

# MODELOS DESCONTÍNUOS NA ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DO COMPORTAMENTO HIDROMECAÂNICO DE FUNDAÇÕES DE BARRAGENS DE BETÃO

Discontinuum models in three-dimensional hydromechanical analysis of the behaviour of concrete dam foundations

Nuno Monteiro Azevedo<sup>a</sup>, Maria Luísa Braga Farinha<sup>a</sup>, Magda Sá<sup>b</sup>, João Rocha de Almeida<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Lisboa, Portugal.

<sup>b</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Almada, Portugal.

**RESUMO** – Neste artigo apresenta-se a formulação e resultados da aplicação de dois modelos descontínuos tridimensionais que simulam a interação hidromecânica. Nestes modelos o comportamento mecânico é simulado de forma idêntica mas o comportamento hidráulico é simulado com duas abordagens diferentes. O primeiro modelo baseia-se numa formulação que admite o escoamento através de elementos planos de interface. O segundo modelo, que se propõe neste artigo, baseia-se numa discretização unidimensional, ocorrendo o escoamento através de elementos de canais. Os modelos hidromecânicos implementados no módulo computacional Parmac3D-Fflow são verificados e validados através de exemplos simples, e o modelo proposto é calibrado de modo a serem obtidos, com os dois modelos, os mesmos valores de pressão e de caudal. Foi desenvolvido um modelo hidromecânico de um conjunto barragem/fundação, tendo em consideração a existência de cortina de impermeabilização e de sistema de drenagem na fundação. Salientam-se as vantagens do modelo proposto no estudo do comportamento hidromecânico de fundações de barragens.

**SYNOPSIS** – This paper presents the formulation and results of the application of two three-dimensional discontinuum models that simulate the hydromechanical interaction. In these models the mechanical behaviour is simulated in a similar way but the hydraulic behaviour is simulated using two different approaches. The first model is based on a formulation in which seepage takes place through two-dimensional interface elements. The second model, which is proposed in this paper, is based on a unidirectional discretization and a network of seepage channels. The hydromechanical models implemented in the computational module Parmac3D-Fflow are verified and validated using simple examples, and the model proposed is calibrated so that the same water pressures and discharges are obtained with both models. A hydromechanical model of a dam/foundation system was developed, taking into account the existence of a grout curtain and a drainage system within the dam foundation. The advantages of the model proposed in the study of the hydromechanical behaviour of dam foundations are highlighted.

**Palavras Chave** – fundações de barragens de betão, comportamento hidromecânico, modelação numérica tridimensional.

**Keywords** – concrete dam foundations, hydromechanical behaviour, three-dimensional numerical modelling.

---

E-mails: nazevedo@lnec.com (N. Azevedo), lbraga@lnec.com (L. Braga), mw.sa@campus.fct.unl.pt (M. Sá), jr@fct.unl.pt (J. Almeida)

ORCID: orcid.org/0000-0001-8838-3760 (N. Azevedo), orcid.org/0000-0002-5375-8283 (L. Braga), orcid.org/0000-0002-4614-2675 (J. Almeida)

## 1 – INTRODUÇÃO

O maciço rochoso de fundação das barragens é um elemento crucial na segurança deste tipo de obras, pois a maioria das roturas de barragens de betão ocorreram devido a problemas no maciço de fundação. O comportamento desta zona da obra é influenciado pelo mecanismo de transferência de cargas do corpo da obra para o maciço rochoso. Em barragens de betão, as principais ações estáticas a considerar em situação de exploração normal são a pressão hidrostática e as variações de temperatura, sendo necessário analisar de forma acoplada a interação entre os comportamentos mecânico, hidráulico e térmico. Para esta análise é necessário desenvolver ferramentas numéricas que permitam analisar o maciço de fundação de barragens de betão de uma forma integrada, considerando a interação entre os diferentes tipos de comportamento.

O desenvolvimento de ferramentas numéricas que permitem análises acopladas é particularmente importante para avaliar a segurança de um elevado número de barragens de betão construídas no terceiro quartel do século 20, muitas das quais não cumprem as atuais recomendações, e para verificar se as barragens de betão que já ultrapassaram o seu tempo de vida útil (normalmente cerca de 50 anos) se mantêm operacionais. A manutenção da operacionalidade destas obras durante o maior período de tempo possível permite evitar a construção de novas barragens e assim minimizar despesas e impactos no ambiente. Estas ferramentas numéricas devem permitir também simular as previsíveis consequências da ocorrência de alterações climáticas, com grandes variações da temperatura e cheias com valores extremos, que podem afetar a operacionalidade das barragens de betão, projetadas, e em muitos casos reabilitadas, para condições climáticas estáveis observadas anteriormente. É essencial modelar de modo adequado não só as variações do nível da água na albufeira e das variações de temperatura no corpo da obra mas também a sua influência no comportamento hidromecânico da fundação, já que variações extremas destas ações podem conduzir a instabilidade ou/e a rotura global das obras. Assim, é essencial dispor de ferramentas numéricas que permitam representar de modo adequado não apenas as descontinuidades dos maciços rochosos, que constituem os principais caminhos de percolação de água, mas também as cortinas de impermeabilização e os sistemas de drenagem instalados na fundação das barragens, permitindo deste modo estudar o comportamento hidromecânico.

O uso de modelos tridimensionais (3D) é exigido na análise do comportamento e da estabilidade de barragens abóbada. Este tipo de modelos é também requerido na análise numérica de barragens gravidade que variem em altura ao longo do seu eixo e em obras em que as condições geotécnicas não sejam uniformes (Bustamante e Radisic 2006; Lombardi 2007). No entanto, não estão disponíveis ferramentas numéricas em 3D que permitam resolver de uma forma integrada a análise hidromecânica, simulando adequadamente as características específicas das fundações de barragens, e permitindo fazer a subsequente análise de estabilidade para ações estáticas e dinâmicas (Lemos, 2011). Tradicionalmente, as pressões da água consideradas no projeto são impostas nas descontinuidades do maciço rochoso de fundação. É possível obter uma distribuição de pressões mais realista usando um modelo da fundação baseado em meio contínuo para fazer uma análise hidráulica (Farinha et al., 2011), e depois ter em consideração as pressões obtidas no modelo mecânico descontínuo, que é utilizado para realizar as análises de estabilidade (Farinha et al., 2012). Simulações mais realistas requerem a análise do comportamento hidromecânico de forma integrada, sendo assim necessário desenvolver modelos hidromecânicos 3D robustos, que permitam representar adequadamente as particularidades das fundações de barragens de betão, nomeadamente cortinas de impermeabilização e sistemas de drenagem.

No campo da engenharia de barragens foram apresentados por diferentes autores, nos anos 80 do século passado, diferentes modelos de elementos finitos 3D que permitiam analisar de modo acoplado o comportamento hidromecânico do maciço rochoso de fundação, desenvolvidos com base no primeiro método de análise hidromecânica totalmente acoplado, em 2D (Noorishad et al. 1982). Estes modelos em 3D recorriam ao método dos elementos finitos e foram usados em

estudos de investigação para analisar a influência da inclinação da cortina de impermeabilização nas tensões e deformações de uma grande barragem abóbada (Gell, 1983), para evidenciar a importância de considerar as forças devidas ao escoamento pelas descontinuidades do maciço na interação barragem/fundação e nas análises de estabilidade de barragens abóbada (Wittke e Gell, 1984, Gell e Wittke, 1986, Erban e Gell, 1988) e para análise do comportamento hidromecânico de barragens de betão (Gomes de Mendonça, 1989). O modelo de elementos finitos 3D, totalmente acoplado, apresentado por Sun (1994) recorria à teoria da poroelasticidade para simular a deformabilidade da matriz rochosa e o escoamento no meio poroso e representava o escoamento nas descontinuidades através da “lei cúbica” em regime laminar, mas considerava apenas comportamento mecânico linear e requeria uma grande capacidade de memória computacional, mesmo para problemas muito simples, uma vez que utilizava uma técnica numérica implícita (a matriz global do modelo hidromecânico continha graus de liberdade do modelo mecânico e do modelo hidráulico). O modelo hidromecânico explícito desenvolvido por Damjanac (1996) como uma extensão para o programa computacional 3DEC, baseado em elementos discretos, evitava a necessidade de formar matrizes de grande dimensão.

Contudo, como referido por Rutqvist e Stephansson (2003), a maior parte da investigação e desenvolvimento sobre a interação hidromecânica em maciços rochosos fraturados e a maioria das aplicações de análises hidromecânicas acopladas têm sido dirigidas para a exploração de gás e de petróleo, investigações no âmbito da extração de energia geotérmica, e estudos de comportamento de cavernas subterrâneas para depósito de resíduos nucleares. Jing (2003) salienta que os efeitos hidromecânicos da interseção de descontinuidades são aspetos difíceis ainda por resolver, especialmente em 3D. Assim, é necessário desenvolver e/ou incorporar no domínio da engenharia de fundação de barragens modelos de outras áreas científicas que permitam interpretar adequadamente o comportamento das fundações de barragens (e.g. Yan e Zheng, 2017, Yan et al., 2018).

Neste trabalho, após a descrição da formulação, apresentam-se os resultados da aplicação de dois modelos hidráulicos diferentes implementados num módulo computacional hidromecânico tridimensional, Parmac3D-Fflow, que foi inicialmente desenvolvido para o estudo da fratura em betão (Azevedo, 2003). A versão 2D do mesmo módulo computacional tem sido utilizada para fazer análises estáticas e dinâmicas de barragens gravidade (Farinha et al., 2017). É de referir que um modelo hidromecânico semelhante foi apresentado por Lisjak et al. (2017), em que se assume que o escoamento ocorre pela mesma malha triangular usada nos cálculos mecânicos, e é explicitamente resolvido com base na aproximação da lei cúbica do escoamento (Snow, 1965).

Neste trabalho utilizam-se modelos que simulam apenas o escoamento que ocorre pelas descontinuidades ou pelas interfaces. Para simular o escoamento em domínios 3D adota-se o modelo hidráulico baseado numa tecnologia de elementos finitos de junta apresentado por Yan e Zheng (2017), em que se consideram escoamentos bi-dimensionais, e propõe-se um modelo hidráulico unidimensional para simular escoamentos bidimensionais, que se entende ter uma maior aplicabilidade, pois é um modelo computacionalmente mais simples. Foram comparados os resultados obtidos em cálculos hidráulicos e hidromecânicos usando as duas formulações e o modelo proposto é calibrado de modo a serem obtidos, com os dois modelos, os mesmos valores de pressão e de caudal. Na sequência do trabalho apresentado por Farinha et al. (2018) foi desenvolvido um modelo hidromecânico de um conjunto barragem/fundação, tendo em consideração a existência de cortina de impermeabilização e de sistema de drenagem na fundação. Conclui-se que, através da calibração dos parâmetros hidráulicos, é possível aplicar os modelos hidráulicos descontínuos usados neste trabalho para modelar meios contínuos e para modelar o comportamento hidromecânico tridimensional do maciço rochoso de uma barragem de betão.

## 2 – FORMULAÇÃO

### 2.1 – Modelo mecânico

O modelo mecânico implementado no módulo computacional Parmac3D-FFlow, é um modelo de natureza discreta que se baseia no método das diferenças centrais (Underwood, 1983; Azevedo, 2003). O domínio, que inclui a barragem e o maciço rochoso de fundação, é dividido num conjunto de blocos e é necessário garantir que a interação entre os blocos é sempre face-face. As superfícies de contacto entre os blocos adjacentes são perfeitamente compatíveis e as interfaces podem deslizar e ter movimentos de abertura. Tal como na versão bidimensional (Azevedo e Farinha, 2015), este modelo possibilita a consideração da deformabilidade de cada bloco pertencente ao seu domínio, através de uma discretização interna com uma malha de elementos tetraédricos. Para um dado ponto nodal, as equações do movimento são dadas por:

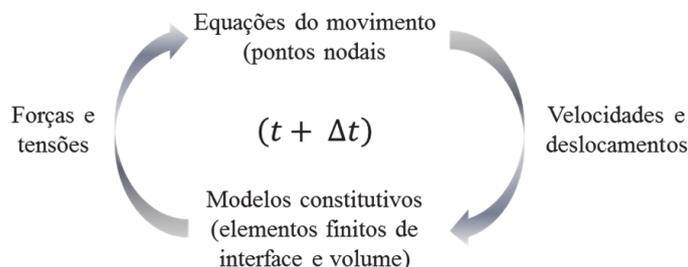
$$m \ddot{u}_i(t) + c \dot{u}_i(t) = F_i(t) + m g_i \quad (1)$$

em que,  $\dot{u}_i(t)$  é a velocidade,  $\ddot{u}_i(t)$  é a aceleração,  $c$  é a constante de amortecimento, proporcional à velocidade,  $m$  é a massa nodal,  $g_i$  é aceleração da gravidade e  $F_i(t)$  são as forças nodais a atuar num dado instante, definidas por três termos:

$$F_i(t) = F_i^e(t) + F_i^c(t) + F_i^1(t) \quad (2)$$

onde  $F_i^e(t)$  são as forças externas aplicadas no ponto nodal,  $F_i^c(t)$  são as forças externas devidas ao contacto com blocos vizinhos que só existem nos pontos nodais na fronteira do bloco, e  $F_i^1(t)$  são as forças internas devidas à deformação dos elementos finitos planos associados (Lemos e Cundall, 1999). A integração da equação 1 é realizada com base no método das diferenças centrais, que é condicionalmente estável. A definição do passo de cálculo e o esquema de solução a adotar quando se requer apenas a solução estática do problema podem ser encontrados em Underwood (1983) e Azevedo (2003).

A Figura 1 apresenta o ciclo de cálculo do modelo mecânico adotado. A interação entre os blocos é realizada através de elementos finitos de interface, que são adequados para análises em pequenos deslocamentos (Goodman et al., 1968 e Hohberg, 1992). Estudos apresentados por Azevedo e Farinha (2015) mostram que é válida a hipótese dos pequenos deslocamentos na análise do comportamento hidromecânico de fundações de barragens de betão e em análises de estabilidade sob ações estáticas. Em estudos em que se verifique que é necessário considerar grandes deslocamentos é possível realizar os cálculos adotando, por exemplo, o algoritmo híbrido proposto por Azevedo e Farinha (2015).



**Fig. 1** – Ciclo de cálculo do modelo mecânico.

A adoção de elementos finitos de interface requer que as malhas de elementos finitos de cada bloco sejam compatíveis, isto é, que as discretizações ao longo das faces dos blocos em contacto sejam iguais, de modo a garantir que as interações são do tipo face triangular/face triangular. Em

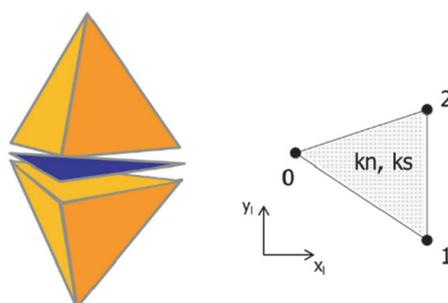
modelos bidimensionais esta compatibilização é relativamente simples (Azevedo e Farinha, 2015). Em modelos tridimensionais este procedimento é muito mais complexo. Este algoritmo ainda está em desenvolvimento e por esse motivo a malha do modelo barragem/fundação que se apresenta no exemplo de aplicação é uma malha regular, de modo a garantir-se uma compatibilidade perfeita.

Dado existir uma perfeita compatibilidade do campo de deslocamentos ao longo das interfaces, obtém-se uma distribuição mais rigorosa do campo de tensões ao longo das mesmas, quando comparado com formulações baseadas no método dos elementos discretos (Lemos, 2011). Na Figura 2 encontra-se representada a interação entre dois blocos tetraédricos e o respetivo elemento de interface. Os pontos de integração coincidem com os pontos nodais. Tal como na formulação em 2D, o elemento de junta possibilita uma descontinuidade no campo de deslocamentos, tendo por base uma relação direta entre tensões e deslocamentos. Em cada ponto de integração do elemento de junta, as tensões nos eixos locais são dadas por:

$$\sigma_n(t + \Delta t) = \sigma_n(t) + k_n \Delta u_n(t) \quad (3)$$

$$\tau_s(t + \Delta t) = \tau_s(t) + k_s \Delta u_s(t) \quad (4)$$

onde  $\sigma_n(t)$  e  $\tau_s(t)$  são os valores de tensão normal e tensão de corte no instante atual;  $\sigma_n(t + \Delta t)$  e  $\tau_s(t + \Delta t)$  são as estimativas elásticas dos valores de tensão normal e de corte no instante a seguir;  $\Delta u_n(t)$  e  $\Delta u_s(t)$  são os incrementos de deslocamento na direção normal e na direção tangencial da junta, definidos com base nos deslocamentos dos pontos nodais que definem a junta;  $k_n$  e  $k_s$  são os valores de rigidez normal e tangencial, associados ao elemento de junta. Com base na estimativa de tensões adota-se o modelo constitutivo da junta e corrigem-se os valores previstos, caso seja necessário. Os pontos de integração coincidem com a posição dos nós do elemento de junta no plano médio, cujas coordenadas são dadas pela média das coordenadas dos pontos nodais dos elementos planos triangulares de cada lado da junta.

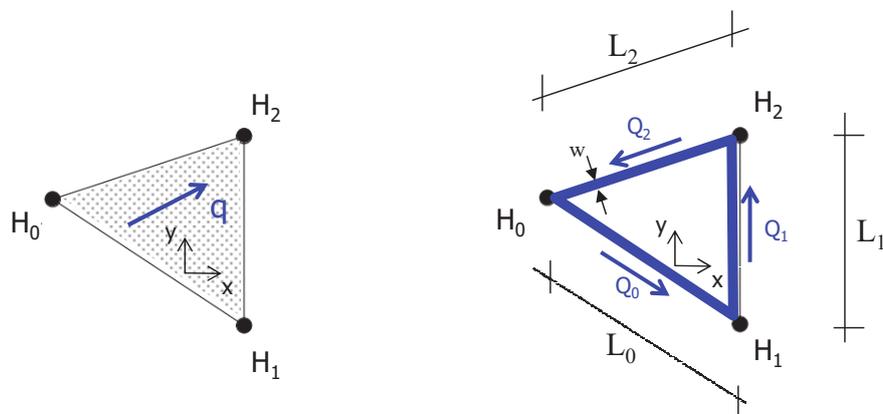


**Fig. 2** – Modelo de elemento de interface mecânico.

## 2.2 – Modelo hidráulico

No estudo que aqui se apresenta, o modelo hidráulico sobrepõe-se ao modelo mecânico e são utilizadas duas formulações hidráulicas diferentes para simular o escoamento em domínios tridimensionais. Na primeira formulação, baseada no modelo proposto por Yan e Zheng (2017), admite-se que o escoamento se processa ao longo das interfaces bidimensionais do domínio (Fig. 3a), designadas neste trabalho por interface de escoamento (IE) ou interface hidráulica. Na segunda formulação, que se propõe neste trabalho, utiliza-se um modelo de escoamento bidimensional baseado numa discretização unidimensional (1D) com canais de escoamento, localizados nas arestas das interfaces triangulares (Fig. 3b). Cada um dos canais de escoamento é designado por pseudo-canal de escoamento (PCE). Esta formulação é uma extensão para 3D do

modelo hidromecânico 2D apresentado por Azevedo e Farinha (2015) para análise de fundações de barragens gravidade, que é baseada numa formulação numérica robusta de escoamento unidirecional similar ao modelo discreto adotado no programa computacional UDEC (Itasca, 2004). Admite-se que o escoamento ocorre apenas pelos elementos de interface.



a) Elementos triangulares de interface (adaptado de Yan e Zheng, 2017)      b) Elementos de canais de escoamento

**Fig. 3** – Elementos triangulares de interface e elementos de canais de escoamento.

A formulação hidráulica de escoamento utilizando interfaces bidimensionais (IE) é baseada no modelo proposto por Yan e Zheng (2017) para o estudo da fracturação hidráulica em modelos tridimensionais. Este modelo é similar ao modelo proposto por Azevedo e Farinha (2015) em interfaces unidimensionais para a análise hidromecânica de fundações de barragens e por Yan et al. (2016) para a análise de fracturação hidráulica em modelos bidimensionais.

Os elementos de interface triangulares hidráulicos são definidos com base nos elementos de junta triangular, e cada nó hidráulico (H), representa também os respetivos nós adjacentes do domínio mecânico, que no início da simulação apresentam as mesmas coordenadas. À medida que o cálculo hidromecânico se desenvolve, as coordenadas de cada nó hidráulico são dadas pela média das coordenadas dos grupos de nós associados do modelo mecânico.

No cálculo do caudal em cada elemento de interface triangular hidráulico ( $q_i$ ), adota-se a hipótese simplificativa de escoamento laminar entre placas paralelas (Louis, 1969; Louis e Maini, 1970; Snow, 1965):

$$q_i = - \frac{1}{12 \nu_k} g a_{h,IE}^3 \frac{\partial H_{IE}}{\partial x_i} = -k_{IE} \frac{\partial H_{IE}}{\partial x_i} \quad (5)$$

em que  $q_i$  é o caudal na direção local  $i$ ,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\nu_k$  é a viscosidade cinemática do fluido,  $\rho_w$  é a massa volúmica do fluido,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido que se relaciona com a viscosidade cinemática do fluido por  $\mu = \nu_k \rho_w$ ,  $H_{IE}$  é a carga hidráulica total na interface triangular hidráulica dada por:

$$H_{IE} = \left( \frac{P}{\rho_w g} + z \right) \quad (6)$$

em que  $P$  e  $z$  são a pressão do fluido e a cota, desprezando-se assim a contribuição do termo dinâmico associado à velocidade do escoamento no cálculo da carga hidráulica. Na hipótese de carga hidráulica em cada elemento de interface hidráulico apresentar uma distribuição linear, o gradiente da carga hidráulica em cada ponto da superfície triangular é constante. Assim, a partir do

pressuposto anterior e tendo por base o teorema da divergência, o gradiente da carga hidráulica é dado por:

$$\frac{\partial H_{IE}}{\partial x_i} = \frac{1}{A} \int_A \frac{\partial H_{IE}}{\partial x_i} dA = \frac{1}{A} \int_S H_{IE} n_i dS = \frac{1}{A} \sum_{m=1}^3 \bar{H}_{IE}^m n_i^m L^m \quad (7)$$

em que  $m$  representa uma aresta do elemento triangular,  $n_i^m$  é a normal da aresta  $m$  na direção local  $i$ ,  $L^m$  é o comprimento da aresta  $m$  e  $\bar{H}_{IE}^m$  é a carga hidráulica da aresta  $m$ , dada pela média dos nós hidráulicos associados. O caudal numa dada direção do elemento triangular hidráulico pode então ser definido através de:

$$q_i = -k_{IE} \frac{1}{A} \sum_{m=1}^3 \bar{H}_{IE}^m n_i^m L^m \quad (8)$$

Conhecendo o caudal associado ao elemento triangular, o caudal escoado por uma dada aresta ( $Q^m$ ) é dado por:

$$Q^m = q_x n_x^m L^m + q_y n_y^m L^m \quad (9)$$

em que  $q_x$  e  $q_y$  representam o caudal associado às direções locais  $x$ ,  $y$ . O caudal associado ao nó  $i$  do elemento triangular ( $Q_{IE_i}$ ) é definido em função da média dos caudais das arestas associadas. Em cada nó hidráulico (NH) somam-se os caudais que percorrem as IE confluentes nesse NH ( $Q_{NH}$ ) com base em:

$$Q_{NH}(t) = \sum_{i=1}^n Q_{IE_i}(t) \quad (10)$$

Como já referido, em modelos tridimensionais a compatibilização entre o modelo mecânico e o modelo hidráulico apresenta um grau de dificuldade elevado. Por este motivo, propõe-se neste trabalho um modelo de escoamento bidimensional baseado numa discretização unidimensional com canais de escoamento (PCE). Esta representação discreta de um meio bidimensional é uma aproximação do meio, e é similar à aproximação adotada quando se aplica o método de grelha ou o método dos elementos discretos com partículas à modelação de um meio contínuo (Azevedo, 2003). Este modelo apresenta ainda a vantagem de poder ser adotado de forma direta na modelação da fratura hidráulica em modelos de partículas (Azevedo et al., 2015).

No modelo PCE proposto, o caudal é dado por (Bear, 1988):

$$Q_{PCE} = \frac{1}{12 \nu_k} g a_{h.PCE}^3 \frac{\Delta H_{PCE}}{L} = \frac{1}{12 \mu} a_{h.PCE}^3 \rho_w g \frac{\Delta H_{PCE}}{L} = k_{PCE.i} \rho_w g \Delta H_{PCE} \quad (11)$$

em que  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\nu_k$  é a viscosidade cinemática do fluido,  $L$  é o comprimento do PCE,  $\rho_w$  é a massa volúmica do fluido,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido que se relaciona com a viscosidade cinemática do fluido por  $\mu = \nu_k \rho_w$ ,  $k_{PCE.i}$  é a permeabilidade do PCE e  $\Delta H_{PCE}$  é a perda de carga entre as duas extremidades da descontinuidade, dada por:

$$\Delta H_{PCE} = \left( \frac{P_2}{\rho_w g} + z_2 \right) - \left( \frac{P_1}{\rho_w g} + z_1 \right) \quad (12)$$

Na equação anterior  $P_i$  e  $z_i$  são a pressão e a cota na extremidade  $i$  do pseudo-canal de escoamento, respetivamente. Tal como no modelo que utiliza IE, despreza-se, no cálculo da perda de carga, a contribuição do termo dinâmico associado à velocidade do escoamento.

Nesta abordagem é necessário definir a largura do PCE ( $w$ ) associada à aresta de cada interface de escoamento (IE). Numa primeira fase, esta largura  $w$  é calculada para os pseudo-canais de escoamento (PCE), de modo a que a área total destes pseudo-canais seja igual à área da interface hidráulica:

$$w = \frac{A}{L_0 + L_1 + L_2} \quad (13)$$

onde  $L_i$  representa o comprimento de cada aresta da IH e  $A$  representa a área da IH. É assim necessário calcular uma pseudo-largura  $w$  para cada elemento de interface triangular.

No modelo com IE e no modelo com PCE, a variação de pressão no nó hidráulico (NH) para um fluido compressível depende do valor dos caudais confluentes e da variação de volume hidráulico associado ao NH:

$$\Delta P_{NH}(t) = \frac{K_w}{V_{NH}(t)} (Q_{NH}(t) \Delta t + \Delta V_{NH}(t)) \quad (14)$$

em que  $\Delta P_{NH}(t)$  é a variação de pressão no NH,  $K_w$  é o módulo de deformabilidade volumétrica do fluido,  $\Delta V_{NH}(t)$  é a variação de volume associado ao NH entre dois passos consecutivos e  $\Delta t$  é o passo de cálculo adotado no domínio hidráulico. Desde que se considere apenas o escoamento em regime permanente, a variação de volume entre dois passos consecutivos pode ser desprezada. A pressão no instante subsequente é então dada por:

$$P_{NH}(t + \Delta t) = P_{NH}(t) + \frac{K_w}{V_{NH}(t)} Q_{NH}(t) \Delta t \quad (15)$$

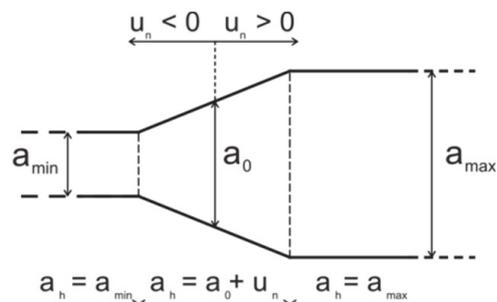
Em ambos os modelos hidráulicos é necessário começar por definir a abertura hidráulica ( $a_h$ ) associada a cada nó hidráulico. Dado que cada IE coincide com o elemento de junta do modelo mecânico, o valor do deslocamento normal da junta ( $u_n$ ) nos pontos de integração, coincidentes com os pontos nodais (pontos de Lobatto) é conhecido em cada nó mecânico. Da mesma forma no modelo PCE, as extremidades do PCE coincidem com os pontos de integração do modelo mecânico. Dado que cada PCE está associado a um elemento de junta com dois pontos de integração em cada extremidade, a abertura média do canal de escoamento é dada em função das aberturas hidráulicas calculadas em cada extremidade:

$$a_{h.PCE} = \frac{a_{h.1} + a_{h.2}}{2} \quad (16)$$

A abertura hidráulica associada a cada ponto de integração é obtida em função da abertura mecânica, do deslocamento normal da junta ( $u_n$ ), e de três parâmetros ( $a_0$ ,  $a_{min}$  e  $a_{max}$ ), seguindo-se o esquema adotado no programa computacional UDEC (Itasca, 2004):

$$a_h = \begin{cases} a_{min} & se & u_n + a_0 < a_{min} \\ u_n + a_0 & se & a_{min} \leq u_n + a_0 \leq a_{max} \\ a_{max} & se & u_n + a_0 > a_{max} \end{cases} \quad (17)$$

Como se observa na Figura 4,  $a_0$  é o valor da abertura hidráulica quando a abertura mecânica é nula, o que representa a abertura da descontinuidade com tensão normal nula. Quando a descontinuidade é submetida a compressões significativas, a abertura hidráulica diminui até um valor mínimo,  $a_{min}$ . Considera-se ainda a existência dum valor de abertura hidráulica máxima,  $a_{max}$ , que limita o valor do caudal que percorre a descontinuidade, de modo a limitar a permeabilidade máxima das juntas.



**Fig. 4** – Abertura hidráulica.

Os dois modelos hidráulicos apresentados que se utilizam neste trabalho permitem o cálculo das situações de escoamento confinado e de escoamento com superfície livre. No escoamento em maciços rochosos não se observam pressões negativas, pelo que no modelo de cálculo apresentado é necessário incluir artifícios numéricos que garantam que os valores de pressão obtidos são maiores ou iguais a zero. Assim, se forem determinadas pressões negativas durante o processo de cálculo, estas são imediatamente igualadas a zero.

No modelo com PCE é ainda incluído um segundo artifício (Bretas et al., 2013) de modo a garantir que a solução de escoamento converge para um estado de equilíbrio onde não se verificam pressões negativas, adotando-se um esquema que reduz progressivamente o caudal num dado PCE, nos casos em que o escoamento no PCE se estabelece essencialmente devido à ação da gravidade. No modelo com IE adota-se um esquema similar introduzindo-se o conceito de saturação do NH. Assim, num dado instante a saturação de um NH é dada por:

$$s = s_0 + Q_{NH} \frac{\Delta t}{V_{NH}(t)} - \frac{\Delta t}{V_{NH.m}(t)} \quad (18)$$

em que  $V_{NH.m}(t)$  é a média dos volumes do NH no instante atual e no instante imediatamente anterior. Se no instante atual a saturação do NH é negativa, então o valor da pressão do NH não é alterado. Se o valor da saturação é maior que 1, o valor de saturação toma o valor unitário. O caudal no IE é afetado por um coeficiente de redução ( $f_{red}$ ), que depende do valor da saturação média do IE ( $\bar{s}$ ), dado pela média das saturações de cada NH da interface ( $s_0, s_1, s_2$ ):

$$f_{red} = \bar{s}^2 (3 - 2 \bar{s}) \quad (19)$$

$$\bar{s} = \frac{(s_0 + s_1 + s_2)}{3} \quad (20)$$

### 2.2.1 – Estabilidade numérica do modelo hidráulico

De modo a garantir a estabilidade numérica do algoritmo de solução explícito baseado no método das diferenças centrais, é necessário determinar o passo de cálculo crítico dos modelos

hidráulicos. No modelo que utiliza IE, em cada NH o passo de cálculo limite é condicionado pelo volume do NH e pela permeabilidade dos canais de escoamento convergentes nesse NH. No modelo que utiliza PCE é necessário ter também em consideração o comprimento dos PCE. Assim:

$$\Delta_{t.NH} = \begin{cases} \frac{V_{NH.IE}}{k_w \sum_{n_{IE}} \frac{a_{h.IE}^3}{12 v_k}} & , IE \\ \frac{V_{NH.PCE}}{k_w \sum_{n_{PCE}} \frac{a_{h.PCE}^3}{12 v_k} \frac{1}{L}} & , PCE \end{cases} \quad (21)$$

em que  $V_{NH.IE}$  é o volume associado ao NH, dado pela soma de um terço do volume associado ao total de interfaces hidráulicas convergentes no NH ( $n_{IE}$ ),  $V_{NH.PCE}$  é o volume associado ao NH, dado pela soma de metade do volume associado ao total de pseudo-canais de escoamento convergentes no NH  $n_{PCE}$ . O passo de cálculo crítico do domínio hidráulico é o mínimo dos passos de cálculo limite associados a cada NH, ou seja:

$$\Delta_t = \min(\Delta_{t.NH})_{\Omega} \quad (22)$$

Para a análise de escoamento em regime permanente, os volumes associados a cada NH podem ser escalados a partir do passo de cálculo crítico, de modo a acelerar a convergência. Neste caso opta-se, tal como no modelo mecânico (Azevedo, 2003), por escalar os volumes de cada NH assumindo um passo de cálculo unitário. Os volumes fictícios associados a cada NH,  $V_{fic.NH}$ , são então dados por:

$$V_{fic.NH} = \begin{cases} k_w \sum_{n_{IE}} \frac{a_{h.IE}^3}{12 v_k} & , IE \\ k_w \sum_{n_{PCE}} \frac{a_{h.PCE}^3}{12 v_k} \frac{1}{L} & , PCE \end{cases} \quad (23)$$

### 2.2.2 – Modelação da cortina de impermeabilização e do sistema de drenagem

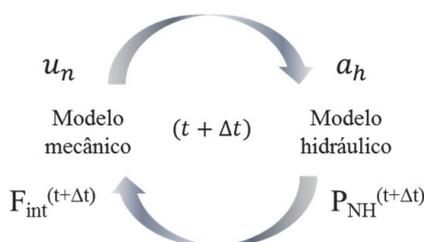
A modelação da cortina de impermeabilização e do sistema de drenagem segue os princípios adotados no modelo hidráulico bidimensional (Azevedo e Farinha, 2015; Farinha et al., 2017). Assim, tendo por base a localização da cortina de impermeabilização, identificam-se as IE ou os PCE que existem nessa zona, reduzindo-se a permeabilidade dos mesmos para valores cerca de dez vezes menores do que a permeabilidade dos elementos que representam o maciço rochoso de fundação envolvente.

Com base na localização do sistema de drenagem identificam-se os NH coincidentes com o sistema, impondo-se nestes NH do modelo numérico o valor de pressão em altura desejado, usualmente o valor médio observado em obra.

### 2.3 – Modelo hidromecânico

O módulo computacional Parmac3D-Fflow permite correr independentemente o modelo mecânico e o modelo hidráulico ou correr o modelo hidromecânico, que resulta do acoplamento sequencial do modelo mecânico com o modelo hidráulico. Simplificadamente adota-se, tal como

em 2D, um passo de cálculo comum no domínio mecânico e no domínio hidráulico, igual ao menor dos passos de cálculo de cada domínio (Azevedo e Farinha, 2015, Farinha et al. 2017). Nas análises em que se admite que o escoamento ocorre em regime permanente e se pretende obter apenas a solução estática do modelo mecânico, adota-se um passo de cálculo unitário nos dois domínios. Os volumes hidráulicos associados aos nós hidráulicos e as massas associadas aos pontos nodais do modelo mecânico são escalados admitindo um passo de cálculo unitário de modo a ser garantida a estabilidade numérica. A Figura 5 representa esquematicamente o ciclo de cálculo do modelo hidromecânico, que evolui ao longo do tempo através da interação dos dois modelos, num acoplamento simples e sequencial: calculam-se as aberturas hidráulicas ( $a_h$ ) tendo em conta os deslocamentos normais das descontinuidades obtidas no modelo mecânico ( $u_n$ ) e, de seguida, as pressões de água calculadas no modelo hidráulico ( $P_{NH}^{(t+\Delta t)}$ ) são usadas no modelo mecânico pois são consideradas no cálculo das forças internas das descontinuidades ( $F_{int}^{(t+\Delta t)}$ ). No modelo mecânico, estas forças internas correspondem a tensões efetivas, o que permite calcular as novas aberturas mecânicas. No módulo computacional Parmac3D-Fflow há uma sobreposição perfeita entre o modelo mecânico e o modelo hidráulico, uma vez que os pontos nodais do modelo mecânico estão na mesma posição dos pontos nodais do modelo hidráulico, o que facilita a definição de condições de fronteira e otimiza a transferência de informação entre os dois domínios.

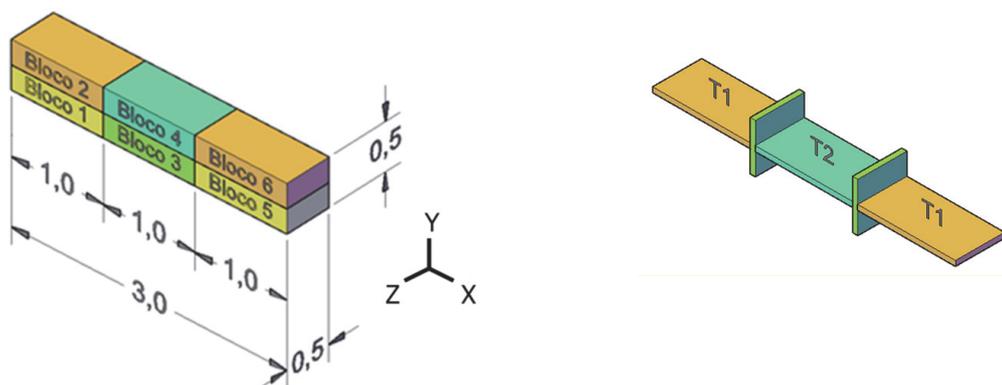


**Fig. 5** – Ciclo de cálculo do modelo hidromecânico.

### 3 – VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO HIDROMECAÂNICO

#### 3.1 – Escoamento ao longo de uma descontinuidade horizontal

O primeiro exemplo de verificação do efeito hidromecânico envolve uma zona de um maciço rochoso em que se admite que o escoamento se processa ao longo de uma descontinuidade horizontal. O modelo consiste num sistema de seis blocos impermeáveis, separados por uma descontinuidade horizontal por onde ocorre o escoamento, e por duas descontinuidades verticais



**Fig. 6** – Geometria do modelo de análise do escoamento ao longo de uma descontinuidade horizontal.

impermeáveis (Figura 6). Compararam-se os resultados obtidos com os dois modelos de escoamento (escoamento através dos elementos de interface triangulares ou através dos pseudo-canais de escoamento) e considerando diferentes valores de permeabilidade.

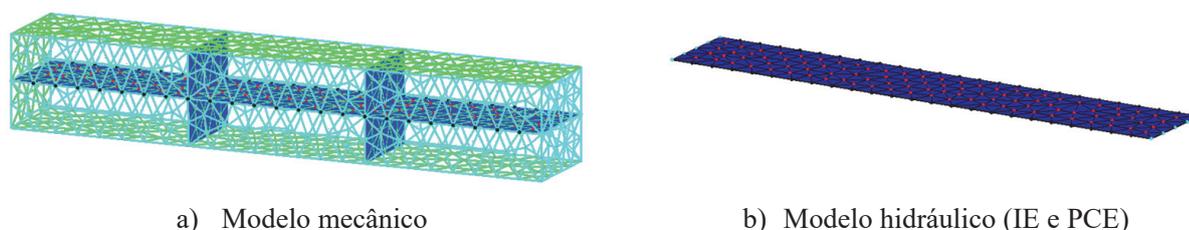
No modelo apresentado admitiu-se que os blocos têm comportamento elástico linear, com as propriedades indicadas no Quadro 1. Nas descontinuidades considerou-se a rigidez normal ( $k_n$ ) igual a 20 GPa/m e a rigidez tangencial ( $k_s$ ) igual a 8 GPa/m. Na descontinuidade horizontal admitiu-se uma abertura hidráulica inicial ( $a_0$ ) de  $0,834 \times 10^{-4}$  m,  $a_{\min}$  igual a  $a_0/3$  e  $a_{\max}$  igual a  $10 \times a_0$ . A permeabilidade inicial considerada é de  $0,83 \times 10^8$  MPa $^{-1}$ s $^{-1}$ . Em todos os cálculos que se apresentam neste trabalho considera-se que o módulo de deformabilidade volumétrica da água é 2,2 GPa. As condições de fronteira impostas foram: i) deslocamento nulo em todas as direções na face inferior dos blocos 1,3 e 5, ii) deslocamento nulo nas direções  $x$  e  $z$  e rotações nulas em todos os nós do modelo iii) pressão de água imposta de 25 MPa na face exterior vertical esquerda e 5 MPa na face exterior vertical direita, e iv) caudal nulo na interseção da junta horizontal com as faces perpendiculares ao eixo  $z$ . As malhas dos modelos numéricos adotados (modelo mecânico e modelos hidráulicos) encontram-se apresentadas na Figura 7 e as características das malhas estão indicadas no Quadro 2.

**Quadro 1** – Propriedades mecânicas dos blocos.

| Propriedades mecânicas | Módulo de elasticidade E (GPa) | Coefficiente de Poisson $\nu$ (-) | Massa volúmica $\rho$ (kg/m $^3$ ) |
|------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| Maciço rochoso         | 20                             | 0,2                               | 2400                               |

A análise foi efetuada em quatro fases, tendo-se considerado um modelo diferente para cada fase. Primeiro assumiu-se apenas o peso próprio como carga aplicada e admitiu-se que o valor da permeabilidade se mantém constante ao longo dos canais/interfaces de escoamento. O segundo e o terceiro modelos diferem do primeiro no sentido em que é considerada uma mudança no valor de permeabilidade por baixo do bloco 4, tendo sido considerado respetivamente, o dobro e metade do valor adotado anteriormente. No quarto modelo considerou-se a variação do peso do bloco 4, mediante um agravamento artificial da aceleração gravítica, cujos valores foram de 12500 m/s $^2$ , 25000 m/s $^2$  e 50000 m/s $^2$ , mantendo-se a permeabilidade constante.

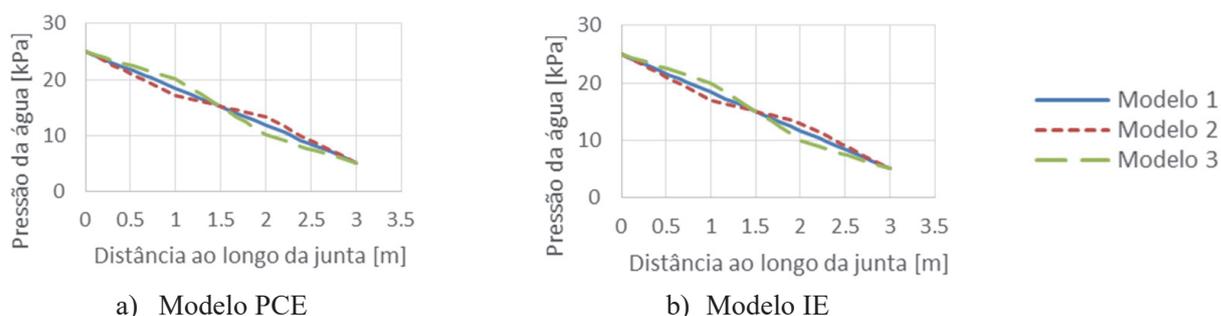
A Figura 8 apresenta os valores de pressão de água ao longo da junta horizontal, para o primeiro, segundo e terceiro modelos, considerando os dois tipos de elementos de escoamento. No modelo 1 a pressão da água diminui linearmente ao longo da descontinuidade enquanto que nos modelos 2 e 3 a diminuição de pressão é linear por troços, devido à alteração do fator de permeabilidade adotado para o troço central da descontinuidade horizontal. Ao ser considerado o dobro ou metade do fator de permeabilidade no troço central o decréscimo da pressão é menor ou maior nesse troço, respetivamente. Verifica-se que se obtêm os mesmos resultados com os dois elementos diferentes que simulam o escoamento.



**Fig. 7** – Modelos numéricos adotados.

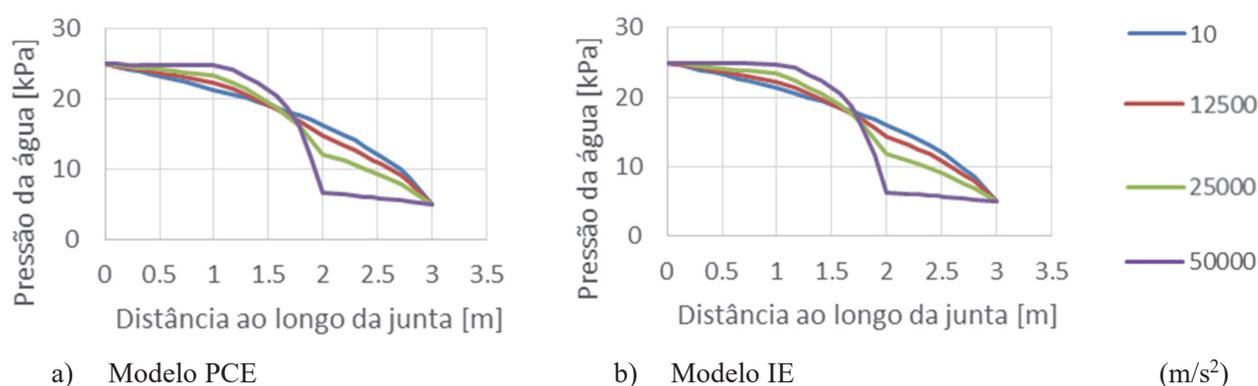
**Quadro 2** – Sistema de seis blocos: características dos modelos numéricos.

|                                   |      |
|-----------------------------------|------|
| Elementos tetraédricos            | 2487 |
| Pontos nodais                     | 925  |
| Nós hidráulicos                   | 152  |
| Elementos de canais de escoamento | 738  |
| Elementos de interface            | 246  |



**Fig. 8** – Variação da pressão de água ao longo da descontinuidade horizontal (modelos 1, 2 e 3).

De forma a analisar a influência de um eventual acréscimo de carga vertical sobre o bloco 4, aplicou-se no modelo 4 um carregamento de peso variável e manteve-se uma permeabilidade constante ao longo da descontinuidade horizontal. Este acréscimo de carga tem como consequência uma diminuição da abertura mecânica do troço central da descontinuidade horizontal que, por sua vez, origina uma diminuição da abertura hidráulica desse troço causando também uma redução da permeabilidade. Esta redução implica um aumento de pressão da água escoada. Conclui-se assim, que a pressão é diretamente proporcional à carga imposta, isto é, quanto maior for a carga vertical aplicada, mais elevado será o decréscimo da pressão. Na Figura 9 apresenta-se a variação da pressão com o aumento de carga, para os dois tipos de modelo hidráulico.



**Fig. 9** – Variação da pressão de água ao longo da descontinuidade horizontal (modelo 4), para cada carregamento vertical.

### 3.2 – Aproximação entre os modelos de escoamento

Apesar da Equação 13 permitir obter uma área total dos canais equivalente à área da interface hidráulica, o caudal escoado através dos dois elementos é diferente. De forma a calibrar os caudais

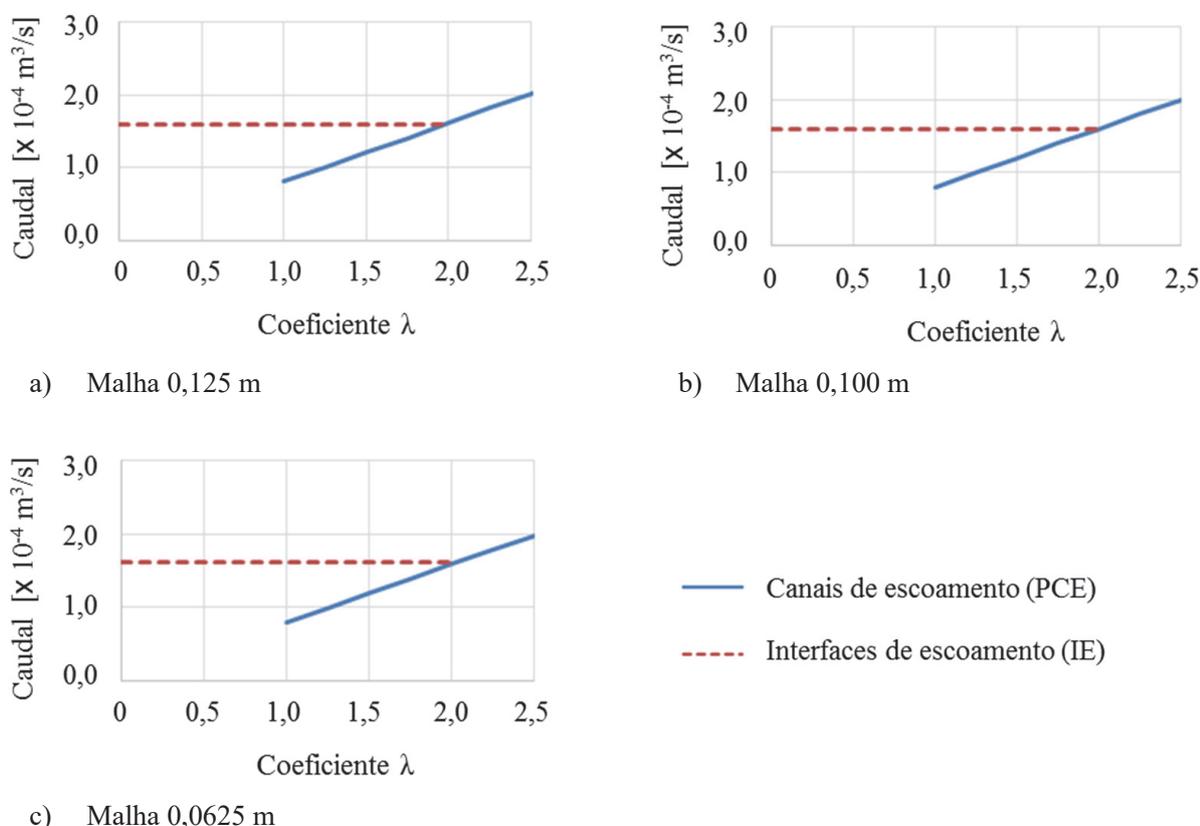
através desta discretização unidirecional de elementos em 2D, foi encontrada uma relação entre estes e os caudais escoados através de elementos de interface. Esta relação é obtida através de um fator multiplicativo,  $\lambda$ , que é aplicado à pseudo-largura,  $w$ , como se observa na Equação 24.

$$w = \frac{A}{(L_0 + L_1 + L_3)} \times \lambda \quad (24)$$

De forma iterativa, numa primeira análise estudaram-se os valores de caudais escoados no modelo hidráulico (sem ter em conta a interação hidromecânica) do escoamento através de uma descontinuidade horizontal, anteriormente abordada, para três malhas distintas (com elementos de dimensão 0,125 m, 0,100 m ou 0,0625 m), tendo sido encontrado o fator  $\lambda$  que permitiu a calibração do caudal escoado pelos elementos de canais de escoamento unidirecional. Como se pode observar na Figura 10, este fator é aproximadamente  $\lambda=2$ .

De seguida foram analisados os valores de caudais escoados no modelo hidromecânico do mesmo exemplo de escoamento, de forma a confirmar que este fator se mantinha. Mais uma vez, de forma iterativa, estudaram-se os valores de caudais escoados para três malhas distintas (0,125 m, 0,100 m e 0,0625 m), tendo sido encontrado o fator  $\lambda$  que permitiu a calibração do caudal escoado pelos elementos de canais de escoamento unidirecional. Como se pode observar na Figura 11, a ordem de grandeza do fator de multiplicação que garante um caudal igual ao obtido com o modelo IE mantém-se, mesmo quando se considera um aumento muito considerável da aceleração gravítica do bloco intermédio superior.

Através da análise dos resultados obtidos conclui-se que para modelos hidráulicos (em que não se considera a interação hidromecânica), este fator multiplicativo garante uma aproximação dos valores de caudais escoados através do modelo PCE aos valores de caudais escoados através

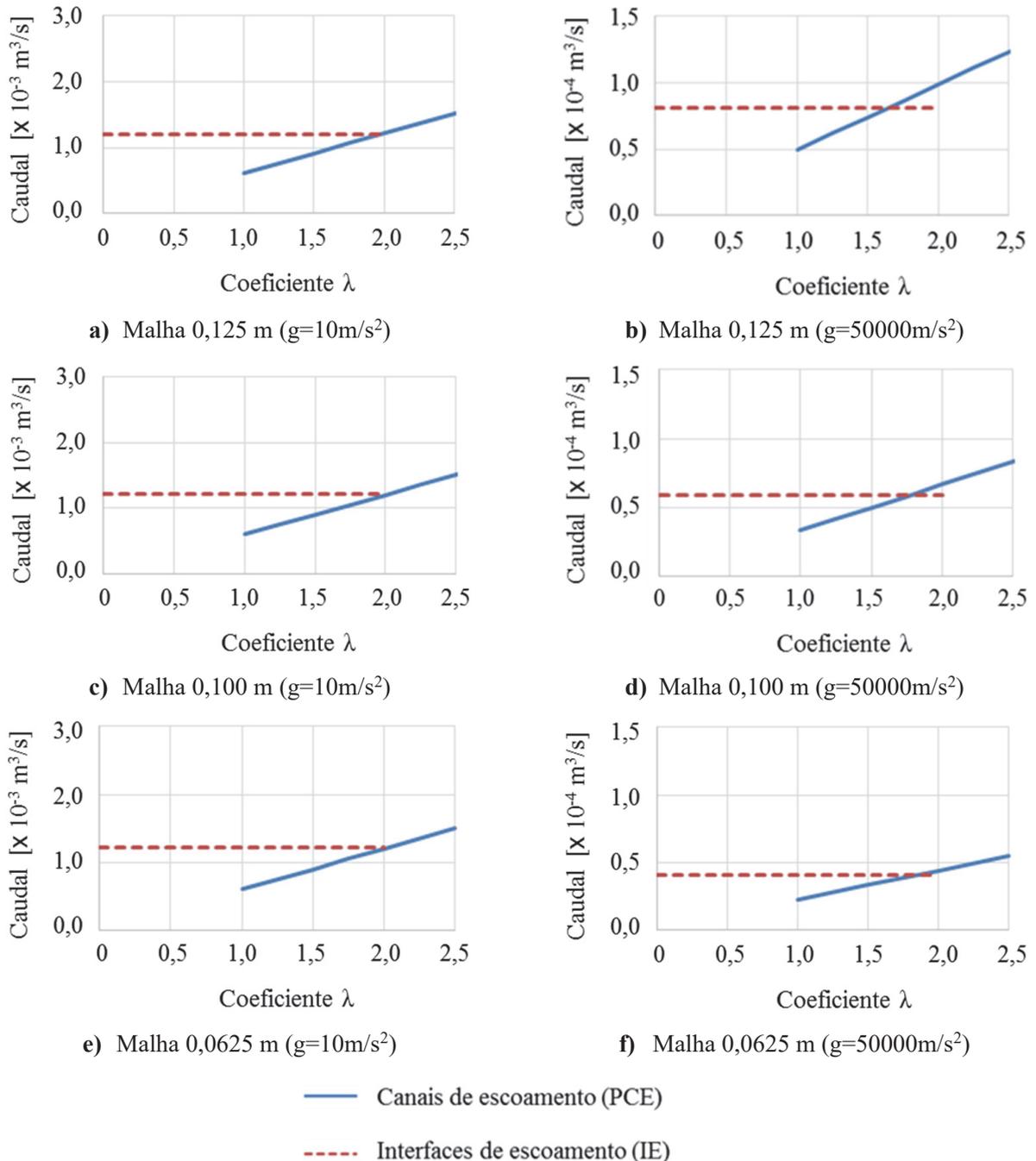


**Fig. 10** – Variação do caudal escoado através de elementos de canais de escoamento consoante o fator  $\lambda$  aplicado ao modelo hidráulico.

do modelo IE. Os resultados obtidos indicam que nos modelos com PCE se devem adotar valores do fator multiplicativo da ordem  $\lambda=2$ .

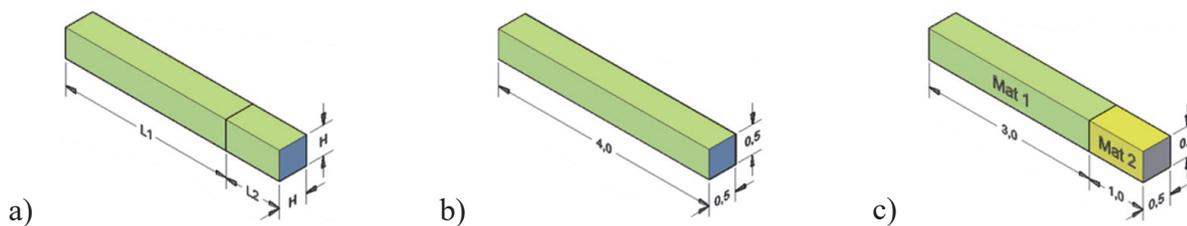
### 3.3 – Escoamento em meio poroso

O segundo exemplo de verificação e comparação dos dois modelos hidráulicos (escoamento através dos elementos de interface triangulares ou através dos pseudo-canais de escoamento) consistiu na simulação do escoamento através de um meio poroso que permite não só demonstrar a potencialidade do modelo hidráulico de natureza discreta, utilizado neste trabalho, na modelação de um meio contínuo, mas também a possibilidade de calibrar a abertura inicial dos canais de



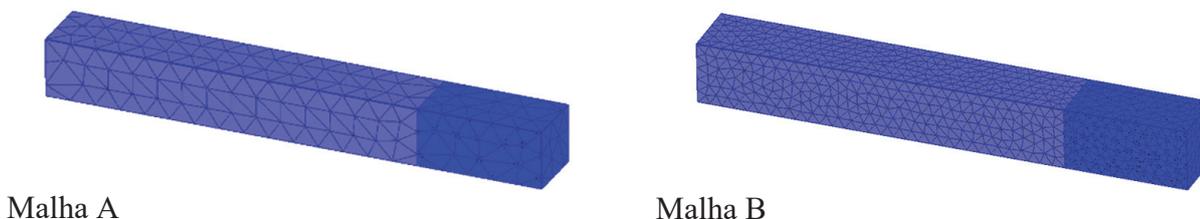
**Fig. 11** – Variação do caudal escoado através de elementos de canais de escoamento consoante o fator  $\lambda$  aplicado ao modelo hidromecânico.

escoamento do modelo hidráulico,  $a_0$ , de modo a ser obtida uma permeabilidade equivalente à do modelo contínuo em estudo. Foi simulado o escoamento numa zona de maciço com a geometria de um paralelepípedo (Figura 12a), com comprimento  $L=L_1+L_2$  e largura e altura iguais ( $H$ ). Considerou-se um meio homogéneo (Figura 12b) e um meio constituído por dois materiais com diferentes permeabilidades (Figura 12c).



**Fig. 12** – Geometria do modelo de análise do escoamento através de um meio contínuo.

A Figura 13 apresenta as malhas utilizadas na análise do escoamento, em que o domínio é discretizado em elementos tetraédricos definidos por uma divisão de arestas respetivamente com 0,2 m e 0,1 m nas direções x, y, e z. A malha A é constituída por 755 elementos tetraédricos e 3020 pontos nodais e a malha B por 5176 elementos tetraédricos e 20704 pontos nodais.



**Fig. 13** – Discretização do domínio no estudo do escoamento através de um meio contínuo.

No modelo impõem-se pressões de 25 MPa e 2 MPa nas faces de topo quadrangulares e admite-se que as restantes faces são impermeáveis. Tendo em consideração a lei de Darcy, quando se atinge a situação de equilíbrio, o caudal que atravessa o modelo é dado por:

$$Q = \frac{k A(P_1 - P_2)}{\mu L} \quad (25)$$

onde  $A$  representa a área da secção transversal,  $L$  representa o comprimento da secção longitudinal,  $\mu$  representa a viscosidade dinâmica do fluido ( $\mu_{\text{água}}$  é igual a  $1,00 \times 10^{-3}$  Pa.s) e  $k$  representa a permeabilidade do meio. Assim, esta permeabilidade pode ser expressa por:

$$k = \frac{Q \mu L}{A(P_1 - P_2)} \quad (26)$$

No caso de um meio constituído por dois materiais com permeabilidade distinta, o caudal em cada um dos materiais é dado por:

$$Q_1 = \frac{k_1 A_1 (P_1 - P_m)}{\mu L_1} \quad (27)$$

$$Q_2 = \frac{k_2 A_2 (P_m - P_2)}{\mu L_2} \quad (28)$$

onde  $P_m$  é a pressão existente na interface de transição entre os dois materiais. Dado que o escoamento é contínuo, o caudal que percorre o material 1 é igual ao caudal que percorre o material 2,  $Q_1 = Q_2$ . Assim, é possível obter o valor analítico da pressão na interface entre os dois materiais:

$$P_m = \frac{k_1 L_2 P_1 - k_2 L_1 P_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1} \quad (29)$$

Os cálculos foram feitos em duas fases, considerando diversos valores de  $a_0$ : i) os caudais calculados com o modelo com um único material permitiram calcular a permeabilidade do meio contínuo equivalente, usando a Equação 26 (Quadro 3); ii) estes valores de permeabilidade foram considerados no modelo com dois materiais com permeabilidades diferentes, tendo-se obtido resultados numéricos de pressões e caudais que foram comparados com a solução analítica.

**Quadro 3** – Valores de caudal e permeabilidade equivalente.

a) Malha A

| $a_0$ (m)              | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>IE | Permeabilidade<br>k (m <sup>2</sup> ) | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE $\lambda=1$ | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE $\lambda=2$ | Permeabilidade<br>equivalente<br>k (m <sup>2</sup> ) |
|------------------------|---|---------------------------------------|--|--|--|
| $0,167 \times 10^{-5}$ | $1,09 \times 10^{-8}$                     | $7,58 \times 10^{-18}$                | $5,06 \times 10^{-9}$                                  | $1,01 \times 10^{-8}$                                  | $7,04 \times 10^{-18}$                               |
| $0,334 \times 10^{-5}$ | $8,74 \times 10^{-8}$                     | $6,08 \times 10^{-17}$                | $4,06 \times 10^{-8}$                                  | $8,13 \times 10^{-8}$                                  | $5,65 \times 10^{-17}$                               |
| $0,834 \times 10^{-5}$ | $1,36 \times 10^{-6}$                     | $9,47 \times 10^{-16}$                | $6,33 \times 10^{-7}$                                  | $1,27 \times 10^{-6}$                                  | $8,80 \times 10^{-16}$                               |
| $0,167 \times 10^{-4}$ | $1,09 \times 10^{-5}$                     | $7,58 \times 10^{-15}$                | $5,06 \times 10^{-6}$                                  | $1,01 \times 10^{-5}$                                  | $7,04 \times 10^{-15}$                               |
| $0,334 \times 10^{-4}$ | $8,74 \times 10^{-5}$                     | $6,08 \times 10^{-14}$                | $4,06 \times 10^{-5}$                                  | $8,13 \times 10^{-5}$                                  | $5,65 \times 10^{-14}$                               |
| $0,834 \times 10^{-4}$ | $1,36 \times 10^{-3}$                     | $9,47 \times 10^{-13}$                | $6,33 \times 10^{-4}$                                  | $1,27 \times 10^{-3}$                                  | $8,80 \times 10^{-13}$                               |
| $0,167 \times 10^{-3}$ | $1,09 \times 10^{-2}$                     | $7,58 \times 10^{-12}$                | $5,06 \times 10^{-3}$                                  | $1,01 \times 10^{-2}$                                  | $7,04 \times 10^{-12}$                               |

b) Malha B

| $a_0$ (m)              | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>IE | Permeabilidade<br>k (m <sup>2</sup> ) | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE $\lambda=1$ | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE $\lambda=2$ | Permeabilidade<br>equivalente<br>k (m <sup>2</sup> ) |
|------------------------|---|---------------------------------------|--|--|--|
| $0,167 \times 10^{-5}$ | $2,22 \times 10^{-8}$                     | $1,54 \times 10^{-17}$                | $1,03 \times 10^{-8}$                                  | $2,06 \times 10^{-8}$                                  | $1,44 \times 10^{-17}$                               |
| $0,334 \times 10^{-5}$ | $1,78 \times 10^{-8}$                     | $1,24 \times 10^{-16}$                | $1,66 \times 10^{-7}$                                  | $1,66 \times 10^{-7}$                                  | $1,15 \times 10^{-16}$                               |
| $0,834 \times 10^{-5}$ | $2,77 \times 10^{-6}$                     | $1,93 \times 10^{-15}$                | $2,58 \times 10^{-6}$                                  | $2,58 \times 10^{-6}$                                  | $1,79 \times 10^{-15}$                               |
| $0,167 \times 10^{-4}$ | $2,22 \times 10^{-5}$                     | $1,54 \times 10^{-14}$                | $2,06 \times 10^{-5}$                                  | $2,06 \times 10^{-5}$                                  | $1,44 \times 10^{-14}$                               |
| $0,334 \times 10^{-4}$ | $1,78 \times 10^{-5}$                     | $1,24 \times 10^{-13}$                | $1,66 \times 10^{-4}$                                  | $1,66 \times 10^{-4}$                                  | $1,15 \times 10^{-13}$                               |
| $0,834 \times 10^{-4}$ | $2,77 \times 10^{-3}$                     | $1,93 \times 10^{-12}$                | $2,58 \times 10^{-3}$                                  | $2,58 \times 10^{-3}$                                  | $1,79 \times 10^{-12}$                               |
| $0,167 \times 10^{-3}$ | $2,22 \times 10^{-2}$                     | $1,54 \times 10^{-11}$                | $2,06 \times 10^{-2}$                                  | $2,06 \times 10^{-2}$                                  | $1,44 \times 10^{-11}$                               |

A análise dos valores apresentados no Quadro 3 mostra que na primeira fase do cálculo o erro no valor dos caudais obtidos com o modelo PCE relativamente ao modelo IE, quando se considera o fator multiplicativo  $\lambda=2$ , é inferior a 7%, confirmando os resultados numéricos obtidos no exemplo anterior. Os dois modelos hidráulicos conduzem a valores de pressão iguais numa linha

horizontal a meia espessura do modelo. Relativamente a tempos de cálculo, verifica-se que o modelo IE demora cerca de 2 h/simulação e o modelo PCE 8 h/simulação.

Verifica-se ainda que quanto mais refinada é a malha maior é o caudal que percorre o modelo, pois quanto maior é o refinamento da malha maior a permeabilidade do meio, dado que no modelo hidráulico discreto adotado o escoamento ocorre apenas pela interface.

Nos Quadros 4 e 5 apresentam-se os resultados da segunda fase de cálculo, com o modelo PCE, em que se consideraram dois materiais diferentes, caracterizados para aberturas iniciais  $a_{0,M1}$  e  $a_{0,M2}$ , e respetiva comparação com a solução analítica.

Os cálculos efetuados permitiram verificar que o modelo hidráulico discreto proposto permite prever valores de pressão na interface e de caudal percolado muito próximos dos valores analíticos, com erros relativos inferiores a 4% em todas as situações analisadas, existindo, como esperado, maior precisão nos valores de pressão, que correspondem à variável imposta.

**Quadro 4** – Comparação dos resultados numéricos com a solução analítica (malha A).

a) Pressão na interface

|  | Valor analítico da pressão na interface (kPa) | Pressão calculada (kPa) | Erro relativo (%) |
|--|---|-------------------------|-------------------|
| $a_{0,M1} = 0,167 \times 10^{-4}m$<br>$a_{0,M2} = 0,834 \times 10^{-5}m$ | $1,87 \times 10^4$                            | $1,86 \times 10^4$      | 0,84 %            |
| $a_{0,M1} = 0,834 \times 10^{-5}m$<br>$a_{0,M2} = 0,167 \times 10^{-4}m$ | $2,92 \times 10^3$                            | $2,90 \times 10^3$      | 0,63 %            |

b) Caudal percolado

|  | Valor analítico do caudal ( $m^3/s$ ) | Caudal calculado ( $m^3/s$ ) | Erro relativo (%) |
|--|---------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| $a_{0,M1} = 0,167 \times 10^{-4}m$<br>$a_{0,M2} = 0,834 \times 10^{-5}m$ | $3,96 \times 10^{-6}$                 | $4,05 \times 10^{-6}$        | -2,14 %           |
| $a_{0,M1} = 0,834 \times 10^{-5}m$<br>$a_{0,M2} = 0,167 \times 10^{-4}m$ | $1,74 \times 10^{-6}$                 | $1,73 \times 10^{-6}$        | 0,82 %            |

**Quadro 5** – Comparação dos resultados numéricos com a solução analítica (malha B).

a) Pressão na interface

|  | Valor analítico da pressão na interface (kPa) | Pressão calculada (kPa) | Erro relativo (%) |
|--|---|-------------------------|-------------------|
| $a_{0,M1} = 0,167 \times 10^{-4}m$<br>$a_{0,M2} = 0,834 \times 10^{-5}m$ | $1,87 \times 10^4$                            | $1,84 \times 10^4$      | 1,63 %            |
| $a_{0,M1} = 0,834 \times 10^{-5}m$<br>$a_{0,M2} = 0,167 \times 10^{-4}m$ | $2,92 \times 10^3$                            | $2,87 \times 10^3$      | 1,79 %            |

b) Caudal percolado

|  | Valor analítico do caudal ( $m^3/s$ ) | Caudal calculado ( $m^3/s$ ) | Erro relativo (%) |
|--|---------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| $a_{0,M1} = 0,167 \times 10^{-4}m$<br>$a_{0,M2} = 0,834 \times 10^{-5}m$ | $8,05 \times 10^{-6}$                 | $8,34 \times 10^{-6}$        | -3,61 %           |
| $a_{0,M1} = 0,834 \times 10^{-5}m$<br>$a_{0,M2} = 0,167 \times 10^{-4}m$ | $3,55 \times 10^{-6}$                 | $3,50 \times 10^{-6}$        | 1,44 %            |

## 4 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO

De modo a validar o modelo hidromecânico proposto, incorporado no módulo Parmac3D-Fflow, foi analisado o comportamento hidromecânico de um conjunto idealizado barragem/fundação de uma barragem gravidade através de um modelo baseado na geometria da secção transversal da barragem de Penha Garcia (Fig. 14), uma barragem gravidade com 25 m de altura máxima (H). É de referir que o modelo não simula o comportamento real da fundação da barragem, pois a geometria considerada é muito simplificada e as características dos materiais e parâmetros adotados não resultam de resultados de ensaios do betão ou da fundação da obra.

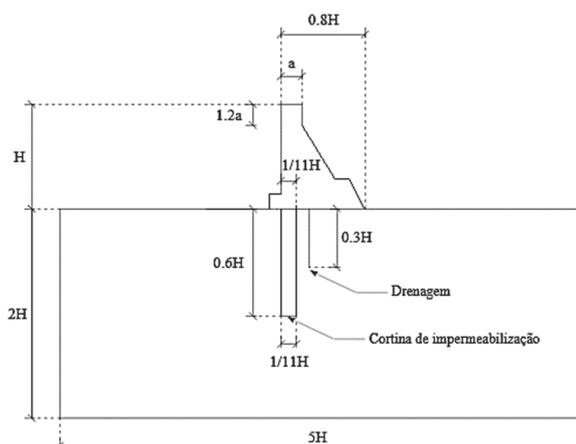
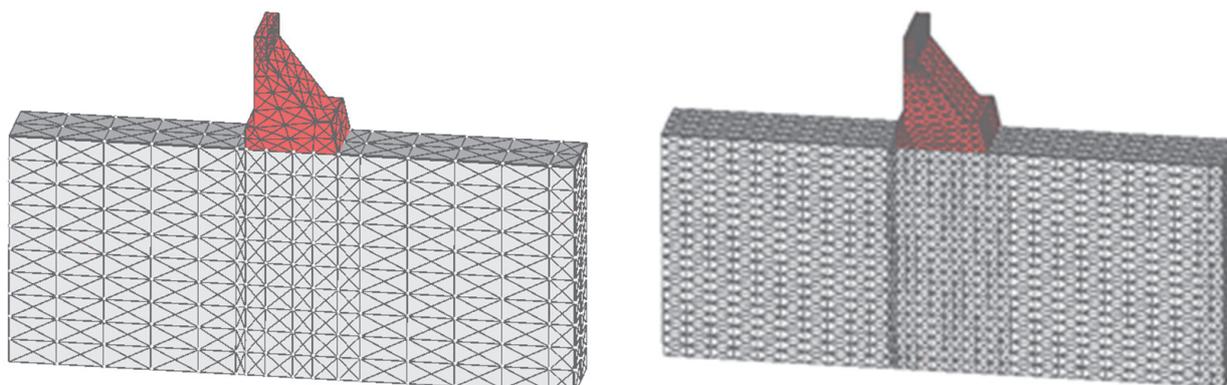


Fig. 14 – Geometria dos modelos adotados para a barragem e fundação.

### 4.1 – Descrição do modelo

Neste estudo desenvolveram-se dois modelos tridimensionais do conjunto barragem/fundação, admitindo, hipoteticamente, a existência de duas famílias de descontinuidades na fundação da obra, uma horizontal e outra vertical. Na Figura 15 apresentam-se os modelos, um com uma malha mais larga e outro com uma malha refinada. As condições de fronteira do modelo mecânico são: deslocamentos nulos nas fronteiras laterais e na base da fundação e pressões equivalentes à pressão hidrostática no paramento de montante da barragem e na base da albufeira. Relativamente ao modelo hidráulico, consideram-se impermeáveis as fronteiras laterais e a base da fundação e admite-se uma pressão hidrostática equivalente a 25 m de coluna de água no paramento de montante e na base da albufeira.

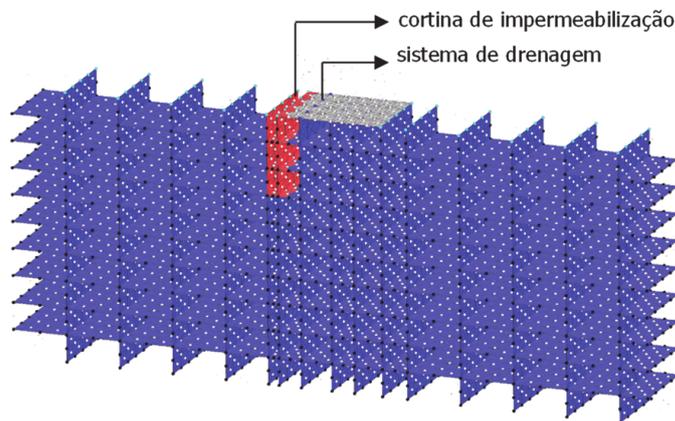


a) Malha larga

b) Malha refinada

Fig. 15 – Modelos tridimensionais de um bloco da barragem de Penha Garcia e sua fundação.

Na Figura 16 apresenta-se o modelo hidráulico do modelo com a malha larga, onde está assinalada, a vermelho, a cortina de impermeabilização. O sistema de drenagem é simulado por uma superfície vertical com profundidade inferior à da cortina de impermeabilização, impondo-se, no contacto da barragem com a fundação, uma pressão equivalente a 1/3 da pressão da água a montante. Admite-se que o corpo da obra é impermeável e que a cortina de impermeabilização é 10 vezes menos permeável que o restante maciço rochoso. Na Figura 16 a superfície de contacto da barragem com a fundação está assinalada a cinzento.



**Fig. 16** – Modelo hidráulico (malha larga).

No Quadro 6 apresentam-se as propriedades mecânicas dos materiais que constituem o modelo. Nos elementos de interface consideram-se os seguintes valores de rigidez normal e de rigidez tangencial:  $k_n=24$  GPa/m;  $k_s=9,6$  GPa/m. No Quadro 7 apresentam-se as propriedades hidráulicas das discontinuidades.

**Quadro 6** – Propriedades mecânicas dos materiais.

| Propriedades mecânicas | Módulo de elasticidade E (GPa) | Coefficiente de Poisson $\nu$ (-) | Massa volúmica $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) |
|------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|--|
| Betão                  | 20                             | 0,2                               | 2400                                       |
| Maciço rochoso         | 12                             | 0,2                               | 2650                                       |

**Quadro 7** – Propriedades hidráulicas dos elementos de interface e canais de escoamento.

| Propriedades hidráulicas | $K_w$ (GPa) | $k$ (MPa <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ) | $a_0$ (mm)           | $a_{min}$ (mm)   | $a_{max}$ (mm)  |
|--------------------------|-------------|--|----------------------|------------------|-----------------|
| Betão/rocha              | 2,2         | $0,4150 \times 10^5$                     | $1,6680 \times 10^4$ | $1/3 \times a_0$ | $10 \times a_0$ |
| Rocha/rocha              | 2,2         | $0,8300 \times 10^5$                     | $1,6680 \times 10^4$ | $1/3 \times a_0$ | $10 \times a_0$ |

## 4.2 – Análises numéricas realizadas

Com os modelos desenvolvidos foram efetuadas quatro análises hidromecânicas diferentes em que se considerou a existência, ou não, da cortina de impermeabilização e do sistema de drenagem (Sá, 2019).

Nos elementos de interface da zona de betão da barragem, nas discontinuidades do maciço e na ligação barragem/fundação admitiram-se duas hipóteses de cálculo: i) regime elástico (EL) e ii) regime não linear (NL). Para o regime NL adotou-se o modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite para simular a ligação entre os elementos de interface betão/rocha e

rocha/rocha. Na interface de ligação barragem/fundação adotou-se um valor de tensão última de tração limite e de coesão de 2.0 MPa e um ângulo de atrito de 45°. Nas interfaces de ligação rocha/rocha adotou-se um valor de tensão última de tração limite e de coesão nulos e um ângulo de atrito de 45°.

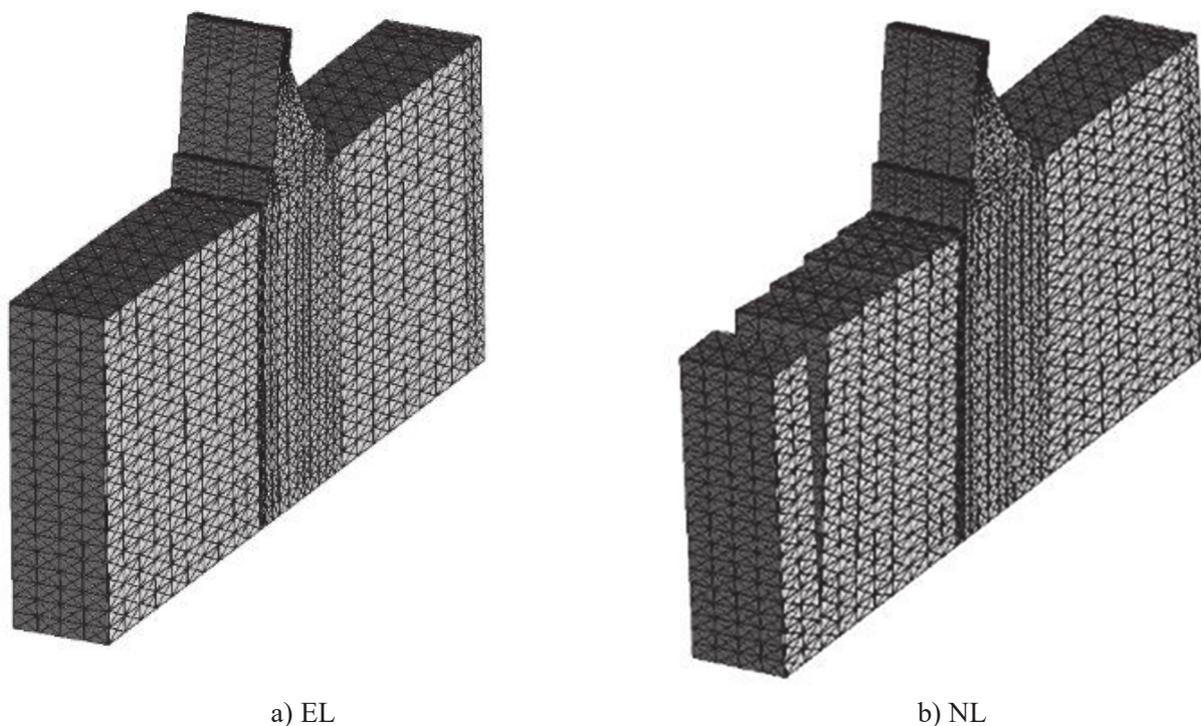
Foram realizados cálculos hidromecânicos para o nível máximo de água da albufeira de forma a analisar-se o efeito da presença da cortina de impermeabilização e do sistema de drenagem. Foram analisadas as pressões e caudais percolados ao longo da interface betão/maciço de fundação e ao longo das descontinuidades no maciço de fundação.

As análises foram efetuadas em duas fases. Numa primeira fase determinou-se o efeito mecânico do peso da barragem, tendo-se admitido que o nível de água da albufeira se encontrava à cota do terreno a montante da barragem. Numa segunda fase, aplicou-se a pressão hidrostática no paramento de montante da barragem e na base da albufeira, correspondente ao nível máximo da água da albufeira. Foi primeiro efetuado um cálculo mecânico e de seguida um cálculo hidromecânico, tendo-se atingido o equilíbrio.

### 4.3 – Análise de resultados

#### 4.3.1 – Campo de deslocamentos

Na Figura 17 apresentam-se as deformadas da malha refinada obtidas numericamente, admitindo a fundação com comportamento elástico (EL) e com comportamento não linear (NL), e considerando uma situação de fundação com cortina de impermeabilização e com sistema de drenagem. Nos cálculos efectuados verifica-se que não existe não linearidade na interface betão/rocha. Nesta interface, a tensão de tração máxima atuante nos elementos de junta, ocorre junto ao paramento de montante, e é da ordem de 0,1 MPa, no modelo elástico, e de 0,01 MPa no modelo não linear. O maior efeito da consideração da não linearidade observa-se na abertura das



**Fig. 17** – Deformada dos modelos (malha fina) obtida em regime elástico (EL) e em regime não linear (NL) para situação de escoamento com cortina de impermeabilização e com sistema de drenagem (fator de amplificação de 3000)

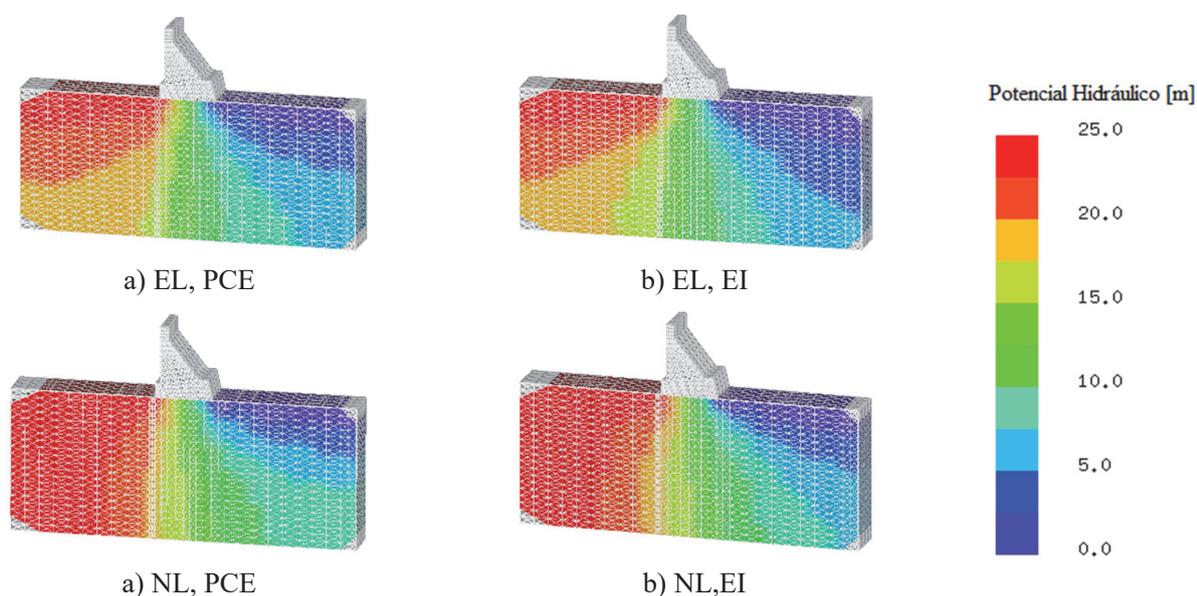
juntas verticais da fundação, a montante da barragem, que como se verá tem influência na distribuição do potencial hidráulico na fundação.

### 4.3.2 – Potencial hidráulico

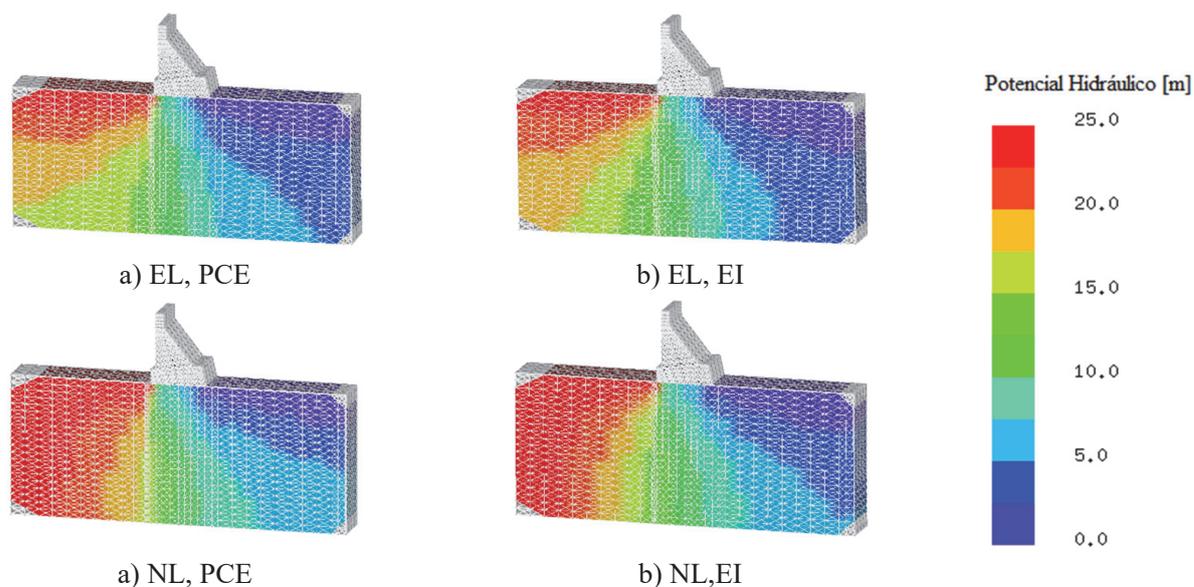
Nas Figuras 18 a 21 apresentam-se os potenciais hidráulicos calculados, no final das duas fases de cálculo atrás referidas, em duas das situações analisadas: situação de fundação sem cortina de impermeabilização e sem sistema de drenagem e situação de fundação com cortina de impermeabilização e com sistema de drenagem. Em cada uma das situações são apresentados os resultados obtidos com as duas abordagens diferentes para simular o comportamento hidráulico, e assumindo o modelo EL ou o modelo NL. O potencial hidráulico  $\phi$  é dado pela soma da distância a um plano horizontal arbitrário ( $z$  [m]) com a cota piezométrica (a cota piezométrica representa a altura de uma coluna de água capaz, pelo seu peso, de impor a pressão  $p$  (N/m<sup>2</sup>) considerando um líquido com peso específico  $\gamma$  (N/m<sup>3</sup>)):

$$\Phi = z + \frac{P}{\gamma} \quad (30)$$

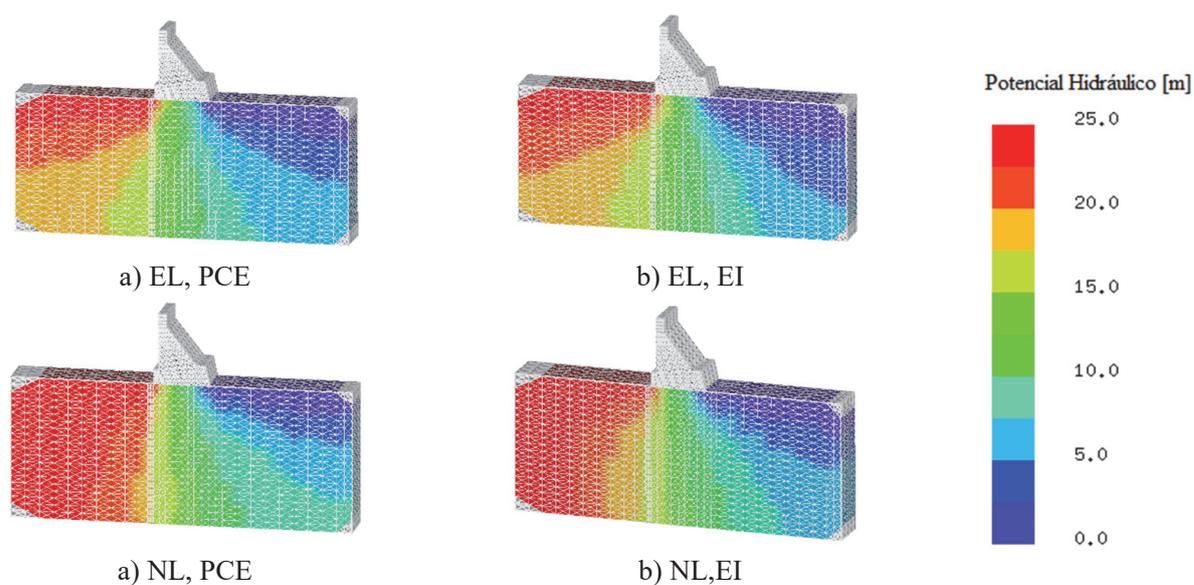
As figuras permitem observar a semelhança entre os gráficos que se obtêm assumindo que o escoamento se dá pelos elementos de interface (IE) ou considerando canais de escoamento (PCE). Como esperado, observa-se o decréscimo de carga hidráulica de montante para jusante e uma perturbação da sua variação na zona onde se localiza o sistema de drenagem. Nos modelos em que se considerou a existência de sistema de drenagem, observa-se uma significativa redução da carga hidráulica desde montante até à linha de drenagem. As figuras também mostram que, quando os cálculos são efetuados assumindo um regime não linear, é maior a zona do maciço de fundação a montante da barragem com carga hidráulica máxima.



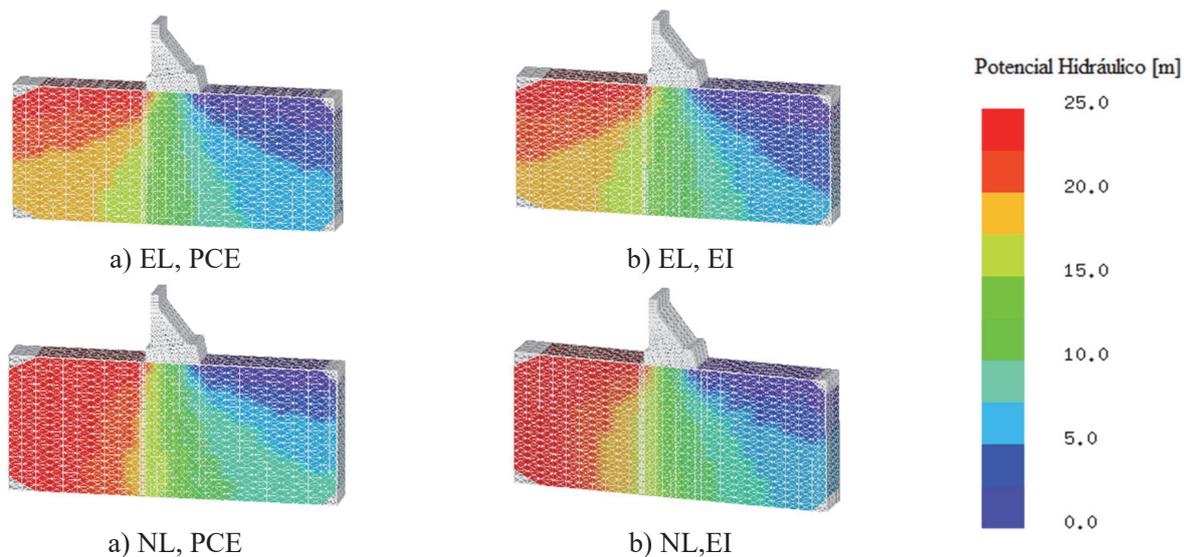
**Fig. 18** – Potencial hidráulico obtido em regime elástico (EL) e em regime não linear (NL) – modelo 1: sem cortina de impermeabilização e sem sistema de drenagem.



**Fig. 19** – Potencial hidráulico obtido em regime elástico (EL) e em regime não linear (NL) – modelo 2: com cortina de impermeabilização e com sistema de drenagem.



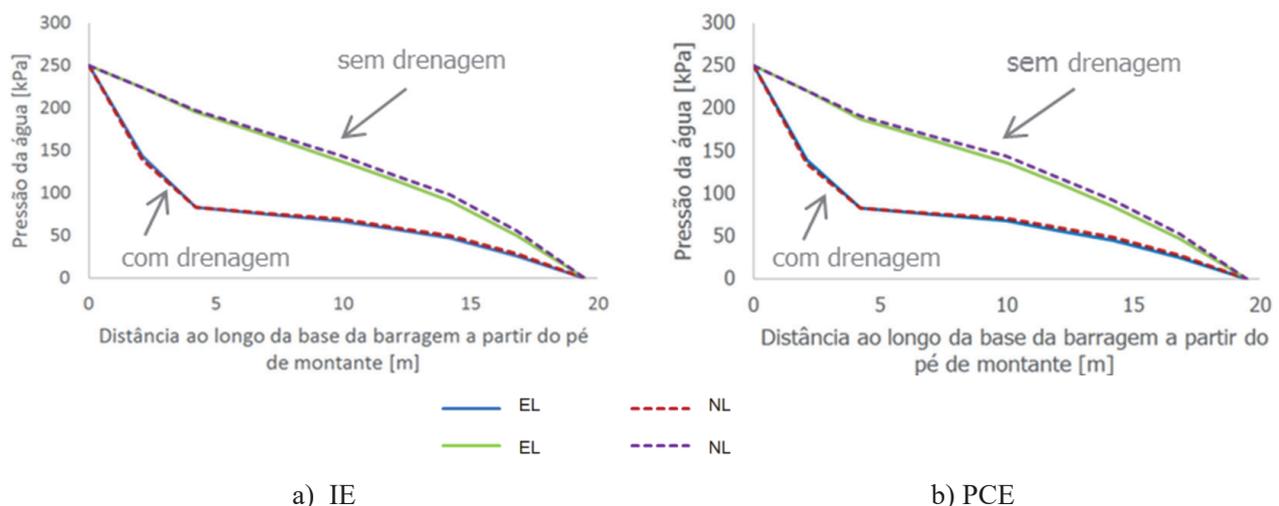
**Fig. 20** – Potencial hidráulico obtido em regime elástico (EL) e em regime não linear (NL) – modelo 3: com cortina de impermeabilização e sem sistema de drenagem.



**Fig. 21** – Potencial hidráulico obtido em regime elástico (EL) e em regime não linear (NL) – modelo 4: sem cortina de impermeabilização e com sistema de drenagem.

### 4.3.3 – Pressões da água na base da barragem

Na Figura 22 apresenta-se a distribuição de pressões ao longo da base da barragem nas situações sem drenagem e com drenagem e assumindo os modelos EL e NL. Verifica-se que as pressões são mais elevadas quando se recorre ao modelo NL. Os resultados obtidos quando se admite que o escoamento se dá através dos elementos de interface triangulares (IE) são muito próximos dos obtidos usando o modelo com canais de escoamento (PCE). Os resultados obtidos permitem confirmar a continuidade de pressões ao longo da base da barragem, verificando-se desta forma que o módulo computacional Parmac3D-Fflow simula um meio contínuo através de um modelo hidráulico discreto, pois cada nó hidráulico representa um conjunto de pontos nodais mecânicos que confluem numa dada zona.



**Fig. 22** – Distribuição de pressões ao longo da base da barragem nas situações sem drenagem e com drenagem.

#### 4.3.4 – Caudal percolado pela fundação

No Quadro 8 apresentam-se os resultados relativos ao caudal que percorre a fundação da barragem, considerando os regimes elástico e não linear. Admitindo que os valores corretos correspondem ao modelo de escoamento através dos elementos de interface triangulares, verifica-se que os erros relativos obtidos quando se utiliza o modelo de canais de escoamento e um fator multiplicativo  $\lambda=2$  são da ordem de 30%.

**Quadro 8** – Caudal na fundação e erro relativo.

| Modelo | EL  |  |             | NL  |  |             |
|--------|---|--|-------------|---|--|-------------|
|        | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>IE | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE | Erro<br>(%) | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>IE | Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )<br>PCE | Erro<br>(%) |
| 1      | 1,88×10 <sup>-4</sup>                     | 1,36×10 <sup>-4</sup>                      | 27,9%       | 1,89×10 <sup>-4</sup>                     | 1,39×10 <sup>-4</sup>                      | 26,3%       |
| 2      | 2,58×10 <sup>-4</sup>                     | 1,64×10 <sup>-4</sup>                      | 36,4%       | 2,62×10 <sup>-4</sup>                     | 1,76×10 <sup>-4</sup>                      | 32,8%       |
| 3      | 1,64×10 <sup>-4</sup>                     | 1,16×10 <sup>-4</sup>                      | 29,4%       | 1,65×10 <sup>-4</sup>                     | 1,24×10 <sup>-4</sup>                      | 24,9%       |
| 4      | 3,79×10 <sup>-4</sup>                     | 2,48×10 <sup>-4</sup>                      | 34,5%       | 3,76×10 <sup>-4</sup>                     | 2,54×10 <sup>-4</sup>                      | 32,5%       |

Comparando os valores obtidos com os modelos IE e PCE (considerando o fator  $\lambda=2$ ), observa-se um erro relativo da ordem dos 30% no valor dos caudais respetivos. Em exemplos de aplicação mais complexos do modelo hidromecânico com maior variabilidade no valor das aberturas mecânicas e hidráulicas no domínio, admite-se que o fator multiplicativo poderá ter de ser definido em função da abertura mecânica/hidráulica. Assim, em situações de obra real onde existam dados sobre os valores dos caudais percolados pela fundação, este fator multiplicativo poderá ser calibrado. Caso não existam tais dados, é sempre possível calibrar o fator multiplicativo desde que também se desenvolva um modelo numérico com base nos IE. No entanto realça-se que nos casos analisados as distribuições de pressão obtidas com o modelo proposto são muito próximas das obtidas com o modelo IE, o que de algum modo permite validar a aplicação deste modelo na análise de estabilidade por roturas pela fundação de barragens de betão.

## 5 – CONCLUSÕES

Neste trabalho é apresentado um modelo hidráulico baseado numa formulação de elementos finitos de junta triangular, proposto por Yan e Zheng (2017) para a simulação da fraturação hidráulica, que é neste trabalho utilizado pela primeira vez, e validado, na análise de escoamento em fundações de barragens de betão. Adicionalmente é proposto e apresentada a formulação de um modelo hidráulico unidimensional (usado para simular escoamentos bidimensionais), que se entende ter uma maior aplicabilidade que o modelo de juntas triangulares, dado que este requer uma compatibilidade perfeita entre blocos vizinhos, que em três dimensões é um problema de pré-processamento complexo. Comparativamente ao modelo de elementos de junta triangular, o modelo unidimensional apresenta uma maior robustez numérica, em especial em problemas com acoplamento hidromecânico em que é necessário garantir que ocorre convergência para um estado de equilíbrio onde não se verificam pressões negativas (Freitas et al., 2020).

Os resultados numéricos apresentados permitem concluir que ambos os modelos hidráulicos permitem modelar o comportamento hidromecânico tridimensional do maciço rochoso de uma barragem de betão através da avaliação da distribuição de pressões e dos caudais percolados, tendo-se avaliado a influência da presença da cortina de impermeabilização e/ou da rede de drenagem. O modelo unidimensional proposto requer a calibração da largura dos PCE de modo a serem obtidos resultados de caudais percolados próximos dos obtidos com o modelo de superfícies bidimensional, IE. Verificou-se que, para os exemplos estudados, é necessário adotar um fator

multiplicativo aproximadamente igual a 2 na definição das larguras dos canais unidimensionais. Os estudos realizados demonstram ainda a aplicabilidade dos modelos hidráulicos descontínuos adotados na modelação de meios contínuos, através da calibração dos parâmetros hidráulicos, de forma a obter valores de caudais e pressões equivalentes.

Refira-se por fim que os modelos hidromecânicos em que as superfícies de descontinuidade são explicitamente representadas são particularmente importantes para realizar análises de estabilidade, que envolvem o estudo de diferentes mecanismos de rotura sob ações extremas. Nestas análises têm particular relevância os valores da pressão instalada nas descontinuidades, pelo que as diferenças de cerca de 30% calculadas nos valores dos caudais são perfeitamente aceitáveis. Em situações reais de obras onde existam dados sobre os valores dos caudais percolados pela fundação, poderão ser calibrados fatores multiplicativos de modo a reduzir estas diferenças.

## 6 – AGRADECIMENTOS

Os estudos que se apresentam enquadram-se no Projeto de Investigação do LNEC “DAMFA - Soluções de ponta para a avaliação sustentável das fundações de barragens de betão”, que está a ser desenvolvido em parceria com a NOVA.ID.FCT – Associação para a Inovação e Desenvolvimento da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT) da Universidade Nova de Lisboa.

## 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azevedo, N.M. (2003). *A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plain and reinforced concrete*. Ph.D Thesis. Heriot-Watt University, Scotland.
- Azevedo N.M., Candeias, M., Gouveia, F. (2015) *A Rigid Particle Model for Rock Fracture Following the Voronoi Tessellation of the Grain Structure: Formulation and Validation*, Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 48, pp. 535-557, DOI 10.1007/s00603-014-0601-1.
- Azevedo, N.M.; Farinha, M.L.B. (2015). *Um modelo hidromecânico para análise de fundações de barragens gravidade em betão*. Geotecnia, vol. 133, nº março, pp. 5–33.
- Bear, J. (1988). *Dynamics of fluids in porous media*. Dover Publications, Inc., New York.
- Bretas, E.; Lemos, J.V.; Lourenço, P. (2013). *Hydromechanical analysis of masonry gravity dams and their foundations*. Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 46, pp. 327–339.
- Bustamante, L.; Radisic, A. (2006). *Structural design and RCC zoning in Ralco dam*. Proceedings of the 22<sup>nd</sup> International Congress on Large Dams. Barcelona, Spain, 18-23 June 2006. ICOLD, Paris, Vol.1, Q84-R3, pp. 33-45.
- Damjanac, B. (1996). *A three-dimensional numerical model of water flow in a fractured rock mass*. Ph.D. Thesis, University of Minnesota.
- Erban, P., Gell, K. (1988) *Consideration of the interaction between dam and bedrock in a coupled mechanic-hydraulic FE-program*. Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 21, nº2, pp. 99–117.
- Farinha, M.L.B.; Azevedo, N.M.; Candeias, M. (2017). *Small displacement coupled analysis of concrete gravity dam foundations: static and dynamic conditions*. Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 50, nº 2, pp. 439-464.
- Farinha, M.L.B.; Lemos, J.V.; Maranha das Neves, E. (2011). *Numerical modelling of borehole water-inflow tests in the foundation of the Alqueva arch dam*. Canadian Geotechnical

Journal, vol. 48, n° 1, pp. 72-88.

- Farinha, M.L.B.; Lemos, J.V.; Maranhã das Neves, E. (2012). *Analysis of foundation sliding of an arch dam considering the hydromechanical behaviour*. Frontiers of Structural and Civil Engineering, vol.6, n°1, pp. 35-43.
- Farinha, M.L.B.; Azevedo, N.M.; Leitão, N. S.; Castilho, E.; Câmara, R. (2018). *3D coupled hydromechanical analysis of dam foundations*. Proceedings of the 9<sup>th</sup> European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering (NUMGE 2018), Porto.
- Freitas, G.; Farinha, M.L.B.; Azevedo, N.M., Almeida, J.R.; Sá, M.; Leitão, N.S. (2020). *Discontinuous hydromechanical modelling of concrete dam foundations*. Proceedings of the Fourth International Dam World Conference, Lisboa, Portugal, 21-25 September. Vol 1.
- Gell K. (1983). *Influence of seepage in the underground to the calculation of stresses and deformations of arch dams*. Ph.D Thesis. RWTH, Germany (em Alemão).
- Gell K., Wittke W. (1986) *A new design concept for arch dams taking into account seepage forces*. Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 19, n°4, pp.187–204.
- Gomes de Mendonça T. (1989) *Three-dimensional finite element model for the analysis of the hydromechanical behaviour of concrete dam foundations*. LNEC, Relatório 158/99, pp. 1–67 (em Português)
- Goodman, R.; Taylor, R.; Brekke, T. (1968) *A model for the mechanics of jointed rock*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division (ASCE), vol. 94(SM3), pp. 637-659.
- Hohberg, J. (1992) *A joint element for the nonlinear dynamic analysis of arch dams*. Ph.D. Thesis. Institute of Structural Engineering, ETH, Zurich, Switzerland.
- Itasca (2004). *UDEC - Universal Distinct Element Code*, Version 4.0, Itasca Consulting Group, Minneapolis.
- Jing, L. (2003) *A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 40(3), pp. 283-353, DOI:10.1016/S1365-1609(03)00013-3.
- Lemos, J.V. (2011). *Discontinuum models for dam foundation failure analysis*. Keynote Lecture, 12<sup>th</sup> International Congress on Rock Mechanics, Beijing, China, 16-21 October 2011.
- Lemos, J.V.; Cundall, P. (1999). *Earthquake analysis of concrete gravity dams on jointed rock foundations*. In *Distinct element modelling in geomechanics*. Oxford and IBH Publishing, New Delhi, pp. 117–143.
- Lisjak, A.; Kaifosh, P.; He, L.; Tatone, B.S.A.; Mahabadi, O.K.; Grasseli, G. (2017). *A 2D, fully coupled, hydro-mechanical, FDEM formulation for modelling fracturing processes in discontinuous porous rocks masses*. Computers and Geotechnics, vol. 81,n° January, pp. 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.07.009>.
- Lombardi, G. (2007). *3-D analysis of gravity dams*. International Journal Hydropower and Dams 14(1), pp. 98-102.
- Louis, C. (1969). *A study of groundwater flow in jointed rock and its influence on the stability of rock masses*. Ph.D. Thesis, University of Karlsruhe (in German), English translation, Imperial College Rock Mechanics Research Report n°10, London.
- Louis, C.; Maini, Y.N. (1970). *Determination of in situ hydraulic parameters in jointed rock*. Proceedings of the 2nd International Congress on Rock Mechanics. vol.I, pp. 235-245,

Belgrade.

- Noorishad J., Ayatollahi M.S., Witherspoon P.A. (1982) *A finite-element method for coupled stress and fluid flow analysis in fractured rock masses*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, vol. 19, pp.185-193.
- Rutqvist J., Stephansson O. (2003). *The role of hydromechanical coupling in fractured rock engineering*. Hydrogeology Journal, vol. 11, n°1, pp.7-40.
- Sá, M. (2019). *Análise tridimensional do comportamento hidromecânico de fundações de barragens gravidade*. Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal.
- Snow, D.T. (1965). *A parallel plate model of fractured permeable media*. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley.
- Sun, Y. (1994). *A three-dimensional model for transient fluid flow through deformable fractured porous media*. Ph.D. Thesis, University of Minnesota.
- Underwood, P. (1983). *Dynamic relaxation*. In Computational methods for transient analysis. New York: North Holland, 9 p.
- Wittke, W., Gell, K. (1984) *Wechselwirkung zwischen Staumauer und Untergrund*. Wasserwirtschaft 74(3): 137-141
- Yan, C.; Zheng, H. (2017). *FDEM-flow3D: A 3D hydro-mechanical coupled model considering the pore seepage of rock matrix for simulating three-dimensional hydraulic fracturing*. Computers and Geotechnics, vol. 81, n° January pp. 212–228. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.08.014>
- Yan, C.; Zheng, H.; Sun, G.; Ge, X. (2016). *Combined finite-discrete element method for simulation of hydraulic fracturing*. Rock Mechanics Rock Engineering, vol. 49, pp. 1389–1410. <https://doi.org/10.1007/s.00603-015-0816-9>.
- Yan, C.; Jiao, Y.-Y.; Zheng, H. (2018). *A fully coupled three-dimensional hydro-mechanical finite discrete element approach with real porous seepage for simulating 3D hydraulic fracturing*. Computers and Geotechnics, vol. 96, n° November pp. 73–89. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2017.10.008>.