epsilon_s$ (em que $\delta\epsilon_s$ é o incremento de deformação distorcional). É usado o sinal negativo nesta equação de modo a que a uma dilatância positiva corresponda um aumento de volume.

Saliente-se que, na MSC, a contribuição da coesão efetiva para a resistência do solo é substituída pelo efeito da dilatância na MSEC. Esta questão é detalhadamente analisada em Maranhã das Neves (2007).

No critério de rotura descrito na Equação 1, há dois parâmetros que quantificam a resistência ao corte. A equação equivalente (mas muito diferente) na MSEC é:

$$q \delta\epsilon_s + p \delta\epsilon_v = M' p' |\delta\epsilon_s| \quad (7)$$

Este critério foi proposto claramente por Taylor (1948), mas durante anos e anos, inexplicavelmente, o valor excecional desta proposta não foi reconhecido, mesmo na sua escola (MIT).

Neste critério, a energia aplicada reparte-se entre uma parte armazenada - lado esquerdo da Equação 7 e uma parte dissipada que depende do parâmetro de atrito M' (lado direito). Deve acrescentar-se que a variação na deformação volumétrica não produz qualquer dissipação de energia, conforme foi experimentalmente verificado por Thuraiajah (1961).

Na Figura 2a, observa-se a intersecção da superfície limite dos estados estáveis, que no modelo *CCM*, é assumida, como já se referiu como um elipsoide, com o plano de tensões, (p, q') (Roscoe e Burland, op. cit.). Obviamente, essa intersecção é uma elipse e no seu interior o comportamento do solo é elástico não linear. Recorde-se que no modelo Cam Clay original (*CCO*) se admite que a geometria da superfície limite é diferente, sendo a intersecção uma espiral logarítmica (Schofield e Wroth, op. cit.).

Admite-se que essa superfície fechada é a função de cedência. Tal significa que qualquer incremento da deformação plástica, $(\delta\epsilon_p)$, é normal à superfície limite e as suas componentes, volumétrica e distorcional, que são representadas num segundo sistema de eixos $(\delta\epsilon_v^p, \delta\epsilon_s^p)$, o qual se sobrepõe ao sistema de eixos (p, q') . No eixo p' , p_0' é o valor da pressão de consolidação.

Note-se que os incrementos de deformação volumétrica plástica implicam que a superfície de cedência intersecte o eixo da tensão normal, daí a designação de modelos fechados (cap models), o que contrasta com os modelos baseados no critério *MC*, denominados modelos abertos, os quais são abordados mais à frente.

Retornando à Figura 2a e designando $\eta (=q/p')$ por obliquidade, quando ocorre um aumento da deformação plástica e se verifica a condição $\eta < M'$, a componente volumétrica de $\delta\epsilon^p$, ou seja, $\delta\epsilon_v^p$, é positiva, como se vê na figura. A superfície limite dos estados (ou função de cedência) expande-se, o que significa um endurecimento do solo. A quantificação do endurecimento é uma função do valor acumulado dos incrementos de deformação volumétrica plástica. Acrescente-se que, quando $\eta \leq M'$, o solo exhibe um comportamento de deformação elastoplástico, permanecendo sempre homogéneo e contrátil. Consequentemente, o seu comportamento é estável.

Já quando se verifica a condição $\eta > M'$, pode observar-se na Figura 2a que $\delta\epsilon_v^p$ é negativo e que a função de cedência se contrai, indicando assim um aumento no volume específico, ou seja, um amolecimento do solo. Verifica-se ainda que a máxima resistência ao corte, que é transitória por natureza, diminui progressivamente até estacionar num valor correspondente ao estado crítico. O comportamento do solo nessa fase deixa de exibir homogeneidade e é instável. Naturalmente, se $\eta = M'$, o solo situa-se num estado crítico, logo $\delta\epsilon_v^p = 0$.

Esta descrição qualitativa do modelo baseado na teoria dos estados críticos, neste caso do *CCM*, visa melhorar a capacidade de julgar tanto os resultados de outros modelos utilizados no projeto como também os dados de observação obtidos não só nas fases de construção e após construção da obra, particularmente, quando é usado o método observacional.

Pode acrescentar-se uma explicação física, quer do endurecimento quer do amolecimento examinando e comentando a Figura 3, a qual mostra as trajetórias, no plano (p', v) , de duas amostras de solo, *W* e *D*, quando submetidas a um ensaio de corte em compressão triaxial, drenado, com p' constante. Tratando-se de endurecimento e amolecimento é óbvia a importância da variação volumétrica. O solo *W* é ligeiramente *OC* (*over consolidated*) e possui um volume específico inicial, v , maior que o correspondente ao estado crítico, v_c . Portanto, o seu volume tem de diminuir no seu caminho até à rotura (estado crítico). Como se referiu anteriormente o solo comporta-se como um meio contrátil, o que corresponde a um endurecimento. A resistência nesta trajetória é só devida ao atrito. Entende-se por ligeiramente *OC* um grau de sobreconsolidação entre de 2 a 3 (Maranha das Neves, op. cit.). Já com solo *D*, que é *OC*, como v é menor que v_c , o volume tem de aumentar na sua trajetória para a rotura (estado crítico), visto que, ao gerar um aumento no volume específico, ocorre uma contração da superfície limite dos estados de que resulta amolecimento. A resistência na trajetória até à resistência de pico é devida ao atrito e ao imbricamento (*interlocking*). Na trajetória da resistência de pico para o estado crítico, a componente da resistência devida ao imbricamento diminui progressivamente até se anular ao atingir o estado crítico.

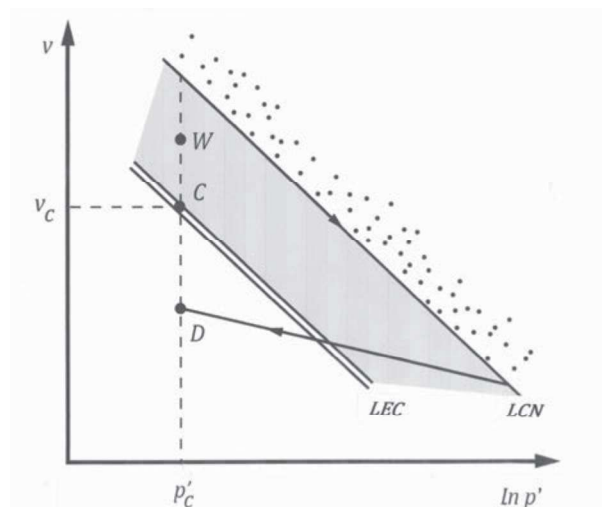


Fig. 3 – Ensaio de corte em compressão triaxial, drenados, com p' constante, de dois provetes de solo: W (ligeiramente OC) e D (OC). Trajetórias de v até à cedência, no plano $(\ln p', v)$.

Já com solo D , que é OC , como v é menor que v_c , o volume tem de aumentar na sua trajetória para a rotura (estado crítico), visto que, ao gerar um aumento no volume específico, ocorre uma contração da superfície limite dos estados de que resulta amolecimento. A resistência na trajetória até à resistência de pico é devida ao atrito e ao imbricamento (*interlocking*). Na trajetória da resistência de pico para o estado crítico, a componente da resistência devida ao imbricamento diminui progressivamente até se anular ao atingir o estado crítico.

A Figura 3 também pode servir como guia em relação às propriedades esperadas para os solos atrás mencionados. As referências são a LCN e a LEC (Linha de Expansão). Os estados dos solos verdadeiramente NC situam-se naturalmente na LCN . Esta linha, tão usada na mecânica dos solos clássica, é agora interpretada como uma relação tensão-deformação de endurecimento e associada às sucessivas envolventes de cedência (marcadas na Figura 2a). A LCN constitui uma fronteira para os estados possíveis, pelo que a área ponteadada, à direita da LCN , é uma zona inacessível. Os estados denominados ligeiramente OC localizam-se entre a LCN e a LEC , na área cinzenta da Figura 3. Os estados OC localizam-se na área branca à esquerda da LEC .

Deve salientar-se que a MSC não ignorava a dilatância, o que não estava é incorporada nos modelos. Na realidade mediam-se as variações volumétricas nos ensaios triaxiais. Mas estas eram apenas usadas para, empiricamente, ajudar na definição da tensão de rotura, quando o solo exibía uma resistência de pico.

O modelo CCO está intimamente ligado à teoria dos estados críticos. A incorporação adequada da dilatância é um marco na mecânica dos solos pois permite prever deformações antes (e depois) da cedência e porque vincula a resistência apenas ao atrito nos solos NC ou ligeiramente OC e ao atrito e imbricamento nos solos OC .

3 – COMPORTAMENTO ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO COM DEFORMAÇÕES VOLUMÉTRICAS NA CEDÊNCIA

A MSC está intimamente ligada ao comportamento elástico perfeitamente plástico, o que implica satisfazer uma lei de fluxo associada, ou seja, o incremento de deformação plástica deve ser normal à função de cedência (admitida, no caso deste modelo, igual ao critério de rotura de MC).

3.1 – Modelo elástico perfeitamente plástico e sua aplicação, para diversas funções de cedência, a um ensaio de corte em compressão triaxial

De acordo com este modelo, o comportamento elástico, antes da rotura, não abrange as variações de volume associadas às tensões deviatóricas. Após a rotura, como se trata de um material perfeitamente plástico, só consegue detetar distorções, e não deformações volumétricas. Estas significativas limitações justificam algumas considerações quanto ao seu uso principalmente as tentativas de lidar com a dilatância, a qual está totalmente ausente na formulação do modelo básico.

Abordam-se os procedimentos com vista a tentar dotar o modelo com a capacidade de descrever variações volumétricas na fase de cedência, não se limitando a descrever as deformações distorcionais. Sendo a dilatância indissociável do comportamento real dos solos, procura-se também, ainda que com significativas entorses, que o modelo tenha em conta aquele fenómeno.

Uma forma de associar a dilatância à cedência é recorrer a outras funções de cedência que não o critério de *MC*. Após a exposição sobre a adoção de tais funções, são apresentados os resultados duma aplicação do modelo.

A inovação consiste em admitir outra função de cedência $G(\sigma)$, diferente, mas do mesmo tipo que a função de cedência $F(\sigma)$, esta última igual ao critério de rotura de *MC* (Wood, 2004). Respeita-se assim o princípio do escoamento associado (normalidade do incremento de deformação plástica à função de cedência). Estas funções são dadas pelas Equações 8 e 9:

$$F(\sigma) = F(p', q) = q - M' p' = 0 \quad (8)$$

e

$$G(\sigma) = G(p', q) = q - M^* p' + k = 0 \quad (9)$$

Estão destacadas na Figura 4 as funções de cedência (F) e de potencial plástico (G). A figura permite também definir $M^* = -(\delta \varepsilon_v^p)/(\delta \varepsilon_s^p)$. Resta assim definir a relação entre M^* e ângulo de dilatância ψ . Usando para M^* uma definição semelhante à de M , só que usando ψ_e em vez de ϕ , tem-se que $M^* = (6 \sin \psi_e)/(3 - \sin \psi_e)$, sendo que a relação entre ψ_c e ψ_e é dada por $\psi_c = \arcsin[(1 - 3 \sin \psi_e)/(3 - \sin \psi_e)]$, (Maranha das Neves e Caldeira, 2018). Deste modo, de acordo com Wood (op. cit.):

$$M^* = (6 \sin \psi_e)/(3 - \sin \psi_e) \quad (10)$$

Como é evidente está-se no domínio dos modelos abertos.

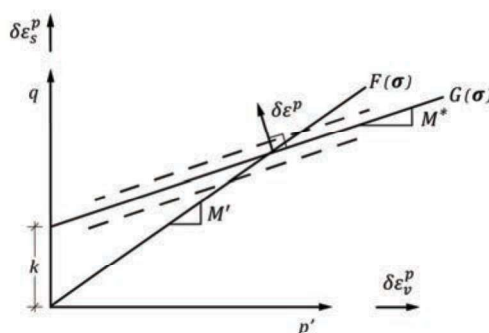


Fig. 4 – Modelo elástico perfeitamente plástico com dilatância na fase plástica (observe-se a coincidência da orientação dos eixos de tensão com a dos eixos dos incrementos de deformação plástica). Potencial plástico $G(\sigma)$ e critério de rotura de *MC*, $F(\sigma)$ (adaptado de Wood, 2004).

3.2 – Aplicação do modelo elástico perfeitamente plástico, com dilatância na fase plástica, ao caso de um ensaio triaxial

Na Figura 5, são apresentados os resultados da aplicação do modelo a um ensaio de corte em compressão triaxial, drenado, com p' constante, de um solo consolidado a 100 kPa (Maranha das Neves e Caldeira, 2018). Na mesma figura, em 5a, podem observar-se os resultados no plano (q, p') e em 5b, no plano $(\delta\varepsilon_v, \delta\varepsilon_s)$.

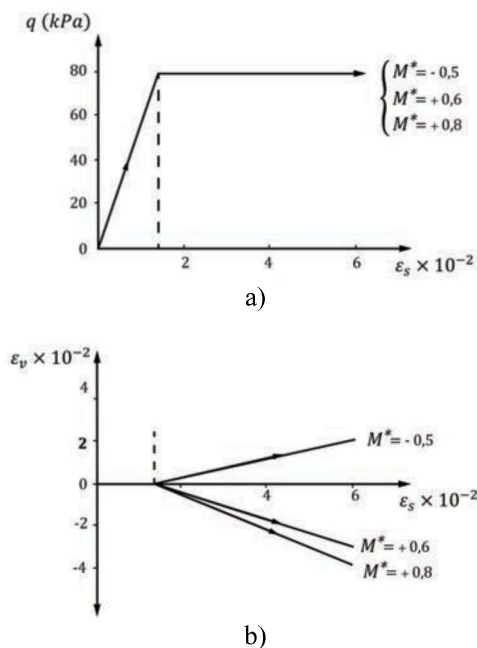


Fig. 5 – Modelo elástico perfeitamente plástico com outras funções de cedência diferentes do critério de cedência de MC . a) resultados no plano (q, p') ; b) resultados no plano $(\varepsilon_s, \varepsilon_v)$, no qual pode ver-se a deformação volumétrica durante a cedência, para diferentes valores da dilatância.

Parâmetros do solo: K (módulo de compressibilidade volumétrica) = 5 MPa,
 ν (coeficiente de Poisson) = 0,25 e $M = 0,8$.

Os resultados da Figura 5 mostram variações de volume, mas é importante recordar que o modelo só incorpora a dilatância na fase de cedência, muito diferente, como se verá mais à frente, do que sucede com os modelos elastoplásticos e no CC . Estes resultados evidenciam como atribuir ψ , ou M^* , constantes, implica incrementos de deformação volumétrica que variam a uma taxa constante com os incrementos de deformação distorcional, tendendo para um valor infinito. Como já foi salientado anteriormente, o valor do ângulo de dilatância, é introduzido *ad hoc*, ou seja, de acordo com objetivos específicos.

3.3 – Quantificação do ângulo de dilatância (ψ)

Para obter o valor de ψ pode recorrer-se, por exemplo, ao ensaio de triaxial (Maranha e Maranhã das Neves, 2009). Num ensaio drenado, assumindo que na rotura a tensão permanece constante e que as deformações elásticas são desprezáveis em comparação com as plásticas, a taxa de variação da deformação volumétrica, $\delta\varepsilon_v$, em relação à deformação axial, $\delta\varepsilon_a$, no caso do critério de rotura de MC , é dada pela Equação 10:

$$\delta\varepsilon_v/\delta\varepsilon_a = (-2\operatorname{sen}\psi) / (1 - \operatorname{sen}\psi) \quad (11)$$

logo

$$\psi = \operatorname{arc\,sen} \left[\left(\frac{\delta\varepsilon_v}{\delta\varepsilon_a} \right) / \left(\frac{\delta\varepsilon_v}{\delta\varepsilon_a} \right) - 1 \right] \quad (12)$$

Importante é o facto de ψ ser uma constante no modelo, o que implica que, durante a fase plástica, o volume aumentará (ou diminuirá) linear e indefinidamente, o que é materialmente impossível. Este aspeto já foi destacado nos comentários aos resultados da Figura 5b.

Ora, na natureza, a dilatância é variável, dependendo, entre outros fatores, do volume específico e do nível da tensão instalada no solo. Essa realidade deve ser levada em consideração na interpretação dos resultados para avaliação de segurança das estruturas geotécnicas.

3.4 – Limitações do modelo elástico perfeitamente plástico com dilatância na cedência

Sendo este modelo utilizado em programas de cálculo disponíveis comercialmente, é importante destacar aspetos considerados relevantes na sua utilização prática.

Num comportamento drenado, como pode ver-se na Figura 5b, se M^* for negativo ($\psi > 0$), o volume do solo aumenta a uma taxa constante. Se M^* for positivo ($\psi < 0$), o volume diminui igualmente a uma taxa constante. Para $M^* = 0$, a deformação plástica ocorre a volume constante, portanto $\psi = 0$.

Já em condições não drenadas, se o solo tende a ser contrátil ($\psi < 0$), a pressão da água nos poros aumentará a uma taxa constante e, consequentemente, a resistência diminuirá. De acordo com este modelo, a resistência tende para a zero (o que é fisicamente impossível). Se ($\psi > 0$), o solo apresenta dilatância positiva e a pressão da água nos poros diminui. Portanto a resistência aumenta a uma taxa constante. Em consequência, o solo não rompe, pois a resistência não drenada vai tender para infinito. O que na realidade não pode acontecer visto que a pressão negativa na água não pode ser superior à sua pressão de cavitação (≈ -100 kPa).

3.5 – Interpretação dos resultados da aplicação dos modelos elásticos perfeitamente plásticos à luz da teoria dos estados críticos

Que benefícios podem ser obtidos quando, ao interpretar resultados de modelos da *MSC*, se faz uso de informação sobre a teoria dos estados críticos? Concretamente, é dispor da descrição do comportamento dos solos muito mais próximo do real do que sucede com os modelos elásticos perfeitamente plásticos. Pode ser muito vantajoso pois permite que certos comportamentos do solo, não detetados pelos modelos elásticos perfeitamente plásticos, não sejam ignorados. Estas considerações podem estender-se a outros modelos elastoplásticos da *MSC*.

Não obstante a teoria dos estados críticos ter sido desenvolvida com base num dado arquétipo de solo, o seu conhecimento favorece um julgamento qualitativo de natureza prática sobretudo no que respeita ao papel da dilatância (deformação) e do atrito e imbricamento (resistência). Na interpretação que se segue, embora tendo presentes os conceitos da *MSEC*, usar-se-á fundamentalmente a terminologia da *MSC*.

O aspeto mais significativo tem a ver com as variações volumétricas as quais podem condicionar tão marcadamente o comportamento resistente do solo, bem como a sua repercussão na estabilidade do material quando os incrementos da deformação volumétrica plástica geram, nos modelos fechados, endurecimento ou instabilidade associada ao amolecimento.

Outra situação, explicável pela teoria dos estados críticos mas dificilmente abordável com base nos modelos da *MSC*, é o comportamento de um solo muito *OC* e sujeito a uma tensão efetiva muito

reduzida. Tal pode ocorrer, por exemplo, no caso do solo do núcleo de uma barragem de terra-enrocamento após enchimento da albufeira (Maranha das Neves, 2023). Esta ocorrência propicia condições para que a obliquidade, η , possa atingir valores muito elevados ($\eta \gg M$), o que leva a que o estado limite (início da cedência) se caracterize por uma rigidez muito elevada que vai originar a formação de fraturas, as quais delimitam blocos rígidos e passíveis de serem deslocados. Esta exemplo é suficiente para mostrar quão longe estão os modelos da *MSC* de poder explicar a situação que acaba de se descrever e que tão gravemente pode afetar a segurança da estrutura em causa,

De seguida, aborda-se o papel da drenagem no comportamento baseado nos modelos elásticos perfeitamente plásticos (com ou sem dilatância incluída *ad hoc* na cedência) mas tendo como pano de fundo dessa apreciação a teoria dos estados críticos.

Em condições drenadas

Sendo o comportamento drenado, um solo *NC*, ou ligeiramente *OC*, exhibe dilatância negativa na sua trajetória para a rotura e mantém a sua homogeneidade. Como se viu em 3.1, a *MSC*, pretendendo não ignorar liminarmente a dilatância, introduz-la *ad hoc* na fase plástica do modelo. Tem de ter-se presente que a dilatância negativa (endurecedora) e essa homogeneidade, asseguram estabilidade à estrutura geotécnica em que esse solo é utilizado. A resistência mobilizada tem origem apenas no atrito.

Se o solo for *OC*, apresenta resistência de pico antes da rotura (estado crítico). Exhibe necessariamente dilatância positiva, pelo que resiste não só por atrito e mas também por exhibir aquele comportamento dilatante. Antes de atingir a resistência de pico, o comportamento nessa trajetória é em tudo análogo ao que caracteriza o comportamento do solo *NC*.

Mas, uma vez atingida a resistência ao corte de pico, o comportamento do solo altera-se radicalmente. Passa instantaneamente a exhibir dilatância positiva (amolecimento) e perde a sua homogeneidade, dando origem a planos de deslizamento, devido à concentração de deformações distorcionais. Estas originam camadas planas paralelas onde o material que as preenche amolece, tornando-se numa pasta, com uma resistência igual à que se verifica no estado crítico. Nessa trajetória rumo à cedência, o solo é caracterizado por dilatância positiva e por uma progressiva diminuição da resistência ao corte, desde o valor de pico até ao valor correspondente à cedência. Naturalmente a dilatância cessa ao ser atingida a rotura.

Em termos da *MSC* está-se perante uma rotura progressiva. Mas a descrição acabada de fazer tem presente, sem o explicitar, o conceito de estado, ou seja, como é que a resistência e a deformação evoluem até à rotura, com especial atenção para a fase em que a resistência de pico já foi ultrapassada. E como esses comportamentos se podem repercutir na estabilidade.

Em condições não drenadas

Já em condições não drenadas, há que ter em conta um facto importante: a constância do volume específico do solo, o que implica que a resistência dependa apenas do volume específico inicial, o que é válido independentemente do grau de sobreconsolidação do solo. Na rotura, o solo exhibe comportamento plástico, dissipando trabalho por meio de atrito interno (e não por ligações coesivas ou adesivas entre as partículas). Essa trajetória é caracterizada por instabilidade, o que tem influência na segurança estrutural.

De acordo com este modelo, o comportamento elástico, antes da rotura, não abrange as variações de volume associadas às tensões deviatórias. Após a rotura, como se trata de um material perfeitamente plástico, só consegue detetar distorções, e não deformações volumétricas. Estas significativas limitações justificam algumas considerações quanto ao seu uso e as tentativas de lidar com a dilatância, fenómeno totalmente ausente no modelo básico. Algumas tentativas de aprimorar o modelo com esse propósito foram descritas em 3.1, tendo sido entretanto incentivadas pelo

aparecimento da teoria dos estados críticos. Mas devido às limitações acabadas de descrever, os resultados da utilização do modelo requerem particular atenção.

4 – MODELOS HIPOELÁSTICOS

Tendo em conta que o comportamento elástico linear dos solos só tem interesse prático em condições muito particulares, justifica-se uma breve nota sobre o uso de modelos hipoeelásticos, visto que, mesmo com algumas limitações, permitem, com grande utilidade, a previsão das deformações antes da rotura de estruturas geotécnicas (Duncan, 1996). Deve notar-se que o início de seu uso coincidiu com a generalização da aplicação dos métodos de elementos finitos e diferenças finitas. É importante fazer algumas considerações sobre essa classe de elasticidade, que é a hipoeelasticidade.

Os princípios da elasticidade são satisfeitos por uma relação biunívoca entre a tensão σ e a deformação ϵ :

$$\sigma = D\epsilon \quad (13)$$

onde D é um tensor constitutivo de segunda ordem. O tensor σ não depende do caminho de deformação, nem do trabalho realizado. Desta forma, a energia é gerada em ciclos de deformação fechados, o que significa que as leis termodinâmicas apropriadas não são satisfeitas. Mas se a relação tensão-deformação for expressa incrementalmente:

$$\Delta\sigma = D\Delta\epsilon \quad (14)$$

onde D , um tensor de quarta ordem, é função das tensões e deformações. Neste caso, o material é dito hipoeelástico.

A aplicação de modelos hipoeelásticos para prever deformações, iniciada na década de 1960, possibilitou estender o modelo elástico aos comportamentos não lineares dominantes em estruturas geotécnicas. Geralmente, as leis constitutivas aplicáveis a esse comportamento elástico variável expressam os módulos de elasticidade como uma função da tensão, da deformação ou de ambas. O material é considerado um meio contínuo, homogêneo e elástico até atingir a rotura.

A não linearidade é introduzida variando a rigidez volumétrica, K , com a tensão média, e a rigidez distorcional, G , a tender para zero com as trajetórias de deformação ($G=0$ quando $\epsilon_s \rightarrow \infty$). Essas variações são quantificadas por meio de parâmetros obtidos em ensaios de laboratório, nos quais as trajetórias no protótipo são reproduzidas o mais possível. Logicamente, adota-se um critério de rotura definido no espaço de tensões. E dada a natureza do modelo, não inclui variações volumétricas devidas exclusivamente a variações na tensão deviatória, como na realidade ocorre nos meios particulados (dilatância).

Finalmente é interessante chamar a atenção para a diferença entre este modelo, que recorre à elasticidade variável para poder prever deformações (e que provou a sua utilidade nesse campo) e o modelo baseado nos estados críticos. O primeiro é muito engenhoso, mas no fundo permanece elástico, e da sua aplicação pouca informação se obtém sobre o que caracteriza o comportamento real do solo. Debruça-se apenas sobre o resultado final. O que é muito diferente de um modelo que na sua formulação descreve a resposta de um solo muito próxima da real. A formulação do modelo hipoeelástico nada nos transmite sobre as razões que determinam o comportamento real do solo. Uma das razões para ter introduzido neste artigo o modelo hipoeelástico é precisamente a de salientar este contraste.

5 – OS PARÂMETROS ELÁSTICOS E AS CONDIÇÕES DE DRENAGEM

Estando a lidar-se com modelos que incluem uma fase elástica significativa, é importante, numa breve nota, mencionar a relação entre os parâmetros constitutivos elásticos e as condições de drenagem. No caso de comportamento drenado, como é bem conhecido, o modelo admite vários

pares alternativos de parâmetros mecânicos constitutivos independentes. Por exemplo, (K, G) ou (E, ν) , onde ν é o coeficiente de Poisson. Se o comportamento for não drenado, tal condição não pode alterar a resposta constitutiva do solo. Mas a aplicação de tensões totais pode ser considerada e usando propriedades elásticas não drenadas, obter a resposta elástica correspondente em tensões totais.

Num ensaio triaxial, δp e δq podem ser controlados independentemente, mas como $\delta \varepsilon_v = 0$, tal significa que $\delta \varepsilon_v = \delta p / (K_u = 0)$, o que implica $K_u = \infty$, portanto $\nu_u = 0,5$. A rigidez distorcional é a mesma, quer se considerarem tensões totais ou efetivas, pois a distorção, para o mesmo δq , é igual. Consequentemente:

$$G_u = G \quad (15)$$

e

$$E_u = 3G \quad (16)$$

Portanto, ao contrário da situação drenada, os parâmetros constitutivos não são independentes e estão diretamente relacionados com as características de rigidez em tensões efetivas.

6 – MODELOS ELASTOPLÁSTICOS

O interesse dos modelos elastoplásticos que se apresentam seguidamente, reside nas modificações introduzidas nos modelos elásticos perfeitamente plásticos da *MSC*, modificações essas também inspiradas na teoria dos estados críticos. Nestes últimos modelos a função de potencial plástico coincide com a função de cedência, tendo sido mostrado à saciedade que tal impede a reprodução das deformações volumétricas observadas no comportamento real dos solos. As funções de cedência e de potencial plástico coincidem e são representadas por retas. Trata-se de modelos abertos.

Saliente-se que, tal como se expôs em 3, os modelos elásticos perfeitamente plásticos foram objeto de aperfeiçoamentos numa tentativa de contornar as dificuldades com a reprodução das deformações. Mas limitaram-se a introduzir as variações de volume na fase de escoamento e através de um procedimento ad hoc que tenta simular a dilatância. No fundo usaram-se funções de potencial plástico e de cedência diferentes, mas do mesmo tipo (representadas por retas). Os resultados, não obstante a introdução de dilatância, não foram muito animadores.

Já no caso dos modelos elastoplásticos, adotam-se funções de potencial plástico e de cedência muito diferentes. O modelo que é apresentado (Wood, op. cit.) é em parte inspirado na teoria dos estados críticos. A função de cedência (critério de rotura de *MC*), é obviamente representada por uma reta e a de potencial plástico é representada por uma espiral logarítmica, tal como no modelo *CCO*. Mas o endurecimento e o amolecimento, ao contrário do que sucede no *CCO*, são função do incremento de deformação distorcional plástica. Os modelos elastoplásticos que se descrevem de seguida contemplam o endurecimento, o amolecimento, ou ambos.

6.1 – Modelos elastoplásticos com endurecimento, com amolecimento e com endurecimento e amolecimento

Os modelos elastoplásticos com endurecimento e com amolecimento, modelam as variações volumétricas que um solo pode exibir antes da cedência, depois da resistência de pico ou antes e depois da resistência de pico. Na prática, são aplicáveis sobretudo a solos arenosos.

Modelo elastoplástico com endurecimento

Como se referiu, é um modelo aberto, já que o critério de cedência é o de *MC*. Na exposição que se segue faz-se uso das condições de tensão e deformação correspondentes às do ensaio de corte em compressão triaxial. Admite-se que a componente elástica do comportamento é isotrópico e linear. Na verdade, G , nos materiais arenosos, não é constante e varia com p' . Mas o modelo considera G constante. A Equação 17 descreve estas propriedades:

$$\begin{Bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_v^e \\ \delta \varepsilon_s^e \end{Bmatrix} \quad (17)$$

O critério de cedência será:

$$F(p', q, \eta_y) = q - \eta_y p' \quad (18)$$

onde η_y é um parâmetro de endurecimento que define a dimensão corrente do lugar geométrico dos pontos de cedência, que no caso presente é uma reta, tal como pode ver-se na Figura 6.

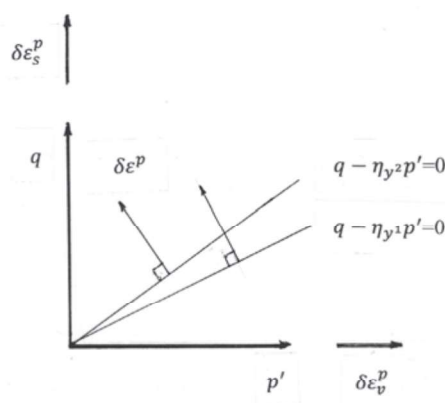


Fig. 6 – Comportamento elastoplástico com endurecimento associado ao critério de rotura de *MC*. Normalidade dos vetores incremento de deformação plástica relativa à linha que representa o lugar geométrico dos pontos de cedência.

A lei de endurecimento a estabelecer, como se vê na Figura 6, deve permitir que a linha de cedência se expanda progressivamente até um valor limite (rotura). Quanto à lei de escoamento plástico, tal como no comportamento elástico perfeitamente plástico, não é adequado admitir a normalidade do vetor $\delta \varepsilon^p$ à linha de cedência, isto é, $(\delta \varepsilon_v^p)(\delta \varepsilon_s^p) = -\eta_y$, como pode ver-se na Figura 6.

São óbvios os inconvenientes de um progressivo incremento de ε_v^p à medida que η_y aumenta. Este comportamento não só não corresponde ao real, como contraria a teoria dos estados críticos que preconiza que a taxa de variação de volume terá de diminuir progressivamente até se anular na cedência, ou seja, no estado crítico (ver em 2.2).

Com base nos já referidos trabalhos de Taylor (op. cit.) em que se estabelece, num ensaio de corte direto, a ligação entre a dilatância e o atrito mobilizado, Wood (op. cit.) propôs a seguinte equação tensão-dilatância, expressa em termos de deformação total:

$$\frac{\delta \varepsilon_v}{\delta \varepsilon_s} = M - \frac{q}{p'} = M - \eta \quad (19)$$

Estando a tratar-se de um comportamento elastoplástico pode entender-se a Equação 19 como uma lei de escoamento que controla a relação dos incrementos de deformação plástica:

$$\frac{\delta \varepsilon_v^p}{\delta \varepsilon_s^p} = M - \frac{q}{p'} = M - \eta_y \quad (20)$$

onde $M=q_c/p'_c$, é o valor de M no estado crítico, logo onde se processam deformações distorcionais a volume constante. É evidente que a Equação 20 só é aplicável quando o solo está na cedência. Para valores baixos de η_y (longe da rotura), as deformações elásticas são muito significativas, pelo que a interpretação baseada na Equação 19 (incrementos de deformação total) será diferente da obtida a partir da Equação 20 (incrementos de deformação plástica). Mas na aproximação da rotura, as deformações plásticas tornam-se dominantes e a não consideração da diferença entre deformações plásticas e deformações totais torna-se muito menos importante.

É possível mostrar (Wood, op. cit.) que a lei de escoamento expressa pela Equação 20 corresponde à função de potencial plástico representada pela Equação 21 (Schofield e Wroth, op. cit.):

$$G(\sigma) = q - Mp' \ln \frac{p'_r}{p'} \quad (21)$$

onde p'_r é uma variável arbitrária que permite obter a curva de potencial plástico que interessa o estado de tensão corrente. Assim:

$$\begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_v^p \\ \delta \varepsilon_s^p \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} \frac{\delta G}{\delta p'} \\ \frac{\delta G}{\delta q} \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} M - \eta_y \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

a qual é consistente com a Equação 20, sendo λ um escalar multiplicador, a determinar. Na Figura 7 estão representadas as curvas de potencial plástico, bem como o conjunto das curvas de cedência (retas).

Como pode verificar-se é muito significativa a diferença entre as direções dos $\delta \varepsilon^p$ resultantes da aplicação da lei da normalidade. Na cedência, para valores baixos de η , ocorre deformação volumétrica plástica de compressão (positiva), mas que vai diminuindo à medida que η_y aumenta. Anula-se para $\eta_y=M$ e para $\eta_y>M$, ocorre expansão volumétrica (negativa).

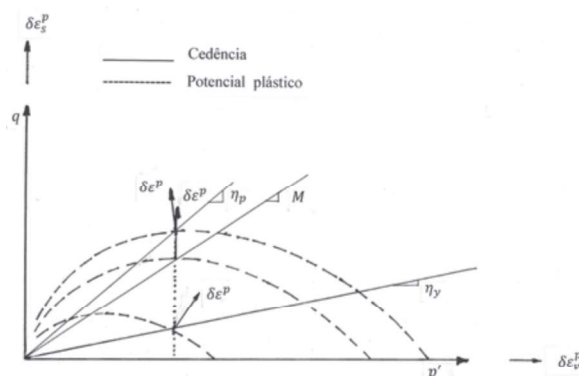


Fig. 7 – Funções de cedência e de potencial plástico no comportamento elastoplástico com endurecimento de um modelo que obedece ao critério de rotura de MC.

Quanto à lei de endurecimento, admite-se, como já foi referido, que o solo endurece devido à ocorrência de deformações distorcionais plásticas. Assim η_y depende unicamente de $\delta\varepsilon_s^p$. Como com este modelo constitutivo se pretende descrever o comportamento de um material cuja rigidez diminui com a deformação distorcional, Wood (op. cit.) recorreu a uma relação hiperbólica entre a tensão e a deformação distorcional plástica. Em termos incrementais, ter-se-á:

$$\delta\eta_y = \frac{(\eta_p - \eta_y)^2}{a\eta_p} \delta\varepsilon_s^p \quad (23)$$

onde η_p é o valor assintótico de q/p' e a é uma constante do solo que vai funcionar como um fator de escala de $\delta\varepsilon_s^p$, uma vez que a Equação 23 é função de $\delta\varepsilon_s^p/a$.

Pode assim estabelecer-se uma relação de rigidez elastoplástica:

$$\begin{Bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} - \frac{\begin{bmatrix} K^2\eta_y(M - \eta_y) & 3GK(M - \eta_y) \\ -3GK\eta_y & 9G^2 \end{bmatrix}}{3G - K\eta_y(M - \eta_y) + p' \frac{(\eta_p - \eta_y)^2}{a\eta_p}} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_v \\ \delta\varepsilon_s \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Na Equação 24, a rigidez elástica surge separada da rigidez plástica. Assim na aplicação desta equação pode recorrer-se à rigidez elástica para prever a alteração e tensão resultante de uma modificação na deformação. Se a tensão assim calculada se situar exteriormente à linha de cedência corrente (curva), η_y , pode usar-se a rigidez plástica para uma correção que leve o estado de tensão calculado para a linha de cedência (eventualmente endurecida).

Claro que se η_y for igual a η_p , esta rigidez torna-se igual à deduzida para o modelo elástico perfeitamente plástico de MC , bastando considerar $\eta_y = \eta_p = M$ e $M - \eta_y = M - \eta_p = M^*$. Em ambas as situações, como se admitem leis de escoamento não associadas, a matriz de rigidez não é simétrica. A função de potencial plástico, descrita pela Equação 23, é na realidade muito diferente da função de cedência dada pela Equação 18.

Na Figura 8 são apresentados os resultados experimentais de um ensaio de corte em compressão triaxial, drenado, que visou caracterizar o comportamento tensão-deformação de um solo arenoso do rio Tejo (Miranda, 2019). Procurou-se modelar esse comportamento com o modelo elastoplástico com endurecimento acabado de apresentar, (Maranha das Neves e Caldeira, 2018), bem como com o modelo elastoplástico com endurecimento e amolecimento no qual a resistência ao corte depende de um parâmetro de estado (Maranha das Neves e Caldeira, op. cit.) modelo esse que é introduzido mais à frente.

Como se pode observar, os resultados experimentais (*A*) mostram uma resistência de pico, natural num solo *OC*. Quanto ao modelo elastoplástico com endurecimento (*B*), observa-se que ele reproduz adequadamente as deformações medidas antes da rotura. De particular interesse são os valores positivos de ε_v para reduzidos valores de ε_s (e valores baixos de η), que são iguais aos medidos no ensaio.

Mas o modelo (curva *B*) não conseguiu reproduzir nenhuma resistência ao corte de pico, a qual é claramente identificada nos resultados do ensaio triaxial (curva *A*), mas que não se observa nos resultados do modelo.

Assim, enquanto nos modelos elásticos perfeitamente plásticos a superfície limite dos estados permanece fixa, nos modelos elastoplásticos pode contrair-se ou expandir-se. Estas alterações da dimensão da configuração da superfície limite dos estados, correspondem a um endurecimento (expansão) ou amolecimento (contração) do solo. Os conceitos de endurecimento e o amolecimento introduzidos neste modelo, embora se trate de um modelo aberto inspiram-se na teoria dos estados críticos a qual nasceu com modelos fechados.

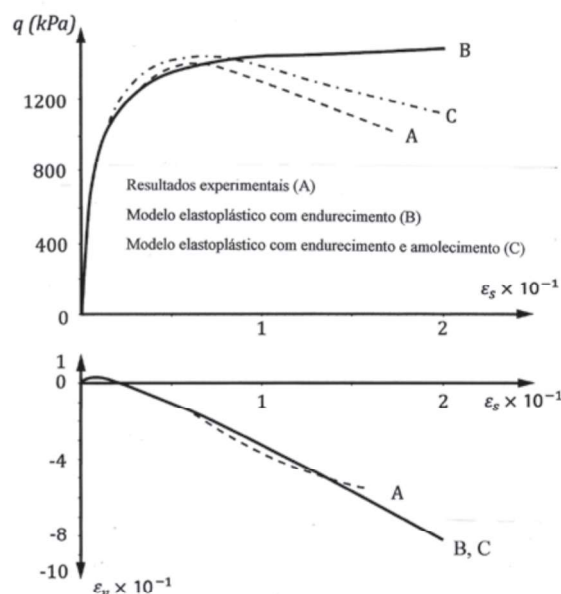


Fig. 8 – Comparação, nos planos (ϵ_s, q) e (ϵ_s, q) , dos resultados de um ensaio de corte em compressão triaxial com os obtidos de duas modelações deste ensaio. A – descreve os resultados experimentais de uma areia com densidade relativa (D_r) igual a 0,8, uma pressão de consolidação igual a 300 kPa, $\eta_c = (q_c/p_c) = 1,47$ e $\phi_c = 36,1^\circ$; B – apresenta os resultados do modelo elastoplástico com endurecimento; C –, apresenta os resultados do modelo elastoplástico que engloba simultaneamente endurecimento e amolecimento e com resistência ao corte dependente de um parâmetro de estado.

O modelo elastoplástico com amolecimento

Quanto ao modelo elastoplástico com amolecimento, já que os fundamentos básicos são os mesmos do modelo elastoplástico com endurecimento, é abordado de forma menos pormenorizada que este último. É claro que o modelo que trata o amolecimento se destina aos solos OC, sendo de notar que não abrange a fase do comportamento pré resistência de pico. Mas a partir da resistência de pico exibe uma dilatação negativa a uma taxa que diminui progressivamente durante o escoamento.

De facto, para baixas deformações ($\eta_y \ll \eta_p$) admite-se que o solo se comporta elasticamente logo a localização da linha de cedência mantém-se fixa, sendo obviamente nulos os incrementos de deformação distorcional plástica. Atingido o valor de η_p , o solo aumenta de volume (amolece) a uma taxa que vai diminuindo progressivamente de valor até ser atingido o estado crítico (η reduz-se até atingir o valor de M). A partir desse valor, ($\eta_p = \eta_c = M$), os incrementos de deformação volumétrica plástica cessam, passando o solo comporta-se como elástico perfeitamente plástico, isto é, continuam a ocorrer deformações distorcionais plásticas, mas a volume constante.

Portanto, dependendo do problema em análise, deve escolher-se o modelo mais apropriado: aquele que trata apenas do endurecimento antes da rotura (no caso de material NC ou ligeiramente OC) ou o que aborda o amolecimento e redução da dilatação positiva após a resistência de pico (por exemplo, areias OC submetidas a grandes deformações distorcionais). Neste último caso este

Em princípio, podia conjecturar-se uma combinação dos dois modelos introduzindo uma mudança para o modelo de amolecimento quando fosse atingido um determinado valor de η_p . No entanto, essa mudança nem do ponto de vista físico é considerada satisfatória (Wood, 2004, op. cit.).

Mas o endurecimento e o amolecimento podem ser introduzidos simultaneamente num só modelo elastoplástico. No entanto é necessário introduzir mais um parâmetro, o qual define a dependência da resistência ao corte em relação a um parâmetro de estado. Mais especificamente, a resistência ao corte máxima (de pico) não é constante, mas sim uma função do volume específico atual. É este o parâmetro de estado escolhido. O símbolo para esse parâmetro é ψ (igual ao proposto para o ângulo de dilatância).

No presente caso, a função potencial plástica a ser considerada no estado de tensão atual é idêntica à do *CCO*, o que significa que o escoamento, para valores baixos de η , conduz a taxas de contração volumétrica. Com o aumento de η , a taxa de contração volumétrica diminui progressivamente, atingindo um valor zero. A partir daí a deformação distorcional é acompanhada por uma expansão volumétrica (esta descrição pode ser acompanhada visualmente recorrendo à Figura 7). Este modelo elastoplástico foi apresentado muito depois do estabelecimento da teoria dos estados críticos (Wood, op. cit.).

Diagrama de estado para solos argilosos. O eixo vertical representa a tensão vertical v e o eixo horizontal representa o logaritmo da tensão horizontal $\ln p'$. A curva de ruptura é uma linha reta com inclinação λ . O parâmetro de estado em A é definido como $\psi_A = v_\lambda - \Gamma$. O diagrama mostra pontos A, B e C, e a condição $\psi > 0$ para pontos acima da curva de ruptura e $\psi < 0$ para pontos abaixo.

ISSN 0379-9522; e-ISSN 2184-8394 – Geotecnia nº 166 – março/marzo/march 2026 – pp. 39-60
https://doi.org/10.14195/2184-8394_166_3 – © 2026 Sociedade Portuguesa de Geotecnia

O modelo procura a condição em que v se encontra na *LEC* convergindo sempre para a máxima resistência ao corte atual, de acordo com uma lei de endurecimento hiperbólica, monotónica e crescente. No entanto, essa resistência máxima está em constante mudança, à medida que o solo se contrai ou expande devido à tensão de corte a que está submetido. A resistência máxima é, portanto, um objetivo móvel que só pode ser alcançado para uma deformação distorcional infinita (a assíntota da lei de endurecimento), situação que pode ser identificada com a resistência no estado crítico. Assim como já havia ocorrido com a função de cedência do modelo, neste caso, o conceito de estado crítico também é utilizado para definir a variável de estado.

A aplicação deste modelo a um ensaio triaxial pode ser vista na Figura 8, (exemplo *C*). Como pode ver-se, a resposta em termos de tensão-deformação, além do endurecimento com a deformação, também descreve um amolecimento, acompanhado por uma transição suave entre dilatação negativa e positiva.

A Figura 8 permite uma comparação entre os resultados dos dois modelos, *B* e *C*, aplicados ao mesmo ensaio triaxial. No que diz respeito à resistência, o modelo *C* reproduz o valor máximo medido no ensaio, o que não sucede com o modelo *B*. Quanto às evoluções de ε_v e ε_s , são bem previstas por ambos os modelos.

7 – A UTILIZAÇÃO DE MODELOS ELÁSTICOS PERFEITAMENTE PLÁSTICOS DA MSC (COM E SEM VARIAÇÕES VOLUMÉTRICAS NA FASE DE CEDÊNCIA) NA VERIFICAÇÃO DE ESTADOS LIMITE

São apresentadas de seguida algumas considerações sobre o papel dos modelos elásticos perfeitamente plásticos, dominantes na *MSC* (com ou sem incrementos de deformação volumétrica na cedência) no dimensionamento de estruturas geotécnicas com base na verificação de estados limite. Se for considerada a utilização de ψ neste modelo, tal implica algumas precauções.

Por exemplo, evitar o uso de $|\psi|=\phi'$ (uma possibilidade contemplada em alguns programas comerciais de cálculo). Se o modelo estiver a ser usado numa análise de elementos finitos de problemas de estabilidade em condições não drenadas deve adotar-se um valor de $\psi=0$. Em 3.2 e 3.3 já houve ocasião de salientar outras precauções com o uso de ψ neste modelo, em particular o facto do valor ψ a adotar nos cálculos, ser constante. Ora na realidade a dilatância, como já se viu, é variável (dependendo, entre outros fatores, do volume específico e do nível da tensão instalada no solo). A teoria sobre o papel da dilatância como condicionador do comportamento dos solos, foi exposto em 2.2.

Finalmente deve ter-se presente que todos os modelos abordados nesta secção são abertos e que tanto o endurecimento como o amolecimento são função dos incrementos de deformação distorcional plástica.

Modelos elástico perfeitamente plásticos, com possibilidade de incluir, ou não, deformações volumétricas na fase plástica

A aplicação dos modelos aos solos *NC*: se o comportamento for drenado e pretendendo-se avaliar *ELU's* (onde a resistência é a propriedade dominante) o modelo é muito útil. Já no que diz respeito à avaliação de *ELU's* (onde a deformação é a propriedade dominante) o modelo não tem qualquer utilidade. Se o comportamento for não drenado o modelo pode considerar-se com alguma utilidade na avaliação de *ELU's*, mas não é aplicável no caso de *ELU's*.

No que respeita aos solos *OC*, se o comportamento for não drenado, o modelo é útil na avaliação de *ELU's*, mas não é recomendável usá-lo na avaliação de *ELU's*.

Modelo elastoplástico com endurecimento

Estes modelos distinguem-se pela descrição do comportamento elastoplástico antes da cedência, buscando aproximar-se do comportamento real e têm um apreciável papel nas áreas da *MSC*. Uma razão adicional para ter presentes os fundamentos daquela teoria ao analisar os resultados da aplicação destes modelos elastoplásticos com endurecimento.

A aplicação aos solos *NC*, quando o comportamento é drenado e se pretendendo avaliar *ELU's* o modelo é de grande utilidade. Na avaliação de *ELU's*, o modelo pode ser útil dada a melhor descrição da deformação da cedência. No caso de comportamento não drenado o modelo não deve ser usado.

No que respeita aos solos *OC*, se o comportamento for não drenado, o modelo não é recomendável na avaliação de *ELU's* e de *ELU's*.

Modelos elastoplásticos com amolecimento

Como o modelo só descreve o comportamentos pós pico (antes de atingir a resistência de pico o comportamento é considerado elástico), é natural que o modelo só interesse aos solos *OC* e em condições drenadas, podendo ser muito útil na avaliação de *ELU's* e de algum interesse no caso de *ELU's*. Em condições não drenadas este modelo não deve ser usado.

Modelo elastoplástico com endurecimento e amolecimento

Como se descreveu em 6.2, o endurecimento e o amolecimento são abrangidos num só modelo elastoplástico, para o que se introduz um parâmetro de estado, ψ , que define a dependência da resistência de pico do volume específico atual. A resistência ao corte máxima não é constante.

Este modelo (que não tem a divulgação dos anteriormente descritos nesta secção, e que visa sobretudo uma aplicação a solos arenosos) é o que se revela mais útil na avaliação de estados limite relacionados com a segurança e funcionalidade. Em condições drenadas, quer o solo seja *NC* ou *OC* é muito útil avaliação de *ELU's*, e de *ELU's*. Se as condições forem não drenadas, seja qual for grau de sobreconsolidação, admite-se o seu uso, embora com menor fiabilidade quando comparado com a sua utilização em condições drenadas.

8 – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE AS DEFORMAÇÕES DO SOLO

Esta questão está intimamente ligada ao tipo de estrutura geotécnica, mas muitas vezes é necessário garantir que os movimentos do solo não excedam um determinado limite, o que normalmente implica deformações muito pequenas. Por exemplo, em condições de serviço, a grande massa de solo que circunda uma estrutura, ou sobre a qual ela se apoia, apresenta deformações superiores a 10^{-3} . No entanto, numa determinada zona, podem ocorrer deformações muito menores no solo tendo sido observadas deformações plásticas de 3×10^{-2} a 5×10^{-4} (Atkinson, 1993). Acima de tudo, deve ter-se em mente que a rigidez de um solo varia continuamente com a localização, o carregamento e as deformações, sejam muito pequenas ou grandes.

9 – QUANDO O SOLO SE AFASTA SIGNIFICATIVAMENTE DO ARQUÉTIPO INICIALMENTE CONSIDERADO

Atualmente, estão a desenvolver-se campos de pesquisa que apontam numa direção que parece contradizer alguns conceitos básicos da MSEC: a importância das ligações entre as partículas e o papel relevante da estrutura e da fábrica do solo. Basicamente, esses campos afetam solos que têm em comum conexões entre as partículas que garantem a ocorrência de estruturas únicas, conexões

que são destruídas quando os solos são submetidos a ações exteriores. Mas se tal não acontecer, está-se a lidar com rochas brandas e não com solos.

O estado do solo natural depende principalmente da história da deposição e erosão, podendo ser alterado posteriormente por processos de envelhecimento: adensamento, fluência, cimentação, intemperismo e variações na salinidade da água intersticial. O envelhecimento pode alterar o estado atual ou a posição da superfície limite dos estados estáveis.

Considerem-se, por exemplo, solos com índices de vazios muito elevados mas com resistência considerável devido a estruturas em que ligações permanentes, de natureza físico-química, desempenham um papel decisivo nesse comportamento (solos apelidados no passado de problemáticos). Ora hoje em dia tem-se por certo que na modelação do comportamento desses solos, o conhecimento do seu estado final é fundamental e a teoria dos estados críticos torna-se indispensável. Duma forma mais abrangente, a previsão do comportamento desses solos nunca poderá ser obtida através da *MSC*, antes incorporando a teoria dos estados críticos. Esta problemática foi exposta por Viana da Fonseca (2024).

Em suma, o que à primeira vista parece colocar a *MSEC* em questão, pelo contrário, confirma a utilidade da teoria em que se baseia esta mecânica. Recorde-se, por exemplo, a utilização das características mecânicas de argilas remoldadas como referência básica para a interpretação das características correspondentes de argilas de sedimentos naturais (Burland, 1990). As propriedades das argilas remoldadas são denominadas propriedades intrínsecas, uma vez que são inerentes ao solo, independentemente do seu estado natural.

Coincidindo com esta perspetiva do papel da estrutura do solo no seu comportamento, e beneficiando dos notáveis avanços na tecnologia da informação, vale a pena mencionar a investigação que considera o meio em questão como verdadeiramente particulado, em detrimento do conceito de meio contínuo (utilizando, por exemplo, o método dos elementos discretos). Contudo, importa salientar desde já que, no caso de partículas argilosas, os modelos particulados são muito difíceis de implementar devido aos efeitos de natureza físico-química na interação entre estas partículas submicroscópicas (Gudehus, 2011).

10 – NOTA FINAL

No que acaba de ser exposto, procurou mostrar-se que um conhecimento dos fundamentos da teoria dos estados críticos pode ser particularmente útil, na apreciação dos resultados da aplicação prática dos modelos da mecânica dos solos clássica, bem como no julgamento, a par e passo, dos dados resultantes do uso de projetos baseados no método observacional.

11 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atkinson, J. (1993). *An introduction to the mechanics of soils and foundations*. London, McGraw-Hill Book Company.
- Burland, J. (1990). *On the compressibility and shear strength of natural clays*. Géotechnique, 40 (3), pp. 329-378. <https://doi.org/10.1680/geot.1990.40.3.329>
- Coulomb, C.-A. (1773). *Sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'Architecture*. Mém. Div. Sav., 7, pp. 343-382.
- Drucker, D. C.; Gibson, R. E.; Henkel, D. J. (1957). *Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity*. Trans., ASCE, 122 (1), pp. 338-346. <https://doi.org/10.1061/TACEAT.00074>
- Duncan, J. (1996). *State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes*. Journal of Geotechnical Engineering, 122 (7), pp. 577-596. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:7\(577\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577))

- Gudehus, G. (2011). *Physical soil mechanics*. London Springer Heidelberg, Dordrecht.
- Maranha, J.; Maranhã das Neves, E. (2009). *The experimental determination of the dilatancy in soils*. Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, pp. 147-154, Alexandria, Egypt.
- Maranhã das Neves, E. (2023). *Solos argilosos compactados, muito sobreconsolidados e o comportamento estrutural de barragens de aterro*. Geotecnia, 159, pp. 3-24. https://doi.org/10.14195/2184-8394_159_1
- Maranhã das Neves, E. (2007). *Resistência dos solos: dilatação versus coesão efetiva*. Geotecnia, 109, pp. 5-23. https://doi.org/10.14195/2184-8394_109_1
- Maranhã das Neves, E.; Caldeira, L. (2018). *As equações constitutivas na modelação geotécnica*. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, IST Press.
- Miranda, L. (2019). *Liquefaction mitigation: prospective application to immersed tunnel foundations*. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa, Portugal.
- Prager, W.; Drucker, D. Q. (1952). *Soil mechanics and plastic analysis of limit design*. Applied Mathematics, 10:2, pp. 157-165.
- Reynolds, O. (1885). *On dilatancy of media composed of rigid particles in contact. With experimental illustrations*. The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Vol. XX, 5th Series, pp. 469-481.
- Roscoe, K. H.; Burland, J. (1969). *On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay, Engineering Plasticity*. Cambridge University Press, Heyman, J. e Leckie, F., editors.
- Roscoe, K.; Schofield, A; Wroth, P. (1958). *On the yielding of soils*. Géotechnique, 8, pp. 22-53. <https://doi.org/10.1680/geot.1958.8.1.22>
- Schofield, A.; Wroth, P. (1968). *Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill Pb. Cp. Ld., UK.
- Taylor, D. (1948). *Fundamentals of soil mechanics*. John Wiley, New York.
- Thurairajah, A. (1961). *Some properties of kaolin and sand*. Tese de Doutoramento. University of Cambridge.
- Viana da Fonseca, A. (2024). *Metaestabilidade em solos e fragilidade de obras de terra*. XLI Lição Manuel Rocha (https://www.youtube.com/watch?v=2k_-D_lpzTE).
- Wood, D. M. (2004). *Geotechnical modeling*. Abingdon, Oxfordshire: Spon Press.