

A INCOMPATIBILIDADE DE CORES EM WITTGENSTEIN E SUA RELAÇÃO COM A ARITMÉTICA

COLOR INCOMPATIBILITY IN WITTGENSTEIN
AND ITS RELATIONSHIP WITH ARITHMETIC

JOHN BOLENDER¹

Abstract: After *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein realized that elementary propositions may logically conflict with each other, due to the fact that the most elementary measurements may contradict each other. This led to the view that logic consists of various calculi. A calculus consists of measurement scales, each scale being a rule for the application of numbers. These scales determine logical relationships between elementary propositions by reason of arithmetical relations. Attempts to reject Wittgenstein's change in viewpoint, which ignore the relevance of measurement and arithmetic, are remiss. In this light, I discuss Sarah Moss's criticism of intermediate Wittgenstein.

Keywords: *Logical form. Color incompatibilities. Intentionality. Elementary propositions. Intermediate Wittgenstein.*

Resumo: Depois do *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein percebeu que proposições elementares podem entrar em conflito logicamente umas com as outras, devido ao fato de que as medições mais elementares podem se contradizer. Isso levou à visão de que a lógica consiste em vários cálculos. Um cálculo consiste em escalas de medida, cada escala sendo uma regra

Résumé: Après le *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein s'est rendu compte que les propositions élémentaires peuvent être logiquement contradictoires en raison du fait que les mesures les plus élémentaires peuvent se contredire. Cela a conduit à penser que la logique consiste en divers calculs. Un calcul consiste en des échelles de mesure, chaque échelle étant une

¹ Professor visitante, Departamento de Filosofia, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES Brasil. Email: john.bolender@ufes.br ORCID: 0000-0002-6876-5144. Gostaria de agradecer a J. Renato Salatiel e um árbitro anônimo por esta revista pelos comentários úteis na revisão do artigo.

para a aplicação de números. Essas escalas determinam relações lógicas entre proposições elementares em razão de relações aritméticas. Tentativas de rejeitar a mudança de ponto de vista dele, que ignoram a relevância da medição e da aritmética, são negligentes. Sob essa luz, discuto as críticas de Sarah Moss ao intermediário Wittgenstein.

Palavras-chave: Forma lógica. Incompatibilidade de cores. Intencionalidade. Proposições elementares. Wittgenstein intermediário.

règle pour appliquer des nombres. Ces échelles déterminent les relations logiques entre les propositions élémentaires en raison de relations arithmétiques. Les tentatives de rejet de son changement de vue, qui négligent la pertinence de la mesure et de l'arithmétique, sont négligentes. Dans cette optique, je discute de la critique de Wittgenstein par Sarah Moss.

Mots-clés: Forme logique. Incompatibilités de couleurs. Intentionnalité. Propositions élémentaires. Intermédiaire Wittgenstein.

1. Introdução

Em 1929, Wittgenstein abandonou sua visão inicial de que nenhuma proposição elementar contradiz qualquer outra. Às vezes, observa-se que isso foi o resultado de uma nova avaliação da incompatibilidade lógica dos determinantes de um dado determinável. As incompatibilidades de cores normalmente são usadas para ilustrar o ponto. Entretanto, tais discussões muitas vezes não mencionam por que Wittgenstein teria pensado que os determinantes de um dado determinável são logicamente incompatíveis uns com os outros. Eu afirmo que a questão central que envolvia Wittgenstein foi fundamentada em sua teoria inicial da intencionalidade, que ele continuou a defender, de alguma forma, em 1929. Segundo a teoria, uma representação mental (pensamento, proposição) é uma medida correspondendo a um número ou conjunto de números. Além disso, proposições elementares podem entrar em conflito por razões puramente aritméticas — os números não combinam. As relações lógicas entre as proposições elementares são, portanto, relações aritméticas e, então, muito mais complexas do que foram entendidas em *Tractatus Logico-Philosophicus*.

Esta observação é relevante para as tentativas feitas por Sarah Moss para defender a filosofia da lógica do *Tractatus*. Prossigo com uma revisão de Moss para depois me concentrar nos motivos pelos quais Wittgenstein rejeita a abordagem tractariana à lógica. Uma vez estabelecido esse contexto histórico, voltarei à discussão de Moss para explicar minhas razões para duvidar de sua abordagem.

2. A defesa de Moss para o programa tractariano

Sarah Moss defende o que ela entende ser o programa central do *Tractatus*, mostrando que os problemas de incompatibilidade de cores não são um problema genuíno.² Em outras palavras, ela pretende mostrar que as cores e outros casos da relação determinada/determinável, não mostram que haja relações de implicação ou conflito entre proposições elementares. Moss descreve o programa tractariano da seguinte forma:

O programa central do *Tractatus* consiste em mostrar que podemos completar a análise de proposições de linguagem corrente em proposições elementares. Equivalentemente, o programa tractariano consiste em mostrar que podemos começar com algum conjunto de proposições logicamente independentes, e ao tomar repetidamente suas uniões e interseções e complementos, podemos obter proposições expressas em linguagem corrente³.

(Na minha opinião, há ênfase demais nessa passagem na linguagem corrente. Embora seja verdade que Wittgenstein afirma que “todas as proposições de nossa linguagem corrente estão logicamente, assim como estão, em perfeita ordem”⁴, também é verdade que a sua preocupação fundamental era com pensamentos⁵, ou seja, representações mentais. A intencionalidade da linguagem corrente é derivada da intencionalidade da representação mental, no contexto do *Tractatus* pelo menos. Mais especificamente, os idiomas coloquiais funcionam para expressar os sentidos⁶. Os próprios sentidos, além disso, só são possuídos pelas proposições⁷. Dizer que os sentidos são possuídos pelas proposições é o mesmo que dizer que eles são possuídos pelos pensamentos⁸. No entanto, não acredito que esse escrúpulo tenha alguma consequência real para a discussão atual.)

² Um resumo do argumento de Moss pode ser encontrado em Turner, que considera claramente que o argumento de Moss é sólido (Jason Turner, *The Facts in Logical Space: A Tractarian Ontology*. Oxford: Oxford University Press, 2016, pp. 204-06).

³ “The central program of the *Tractatus* is to show that we can complete the analysis of ordinary language propositions into elementary propositions. Equivalently, the Tractarian program is to show that we can start with some set of logically independent propositions, and by repeatedly taking unions and intersections and complements of them, we can get any proposition expressed in ordinary language” (Sarah Moss, “Solving the Color Incompatibility Problem,” *Journal of Philosophical Logic* (41, 2012, 841-851), p. 842).

⁴ Ludwig Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Ed. Universidade de São Paulo, 1993 [1921], § 5.5563.

⁵ Wittgenstein, *Tractatus*, § 3.

⁶ Wittgenstein, *Tractatus*, § 4.001.

⁷ Wittgenstein, *Tractatus* § 3.3.

⁸ Wittgenstein, *Tractatus* § 4.

Sem discutir a medida ou a gramática da aritmética, Moss parece presumir que Wittgenstein afirmou a incompatibilidade de cores em 1929 com motivos totalmente intuitivos. Em outras palavras, a incompatibilidade lógica de “Este agora é vermelho” e “Este agora é branco” é totalmente uma questão de julgamento espontâneo e concordância mútua entre falantes. Por isso, ela vê isso como sua tarefa simplesmente para mostrar como é *concebível* que as proposições elementares sejam logicamente independentes uma da outra. O fato de ela não discutir medidas ou aritmética é uma lacuna séria em sua abordagem. Quando a lacuna está preenchida, o que vemos em Moss não é muito convincente.

Como Moss tenta mostrar que as proposições elementares são logicamente independentes umas das outras? Ela dá um aparente exemplo de incompatibilidade de cores que ela então tenta desmascarar. Segundo o exemplo de Moss, há quatro determináveis de cor: amarelo, azul, verde e vermelho. Vamos também entender que essas cores não são redutíveis a quaisquer outras propriedades. Fazemos essa suposição, porque nossa preocupação aqui é com as descrições de propriedade no nível mais básico. Moss entende que os seguintes também serão propriedades: *é vermelho ou verde*, e *é amarelo ou vermelho*. Um particular também pode ter ambas, ou nenhuma delas. Uma estrela vermelha tem ambas; uma estrela azul não tem nenhuma. Uma esmeralda só tem a primeira. O Sol tem apenas a segunda. O ponto crucial que Moss enfatiza é que a propriedade de ser uma das quatro cores mencionadas inicialmente é analisável como uma função de verdade dessas duas propriedades que tem formas gramaticais disjuntivas. Ela conclui que não há uma objeção convincente de que uma proposição elementar pode contradizer a outra.

A abordagem de Moss exige uma reavaliação do que se entenderia intuitivamente por propriedades fundamentais. Se alguém usa ‘é amarelo ou vermelho’ para expressar uma propriedade fundamental, ao negar que ‘amarelo’ ou ‘vermelho’ faz isso, muda-se a concepção natural do que é fundamental e o que é analisável. Moss aconselha que façamos exatamente isso para evitar o problema da incompatibilidade de cores. Se as propriedades disjuntivas *prima facie* são tomadas para figurar nas proposições elementares, então há uma maneira de se entender como nenhuma proposição elementar contradiz qualquer outra proposição elementar.

Uma objeção diretamente aparente a essa abordagem é que as disjunções não são elementares. Rejeita-se, portanto, ‘x é vermelho ou verde’ como sendo uma possível forma de proposição elementar. Considere a concepção de Wittgenstein sobre a proposição elementar, como refletiu sobre o *Tractatus* na perspectiva da década de 1930:

Existem proposições compostas, por exemplo, “Está chovendo e o sol está brilhando”. Tal proposição é um composto no sentido de que não se pode deixar de fora nenhum dos constituintes sem alterar a proposição. (Desse modo, distingo o caso em que a forma composta não é essencial, por exemplo, se um dos fatores do produto lógico for uma tautologia. Nesse caso, pode-se eliminar a tautologia e escrever toda a proposição de modo que não seja mais um produto lógico)⁹.

O primeiro pensamento, ao considerar a proposta de Moss, é que a forma ‘x é vermelho ou verde’ indica uma proposição composta. Mas por que alguém pensaria assim? A resposta está na forma gramatical disjuntiva. No entanto, veja a qualificação em parênteses, nomeadamente o caso em que a forma gramatical composta não é essencial. Onde P é uma proposição elementar, uma proposição da forma ‘P & (Q \Rightarrow Q)’ também será elementar, já que terá as mesmas condições de verdade que P. Nota-se que Wittgenstein menciona um tipo de caso em que uma proposição aparentemente molecular é realmente elementar. Há outros?

A resposta de Moss é sim, e essa é exatamente sua abordagem à proposição da forma ‘x é vermelho ou verde’. Ela sugere que ‘é vermelho ou verde’ e ‘é amarelo ou azul’ sejam entendidos para designar propriedades fundamentais. Em outras palavras, a forma gramatical disjuntiva é enganosa. A propriedade anterior também poderia ser designada de forma não disjuntiva, na medida em que ‘é α ’, e o último não disjuntivo como ‘é β ’. Nessa abordagem, as atribuições de vermelho, verde, amarelo e azul são funções de verdade de atribuições de α e β . As atribuições de α e β são, como observado anteriormente, independentes umas das outras, assim como as proposições elementares são entendidas em uma abordagem tractariana. Estas não devem ser consideradas como disjuntivo, mesmo que intuitivamente pareçam ser. Essa é a solução proposta por Moss para a questão das incompatibilidades de cores: qualquer incompatibilidade de cores pode ser reanalisada ao longo das linhas acima, mostrando que as proposições elementares são mutuamente consistentes. O ponto de Moss pretende generalizar a relação determinante/determinável como tal, protegendo assim a lógica do *Tractatus* de qualquer ameaça.

⁹ Wittgenstein e Friedrich Waismann, *The Voices of Wittgenstein* (Londres e Nova York: Routledge, 2003), 244. “Es gibt zusammengesetzte Sätze, z.B. ‘Es regnet und die Sonne scheint’. Zusammengesetzt ist ein solcher Satz in dem Sinn, dass man keinen der beiden Bestandteile weglassen darf, ohne den Satz zu ändern. (Ich unterscheide davon den Fall, dass die Zusammensetzung nicht wesentlich ist, z.B. wenn der eine Faktor des logischen Produktes eine Tautologie ist. In diesem Fall kann man die Tautologie eliminieren und den ganzen Satz so schreiben, dass er kein logisches Produkt mehr ist.)”.

Acredito que a rejeição de Wittgenstein à filosofia da lógica do *Tractatus* deva ser colocada no contexto da evolução das suas visões de intencionalidade, medição e matemática. Para esse fim, vou rever o curso do desenvolvimento de Wittgenstein que levou ao seu artigo.¹⁰ Discutirei então o argumento de Moss contra esse pano de fundo histórico. Sob essa luz, deve ficar claro que a abordagem de Moss não é tão persuasiva.

3. Medição e intencionalidade

Considerarei agora a evolução do pensamento de Wittgenstein sobre a incompatibilidade de cores (de 1914 a 1929), na qual vou sintetizar a transição de seu pensamento, de seus *Notebooks* para a sua posição intermédia, fornecendo uma série de citações e conceitos numerados. Primeiro vou fornecer a série sem comentários, mas depois vou repetir cada membro da série com uma explicação detalhada do seu significado para o desenvolvimento do pensamento de Wittgenstein:

- (1) “A proposição e a situação estão relacionadas umas com as outras, como o padrão e o comprimento a ser medido [...] A proposição é uma medida do mundo”¹¹.
- (2) A medida é a aplicação regida por regras de numerais a fenômenos.
- (3) “[N]o que diz respeito à sua representação, números (racionais e irracionais) devem entrar na estrutura das proposições atômicas”¹².
- (4) “A lógica lida com proposições e, portanto, deve incluir a aritmética no seu nível de raiz, que é onde se origina a essência de uma proposição e pertence a ela”¹³ (circa 1929).
- (5) $80 \neq 90$.
- (6) Se o ponto de espaço-tempo p for 80 graus Fahrenheit, então p não é 90 graus Fahrenheit.

¹⁰ Wittgenstein, “Some Remarks on Logical Form”, *Proceedings of the Aristotelian Society* Suppl. 9 (1929), 162-171, Trad. Eduardo Coutinho

¹¹ Wittgenstein. *Notebooks: 1914-1916* (Chicago: The University of Chicago Press, 1961), 32; “Der Satz ist ein Maß der Welt”, 41; “Satz und Sachverhalt verhalten sich zueinander, wie der Meterstab zu der zu messenden Länge”,

¹² Wittgenstein, “Some Remarks”, 165.

¹³ “Die Logik handelt von den Sätzen und darum muß sie die Arithmetik, an ihrer Wurzel, erfassen wo sie aus dem Wesen der Satzes hervorgeht und sich auf ihn bezieht” Wittgenstein *apud* Jaakko Hintikka. *Ludwig Wittgenstein: Half-Truths and One-and-a-Half-Truths*. Dordrecht: Kluwer, 1996), 88.

(7) Se o ponto de espaço-tempo p é vermelho, então p não é azul.

Voltemos ao início e discutamos cada ponto separadamente.

- (1) “A proposição e a situação estão relacionadas umas com as outras, como o padrão e o comprimento a ser medido [...] A proposição é uma medida do mundo”.

As sentenças em (1) são uma tentativa de entender, não apenas a natureza da proposição, mas a natureza da intencionalidade. Isso é refletido no fato que há vários trechos em *Notebooks 1914-1916*¹⁴, e também no *Tractatus*¹⁵, nos quais Wittgenstein afirma a identidade entre proposição, medida, pensamento e figuração. A teoria de figuração de Wittgenstein é igualmente uma teoria de barra de medição, um ponto que ele enfatizou em palestras com membros do Círculo de Viena e para alunos em Cambridge:

Quando escrevi que “Uma proposição é uma figuração lógica de um fato”, \square quis dizer que eu poderia inserir uma figuração, literalmente um desenho, numa proposição, e então prosseguir com a minha proposição. [...] Eu também poderia usar uma barra de medição como símbolo, inserir uma barra de medição numa descrição, e usá-la da mesma forma que uma proposição. Pode-se até dizer que em muitos aspectos uma proposição se comporta exatamente como uma barra de medição, e dessa forma é possível ter chamado as proposições de barras de medição. (Por exemplo, numa afirmação de cor, podemos confrontar a barra de medição da cor com a realidade)¹⁶.

Uma proposição é como uma barra de medição. E isso não é uma símile, mas um exemplo: i.e. uma barra de medição pode *ser* uma proposição. “Neste momento, o mercúrio ficará em certo ponto”. Cada traço é uma figuração¹⁷.

¹⁴ Wittgenstein, *Notebooks*, 7-8.

¹⁵ Wittgenstein, *Tractatus*, §§2.1512, 3, 4.

¹⁶ “When I wrote ‘A proposition is a logical picture of a fact’ \square I meant that I could insert a picture, literally a drawing, into a proposition and then go on with my proposition. I could accordingly use a picture in the same way as a proposition. How is that possible? The answer is, just because both agree in a certain respect, and what they have in common is what I call a *picture*. [...] I could also use a measuring-rod as a symbol, that is, insert a measuring rod into a description and use it in the same way as a proposition. You may even say, In many respects a proposition behaves just like a measuring-rod, and therefore I might just as well have called propositions measuring-rods. (For example, in a colour-statement we lay the whole colour-measuring-rod against reality.),” Wittgenstein, *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle: conversations recorded by Friedrich Waismann*, trad. Joachim Schulte; Brian McGuinness (Oxford: Basil Blackwell, 1979), 185.

¹⁷ Wittgenstein, *Wittgenstein Lectures, Cambridge 1930-1933, from the notes of G. E. Moore*, org. David G. Stern, Brian Rogers e Gabriel Citron (Cambridge: Cambridge

Segundo sua concepção, a relação da representação é uma questão de semelhança entre pensamento e fato, e essa semelhança é uma questão de multiplicidade. No *Tractatus*, por exemplo, a intencionalidade consiste em um isomorfismo entre proposição e fato. “Deve ser possível distinguir na proposição tanto quanto seja possível distinguir na situação que ela representa. Ambas devem possuir a mesma multiplicidade lógica (matemática)”¹⁸. Ou seja, deve haver a mesma quantidade das possibilidades nos dois: o mesmo número de fatos logicamente possíveis e proposições possíveis. Há precisamente tantas figurações/medidas possíveis quanto existem fatos. Esta é outra maneira de dizer que existem precisamente tantas medidas possíveis quanto existem fatos possíveis. O alcance da escala de medição mapeia a gama de fatos possíveis. “Ela é como uma régua aposta à realidade”¹⁹. Mas não é possível que um sistema de medição seja usado para se medir, ou seja, uma figuração não pode se representar. “Essa multiplicidade matemática não pode ser, naturalmente, por sua vez afigurada. Dela não se pode sair no momento da afiguração”²⁰.

(2) A medida é a aplicação regida por regras de numerais a fenômenos.

A sentença (2) é uma evidência sobre mensuração, só que bem importante porque, em conjunção com (1), contradiz a teoria dos números no *Tractatus*. (2) revela que a posição do *Tractatus* não foi sustentável além das considerações de cores. Vamos abordar este assunto por meio de duas perguntas: Wittgenstein estava ciente de (2) durante a década de 1920? Isso pode ser plausivelmente visto como um fator na rejeição dele do ponto de vista do *Tractatus*? Antes do *Tractatus*, Norman Robert Campbell escreveu que “A medição é a atribuição de números. A medição é o processo de atribuição de números para representar qualidades; o objetivo da medida é permitir que a poderosa arma da análise matemática seja aplicada ao assunto da ciência”²¹. Essa concepção da medição foi eventualmente refinada pelo psicólogo S. S. Stevens, segundo o qual a medição “é definida como a atri-

University Press, 2016), 12: “Proposition like Measuring-rod. And this not a simile, but an example: i.e. measuring-rod may be a proposition. ‘At this time the mercury will stand at a certain point’. Each dash is a picture”. Observe que a citação é de notas tomadas por G. E. Moore durante uma palestra proferida por Wittgenstein, daí a falta de gramaticalidade.

¹⁸ Wittgenstein, *Tractatus*, § 4.04.

¹⁹ Wittgenstein, *Tractatus*, § 2.1512.

²⁰ Wittgenstein, *Tractatus*, § 4.041.

²¹ “Measurement is the assignment of numbers. Measurement is the process of assigning numbers to represent qualities; the object of measurement is to enable the powerful weapon of mathematical analysis to be applied to the subject matter of science” *Physics, the Elements* (Cambridge: Cambridge University Press, 1920), 267-68.

buição de números a objetos ou eventos de acordo com certas regras”²². De fato, uma escala de medição, por exemplo, a escala de Kelvin, é tal regra.

A definição de medida tornou-se mais restritiva ao longo dos anos, mas o apelo aos números permaneceu constante. Isso significaria que, se a intencionalidade é, em seu nível mais fundamental, a medição, as representações mentais mais básicas incluem símbolos que funcionam como numerais. Isso quer dizer então que a forma lógica da proposição elementar incluiria seus números ou representações. Entretanto, notemos que isso não concorda com a filosofia da matemática encontrada em *Tractatus*, segundo a qual “O número é o expoente de uma operação”²³. Em outras palavras, um número abrange a quantidade de incorporações recursivas em uma proposição²⁴.

Isso se aplicaria de forma mais intuitiva às proposições moleculares. É verdade que a proposição elementar é uma função de verdade de si mesma²⁵ e, de certa forma, pode-se falar da proposição elementar como resultado de aplicações recursivas de uma operação e, assim, contendo um numeral codificado em si. No entanto, é preciso ter em mente o que os números, no *Tractatus*, são entendidos como sendo a medida: o expoente de uma operação mede a quantidade de recursões. Mas, se a proposição elementar é uma medida de um fato, então os números codificados nessa proposição (ou, pelo menos, alguns deles) devem ser medidas dos componentes (objetos, digamos) do fato pertinente, não medições das recursões envolvidas na geração da proposição. Para colocar o ponto de forma um pouco diferente: os números em *Tractatus* são usados apenas para medir a estrutura das proposições, enquanto que, se a própria intencionalidade é a medida, deve haver numerais codificados nas proposições para medir características dos próprios fatos. Assim, as ideias fundamentais de Wittgenstein, encapsuladas em (1), discordaram da concepção de número em *Tractatus*.

Agora, podemos discernir por que o *Tractatus* representou uma posição instável e teve que ser revisado. Também podemos entender o aumento de interesse de Wittgenstein, começando em 1929, em seguir as regras, uma vez que qualquer medida pressupõe uma escala e a escala em questão é uma regra para a aplicação de números. Notemos que não há motivo para mencionar cores especificamente ao explicar por que a posição tractariana foi instável. Também não é necessário discutir os determinantes de certo determinável. A instabilidade decorreu da ideia central de que a intencionalidade é a medida, e a necessidade subsequente de compreender até mesmo as proposições elementares como tendo numerais codificados nelas. Além disso, *as relações*

²² S. S. Stevens, “On the Theory of Scales of Measurement”, *Science* 103 (1946), 677.

²³ Wittgenstein, *Tractatus*, § 6.021.

²⁴ Wittgenstein, *Tractatus*, § 6.

²⁵ Wittgenstein, *Tractatus*, § 5.

aritméticas entre os números são agora vistas como determinando relações lógicas entre proposições elementares e como refletindo relações lógicas entre fatos atômicos. Dado que as tabelas de verdade não são suficientes para capturar relações aritméticas, a lógica do *Tractatus* deve ser revisada. Mesmo no nível mais fundamental, a forma lógica não é totalmente uma questão da função de verdade, contra *Tractatus* §6. Moss não aborda isso em sua defesa da posição do *Tractatus*.

- (2) A medida é a aplicação regida por regras de numerais a fenômenos.
- (3) “[N]o que diz respeito à sua representação, números (racionais e irracionais) devem entrar na estrutura das proposições atômicas”.

O leitor pode discordar que o raciocínio por trás de (3) de Wittgenstein deve ser diferente do que eu sugeri. A afirmação de Wittgenstein de (3), como se pode notar corretamente, ocorre no contexto de sua afirmação de que a proposição elementar deve ter a mesma multiplicidade que o fato que ela retrata. De fato, também há passagens em notas de leitura tomadas por Waismann e Moore (de palestras separadas) em que Wittgenstein insiste que o poder de representação numérica de uma determinada proposição deve ser igual à multiplicidade da coisa (fato, evento) que está sendo descrito. “Suponha que eu usei apenas os inteiros, o idioma não teria uma multiplicidade suficiente. Uma alavanca com duas posições não pode regular a velocidade de forma contínua. Colocar a alavanca no meio do caminho corresponde a *disparate*”.²⁶ Assim, pode-se pensar que Wittgenstein apenas insiste no aparecimento de números em proposições elementares, de modo a capturar a multiplicidade de vários espaços lógicos, como espaço de cores ou espaço auditivo, etc. Poder-se-ia inclinar-se a questionar se todas as proposições elementares incluem numerais e também se levam a questionar o papel que eu aqui atribuo à medida.

No entanto, essas passagens não são argumentos para a presença de números como tal em proposições elementares. Elas são, em vez disso, argumentos para a presença de números irracionais em *umas* proposições elementares. De fato, essas passagens já pressupõem que os números ocorrem em proposições elementares em geral, um ponto que — como Wittgen-

²⁶ “Suppose I had only use of integers, language would not have sufficient multiplicity. Lever with 2 positions can’t regulate velocity continuously. Putting lever midway corresponds to talking nonsense”. *Wittgenstein Lectures, Cambridge 1930-1933*, (p. 6). Veja-se Wittgenstein “Some Remarks on Logical Form” (p. 165); *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle: Conversations Recorded by Friedrich Waismann*. Trad. Joachim Schulte; Brian McGuinness (Oxford: Basil Blackwell, 1979), 42.

tein aprecia plenamente em 1929 - segue diretamente de (1) e (2). De fato, o uso freqüente de Wittgenstein da palavra “cálculo”, começando com as *Observações Filosóficas*²⁷ e nas palestras do mesmo período²⁸, reflete sua nova visão de que as proposições elementares mantêm relações lógicas entre si em virtude das relações aritméticas dos números que aparecem nelas: uma proposição elementar só ocorre dentro de um sistema de cálculo. As relações lógicas entre as proposições elementares são as relações lógicas entre leituras básicas de medição. Mesmo em 1950, vemos Wittgenstein defendendo um ponto de vista semelhante ao da visão de cálculo, pelo menos em relação às cores: “Em um quadro, o branco precisa ser a cor mais clara. Na tricolor²⁹, o branco não pode, por exemplo, ser mais escuro que o azul, ou que o vermelho. Aqui há uma espécie de matemática da cor”²⁹. Em contraste, a palavra “cálculo” não aparece em nenhum lugar no *Tractatus*, nem se encontra qualquer referência a relações matemáticas entre proposições elementares.

As passagens relativas ao aparecimento de números reais em algumas proposições elementares são simplesmente destinadas a ilustrar o ponto em que diferentes tipos de proposições elementares apresentam diferentes tipos de números. Uma proposição elementar é o resultado de usar uma escala de medição, ou uma combinação de escalas, para medir ao longo de várias dimensões³⁰. Diferentes tipos de escala correspondem a diferentes tipos de números³¹. Na verdade, Wittgenstein parece antecipar S. S. Stevens³² sobre este ponto, embora um pouco vagamente. Especificamente, alguns dos exemplos de Wittgenstein antecipam o contraste entre a escala nominal, na qual os números são simplesmente rótulos usados para distinguir uma categoria de outra, em contraste com outros tipos de escala. As seguintes passagens refletem a consciência de Wittgenstein sobre escalabilidade nominal.

Poderíamos pensar de sinais em um navio: “Pare”, “Avance com velocidade máxima” etc. De resto, eles não têm de ser padrões. [...] Pois não se pode chamar de padrão uma placa que contém dois sinais. [...]

²⁷ Wittgenstein, *Observações Filosóficas*. Trad. inglês Rush Rhees; trad. português Adail Sobral e Maria Stela Gonçalves. (São Paulo: Edições Loyola, 2005) [1975].

²⁸ Wittgenstein *Wittgenstein Lectures, Cambridge 1930-1933; Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*.

²⁹ *Anotações sobre as Cores*. Trad. João Carlos Salles Pires da Silva. (Campinas: Ed. Unicamp, 2009 [1977]), §§ III.1-3.

³⁰ Wittgenstein, *Observações Filosóficas*, § 84.

³¹ Sobre os tipos diferentes dos números e suas relações aos diferentes tipos de escalas, veja-se Heike Wiese, *Numbers, Language, and the Human Mind* (Cambridge: Cambridge University Press, 2003).

³² Stevens, “On the Theory.”

Se digo que *não* sonhei na noite passada, ainda tenho de saber onde eu teria de procurar um sonho (isto é, a proposição, “eu sonhei”, aplicada a essa situação, pode ser no máximo, falsa, mas não sem sentido). Exprimo a situação atual por um posicionamento — o negativo — da placa de sinais “sonhos — nenhum sonho”³³.

[O]s argumentos de ‘ $\varphi()$ ’ formam um sistema. O que eu reconhecidamente não sei é o tamanho do domínio dos argumentos. E, por exemplo, poderia haver apenas dois. (Discagem por telefone: livre, em uso — aqui sabemos que apenas esses dois valores existem e representam a realidade. [...])³⁴.

Essas passagens não devem ser consideradas como indicações de que existem “cálculos” não-numéricos. Em vez disso, elas representam o início da apreciação de Wittgenstein sobre a heterogeneidade dos números, sendo números de tipos muito diferentes, conforme as diferentes formas de medição. Para Wittgenstein, isso significava que havia heterogeneidade irreduzível entre as próprias formas lógicas, contra *Tractatus*³⁵. A heterogeneidade dos tipos de número logo seria bastante explícita na *Gramática Filosófica*³⁶.

Neste ponto, a inadequação da filosofia da lógica do *Tractatus* está aparente. Dado que as proposições elementares são medidas, as proposições elementares mantêm-se em relações lógicas de acordo com as relações entre os números conforme determinado pelas regras (isto é, a gramática) da aritmética. Essa observação explica (5) e (6).

(5) $80 \neq 90$.

(6) Se o ponto de espaço-tempo p for 80 graus Fahrenheit, então p não é 90 graus Fahrenheit.

Dada as regras da aritmética tem-se a observação feita em (6). Dado que um ponto espaço-tempo é de 80 graus Fahrenheit, então não é 90 graus Fahrenheit para usar o exemplo de Wittgenstein.³⁷ Esta é uma consequência direta da gramática dos números. Isso é uma consequência direta das escalas dado que constituem as regras da aritmética.

³³ Wittgenstein, *Observações Filosóficas*, §§ 84 e 86.

³⁴ Wittgenstein, *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, 90: “[T]he arguments of ‘ $\varphi()$ ’ form a system. What I admittedly do not know is how large the domain of arguments is. And there might, for example, be only two. (Telephone dialling: free, in use – here we know that only these two values exist and they depict reality. [...]).”

³⁵ Wittgenstein, *Tractatus*, § 6.

³⁶ Wittgenstein, *Gramática Filosófica*, § V.70. Veja-se Wittgenstein, *Investigações Filosóficas*. Trad. José Carlos Bruni. (São Paulo: Nova Cultural, 1999 [1953]), §§ 65–71.

³⁷ Wittgenstein, “Some Remarks”.

A incompatibilidade das cores é mais uma consequência da gramática dos números. Isso ocorre porque as predicções de cores, no nível mais profundo de análise, também são medidas e, portanto, envolvem números. O juízo de que isso agora é vermelho, e o juízo de que isso agora é azul são medidas distintas. Envolvem números diferentes, pelo menos os números enquanto usados na escala nominal. Dado o fato de que uma cor desaparece em outra, é possível que as medidas sejam mais bem expressas usando-se números reais. Seja qual for o tipo específico do número, a visão de que os juízos são, em última análise, medidas significa que esses juízos de cores também são, em última análise, analisáveis como medidas — e, portanto, como a aplicação de números. A incompatibilidade de cores é assim vista basicamente como uma questão de aritmética, uma ilustração específica de desigualdades numéricas. (Isso ilustra o ponto de que o “Some Remarks on Logical Form” de Wittgenstein não é um comentário extensivo sobre *Tractatus* § 6.3751. O artigo de 1929 vê a inconsistência como fundamentalmente uma questão de aritmética, uma ideia totalmente estranha ao *Tractatus*. Uma proposição da forma $P \& \sim P$ ainda conta como uma contradição claro, mas tal afirmação pressupõe relações aritméticas encontradas no nível das proposições elementares.)

(7) Se o ponto de espaço-tempo p é vermelho, então p não é azul.

Portanto, a incompatibilidade lógica entre as classificações de cores, conforme (7), é uma consequência da incompatibilidade lógica de medidas distintas. A filosofia da lógica do *Tractatus* é inadequada porque ignora o fato de que existem relações lógicas entre as leituras de medição que não podem ser consideradas em termos da função de verdade.

4. A Lógica como empírica

Ao entender a linha de raciocínio que leva de (1) a (7), é importante ter em mente que a variedade de formas de medição desempenha um papel crucial. Se toda a medição puder ser reduzida a uma forma extremamente simples, pode ser possível fornecer uma descrição completa do mundo sem regras de aritmética. Pode-se até mesmo falar de limitar-se a uma única forma de medida brutalmente simples, como meio de *evitar a ameaça da aritmética ao nível dos fatos atômicos*. Poderíamos assim proteger a filosofia da lógica do *Tractatus* contra danos. De fato, a descrição a seguir de um espaço de possibilidades lógicas, do *Tractatus*, evitaria a ameaça da aritmética se pudesse ser adequadamente estendida a toda a gama de possíveis fatos atômicos: “Um modo figurado de explicar o conceito de verdade: mancha preta

sobre papel branco; pode-se descrever a forma da mancha indicando-se, com respeito a cada ponto da superfície, se é preto ou branco. Ao fato de que um ponto é preto, corresponde um fato positivo — ao de que um ponto é branco (não preto), um fato negativo”.³⁸ Eu gostaria de descrever esta abordagem extrema para salvar a lógica do *Tractatus* com algum detalhe para entender por que mesmo Wittgenstein finalmente decidiu abandoná-la.

Em § 4.063, Wittgenstein está descrevendo uma forma de *medida nominal*, na qual a medição não passa de taxonomia. No que é agora a concepção clássica da escala nominal,³⁹ os números são aplicados aos objetos (propriedades, fenômenos) para atribuí-los a categorias que não se sobrepõem. Mesmo essa forma de medida *pode* ser problemática para a abordagem tractariana à lógica, pois existem relações de exclusão entre os numerais na medida nominal. Se 80 e 90 estão entre os números em uma determinada escala nominal, então $80 \neq 90$, conforme (5). Mas Wittgenstein escapa dessa armadilha no §4.063 usando apenas *uma* categoria, ou seja, preto e, portanto, uma forma de escala que exige só *um* numeral. Deixe o numeral 5 indicar ser preto. Então, se alguém limita a atenção ao caso descrito no § 4.063, todas as incompatibilidades lógicas são redutíveis para “é 5” em contraste com “não é 5”. Esse é, claramente, o tipo de relação aritmética que uma tabela de verdade pode capturar. Cada ponto seria referido por um nome, e a única propriedade, ser preto, corresponderia ao numeral único (o que o Wittgenstein tractariano provavelmente identificaria também como nome).

Se toda a gama de possibilidade lógica puder ser representada dessa maneira, a ameaça de aritmética será evitada: pode-se ignorar qualquer tipo de escala de medição que introduza relações lógicas que ultrapassem o alcance das tabelas de verdade. Na tentativa de esclarecer a noção de informação, W. V. Quine apresentou um caso de medida semelhante ao § 4.063, mas que aborda mais claramente a concepção de senso comum de possíveis estados do mundo.

Consideremos, então, o método de autotipia, na ilustração fotográfica. Uma tela de 15 por 15 centímetros contém uma disposição quadricular, em posições regularmente distanciadas, isto é, 250 por centímetro em fileiras e colunas. A gravura em autotipia é totalmente determinada por um arranjo de 360.000 sinais pretos. A informação, em relação a essa tela, como matriz de alternativas, consiste em assinalar os espaços pretos. Dois quadros transmitem a mesma informação referente a essa matriz, quando fixam, em preto, os mesmos sinais. [...] Outrossim, uma especificação verbal dos sinais presta, em relação a essa matriz, é uma informação idêntica à do quadro. (Este constitui o princípio da transmissão de descrições através do telégrafo)⁴⁰.

³⁸ Wittgenstein, *Tractatus*, § 4.063.

³⁹ Stevens, “On the Theory of Scales of Measurement”, *Science* 103 (1946) 677-680.

⁴⁰ W. V. Quine, *Filosofia da Lógica*. Trad. Therezinha Alvim Cannabrava. (Rio de Janeiro: Ed. Zahar, 1972 [1970], 16.

Se todas as informações sobre o mundo pudessem ser transmitidas dessa maneira, a aritmética poderia ser evitada; uma descrição completa do mundo não exigiria isso, pois se usa a forma mais simples de medida imaginável para expressar qualquer fato possível. Em algum sentido, isso seria aritmético, uma vez que se usaria um único numeral de acordo com uma regra, conforme a escala nominal dada. Mas a escala é tão simples que só poderia ser um caso de limite de aritmética. Não haveria necessidade de tais operações como $=$ ou $<$, já que não haveria relações entre números.

Isso, de fato, seria consistente com a visão tractariana de Wittgenstein de que a matemática só aparece com recursão e, presumivelmente, apenas quando se descreve o mundo usando proposições moleculares. Se alguém limitasse a descrição do mundo às proposições elementares, assumindo um espaço lógico conforme § 4.063 ou pelo exemplo de Quine, nenhuma aritmética seria necessária (embora continuasse teoricamente possível devido ao uso vazio da recursão para gerar uma proposição elementar de si mesma). A insatisfação de Wittgenstein com a lógica do *Tractatus*, ligada à sua visão de que a matemática robusta deve ser reconhecida mesmo no nível primário, deve ter coincidido com sua consciência de que o tipo de espaço lógico descrito no § 4.063 não coincide com o espaço lógico real ou que existem outros tipos de espaço lógico além deste. A inferência da conjunção de (1) e (2) a (3) deve ter envolvido essa realização.

Por isso, Wittgenstein poderia ter retido a lógica do *Tractatus*, aderindo exclusivamente a uma forma de medida nominal severamente minimalista em que apenas uma categoria (e, portanto, apenas um numeral) entraria em jogo no nível elementar. Pode parecer surpreendente saber que toda possibilidade lógica poderia ser tratada usando uma matemática tão empobrecida, especialmente depois de ouvir Quine falar de 360.000 pontos no espaço lógico que ele estava descrevendo. Entretanto, é importante ter em mente que tais números só entram no nível molecular presumivelmente por meio de recursão. No nível elementar, a única questão é se o único numeral se aplica ou não se aplica a um determinado caso.

Talvez seja óbvio agora por que Wittgenstein teria rejeitado essa abordagem: simplesmente não é empiricamente plausível. Não se pode descrever completamente a experiência subjetiva em termos do método de autotipia de Quine, por exemplo. Nem foi feita uma investigação científica sobre a microestrutura física, pelo menos durante a vida de Wittgenstein, revelando qualquer coisa tão simplista. Um resultado notável aqui, que Wittgenstein enfatizou repetidamente em torno de 1929, é que a experiência é relevante para a determinação da forma lógica: “Deparamo-nos com as formas de espaço e tempo [juntamente] com todo o múltiplo de objetos espaciais e temporais, como cores, sons etc., etc., com suas gradações, transições contínuas

e combinações em várias proporções, todas as quais não conseguimos apreender com nossos meios de expressão comuns”⁴¹; “a asserção atômica deve ter a mesma multiplicidade que o grau que ela atribui; daí que os números devem entrar nas formas das proposições atômicas”⁴²; “[T]ais regras [regras de sintaxe definidas] não podem ser estabelecidas até que tenhamos, de fato, atingido a análise última dos fenômenos em discussão”⁴³. Assim, a seguinte observação de José Medina sobre o ponto de vista de Wittgenstein por volta de 1929, “O que agora fixa a gama de possibilidades significativas é a forma lógica *dos fenômenos*. [...] Ele agora afirma que os objetos da análise lógica devem estar acessíveis para nós: a forma lógica pode ser encontrada no conteúdo de nossa experiência, no que nos parece”⁴⁴.

O argumento é que as reflexões de Wittgenstein sobre os conteúdos da experiência o forçaram a concordar que existe aritmética completa, mesmo no nível da proposição elementar. Isso coloca as proposições elementares em relações aritméticas entre si, conforme as relações entre formas familiares de medição, como leituras de temperatura. Esta mudança de visão é ilustrada dramaticamente por um aforismo que Wittgenstein escreveu por volta de 1929 em uma obra inédita: “Poderíamos certamente substituir a lógica das tautologias por uma lógica de equações. [...] Parece que eu sou jogado para trás, contra minha vontade, para a aritmética”⁴⁵. A palavra “substituir” é um exagero, mas é claro que Wittgenstein percebeu que a gramática da aritmética é tão fundamental quanto a lógica das tabelas de verdade.

Embora Jaakko Hintikka não discuta a centralidade da medida para a teoria da representação mental de Wittgenstein, ele está ciente da importância para Wittgenstein, em 1929, de colocar a aritmética no nível mais fundamental.

Wittgenstein tinha uma proposta sobre como era a nova lógica. Era uma lógica operacional que naturalmente assume a forma de um cálculo. E pelo menos por algum tempo, Wittgenstein achou que tivesse uma boa idéia do que esse

⁴¹ Wittgenstein, “Some Remarks”, 165.

⁴² Wittgenstein, “Some Remarks”, 168. Veja-se Wittgenstein *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, p. 42.

⁴³ Wittgenstein, “Some Remarks”, 171.

⁴⁴ “[W]hat now fixes the range of significant possibilities is the logical form of the phenomena. [...] He now claims that the objects of logical analysis must be accessible to us: logical form is to be found in the contents of our experience, in what appears to us”. José Medina, *The Unity of Wittgenstein's Philosophy: Necessity, Intelligibility and Normativity* (Albany: State University of New York Press, 2002, 37).

⁴⁵ “Man könnte gewiß statt der Logik der Tautologien eine Logik der Gleichungen setzen. [...] Ich werde scheinbar, wider meinen Willen, auf die Arithmetik zurückgeworfen”. *Apud* Hintikka, *Ludwig Wittgenstein*, 86.

cálculo envolvia. Uma coisa que envolvia era a aritmética elementar usual. Pois, se você deixar números em proposições elementares, como Wittgenstein fez em tantas palavras em 1929, você precisa de um cálculo numérico para combiná-las uma com a outra e decidir quais combinações são possíveis⁴⁶.

Precisa-se também de cálculos para determinar as relações lógicas de implicação e exclusão entre medições, um ponto que pode ser adicionado às observações de Hintikka.

O ponto de Wittgenstein pode ser entendido em termos do isomorfismo requerido entre um cálculo e o espaço lógico relevante, quando o primeiro reflete com sucesso as relações lógicas deste último. Uma condição crucial para este isomorfismo é que haja tantas escalas no cálculo quanto dimensões da possibilidade no espaço e que a multiplicidade de cada escala coincida com a multiplicidade da dimensão correspondente do espaço.⁴⁷ Em outras palavras, o cálculo e o espaço devem ter a mesma forma. No entanto, a experiência pode fazer com que alguém mude de ideia quanto à forma de um determinado espaço, forçando assim uma revisão no cálculo que está sendo usado.

Por exemplo, um cientista pode tentar fazer medições de um determinado domínio de fenômenos usando um tipo de escala de medição apenas depois de descobrir que outro tipo de escala é mais adequado para o domínio em questão. A transição das escalas de intervalo (Fahrenheit, centígrado) para a escala de rácio (Kelvin), na tentativa de melhor representar a temperatura, é uma ilustração histórica disso. Especificamente, a escala de Kelvin revela relações lógicas entre as temperaturas, especificamente relações de rácio, que as escalas de intervalo não podem revelar. Uma transição na direção oposta também é possível: um professor pode tentar classificar os ensaios dos alunos usando uma escala de rácio (notas como porcentagens) apenas para descobrir que é simplesmente impossível quantificar o desempenho na redação de ensaios em termos de rácios. Os fatos nesse domínio, evidentemente, não estão em relações de proporção. O professor então muda sabiamente para a classificação de letras (escala de intervalo) para refletir melhor as relações entre o desempenho de vários alunos.

⁴⁶ Hintikka, *Ludwig Wittgenstein*, 86: “Wittgenstein had a proposal as to what the new logic was like. It was an operational logic which naturally assumes the form of a calculus. And at least for a while Wittgenstein thought that he had a good idea of what that calculus involved. One thing it involved was the usual elementary arithmetic. For if you let numbers into elementary propositions, as Wittgenstein did in so many words in 1929, you need a numerical calculus to combine them with one another and to decide which combinations are possible”

⁴⁷ Wittgenstein, *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, 76; *Observações Filosóficas*, § 84.

O parágrafo acima ilustra um meio de mudar o cálculo em resposta a uma análise lógica dos fenômenos, ou seja, mudar o tipo de escala de medição. No entanto, em alguns casos, é necessário alterar o número de escalas que constituem o cálculo. Passemos às cores, para uma ilustração. Pudemos ter tido a impressão de que a turquesa exclui logicamente o verde, porque se supunha que havia uma única dimensão de cor. Com essa suposta dimensão, há uma região para turquesa e uma região para verde, mas é logicamente impossível para um ponto espaço-tempo ocupar ambas as regiões. Consequentemente, no cálculo relevante, apenas uma escala de medição foi usada para representar a cor.

No entanto, agora suponhamos que a pessoa em questão esteja observando uma parte superior do misturador de cores com discos azuis e verdes. À medida que o misturador gira cada vez mais rápido, a pessoa vê o azul e o verde se fundir em turquesa. Pode até haver um ponto no processo em que há alguma dificuldade em interpretar a sensação visual: pode ser interpretada como azul e verde alternando rapidamente ou como turquesa contínua. A pessoa já teve uma experiência que a convence racionalmente de que turquesa é uma mistura de verde e azul. Considera-se uma questão conceitual, especialmente à luz do fato de que havia um ponto em que uma única sensação poderia ser interpretada ou como turquesa ou como a rápida alternância de verde e azul: nesse ponto, pode-se perceber a estrutura lógica da turquesa, em outras palavras. À luz desta percepção, longe de excluir o verde, verifica-se que a presença de turquesa implica logicamente a presença de verde. Agora, a pessoa é forçada a mudar de ideia quanto ao número de dimensões do espaço de cores. Para uma determinada localização visual, deve haver pelo menos duas: uma dimensão correspondente ao grau de azul e outra dimensão correspondente ao grau de verde. Devido à experiência com o mixer, a pessoa revisou sua visão quanto à forma lógica do espaço de cores. Isso a obriga a usar um cálculo diferente com um maior número de escalas de medição, de modo a melhor capturar as relações lógicas do espaço de cores. Também chama a atenção para a possibilidade dos cálculos, em pelo menos alguns casos, serem extremamente complexos, como pela observação seguinte de Wittgenstein: “Basta pensar nas equações da física – quão tremendamente complexas são suas estruturas. As proposições elementares, também, terão esse grau de complexidade”.⁴⁸ Assim, os cálculos são revisáveis à luz da experiência, e a forma lógica é, portanto, a posteriori (pelo menos para Wittgenstein por volta de 1929) (*A natureza a posteriori* da forma lógica era, é claro, uma posição temporária que Wittgenstein rejeitou em sua posterior discussão)⁴⁹.

⁴⁸ Wittgenstein, *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, 42.

⁴⁹ Wittgenstein, *Lectures on the Foundations of Mathematics*. (Chicago: The University of Chicago Press, 1975), 223.

5. Uma crítica ao argumento de Moss

Com o contexto acima em mente, estamos agora em posição de criticar a defesa de Moss sobre a lógica atomística do *Tractatus*. A estratégia de Moss é esconder a estrutura “gerrymanderada”⁵⁰ de seus predicados “elementares” por meio do uso de formas verbais não compostas. Por exemplo, ela recomenda a formulação de um predicado aparentemente disjuntivo, como “é vermelho ou verde”, em uma forma monádica, como “é α ”. Suspeito que alguns terão a sensação desconfortável de que a natureza composta desses predicados ainda está presente em algum nível semântico. Eu gostaria agora de explicar por que isso é, de fato, o caso. Ou seja, Moss simplesmente envolveu o caráter composto desses predicados. Isso se torna evidente quando se tenta reafirmar sua estratégia em termos de escalas de medida e aritmética. Isso faz com que toda a complexidade escondida volte para a luz. E deve-se reformular a estratégia de Moss em termos de escalas de medição e aritmética, se for avaliá-la como uma crítica a Wittgenstein.

Vamos começar com uma reflexão sobre medida e aritmética. Seguindo C. H. Coombs, Brian Ellis observa que diferentes tipos de escala de medição representam diferentes conjuntos de regras aritméticas: as escalas são as regras. Isso concorda com a identificação de Wittgenstein das escalas de medição com gramáticas⁵¹. Uma escala de medição é uma regra (gramática) para a aplicação de números, e diferentes tipos de escala correspondem a conjuntos de operações matemáticas diferentes (mas às vezes sobrepostos!)⁵². (Dito a visão de Wittgenstein intermediário de que os fundamentos da matemática são totalmente uma questão de gramática dos números,⁵³ isso significaria que as escalas constituem os fundamentos da matemática. Isso condiz com a observação de Wittgenstein que “Um número tem de medir em princípio”.⁵⁴ À medida que se move a partir das escalas que trazem menos informações para aquelas que transmitem mais informações, se transporta para escalas que incorporam mais operações matemáticas. Por exemplo, na escala ordi-

⁵⁰ Moss usa o sintagma “gerrymandered disjunctions” ao apresentar o que ela entende ser as proposições elementares genuínas: Em inglês, “The key idea is that the elementary color propositions may be gerrymandered disjunctions of simpler-looking color propositions, while all simpler-looking propositions are themselves non-elementary”, Moss, “Solving”, p. 844. Na política dos EUA, um “gerrymandered district” é um distrito com uma forma intuitivamente implausível por causa da exclusão de certos eleitores, tipicamente minorias étnicas.

⁵¹ Wittgenstein, *Observações Filosóficas*, § 84.

⁵² Brian Ellis, *Basic Concepts of Measurement*, (Cambridge: Cambridge University Press, 1966), 63-65.

⁵³ Wittgenstein, *Gramática Filosófica*, Parte II.

⁵⁴ Wittgenstein, *Observações Filosóficas*, § 191.

nal, os únicos operadores matemáticos são $=$, \neq , e $</>$. Na escala de rácio, por outro lado, há adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como as operações fornecidas pela escala ordinal.

Consideremos uma regra aritmética relativamente simples que é encontrada tanto na escala ordinal quanto na de rácio. Sejam a , b e c ser números, então a regra é que $c > a$, se ambos $c > b$ e $b > a$. Em aplicação empírica, um número significa a atribuição de uma propriedade, por exemplo, '3 graus de luminosidade' ou '3 graus de saturação'. Uma atribuição de cor também, seguindo Wittgenstein, é uma aplicação de um numeral em medida. Quando a abordagem de Moss a predicados está em coconsideração, embora, a regra se torna bem mais complicada. Vamos considerar quatro números distintos: a , b , c , d . Eles correspondem a quatro predicados de medida: $\acute{e} a$, $\acute{e} b$, $\acute{e} c$, $\acute{e} d$. (Leituras de temperatura pode ser uma possibilidade.) Vamos introduzir dois predicados gerrymanderados na maneira de Moss, nomeadamente ' $\acute{e} a$ ou d ' (abreviado como ' $\acute{e} \gamma$ ') e ' $\acute{e} a$ ou b ' (abreviado como ' $\acute{e} \delta$ '). Qualquer atribuição de a , b , c ou d (ignorando outros números) pode ser entendido como uma função de verdade de atribuições de γ e δ . Por ex., ' $\acute{e} a$ ' (uma leitura de mensuração) é equivalente a ' $\acute{e} \gamma$ e não $\acute{e} \delta$ '. O predicado ' $\acute{e} b$ ' seria equivalente a ' $\acute{e} \delta$ e não $\acute{e} \gamma$ '. O predicado ' $\acute{e} c$ ' seria equivalente a ' $\text{não } \acute{e} \gamma \text{ e não } \acute{e} \delta$ '. Finalmente, o predicado ' $\acute{e} d$ ' seria equivalente a ' $\acute{e} \gamma \text{ e não } \acute{e} \delta$ '. O leitor notará que isso é perfeitamente análogo ao tratamento de Moss dos predicados de cores.

Como no caso dos predicados de cores, o carácter disjuntivo dos predicados gerrymanderados está escondido através os símbolos simples ' γ ' e ' δ '. Todavia, a complexidade semântica daqueles predicados reaparece quando se reformula a regra aritmética anterior usando estes termos novos. O que foi a regra

(a) $c > a$, se tanto $c > b$ quanto $b > a$

agora se torna

(b) $(\sim\gamma \ \&\ \sim\delta) > (\gamma \ \&\ \delta)$, se tanto $[(\sim\gamma \ \&\ \sim\delta) > (\sim\gamma \ \&\ \delta)]$ quanto $[(\sim\gamma \ \&\ \delta) > (\gamma \ \&\ \delta)]$

na qual a forma $\sim N$ indica que o número N não aplica. A primeira formulação pode ser representada simples e claramente numa forma visual, mas a segunda não. Considere um exemplo familiar de uma escala de rácio, nomeadamente uma barra de mediação. Como notado anteriormente, escala de rácio inclui as regras de escala ordinal. Mesmo a regra (a) é perceptível imediatamente na ordem numérica visível em uma barra de mediação. Mas (b) não tem uma representação visual análoga e simples. Isso ilustra ainda

o fato de que a formulação da regra de transitividade em termos de γ e δ é consideravelmente mais complexa do que sua formulação em termos de números ordinais.

Além disso, enquanto a formulação mais curta generaliza sem problemas para todos os números ordinais, ela está longe de ser claro como a segunda, mesmo se esta for generalizada. Se algo puder ser feito para se generalizar, isso teria que envolver algum outro tipo de complicação. Se ela não for generalizada, então serão necessárias indefinidamente muitas dessas leis para cobrir a transitividade ordinal como tal, o que implicaria uma enorme complexidade. Observe que outras regras de aritmética, como a comutatividade, também são muito mais complexas quando formuladas usando o estilo de Moss de predicados *gerrymanderados*.

Concluo que Moss não conseguiu fazer a disjuntividade dos predicados *gerrymanderados* desaparecer, mas simplesmente a escondeu por meio de uma notação projetada especificamente para esse propósito.

6. Simplicidade

Neste ponto, pode-se pensar por que a complexidade deve ser um fator na avaliação do argumento de Moss. A minha razão para levar a complexidade a sério pode deixar alguns admiradores de Wittgenstein desconfortáveis, porque exige que a distinção entre ciência e filosofia seja difusa, algo que o próprio Wittgenstein abominava⁵⁵. No entanto, se é verdade que a representação mental é a medida, a mente/cérebro deve estar realizando medições. Não podemos atribuir às regras mente/cérebro a execução de medições que são excessivamente contorcidas, especialmente quando regras mais simples estão disponíveis. Pode ser a verdade que mesmo as representações mentais mais elementares apresentarão complexidade semelhante às “equações da física”⁵⁶, mas na escolha entre a colocação de regras complexas versus regras mais simples, mas funcionalmente equivalentes, as mais simples são mais plausíveis.

Neste ponto, pode-se imaginar por que alguém deve até entender que a intencionalidade é fundamentalmente a medida. (É a suposição de que a representação mental é fundamentalmente uma medida que leva à visão de que, por exemplo, os juízos de cores são intrinsecamente aritméticos). Não basta recorrer a Wittgenstein como uma autoridade sobre a natureza da intencionalidade, porque Moss poderia simplesmente rejeitar essa autoridade. A intenção dela foi defender uma filosofia da lógica tractariana, mas não necessariamente qualquer versão da teoria de figuração.

⁵⁵ Wittgenstein, *Tractatus*, § 4.111; *Investigações Filosóficas*, § 109.

⁵⁶ “the equations of physics”. Wittgenstein, *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, p. 42.

De novo, volto para a ciência para a resposta. Numa introdução a uma coletânea de estudos sobre cognição de animais não humanos, C. R. Gallistel conclui que a evidência indica que a representação mental animal é mais bem compreendida em termos de isomorfismos entre propriedades internas e ambientais. Além disso, esses isomorfismos são mais bem compreendidos em termos de medição.

Aqueles familiarizados com a teoria das medições, desenvolvida inicialmente por Stevens (1946) e mais recentemente por Krantz, Luce, Suppes e Tversky (1971), reconhecerão o paralelo entre esse uso de representação e seu uso na teoria das medições, onde a tarefa principal é estabelecer as condições empíricas necessárias e suficientes para a existência de um isomorfismo entre uma variável psicológica a ser medida (por exemplo, volume) e algum ou todo o campo numérico. O isomorfismo depende de encontrar um procedimento de medição adequado (escala), que mapeia da variável psicológica para os seus representantes numéricos e sobre a existência de uma correspondência formal entre as operações combinatórias sobre as variáveis psicológicas (como se manifesta, por exemplo, “mais alto que” julgamentos) e operações numéricas como “>”, “+” e “=”. Essa correspondência permite extrair inferências válidas sobre as variáveis psicológicas das operações matemáticas em seus representantes numéricos devidamente determinados⁵⁷.

É verdade que a evolução da faculdade de linguagem acrescenta complicações a essa concepção da semântica. Mas, mesmo para linguistas generativos que enfatizam tais diferenças na semântica,⁵⁸ a faculdade de linguagem foi inserida em uma arquitetura mental pré-existente com propriedades

⁵⁷ “Those familiar with the theory of measurement, as developed initially by Stevens (1946) and more recently by Krantz, Luce, Suppes, and Tversky (1971), will recognize the parallel between this use of representation and its use in measurement theory, where the principal task is to establish the necessary and sufficient empirical conditions for the existence of an isomorphism between a to-be-measured psychological variable (e.g., loudness) and some or all of the number field. The isomorphism depends on finding a suitable measurement procedure (scale), which maps from the psychological variable to numerical representatives thereof, and on the existence of a formal correspondence between combinatorial operations on the psychological variables (as manifest in, for example, ‘louder than’ judgments) and numerical operations such as ‘>’, ‘+’, and ‘=’. This correspondence permits one to draw valid inferences about the psychological variables from mathematical operations on their suitably determined numerical representatives”. Gallistel, C. R. “Representation in Animal Cognition: An Introduction”, *Cognition* 37 (special issue on animal cognition) (1990), 1-22, 2-3.

⁵⁸ Julius Moravcsik, *Thought and Language*. (Londres: Routledge, 1990); Noam Chomsky, *A Ciência da Linguagem*. Trad. Gabriel de Ávila Othero, et al. (São Paulo: Editora Unesp, 2012).

semânticas pré-existentes.⁵⁹ A semântica dos símbolos processados pela faculdade de linguagem presumivelmente é fundada na semântica de símbolos processados por sistemas mais antigos. Pelo menos, é uma conjectura razoável de que toda semântica mental é, em última análise, a semântica das medidas. Não se pode supor que o argumento de Moss seja conclusivo ao simplesmente dar por certo que a semântica mental não é, em última instância, a semântica das medidas.

As soluções dos problemas lógicos devem ser simples, pois estabelecem o padrão da simplicidade. Os homens sempre pressentiram que deve haver um domínio de questões cujas respostas — *a priori* — estejam simetricamente unidas numa configuração acabada, regular. Um domínio onde valha a proposição: *Simplex sigillum veri*⁶⁰.

Se a abordagem de Moss for usada para defender o ponto de vista do *Tractatus*, deve-se dizer que a simplicidade da lógica não se estende à aritmética. Isso colocaria uma grande tensão sobre a concepção de Wittgenstein da relação entre lógica e aritmética, bem como sobre a sua concepção da relação de ambas com o mundo em si. Considere-se a sua afirmação de que “A lógica do mundo, que as proposições da lógica mostram nas tautologias, a matemática mostra nas equações”⁶¹. Com base na complexa aritmética implícita na abordagem de Moss, isso significaria que a lógica, “que abrange tudo e espelha o mundo”,⁶² espelha um mundo simples, enquanto a aritmética espelha um mundo complexo. Tal implica uma estranheza na filosofia da matemática tractariana que o próprio Wittgenstein provavelmente teria desejado evitar.

Ao desenvolver sua visão de que os pensamentos são medições, Wittgenstein foi forçado a reconhecer que mesmo as proposições elementares mantêm relações aritméticas entre si. Isso o forçou a abandonar a concepção puramente veritativa-funcional da lógica encontrada em *Tractatus*. A tentativa de Moss de defender a lógica do *Tractatus* tratando as proposições aparentemente disjuntivas como se fossem elementares não funciona, pois exigiria que se complicasse a aritmética até certo ponto, que é extremo demais para ser plausível. Conforme a plausibilidade *prima facie* da abordagem de Moss, deve-se ignorar a relevância da medida e da aritmética para a mudança do ponto de vista do Wittgenstein de 1929.

⁵⁹ Marc D. Hauser, Noam Chomsky, e W. Tecumseh Fitch, “The Faculty of Language: What Is It, Who Has It, and How Did It Evolve?”, *Science* 298 (2002), 1569-1579; Berwick, Robert C. Berwick e Noam Chomsky, *Why Only Us?: Language and Evolution* (Cambridge, Mass. e Londres: The MIT Press, 2016).

⁶⁰ Wittgenstein, *Tractatus*, § 5.4541.

⁶¹ Wittgenstein, *Tractatus*, § 6.22.

⁶² Wittgenstein, *Tractatus*, § 5.511.

Referências Bibliográficas

- Berwick, Robert C.; Chomsky, Noam. 2016. *Why Only Us?: Language and Evolution*. Cambridge, Mass. e Londres: The MIT Press. <https://doi.org/10.1111/heyj.13069>
- Campbell, Norman Robert. 1920. *Physics, the Elements*. Cambridge: Cambridge University Press. [ark:/13960/t45q4v14x](https://doi.org/10.1017/9780521095563)
- Chomsky, Noam. *A Ciência da Linguagem*. Trad. Gabriel de Ávila Othero, et al. São Paulo: Editora Unesp, 2012. ISBN: 9788539305070
- Ellis, Brian. *Basic Concepts of Measurement*. Cambridge: Cambridge University Press, 1966. ISBN-13: 978-0521095563
- Gallistel, C. R. “Representation in Animal Cognition: An Introduction”, *Cognition* 37 (special issue on animal cognition) (1990), 1-22. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(90\)90016-d](https://doi.org/10.1016/0010-0277(90)90016-d)
- Hauser, Marc D., Chomsky, Noam, e Fitch, W. Tecumseh. “The Faculty of Language: What Is It, Who Has It, and How Did It Evolve?”, *Science* 298 (2002), 1569-1579. <https://doi.org/10.1126/science.298.5598.1569>
- Hintikka, Jaakko. *Ludwig Wittgenstein: Half-Truths and One-and-a-Half-Truths*. Dordrecht: Kluwer, 1996. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4109-9>
- Krantz, David H., Luce, R. Duncan, Suppes, Patrick, e Tversky, Amos. *The Foundations of Measurement*. Nova York: Academic Press, 1971. ISBN-13: 978-0486453149
- Medina, José. *The Unity of Wittgenstein's Philosophy: Necessity, Intelligibility and Normativity*. Albany: State University of New York Press, 2002. ISBN-13: 978-0791453889
- Moravcsik, Julius. *Thought and Language*. Londres: Routledge, 1990. ISBN-13: 978-1138696570
- Moss, Sarah. “Solving the Color Incompatibility Problem”, *Journal of Philosophical Logic* 41 (2012) 841-851. <https://doi.org/10.1007/s10992-011-9193-3>
- Quine, W. V. *Filosofia da Lógica*. Trad. Therezinha Alvim Cannabrava. Rio de Janeiro: Ed. Zahar, 1972 [1970]. ISBN-13: 978-0674665637
- Stevens, S. S. “On the Theory of Scales of Measurement”, *Science* 103 (1946) 677-680. <https://doi.org/10.1126/science.103.2684.677>
- Turner, Jason. *The Facts in Logical Space: A Tractarian Ontology*. Oxford: Oxford University Press, 2016. ISBN: 978-0199682812
- Wiese, Heike. *Numbers, Language, and the Human Mind*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511486562>
- Wittgenstein, Ludwig. “Some Remarks on Logical Form”, *Proceedings of the Aristotelian Society* Suppl. 9 (1929) 162-171. <https://doi.org/10.1093/aristotelian-suppl/9.1.162>. Trad. Eduardo Coutinho, disponível em <http://phi.pro.br/trad/wittgenstein.pdf>
- Wittgenstein, Ludwig. *Notebooks: 1914-1916*. Trad. G. E. M. Anscombe. Chicago: The University of Chicago Press, 1961.

- Wittgenstein, Ludwig. *Lectures on the Foundations of Mathematics*. Chicago: The University of Chicago Press, 1975. ISBN-13: 978-0226904269
- Wittgenstein, Ludwig. *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle: Conversations Recorded by Friedrich Waismann*. Trad. Joachim Schulte; Brian McGuinness. Oxford: Basil Blackwell, 1979. ISBN-13: 978-0631134695
- Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Ed. Universidade de São Paulo, 1993 [1921]. ISBN-13: 978-8531400933
- Wittgenstein, Ludwig. *Investigações Filosóficas*. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999 [1953]. ISBN: 85-13-00859-1
- Wittgenstein, Ludwig. *Gramática Filosófica*. Trad. inglês Anthony Kenny; trad. português Luís Carlos Borges. São Paulo: Edições Loyola, 2004 [1974]. ISBN-13: 978-8515026067
- Wittgenstein, Ludwig. *Observações Filosóficas*. Trad. inglês Rush Rhees; trad. português Adail Sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Edições Loyola, 2005 [1975]. ISBN-13: 978-8515030637
- Wittgenstein, Ludwig. *Anotações sobre as Cores*. Trad. João Carlos Salles Pires da Silva. Campinas: Ed. Unicamp, 2009 [1977]. ISBN-13: 978-8526808379
- Wittgenstein, Ludwig. *Wittgenstein Lectures, Cambridge 1930-1933, from the Notes of G. E. Moore*. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. <https://doi.org/10.1017/cbo9781139644600>
- Wittgenstein, Ludwig, e Waismann, Friedrich. *The Voices of Wittgenstein*. Trad. Gordon Baker, et al. Londres e Nova York: Routledge, 2003. <https://doi.org/10.4324/9780203412022>

