PSYCHOLOGICA
2010, 52 – Vol. 1, 395-416

Resolução de problemas de estrutura aditiva em crianças de 5/6 anos de idade

Maria da Conceição Rodrigues Ferreira[1]

Nesta investigação, tivemos como objecto de estudo compreender as implicações das abordagens teóricas de Piaget (conflito sociocognitivo) e de Vygotsky (instrução mediatizada), no que se refere à resolução de problemas de estrutura aditiva, em crianças sem escolarização formal, nesse domínio do conhecimento. A amostra foi constituída por noventa e seis crianças do 1º ano de escolaridade, do primeiro ciclo do ensino básico, de duas escolas da rede oficial de ensino, da cidade de Coimbra. Os resultados mostraram que as crianças que trabalharam com os seus pares apresentaram resultados positivos no que se refere à conservação das quantidades numéricas, assim como, uma maior capacidade de generalização de estratégias e de explicitação da relação de inversão entre as operações de adição e de subtracção sendo que, quanto mais avançado era o nível de desenvolvimento psicogenético, mais complexas eram as estratégias utilizadas. Tais relações não se verificaram, da mesma forma, entre as crianças que trabalharam com um adulto.

PALAVRAS-CHAVE: Estratégias aritméticas; Resolução de problemas; Contagem; Conflito sociocognitivo.

1. Introdução

A detecção e a interpretação dos processos cognitivos, subjacentes à resolução de problemas elementares de estrutura aditiva, constitui parte da problemática relativa à aprendizagem formal da matemática, logo desde os primeiros anos de escolaridade.

---

1 Professora Auxiliar da Universidade Lusíada do Porto (Porto).

Instituto de Psicologia e de Ciências da Educação - ferreira@por.ulusiada.pt

Este trabalho refere-se à síntese da Tese de Doutoramento, da autora, intitulada "*Análise das Estratégias de Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva em Crianças de 5/6 Anos de Idade*" desenvolvida sob a orientação da Doutora Luísa Maria de Almeida Morgado, Professora Catedrática da Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra e que foi aprovada, em 2003, por unanimidade, com distinção e louvor. O projecto foi financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia – Ministério da Ciência, da Tecnologia e do Ensino Superior, no âmbito do Programa PRAXIS XXI.

Sabemos que a compreensão que as crianças apresentam sobre as noções conceptuais subjacentes às operações de adição e de subtracção de números inteiros positivos, bem como as estratégias utilizadas na resolução de problemas aritméticos que implicam essas operações, tem sido objecto de estudo, existindo um consenso geral sobre a complexidade desta problemática, na medida em que exige a interpretação de mecanismos básicos, a par da aplicação de procedimentos, regras e sistemas sígnicos (Inhelder e Piaget, 1979; Vergnaud, 1982; Bryant, 1982; Riley, Greeno e Heller, 1983; Kamii, 1986; Fayol, 1990; Morgado, 1993; Ferreira, 2003; Worthington, 2007; entre outros).

Consequentemente, os estudos em relação ao conhecimento aritmético informal têm demonstrado que já as crianças em idade pré-escolar apresentam capacidade de resolução de problemas de estrutura aditiva, com quantidades iguais ou inferiores a cinco (Groen e Parkman, 1972; Piaget e Szeminska, 1975; Gelman e Gallistel, 1978; Fuson, 1988; Kamii e Housman, 2000; Worthington e Carruthers, 2003; Anning e Ring, 2004; Pahl e Rowsell, 2005, entre outros).

Um outro aspecto desta problemática, diz respeito à invenção de estratégias, verificando-se que, na adição de dois números inteiros com soma igual ou inferior a dez, as crianças que frequentavam o primeiro ano do primeiro ciclo do ensino básico utilizavam, frequentemente, uma estratégia de contagem designada por contagem abreviada ou *min model*, que não foi explicitamente ensinada em contexto formal de aprendizagem (Groen e Parkman, 1972).

Além disso, e no que se refere à invenção de estratégias na operação de subtracção, também foi verificado que as crianças aplicavam diversos procedimentos que não constavam do programa de ensino formal, como: a contagem decrescente ou *decrementing model*, que consistia na memorização da maior das parcelas da operação de subtracção, e a contagem para trás do número de vezes indicado pela menor das parcelas; a contagem ascendente ou *incrementing model*, onde o menor dos números era aumentado até atingir a quantidade referida pela segunda parcela. Por outro lado, e em função do menor número de passos a ser dado na contagem, a criança escolhia – *choice model* – a contagem ascendente – *incrementing model* – ou, a contagem descendente – *decrementing model*. (Woods, Resnick e Groen, 1975).

Também, Carraher e Schliemann (1985), dentro da problemática da utilização de estratégias informais de resolução de problemas de adição e de subtracção, verificaram que as crianças que vendiam doces e frutos nas ruas (teste informal), utilizavam procedimentos mais desenvolvidos do que aqueles que usavam em contexto escolar (teste formal). Assim, os problemas apresentados, em situação de teste informal, foram resolvidos com maior grau de sucesso (98,2%) do que quando o contexto passou a ser formal (73,7%) e, drasticamente inferiores quando não era utilizada qualquer referência contextual (36.8%).

Por outro lado, também as crianças, em idade pré-escolar, foram capazes de responder acertadamente ao resultado de transformações aditivas e subtractivas, de pequenas quantidades, com o apoio de material concreto, não sendo tão bem sucedidas quando tal não se verificou. Assim, quando a linguagem formal era utilizada – problemas do tipo: Quantos são 5 mais 4? – o nível de desempenho caiu significativamente, tanto para pequenos quanto para grandes números (Hughes, 1986; entre outros).

De facto, em relação às dificuldades que as crianças apresentavam na passagem do conhecimento informal para o formal, foi levantada a hipótese de que as mesmas estariam relacionadas com os procedimentos de transposição de uma linguagem informal e contextualizada, para uma linguagem formal e abstracta, muitas vezes sem sentido para a criança (Hughes, 1983 e 1986).

Por outro lado, no âmbito da temática da universalidade dos conceitos gerais subjacentes ao desenvolvimento do pensamento matemático, Resnick (1983; 1984) estudou as relações entre o ensino formal, utilizado nas primeiras operações aritméticas, e o conhecimento informal que as crianças manifestavam anteriormente à escolarização, tendo chamado a atenção para o facto de que as dificuldades apresentadas pelas crianças, na resolução formal de problemas de adição e de subtracção, poderiam ocorrer devido à dissociação entre a manipulação dos símbolos matemáticos, de acordo com as regras do sistema formal e do sistema numérico informal.

Também Sinclair (1995), para estudar o conhecimento informal em aritmética, entrevistou 45 crianças, entre 4 e 6 anos de idade, sobre a compreensão de números escritos, em ambientes familiares. Nenhuma dessas crianças tinha recebido instrução formal em aritmética, escrita ou leitura. Os resultados mostraram a existência de vários tipos de respostas: 1) a criança falava do numeral como se esse estivesse isolado; 2) as respostas dadas tinham como referência a ligação entre o numeral e o contexto em que era apresentado sendo, no entanto, muito gerais e/ou obscuras; 3) as respostas dadas evidenciavam a interpretação de que o numeral transmitia informações específicas relacionadas com quantidade, ordem, classificação e/ou correspondência termo a termo e, 4) o numeral era interpretado como se fosse o nome do objecto em questão. De acordo com os resultados obtidos, a autora concluiu que as crianças, mesmo sem conhecimento matemático formal, sabiam que os numerais tinham a função de comunicar informação que, nem sempre, era de natureza numérica.

Deste modo, os estudos sobre o conhecimento informal das operações de adição e de subtracção, têm tido repercussões positivas no processo ensino/aprendizagem, assistindo-se, na última década, à incorporação de hipóteses explicativas relacionadas com o desenvolvimento e a generalização de estratégias aritméticas, na resolução de problemas de estrutura aditiva, logo desde o primeiro ano do primeiro ciclo do ensino básico (Kamii e Housman, 2000, entre outros).

De facto, a capacidade que as crianças apresentam de atribuir significado às actividades que desenvolvem em contexto ensino/aprendizagem (Pahl e Rowsell, 2005), e cujas representações incluem desenhos (Anning e Ring, 2004), gráficos e outros sistemas informais (Worthington e Carruthers, 2003; Carruthers e Worthington, 2005), não deixam de gerar questões sobre a transposição dos sistemas informais para formais, como por exemplo, a escrita numérica (Worthington 2007), existindo um consenso geral de que a construção de significados relevantes ocorre a partir das representações informais dos problemas, que se apoiam na capacidade que as crianças apresentam de construir previsões baseadas na sua própria experiência (Kamii e Housman, 2000).

Além disso, um outro aspecto bastante importante na compreensão da generalização de estratégias de resolução de problemas de estrutura aditiva, relaciona-se com o efeito da interacção social. Como sabemos, já Piaget refere o factor social como determinante no desenvolvimento cognitivo, sendo através da coordenação de pontos de vista divergentes, que o sujeito ascende, progressivamente, a estruturas de pensamento cada vez mais elaboradas (Piaget, 1973; Piaget e Inhelder, 1993), como por exemplo, a construção das operações lógicas, que se traduz pela presença da estrutura de agrupamentos, no período das operações concretas, e do grupo INRC, no período das operações formais. Consequentemente, o sujeito pode envolver-se em discussões direccionadas no sentido da objectividade e do equilíbrio de posições divergentes (Inhelder e Caprona, 1985; Piaget, 1995).

Também, à semelhança de Piaget, Vygotsky estabelece uma relação profunda entre a internalização e a origem social dos processos psicológicos do sujeito, e concebe a ligação entre o indivíduo e a sociedade como um factor de desenvolvimento cognitivo, hipotetizando ser através de vários processos interactivos de socialização, onde a linguagem desempenha um papel fundamental na organização das funções complexas do pensamento, que a inteligência humana se constrói. Assim, não só o indivíduo é influenciado e, consequentemente, transformado pelo meio sociocultural de que faz parte, como também, e por reciprocidade dialéctica, o influência e transforma (Vygotsky, 1978; Wertsch, 1995).

Ainda, dentro da temática da interacção social no desenvolvimento da inteligência, vários autores realizaram estudos com crianças em idade escolar, de modo a saberem se, as que trabalhavam em situação de conflito sociocognitivo, obtinham progressos superiores, quando comparadas com as que trabalhavam sozinhas. Os resultados obtidos sugerem que a interacção social produz efeitos positivos no desenvolvimento cognitivo, e foram interpretados como o reflexo da coordenação em relação às acções antagónicas desenvolvidas que, pelo facto de serem geradoras de conflito sociocognitivo, integram novos aspectos do conhecimento (Mugny, Doise e Perret-Clermont, 1976; Doise, Dionnet e Mugny, 1978 ; Doise e Mugny, 1981; Mugny e Carugati, 1985).

Deste modo, Perret-Clermont (1979) postula que a interacção social é o principal factor de estruturação do desenvolvimento cognitivo, que se manifesta através da resolução de conflitos de natureza sociocognitiva, tendo obtido evidências que levam à rejeição da hipótese que postula a imitação de um modelo superior (Vygotsky, 1978; Bandura, 1979) como um factor decisivo no desenvolvimento cognitivo.

Também, Morgado (1988) considera a interacção social como desencadeadora de progressos cognitivos o que contribui, de acordo com a autora, para que a criança ultrapasse, através da reorganização interna dos esquemas, o pensamento pré-operatório e se estruture na direcção do pensamento operatório.

Embora os resultados e as conclusões dos estudos que apresentámos, sobre o conhecimento aritmético informal das operações de adição e subtracção, sejam pertinentes no que se refere à compreensão sobre as estruturas conceptuais subjacentes ao conhecimento aritmético informal, e o modo como poderão, ou não, ser potencializadas em contexto escolar, não deixam de apresentar limitações no que se refere a uma definição mais abrangente da noção de compreensão conceptual da estrutura aditiva que envolve, simultaneamente, as relações semânticas descritas nos problemas (Riley, Greeno e Heller, 1983), o sistema de signos utilizado (Carpenter e Moser, 1982) e, a relevância dos processos de pensamento (Vergnaud, 1982).

Assim, em relação ao efeito das relações semânticas descritas nos problemas, Riley, Greeno e Heller (1983), apresentam-nos quatro tipos de problemas subdivididos em duas categorias de estrutura semântica, a de acção – problemas de mudança e igualdade numérica – e a estática – problemas de combinação e comparação numérica. Assim, e de acordo com os mesmos autores, nos dois primeiros tipos de problemas, mudança e igualdade numérica, ocorrem aumentos e diminuições numa certa quantidade. Nos problemas de combinação e comparação, as quantidades iniciais, não sofrem quaisquer transformações.

Deste modo, e segundo Riley, Greeno e Heller (1983), as crianças, para resolverem operações de adição e de subtracção com sucesso, necessitam de possuir três tipos de conhecimento, a saber: 1) o esquema de compreensão das várias relações semânticas do enunciado; 2) o esquema de acção, de modo a poderem representar as diversas acções envolvidas no mesmo e, 3) o domínio de uma determinada estratégia que lhes permita planear a solução do problema, executar esse plano e armazenar na memória as principais características, ou traços, de todo o processo, no sentido da obtenção da resposta final adequada.

Dentro da mesma problemática, e de modo a ampliarem a compreensão sobre o sistema de signos utilizado na estrutura aditiva, Carpenter e Moser (1982) e Carpenter (1985), ao estudarem o conhecimento que as crianças possuem sobre os conceitos de adição e de subtracção e de como os aplicam na resolução de problemas verbais, levantaram a hipótese de que, anteriormente ao ensino formal das primeiras operações aritméticas, as crianças resolvem-nas através de estratégias que são influenciadas pela estrutura semântica dos problemas, que enfatiza as relações entre o todo e as partes.

Assim, a resolução de problemas de estrutura aditiva foi classificada através da aplicação de três critérios: o primeiro baseia-se na existência, entre os conjuntos ou os objectos mencionados no problema, de relações activas ou estáticas; o segundo, implica a inclusão dos diversos conjuntos, ou as relações entre os subconjuntos mencionados no problema e, o terceiro relaciona-se com a transformação das quantidades inicialmente referidas, através de aumentos ou diminuições numéricas (Carpenter, 1985).

Ainda, e dando continuidade aos estudos sobre a representação conceptual das primeiras operações aritméticas, Vergnaud (1981, 1982) acrescenta à análise, sobre a compreensão que as crianças têm em relação às operações de adição e de subtracção, o conhecimento sobre os invariantes que caracterizam as operações conceptuais e, contrariamente a Riley, Greeno e Heller (1983) e Carpenter e Moser (1982), não leva em linha de conta nem a acção nem a operação a efectuar (Fayol, 1990).

Consequentemente, Vergnaud (1981, 1982) distingue seis categorias de problemas de estrutura aditiva que, por sua vez, se subdividem em classes e subclasses em função de três tipos de conceitos interrelacionados: 1) medida ou quantidade - se todos os elementos são medidas ou se um deles não o é; 2) transformações temporais – se o conceito de tempo está englobado ou não e; 3) relações estáticas – se há relações de inclusão de classes ou não.

Deste modo, podemos verificar que os três modelos apresentados - o primeiro sobre a importância das relações semânticas nos diferentes problemas (Riley, Greeno e Heller, 1983), o segundo sobre o sistema de signos utilizados na estrutura aditiva (Carpenter e Moser, 1982) e o terceiro sobre a relevância dos processos de pensamento necessários à resolução de operações de adição e subtracção (Vergnaud, 1982) – têm contribuído para evidenciar que a memorização e a consequente repetição das diversas associações numéricas não é considerada a melhor forma de se adquirir conhecimento matemático e de promover a generalização de conceitos numéricos (Ferreira, 2003).

Ainda, a capacidade de contar e de resolver problemas de estrutura aditiva são conquistas da criança que se traduzem pela compreensão de determinados conceitos lógicos como sejam, a reversibilidade e a noção de transitividade que permitem perceber, por exemplo, que o resultado das operações de adição e de subtracção se podem anular entre si, sendo necessário dominar a composição e a decomposição numérica (Nunes e Bryant, 1996), o esquema do todo e das partes (Resnick, 1983) e, a invariância numérica (Piaget e Szeminska, 1975).

Deste modo, e dada a complexidade da problemática referente à construção da estrutura aditiva, proposemo-nos estudar o efeito da interacção social no desenvolvimento cognitivo e, consequentemente, na generalização de estratégias em crianças que iniciam a escolarização formal, uma vez que consideramos que a qualidade das argumentações versus contra-argumentações influencia, positiva e significativamente, o desempenho das que têm a oportunidade de discutir a solução dos problemas com os seus pares, tanto no que se refere à complexidade das estratégias empregues como na capacidade de explicitação da relação de inversão, entre as operações de adição e de subtracção.

2. Objectivos e metodologia de investigação

2.1. Objectivos

Este estudo, teve por objectivo principal analisar as abordagens teóricas de Piaget e de Vygotsky no que se refere à generalização de estratégias de resolução de problemas de estrutura aditiva e, à capacidade de explicitação da relação de inversão entre as operações de adição e de subtracção, em crianças sem conhecimento formal neste domínio.

Assim, pretendemos comparar os progressos cognitivos obtidos por dois grupos de crianças, o primeiro em que o plano experimental se desenrola entre pares de crianças e o segundo onde a criança trabalha com um adulto.

2.2. Hipóteses

A nossa primeira hipótese relaciona-se com o nível de desenvolvimento psicogenético das crianças e postula que: "*A criança, pelo facto de ser um dos elementos activos do processo de resolução de problemas e de se gerar, quando em dissonância com o companheiro(a) de trabalho, uma rede complexa de argumentações e de contra-argumentações em relação aos métodos utilizados e resultados obtidos, por cada um dos elementos da díade (interacção criança-criança), constrói estruturas* *de pensamento mais elaboradas de que resulta um maior progresso cognitivo permitindo-lhe atingir, mais rapidamente, o período das operações concretas. Em relação às crianças que seguem o modelo do adulto (interacção criança-adulto), esse progresso também será obtido, mas num ritmo de progressão, mais lento.*"

Em relação a esta hipótese, prevemos que o nível de desenvolvimento cognitivo das díades seja mais avançado do que o das crianças que seguem o modelo do adulto, e que as primeiras avancem no desenvolvimento, independentemente do nível do respectivo par, o que se repercutirá na maior facilidade com que estabelecerão a relação de inversão entre as operações elementares de adição e de subtracção.

A nossa segunda hipótese, que se relaciona com a generalização de estratégias, postula que: "*O processo de pensamento será tanto mais flexível quanto mais oportunidades as crianças tiverem de debater o seu ponto de vista com o colega ou, dito de outra forma, a interacção social entre pares é um factor determinante na generalização de estratégias.*"

Deste modo, prevemos que as díades obtenham melhores resultados, do que as que trabalham com o adulto, no que se refere à complexidade de estratégias empregues na resolução de problemas de estrutura aditiva, em situação de jogo.

Na nossa terceira e última hipótese, que se relaciona com o nível de desenvolvimento cognitivo e a complexidade das estratégias aritméticas empregues, postulamos que "*existe uma relação de interdependência entre o nível de desenvolvimento psicogenético da criança e a complexidade das estratégias aritméticas usadas.*"

Consequentemente, prevemos que tanto para as díades quanto para as crianças que seguem o modelo do adulto, tal relação de interdependência se verifique.

Em suma, proposemo-nos investigar, qual o efeito que a interacção social – interacção criança-criança e interacção criança-adulto – tem sobre a generalização de estratégias e a compreensão da relação de inversão entre as operações aritméticas de adição e de subtracção, tendo por referência o desenvolvimento psicogenético inicial da criança.

2.3. Amostra

A amostra foi constituida por noventa e seis crianças do 1º ano de escolaridade do 1º. C.E.B., sem problemas de desenvolvimento e de aprendizagem, de duas escolas da rede oficial de ensino, da cidade de Coimbra. Quarenta e seis eram do sexo feminino e cinquenta do sexo masculino, com idades compreendidas entre os cinco anos e nove meses e seis anos e sete meses.

2.4. Instrumentos utilizados

2.4.1. Prova operatória da conservação das quantidades numéricas

Para avaliarmos o nível inicial de desenvolvimento psicogenético, todas as crianças foram submetidas, individualmente, à prova operatória da conservação das quantidades numéricas (Piaget e Szeminska, 1975), cuja aplicação obedeceu aos critérios estabelecidos pelos autores. As condutas observadas foram classificadas de acordo com os seguintes critérios: 1) Na conduta de não-conservação (NC) a criança poderá efectuar uma disposição figural qualquer, com os círculos disponíveis, também podendo ser observado um certo cuidado em relação à disposição dos círculos das extremidades de ambas as filas de modo a ficarem em correspondência termo a termo, não sendo evidenciado o mesmo cuidado em relação aos círculos que ficam entre esses, se bem que o início e o término das duas filas sejam espacialmente coincidentes; 2) As condutas do tipo intermediário (INT) caracterizam-se pela capacidade de executar a correspondência termo a termo correctamente, sendo que as respostas às questões formuladas são, umas vezes do tipo conservador e outras vezes não. Além disso, as respostas do tipo conservador não são devidamente justificadas por argumentos explícitos e completos; 3) Na conduta de conservação (C), as respostas são sistematicamente do tipo conservador sendo justificadas pelos seguintes argumentos: a) argumento de identidade, b) argumento de reversibilidade e, c) argumento de compensação.

2.4.2. Problemas verbais de combinação e de mudança numérica

Com o objectivo de determinarmos as competências de cada criança, no que se refere à generalização de estratégias e à capacidade de explicitar a relação de inversão entre as operações de adição e de subtracção, utilizamos problemas verbais de combinação e de mudança numérica, conforme a classificação de Riley, Greeno e Heller (1983)[2].

As operações de adição e de subtracção seleccionadas para analisar as estratégias empregues na resolução dos problemas de combinação e de mudança numérica, foram apresentadas verbalmente, em quatro sessões individuais que incluiam, cada uma delas, a versão A (adição) e a versão B (subtracção), ambas apresentadas em contextos concreto-figurativo (implica a presença de material lúdico, em que a criança é um dos elementos referidos na situação-problema) e concreto-abstracto (a criança não é um dos elementos da situação-problema e recorre à utilização de cubos de madeira, sempre que o desejar).

---

2 Os autores apresentaram alguns exemplos de situações problema: a) Mudança numérica (*Change*) – "Joe had 3 marbles. Then Tom gave him 5 more marbles. How many marbles does Joe have now?" e b) Combinação numérica (*Combine*) – "Joe has 3 marbles. Tom has 5 marbles. How many marbles do they have altogether?" (Riley, Greeno e Heller, 1983, p.160).

Assim, as duas primeiras sessões referem-se aos problemas de combinação numérica (5+4, 6+2, 9-5 e 8-6) e as duas últimas dizem respeito a problemas de mudança numérica (4+3, 7+2, 7-3 e 9-2). Além disso, nas 1ª e 3ª sessões foram apresentadas, as adições, em contexto concreto-figurativo e, nas 2ª e 4ª sessões foram apresentadas, as subtracções, em contexto concreto-abstracto. Assim, para analisarmos a relação de inversão, tanto dos problemas de combinação, como dos de mudança numérica, adoptámos a seguinte metodologia: dada a adição a+b = c, a operação inversa foi, para os primeiros, c-a = b e, para os segundos, c-b = a (Ferreira, 2003).

2.5. Pré-teste

Com o objectivo de seleccionarmos as crianças para o grupo experimental I (interacção criança-criança) e para o grupo experimental II (interacção criança-adulto), foi necessário determinarmos, não só o nível psicogenético inicial de todas as crianças, como também as estratégias aritméticas empregues, pelas mesmas, na resolução dos problemas verbais de combinação e de mudança numérica e a explicitação da relação de inversão, da estrutura aditiva, de todas as operações aritméticas apresentadas. Para isso utilizamos os instrumentos já referidos.

2.6. Formação dos grupos experimentais I e II

Após todas as crianças terem passado pela situação de pré-teste, procedeu-se à análise das respostas obtidas. Com base nesses dados, foram seleccionadas quarenta e oito crianças de nível não-conservador (NC), trinta e duas crianças de nível intermediário (INT) e dezasseis crianças de nível conservador (C). A partir desses resultados, constituímos o grupo experimental I (interacção criança-criança – 8 pares NC/NC; 8 pares NC/INT; 8 pares NC/C e 8 pares INT/C, que se mantiveram ao longo de toda a intervenção experimental) e o grupo experimental II (interacção criança-adulto) que foi constituído por 16 crianças de nível NC e 16 crianças de nível INT.

2.7. Sessões experimentais

2.7.1. "A loja dos bolos"

O primeiro jogo, "A loja dos bolos" foi apresentado às crianças, como um jogo de compra e venda. Foram manipuladas duas variáveis: o número de bolos disponíveis (10 e 20) e o número de vendas efectuadas (1 e 2). Deste modo, obtivemos quatro sessões: 1ª sessão – 10 bolos / 1 venda; 2ª sessão – 20 bolos / 1 venda; 3ª sessão – 10 bolos / 2 vendas e, 4ª sessão – 20 bolos / 2 vendas. As crianças, de ambos os grupos experimentais, em cada sessão, resolviam 4 problemas. O objectivo, de cada problema, consistia em determinar, após uma dada subtracção ter sido efectuada a um montante inicial de 10 ou de 20 bolos, a quantidade restante. Só se iniciava uma nova sessão após todas as crianças, e na mesma ordem, terem resolvido a sessão anterior. Foram registadas as estratégias aritméticas que as crianças utilizaram assim como as interacções verbais entre as díades.

2.7.2 "O jogo das escondidas"

Neste jogo, as "meninas" e os "meninos" eram representados por peões de xadrez, respectivamente, nas cores branca e preta. As variáveis manipuladas foram: o número de elementos disponíveis (10 e 20) e a cor (branca e preta) obtendo, deste modo, quatro sessões: 1ª sessão – 10 elementos / 1 cor (branca); 2ª. sessão – 10 elementos / 2 cores (branca e preta); 3ª sessão – 20 elementos / 1 cor (branca) e, 4ª sessão – 20 elementos / 2 cores (branca e preta). Como no primeiro jogo, as crianças resolviam, em cada sessão, 4 situações-problema, com o objectivo de identificar a quantidade de peões escondidos pelo par (grupo experimental I) ou pelo adulto (grupo experimental II). Como no jogo anterior, só se iniciava uma nova sessão após todas as crianças, e na mesma ordem de chamada, terem resolvido a sessão anterior. Foram registadas as estratégias aritméticas que as crianças utilizaram, assim como as interacções verbais entre as díades.

2.7.3. "O jogo do empate" (adaptação de Kamii e De Clark, 1985)

Utilizamos, neste jogo, vinte cartas de ouros com um número de losangos inscritos, que variava de 1 a 10. Assim, tinhamos 2 cartas iguais para as quantidades de 1 a 10. As variáveis manipuladas foram: 1) o número de losangos em cada carta (de 1 a 10) e, 2) o número de cartas por pessoa (1 e 2). As sessões foram três: na 1ª sessão, cada elemento da díade recebia 1 carta com um número de losangos que poderia variar entre 1 a 5, em cada carta; na 2ª sessão, os participantes recebiam 2 cartas por pessoa, sendo que cada carta poderia ter inscritos entre 1 a 5 losangos e, na 3ª sessão, cada pessoa recebia 2 carta, sendo que cada uma delas poderia ter entre 6 a 10 losangos inscritos. Como nos dois jogos anteriores, as crianças resolviam 4 situações-problema, em cada sessão experimental, cujo objectivo final era igualar, entre os parceiros, a quantidade de losangos inscritos nas cartas recebidas. Assim, muitas vezes, era necessário recorrer às restantes cartas do baralho. Como nos dois jogos anteriores, só se iniciava uma nova sessão após todas as crianças, e na mesma ordem de chamada, terem resolvido a sessão anterior. Foram registadas as estratégias aritméticas que as crianças utilizaram, assim como as interacções verbais entre as díades.

2.8. O primeiro e o segundo pós-teste

Após o término de todas as sessões, as crianças, de ambos os grupos experimentais, foram submetidas a dois pós-testes que não diferiram do pré-teste. Entre o primeiro e o segundo pós-teste decorreu, para todas as crianças, um intervalo de seis semanas.

3. Resultados

Para testarmos as nossas hipóteses, formuladas anteriormente, utilizamos testes não paramétricos, dado que dispomos de variáveis classificadas categórica ou nominalmente. Para efeitos de rejeição da hipótese nula H_o, i.e., de que a diferença ou a correlação entre as variáveis é estatisticamente significativa, utilizamos, para todos os testes, um nível de significância máximo e mínimo, de respectivamente, 0,05 e 0,01.

3.1. A prova operatória da conservação das quantidades numéricas

Para comprovarmos se existiram diferenças, estatisticamente significativas, ou não, entre os resultados obtidos pelas crianças dos grupos experimentais I e II, na prova operatória da conservação das quantidades numéricas, aplicamos, para esse efeito, o teste do qui-quadrado (χ^2). Assim, no primeiro pós-teste, o valor observado do χ^2 foi de 35,904; $p < 0.01$, e no segundo pós-teste, o valor observado do χ^2 foi de 30,831; $p < 0.01$. Deste modo, aceitámos que existiram diferenças, estatisticamente significativas, a favor do grupo experimental I, quando comparámos os dois grupos experimentais, tanto no 1º quanto no 2º pós-teste.

De modo a termos uma compreensão mais alargada dos resultados, analisámos os dados referentes às crianças inicialmente não-conservadoras, de ambos os grupos experimentais, e verificamos que o valor do χ^2 foi de 34,5; $p < 0.01$, para o primeiro pós-teste e $\chi^2 = 26{,}23$; $p < 0.01$, para o segundo, pelo que aceitámos a existência de diferenças, estatisticamente significativas, a favor do grupo experimental I.

Além disso, em relação às crianças inicialmente intermediárias, podemos verificar que no primeiro e no segundo pós-teste, os valores observados foram, respectivamente, $\chi^2 = 2$; $p > 0{,}05$ e $\chi^2 = 5{,}236$; $p < 0{,}05$, pelo que aceitámos que as diferenças foram estatisticamente significativas somente para o segundo pós-teste, a favor do grupo experimental I.

Por outro lado, desejámos verificar se a composição dos pares, que constituíram o grupo experimental I influenciou, ou não, o desenvolvimento psicogenético das crianças não-conservadoras, intermediárias e conservadoras, desse mesmo grupo, no primeiro e no segundo pós-teste. Para isso, aplicamos o teste de probabilidades exactas de Fisher-Freeman-Halton[3]. Nas tabelas de contingência obtidas, as frequências esperadas foram inferiores a 5, para mais de uma célula (Siegel, 1956 e Green e d'Oliveira, 1982).

Os resultados obtidos, indicaram-nos que não ocorreram diferenças estatisticamente significativas entre os níveis operatórios alcançados no primeiro e no segundo pós-teste, tanto para as crianças inicialmente não-conservadoras como para as inicialmente intermediárias, conforme previmos inicialmente.

Por último, investigamos se existiu, ou não, estabilidade nos resultados obtidos, pelos sujeitos dos dois grupos experimentais, nessa prova, do primeiro para o segundo pós-teste. Com esse propósito, utilizamos o teste, não-paramétrico, dos sinais de Wilcoxon visto que tivemos por finalidade comparar duas situações experimentais diferentes, em que intervinham os mesmos sujeitos, não tendo sido observadas diferenças estatisticamente significativas, não só para o total de crianças de ambos os grupos experimentais, como também na análise correspondente aos diferentes níveis operatórios iniciais de cada sujeito.

3.2. Estratégias aritméticas e a explicitação da relação de inversão nos problemas verbais de combinação e de mudança numérica

No prosseguimento da análise estatística, e no que se refere às estratégias – Ao acaso; Contagem de todos os elementos, Separar de, Contagem abreviada, Contagem ascendente, Contagem descendente, Recuperação imediata com e sem apoio, Composição e decomposição numérica – utilizadas na resolução dos problemas verbais de combinação e de mudança numérica, no primeiro e no segundo pós-teste, tínhamos previsto que as crianças do grupo experimental I (interacção criança-criança) obteriam melhores resultados, quando comparadas com as crianças do grupo experimental II (interacção criança-adulto), especificamente no que se refere à capacidade para explicitar a relação de inversão, entre as operações de adição e de subtracção, utilizadas neste estudo.

---

3 O teste de probabilidades exactas de Fisher (1970) foi aplicado por este autor, inicialmente, a tabelas de contingência de 2 x 2 e, posteriormente, generalizado a tabelas de maiores dimensões por Freeman & Halton (1951), sendo também, por isso, conhecido por teste de Fisher-Freeman-Halton (Metha e Patel, 1998). Com efeito, Freeman e Halton (1951, p. 149) colocam que o método de cálculo das probabilidades exactas "*is generally of use where χ^2 would be used were not certain of the observed and expected numbers too small*" ou quando "*the whole population contains so few members that χ^2 is inapplicable and still a test of significance is required*".

Assim, e conforme os resultados obtidos no teste de Fisher-Freeman-Halton, no primeiro e no segundo pós-teste, e à semelhança do pré-teste, podemos verificar que as diferenças, entre as crianças dos grupos experimentais I e II na utilização de estratégias nos problemas de combinação e de mudança numérica, não foram estatisticamente significativas, quer nos problemas de combinação quer de mudança numérica, para os níveis de significância previamente assumidos (0,05 e 0,01).

Além disso, e no que se refere à análise realizada, através do teste dos sinais de Wilcoxon, para aferir a consistência, do primeiro para o segundo pós-teste, na aplicação de estratégias aritméticas utilizadas, verificamos a não existência de diferenças estatisticamente significativas, entre as crianças dos grupos experimentais I e II.

De modo a analisar a relação de inversão[4], entre as operações de adição e de subtracção, utilizámos o teste do qui-quadrado, tendo verificado diferenças estatisticamente significativas, nos problemas de combinação numérica, não só na situação concreta-figurativa ($\chi^2 = 4{,}88$; $p < 0{,}05$) no primeiro pós-teste, como na situação concreta-abstracta ($\chi^2 = 5{,}489$; $p < 0{,}05$) no segundo pós-teste, a favor das crianças não-conservadoras do grupo experimental I.

Em relação às crianças intermediárias, e na impossibilidade em aceitarmos os resultados do teste do qui-quadrado, utilizámos o teste de probabilidades exactas de Fisher, tendo verificado que os resultados foram estatisticamente significativos somente no segundo pós-teste e na situação concreta-figurativa, com $p < 0{,}05$, a favor do grupo experimental I.

Na análise referente aos problemas de mudança numérica, observámos diferenças estatisticamente significativas, entre as crianças não-conservadoras ($\chi^2 = 14{,}088$; $p < 0{,}01$ e $\chi^2 = 7{,}390$; $p < 0{,}01$) e intermediárias ($\chi^2 = 11{,}130$; $p < 0{,}01$ e $c^2 = 5{,}379$; $p < 0{,}05$), de ambos os grupos experimentais, para a situação concreta-figurativa, respectivamente, no primeiro e no segundo pós-teste, a favor do grupo experimental I.

Na situação concreta-abstracta, também observámos diferenças estatisticamente significativas, entre as crianças não-conservadoras ($\chi^2 = 4{,}944$; $p < 0{,}05$ e $\chi^2 = 7{,}390$; $p < 0{,}01$), respectivamente, no primeiro e no segundo pós-teste. Nas intermediárias, as diferenças foram estatisticamente significativas ($\chi^2 = 5{,}379$; $p < 0{,}05$), somente no primeiro pós-teste.

---

4 No pré-teste, observámos que a percentagem de crianças que explicitaram a relação de inversão nos problemas de combinação e de mudança numérica foi a seguinte: grupo experimental I - 0,03% (NC); 0,03% (Int); 25% (C); grupo experimental II - 0,06% (NC) e 12,5% (Int). A percentagem de situações-problema onde observámos a capacidade em explicitar a relação de inversão foi a seguinte: grupo experimental I - 0,01% (NC); 0,008% (Int); 25% (C); grupo experimental II - 0,008% (NC) e 0,02% (Int).

Em síntese, estes resultados indicam-nos a maior facilidade com que as crianças em situação de conflito sociocognitivo, independentemente do nível de desenvolvimento psicogenético inicial do parceiro, elaboraram e generalizaram as estratégias aritméticas para situações de maior nível de complexidade, o que não se verificou, do mesmo modo, com as crianças do grupo experimental II, especialmente no que se refere à capacidade de explicitar a relação de inversão, conforme hipotetizamos inicialmente na nossa primeira hipótese.

3.3. As sessões experimentais – Jogos

No que se refere à análise estatística das estratégias utilizadas, por todas as crianças, nos três jogos: "A loja dos bolos", "O jogo das escondidas" e, "O jogo do empate", utilizamos o teste de Friedman e podemos constatar que as crianças do grupo experimental I apresentaram diferenças, estatisticamente significativas, quando comparámos o primeiro com o segundo jogo ($\chi_r^2 = 222{,}100$; $p < 0{,}01$), o primeiro com o terceiro ($\chi_r^2 = 118{,}496$; $p < 0{,}01$) e, o segundo com o terceiro ($\chi_r^2 = 130{,}178$; $p < 0{,}01$).

Além disso, quando comparámos os três jogos em relação à primeira sessão, as diferenças, entre todas as crianças do grupo experimental I, foram estatisticamente significativas ($\chi_r^2 = 53{,}552$; $p < 0{,}01$), o que também foi confirmado quando as análises estatísticas foram realizadas em relação às crianças inicialmente não-conservadoras ($\chi_r^2 = 25{,}944$; $p < 0{,}01$) e conservadoras ($\chi_r^2 = 26{,}798$; $p < 0{,}01$) .

No que se refere à comparação entre a terceira (primeiro jogo) e a segunda sessão, (segundo e terceiro jogos), os resultados foram estatisticamente significativos para todas as crianças do grupo experimental I ($\chi_r^2 = 55{,}948$; $p < 0{,}01$), assim como para as crianças não-conservadoras ($\chi_r^2 = 48{,}531$; $p < 0{,}01$).

Em relação à análise da última sessão experimental, dos três jogos, verificámos diferenças, estatisticamente significativas, para todas as crianças do grupo experimental I ($\chi_r^2 = 47{,}090$; $p < 0{,}01$) e, para as crianças inicialmente não-conservadoras ($\chi_r^2 = 24{,}751$; $p < 0{,}01$) e conservadoras ($\chi_r^2 = 25{,}637$; $p < 0{,}01$). Quanto às crianças de nível intermediário, não observámos diferenças, estatisticamente significativas, em nenhuma das análises realizadas, o que nos sugere uma maior constância na utilização das estratégias, por estas crianças.

Para as crianças do grupo experimental II, observámos diferenças estatisticamente significativas quando comparámos todas as sessões do primeiro com o segundo jogo, do primeiro com o terceiro e, do segundo com o terceiro, tendo sido obtidos, respectivamente, os valores de $\chi_r^2 = 158{,}418$ ($p < 0{,}01$), $\chi_r^2 = 123{,}365$ ($p < 0{,}01$) e $\chi_r^2 = 45{,}981$ ($p < 0{,}01$).

Além disso, quando analisámos, simultaneamente, os três jogos, por sessão experimental, observámos diferenças significativas na utilização de estratégias na primeira ($\chi_r^2 = 37{,}637$, $p < 0{,}01$) e na última sessão ($\chi_r^2 = 37{,}651$, $p < 0{,}01$). A análise por nível inicial de desenvolvimento psicogenético, mostrou-nos resultados significativos entre as crianças não-conservadoras ($\chi_r^2 = 22{,}986$; $p < 0{,}05$ e ($\chi_r^2 = 20{,}418$; $p < 0{,}05$). Nas crianças intermediárias, esta constatação foi menos evidente, tendo sido observadas diferenças estatisticamente significativas somente entre a primeira sessão de cada um dos três jogos ($\chi_r^2 = 30{,}303$; $p < 0{,}01$) .

Com a finalidade de compreendermos, mais adequadamente, a utilização de estratégias nos três jogos, analisámos as tendências de regressão, manutenção e progressão das estratégias, ao longo de todas as sessões, para todas as crianças não-conservadoras e intermediárias de ambos os grupos experimentais.

Deste modo, em relação ao primeiro jogo “A loja dos bolos”, constatámos nas crianças não-conservadoras, de ambos os grupos experimentais, diferenças estatisticamente significativas na primeira, segunda e quarta sessões ($\chi^2 = 7{,}371$, $p < 0{,}05$; $\chi^2 = 16{,}178$, $p < 0{,}01$ e $\chi^2 = 21{,}711$, $p < 0{,}01$), a favor do grupo experimental I. Em relação às crianças intermediárias não observámos quaisquer diferenças estatisticamente significativas para nenhuma das sessões experimentais.

Para o segundo jogo “O jogo das escondidas”, os resultados foram semelhantes aos anteriormente referidos. Assim, no que se refere às crianças não-conservadoras, de ambos os grupos experimentais, as diferenças foram estatisticamente significativas na primeira, segunda e quarta sessões ($\chi^2 = 10{,}900$, $p < 0{,}01$; $\chi^2 = 9{,}891$, $p < 0{,}01$ e $\chi^2 = 20{,}063$, $p < 0{,}01$), a favor do grupo experimental I. Nas crianças intermediárias observámos diferenças estatisticamente significativas, apenas na terceira sessão ($\chi^2 = 6{,}003$, $p < 0{,}05$).

Em relação ao terceiro jogo “O jogo do empate”, verificámos também que as diferenças foram estatisticamente significativas entre as crianças não-conservadoras, de ambos os grupos experimentais, nas primeira, segunda e terceira sessões ($\chi^2 = 6{,}695$, $p < 0{,}05$; $\chi^2 = 6{,}455$, $p < 0{,}05$ e $\chi^2 = 7{,}436$, $p < 0{,}05$), a favor do grupo experimental I. No que se refere às crianças intermediárias não observámos diferenças estatisticamente significativas para qualquer sessão, deste jogo.

Deste modo, e de acordo com os resultados apresentados, a análise, por nível inicial de desenvolvimento psicogenético, sugere-nos que foram as crianças não-conservadoras, do grupo experimental I, as que revelaram maior sensibilidade ao conflito cognitivo, ao contrário das de nível intermediário, o que nos indica a importância de estudos desta natureza com crianças pertencentes aquele nível operatório.

No que se refere à utilização de estratégias, de uma sessão experimental para outra, principalmente, nos dois primeiros jogos, tanto as crianças não-conservadoras quanto as conservadoras do grupo experimental I e as não-conservadoras do grupo experimental II, aplicaram estratégias diferenciadas. No que se refere às crianças intermediárias, de ambos os grupos experimentais, estes resultados não foram tão evidentes, uma vez que mantiveram, de sessão para sessão experimental, a complexidade de estratégias utilizadas.

Além disso, também verificámos, no que se refere às tendências de regressão, manutenção e progressão das estratégias, de situações de menor para maior grau de complexidade, que foram principalmente as crianças não-conservadoras do grupo experimental I as que revelaram maior capacidade de generalização, ao longo dos três jogos, o que não ocorreu com as não-conservadoras do grupo experimental II, conforme previmos na nossa segunda hipótese.

3.4. Relação entre o nível de desenvolvimento psicogenético e as estratégias utilizadas nos problemas verbais de combinação e de mudança numérica

De modo a confirmarmos, ou não, a nossa terceira hipótese, avaliámos a correlação, entre os resultados obtidos pelos sujeitos dos grupos experimentais I e II, na prova da conservação das quantidades numéricas e as estratégias utilizadas na resolução dos problemas verbais de combinação e de mudança numérica. Com este objectivo, utilizamos o coeficiente de correlação de Spearman (r_s).

Assim, no primeiro pós-teste, para todas as crianças do grupo experimental I, a relação entre o nível inicial de desenvolvimento psicogenético e as estratégias aritméticas foi significativa para treze das dezasseis situações analisadas com $p < 0,01$ em dez dessas situações e, $p < 0,05$ em três situações analisadas[5]. Nas crianças do grupo experimental II, a relação foi significativa somente para seis das situações-problema.[6]

No segundo pós-teste, e para todo o universo de problemas (n=16) resolvidos pelas crianças do grupo experimental I, observámos correlações significativas com

---

5 Assim, verificamos que a correlação foi significativa, com $p < 0,01$, nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 5+4, 8-6, 4+3, 7+2 e 9-2); 2) Condição concreta-abstracta : 6+2, 4+3, 7+2, 7-3 e 9-2. A análise com $p < 0,05$, foi observada nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 9-5; 2) Condição concreta-abstracta : 5+4 e 8-6.

6 Deste modo, verificamos que a correlação foi significativa, com $p < 0,01$, nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 6+2 e 7-3; 2) Condição concreta-abstracta: 4+3. A análise com $p < 0,05$, foi observada nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 7+2; 2) Condição concreta-abstracta : 7+2 e 7-3.

p < 0,01, o que nos sugere, mais uma vez, a interdependência entre o nível de desenvolvimento psicogenético dessas crianças e as estratégias utilizadas pelas mesmas. Em relação às crianças do grupo experimental II, as correlações foram significativas apenas para oito dos dezasseis problemas resolvidos.[7]

Em síntese, estes resultados sugerem-nos uma nítida interdependência entre as estratégias aritméticas utilizadas, pelas crianças do grupo experimental I, e o nível de desenvolvimento psicogenético das mesmas, o que já não ocorreu, da mesma forma, no grupo experimental II, conforme tínhamos previsto inicialmente.

4. Discussão

De acordo com os resultados obtidos, somos levados a concluir que o progresso no desenvolvimento cognitivo, especificamente no que se refere à conservação das quantidades numéricas e à elaboração e generalização de estratégias, é mais rápido e complexo se as crianças participarem, durante a resolução de problemas aritméticos, em situações de interacção social com seus pares do que se os resolverem com a ajuda de um adulto que, por as orientarem no sentido da obtenção do resultado correcto, impede a ocorrência de situações de conflito sociocognitivo, gerador de reflexão em acção e por isso conducente à reestruturação dos processos cognitivos dos sujeitos envolvidos.

Estas conclusões estão de acordo com a posição teórica defendida por Piaget, ou seja, de que o progresso cognitivo assenta, basicamente, na existência de um processo dinâmico que resulta de diversas reestruturações cognitivas com vista a uma melhor reequilibração entre os vários esquemas do sujeito, aplicados à situação em causa. Os processos de argumentação e de contra-argumentação, obtidos através do conflito das centrações cognitivas, parecem ser um meio facilitador que visa conduzir à emergência de novas e adequadas soluções para os problemas e que se traduz na reestruturação dos processos cognitivos dos sujeitos.

Assim, verificámos, que as crianças que trabalharam em interacção com outra, foram capazes de reorganizar os seus esquemas prévios, originando novos esquemas, mais equilibrados e generalizáveis, o que contribuiu para a elaboração de estratégias mais complexas traduzindo-se, posteriormente, na capacidade de explicitar a relação de inversão entre as operações de adição e de subtracção

7 Verificamos que a correlação foi significativa, com p < 0,01 , nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 4+3 e 7+2; 2) Condição concreta-abstracta: 5+4, 9-5 e 7-3. A análise com p < 0,05, foi observada nos seguintes problemas: 1) Condição concreta-figurativa: 8-6; 2) Condição concreta-abstracta : 4+3 e 9-2.

apresentadas, o que não ocorreu quando as crianças trabalharam sob a orientação de um adulto (Vygotsky, 1978).

Finalmente, ao aceitarmos que a interacção social entre pares é um factor preponderante na construção, desenvolvimento e generalização de estratégias que conduz à capacidade de explicitar a relação de inversão entre as operações aritméticas de adição e de subtracção não deixamos, também, de confirmar o que os antigos colocavam noutro contexto: *Firmíssima est inter pares amicitia*[8].

Referências bibliográficas

Anning, A., & Ring, K. (2004). *Making sense of children's drawing*. Maidenhead: Open University Press.

Bandura, A. (1979). *Modificação do comportamento*. (E. Nick e L. Peotta, Trad.). Rio de Janeiro: Editora Interamericana, Ltda. (Obra original publicada em 1969).

Bryant, P. (1982). The role of conflict and of agreement between intellectual strategies. *British Journal of Psychology*, *73*, 243-251.

Carpenter, T.P. (1985). Learning to add and subtract: An exercise in problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 17-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Carraher, T.N., & Schliemann, A.D. (1985). Computation routines prescribed by schools: help or hindrance? *Journal for Research in Mathematical Education*, *16*, 37-44.

Carruthers, E., & Worthington, M. (2005). Making sense of mathematical graphics: the development of understanding abstract symbolism. *European Early Childhood Research Journal*, *13*, 1, 57-79.

Doise, W., & Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris: Interéditions.

Doise, W., Dionnet, S., & Mugny, G. (1978). Conflit socio-cognitif, marquage social et développement cognitif. *Cahiers de Psychologie*, *21*, 231-243.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre: Du comptage a la résolution de problèmes*. Paris: Delachaux et Niestlé, S.A.

Ferreira, M.C.R. (2003). *Análise das estratégias de resolução de problemas de estrutura aditiva em crianças de 5/6 anos de idade*. Dissertação de Doutoramento não publicada. Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade de Coimbra.

Fisher, R.A. (1970). *Statistical methods for research workers*. Edinburgh: Oliver & Boyd. (1ª. edição, 1925).

Freeman, G.H., & Halton, J.H. (1951). Note on an exact treatment of contingency, goodness of fit and other problems of significance. *Biometrika*, *38*, 141-149.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

8 Citação transcrita de Tosi (2000, p. 588), difundida, entre outros, por Cícero *in De amitia* (20, 74).

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Green, J., & d'Oliveira, M. (1982) *Learning to use statistical tests in psychology*. Milton Keynes: Open University Press.

Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, *79*, 329-343.

Hughes, M. (1983). What is difficult about learning arithmetic? In M. Donaldson, R. Grieve & C. Pratt (Eds.). *Early childood: Development and education* (pp. 204-221). Oxford: Basil Blackwell.

Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.

Inhelder, B., & Caprona, D. (1985). Introduction: constructivisme et création des nouveautés. *Archives de Psychologie*, *53*, 7-17.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1979). Procedures et structures. *Archives de Psychologie*, *47*, 165-176.

Kamii, C. (1986). *Number in preeschool & kindergarten*. Washington: The National Association for the Education of Young Children.

Kamii, C., & De Clark, G. (1985*). Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. New York: Teachers College Press.

Kamii, C., & Housman L.B. (2000). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. New York: Teachers College Press. (1ª. edição 1985).

Metha, C., & Patel, N. (1998). Exact inference for categorical data. In P. Armitage & T. Colin (Eds.), *Encyclopedia of Biostatistics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Morgado, L. (1988). *Aprendizagem operatória da conservação das quantidades numéricas*. Coimbra: INIC.

Morgado, L. (1993). *O ensino da aritmética. Perspectiva construtivista*. Coimbra: Livraria Almedina.

Mugny G., & Carugati, F. (1985). *L'intelligence au pluriel. Les représentations sociales de l'intelligence et de son développement*. Cousset: Éditions Delval.

Mugny, G., Doise, W., & Perret-Clermont, A.N. (1976). Conflit de centrations et progrès cognitif. *Bulletin de Psychologie*, *29*, 199-204.

Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers Ltd.

Pahl, K., & Rowsell, J. (2005). *Literacy and education*. London: Paul Chapman Publishing.

Perret-Clermont, A. N. (1979). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Berne: Editions Peter Lang SA.

Piaget, J. (1973). *Introduction a l'épistémologie génétique. La pensée mathématique*. Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1995). *Sociological studies*. (T. Brown, R. Campbell, N. Emler, M. Ferrari, M. Gribetz, R. Kitchener, W. Mays, A. Notari, C. Sherrard e L. Smith, Trad.). London: Routledge & Kegan Paul. (Obra original publicada em 1965).

Piaget, J., & Inhelder, B. (1993). *A psicologia da criança* (O. M. Cajado, Trad.). Lisboa: Edições Asa. (Obra original publicada em 1966).

Piaget, J., & Szeminska, A. (1975). *A génese do número na criança* (C. M. Oiticica, Trad.). Rio de Janeiro: Zahar Editores. (Obra original publicada em 1941).

Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg, (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 110-151). Orlando, Florida: Academic Press, Inc.

Resnick, L.B. (1984). *The development of mathematical intuition*. Comunicação apresentada no 9º. Simpósio de Psicologia da Criança, Minneapolis, Minnesota, USA.
Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Orlando, Florida: Academic Press, Inc.
Siegel, S. (1956). *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. New York: McGraw-Hill Books Company, Inc.
Sinclair, A. (1995). Children's production and comprehension of written numerical representations. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 59-68). Milton Keynes: Open University Press. (1ª. edição 1991).
Tosi, R. (2000). *Dicionário de sentenças latinas e gregas* (I. C. Benedetti, Trad.). São Paulo: Martins Fontes. (Obra original publicada em 1996).
Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité: Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Berne: Editions Peter Lang, SA.
Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 43-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. (Edição de M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman). Cambridge, MA: Harvard University Press. (Obra original publicada em 1935).
Wertsch, J.V. (1995). *Vygotsky y la formación social de la mente* (Tradução de Javier Zanón e Montserrat Cortés). Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A. (1ª. edição 1985).
Woods, S.S., Resnick, L.B., & Groen, G.J. (1975). An experimental test of five process models for subtraction. *Journal of Educational Psychology*, *67*, 17-21.
Worthington, M. (2007). *Exceptional children: researching the young child's mathematics*. Maths coordinator's file, 25, Mathematics Association.
Worthington, M., & Carruthers, E. (2003). *Children's mathematics: making marks, making meaning*. London: Paul Chapman Publishing.

Additive structure problem solving in 5/6 years old children

In this research our main aim was to understand the implications of Piaget (sociocognitive conflict) and Vygotsky (mediated instruction) theoretical approaches in what refers problem solving additive structure, in children without formal knowledge on that domain. The sample was composed by ninety-six children from the 1st grade of primary education level, in two state schools of Coimbra. Results demonstrated that children who worked in sociocognitive conflit context show higher gains, than children who worked in a schedule of mediated instrution, in what refers the conservation of number and the generalisation of arithmetic atrategies as well as the capability to explain the inversion relation of addition operation. On the other hand, the higher the psicogenetic level the more complex arithmetical strategies were.

KEY-WORDS: Arithmetical strategies; Problem solving; Counting; Sociocognitive conflict.

Résolution des problems de structure additive chez les enfants de 5/6 ans

Cette recherche vise à étudier les implications des approches théoriques de Piaget (conflit sociocognitive) et de Vygotsky (instruction négociée) dans ce qui se réfère la structure additive, chez les enfants sans connaissance formelle sur ce domaine. L'échantillon s'est composé par quatre-vingt-seize enfants du primiére année du niveau primaire d'éducation, dans deux écoles d'état de Coimbra. Les résultats ont démontré que les enfants qui ont travaillé dans la situation de sociocognitive conflict, comparé aux enfants qui ont travaillé dans un programme d'instruction négocié, sont plus competente dans ce qui se réfère la conservation du nombre et la généralisation des stratégies arithmétiques aussi bien que les possibilités pour expliquer la relation de l'inversion de l'opération d'addition. D'une outre part, plus le niveau psicogenetic, plus complexes les stratégies arithmétiques ont étés.

MOTS-CLÉS: Stratégies d'arithmétique; Résolution des problèmes; Comptage; Conflit sociocognitive.